ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Вычислительные системы и информационная безопасность»

Учебное пособие

«Нелинейные системы управления»

Автор
Цветкова О.Л.

Ростов-на-Дону, 2018

Аннотация

«Учебное пособие» предназначено для студентов очной формы обучения направления 10.03.01 Информационная безопасность, заочной формы обучения направления 09.03.02 Информационные системы и технологии.

Авторы

доцент, к.т.н,
доцент кафедры «Вычислительные системы и информационная безопасность»
Цветкова О.Л.

Оглавление

1. Свойства и характерные особенности нелинейных систем

Линейной системой называется такая система, поведение всех звеньев которой описывается линейными уравнениями (алгебраическими и дифференциальными или разностными). Для этого необходимо, прежде всего, чтобы статические характеристики всех звеньев системы были линейными, т.е. имели вид прямой линии (рис. 1, а, б).

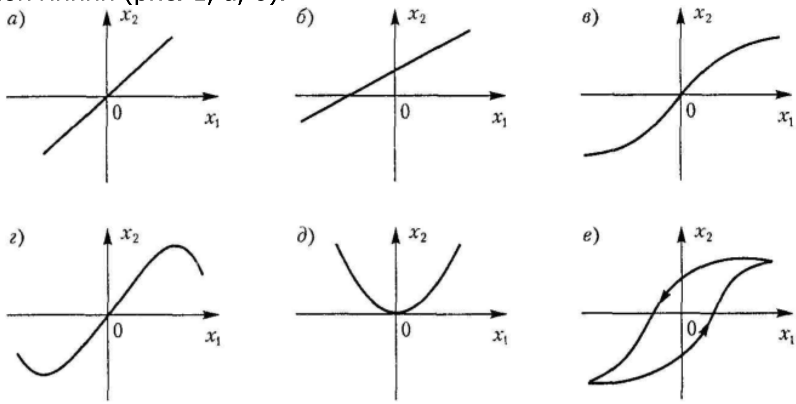


Рис. 1. Статические характеристики линейных (а, б) и нелинейных звеньев (в—е): x_1 — входной сигнал звена; x_2 — выходной сигнал звена

Нелинейной системой называется такая система, в которой хотя бы в одном звене нарушается линейность статической характеристики или же имеет место любое другое нарушение линейности уравнений динамики звена (произведение переменных или их производных, корень, квадрат или более высокая степень переменной, любая другая нелинейная связь переменных и их производных, например, если коэффициенты уравнения являются функциями некоторых переменных или их производных). Следовательно, к нелинейным системам относятся, в частности, все системы, в звеньях которых имеются статические характеристики любого из видов, показанных на рис. 2, в—е. К ним же относятся и все релейные характеристики (рис. 2). На рис. 2, а изображена статическая характеристика идеального реле.

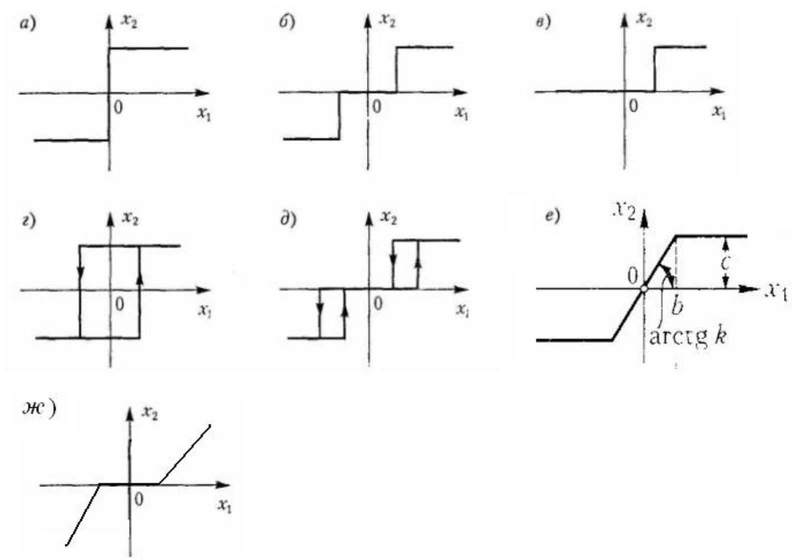


Рис. 2. Статические характеристики релейных звеньев

Работу реальных объектов (устройств) могут сопровождать такие явления, как наличие зоны нечувствительности, гистерезис, насыщение, люфт и т. д.

Зона нечувствительности — свойство систем, связанное с тем, что входной сигнал меньше предельного значения не вызывает реакции на выходе, а при достижении входным сигналом определенного значения, на выходе регистрируется максимальное значение звена (рис. 2, б, в).

Гистерезис — свойство систем (обычно физических), которые не сразу следуют приложенным силам. Реакция этих систем зависит от сил, действовавших ранее, то есть системы зависят от собственной истории (рис. 2, г, д).

Насыщение — свойство систем, связанное с тем, что выходной сигнал не может превысить какого-то предельного значения (рис. 2, е).

Люфт — зазор между механическими элементами системы управления, обычно связанными с вращением. Величина люфта определяет степень поворота элемента управления, которая не приводит к изменениям в управляемой системе. Чем выше люфт, тем большее воздействие нужно применить к элементу управления для произведения хоть какого-то изменения в объекте управления (рис. 2, ж).

Примеры нелинейных систем:

$$\dot{c}(t) + c^2(t) = r(t),$$
$$\dot{c}(t) + \sin[c(t)] = r(t),$$
$$\ddot{c}(t) + 3\dot{c}(t) + 2\dot{c}(t)c(t) = r(t).$$

Первое из этих уравнений является нелинейным, потому что оно содержит переменную $c^2(t)$ в квадрате; второе — потому что содержит функцию (синус) от переменной $c(t)$, третье — потому что в него входит произведение переменной $c(t)$ и ее производной. Другой пример нелинейной системы приведен на рис. 3. Эта система линейна за исключением усилителя, который насыщается, если его входной сигнал по модулю превышает 2. Если входной сигнал равен 1, то выходной равен 5; если входной сигнал равен 2, то выходной равен 10. Однако когда входной сигнал равен 1 + 2 = 3, то вместо 5 + 10=15 на выходе получим только 10. Следовательно, к усилителю принцип суперпозиции не применим.

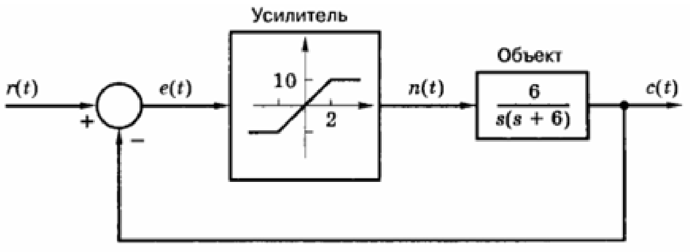
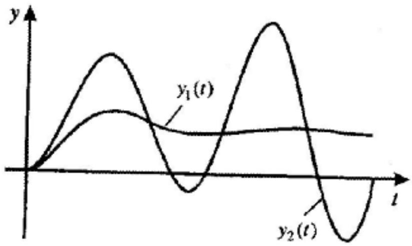


Рис. 3. Пример нелинейной системы

Процессы в нелинейных системах автоматического управления имеют существенные особенности, которые не встречаются в линейных системах:

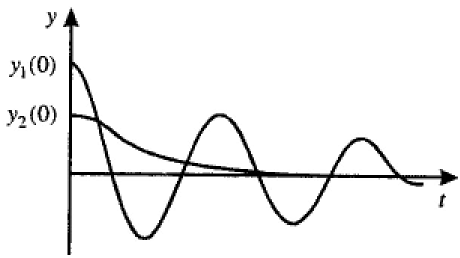
1. В нелинейных системах вид и качество переходного процесса зависят от величины входного воздействия и начальных условий. Так, увеличение входного воздействия приводит к качественному изменению переходного процесса: из устойчивого он становится неустойчивым (рис. 4).



Пример реакции нелинейной системы на изменение входного воздействия $u_2 > u_1$

Рис. 4. Переходные процессы нелинейной системы

Изменение начальных условий также может приводить к существенному отличию в переходных процесса, например, к возникновению незатухающих колебаний (рис. 5).



Пример реакции нелинейной системы на изменение начальных условий

Рис. 5. Переходные процессы нелинейной системы

2. Для нелинейных систем не применим принцип суперпозиции. В общем случае необходимым условием линейности системы является соответствующая связь между возмущением $x(t)$ и реакцией $y(t)$. Если к системе, находящейся в состоянии покоя, приложить возмущение $x_1(t)$, то на выходе появится реакция $y_1(t)$. Если при тех же условиях подвергнуть систему возмущению $x_2(t)$, то она даст соответствующую реакцию $y_2(t)$. Необходимым условием линейности является то, чтобы при возмущении $x_1(t)+x_2(t)$ система давала реакцию $y_1(t)+y_2(t)$. Это положение называют принципом суперпозиций.

Кроме того, в линейной системе должен выполняться фактор масштабирования. Пусть входом системы является переменная $x(t)$, а выходом — пере- менная $y(t)$. Тогда необходимо, чтобы при умножении входной переменной на константу β реакция системы изменилась в такое же число раз, то есть равна $\beta y(t)$. Это свойство носит название гомогенности.

3. Возможен новый вид установившегося процесса — автоколебания (предельный цикл), т.е. собственные колебания с постоянной амплитудой при отсутствии внешних колебательных воздействий. В нелинейных системах амплитуда незатухающих колебаний не зависит от внешнего воздействия и от начальных условий. Когда в системе возникают автоколебания, то установившееся состояние, соответствующее постоянному значению управляемой величины, становится невозможным.

Следовательно, в общем случае могут быть не два вида областей (устойчивости и неустойчивости), как в линейных системах, а больше: 1) область устойчивости равновесного состояния с постоянным значением управляемой величины; 2) область автоколебаний; 3) область неустойчивости системы; 4) области, соответствующие другим, более сложным случаям.

4. Явление скачкообразного резонанса. Это явление проиллюстрировано на рис. 6, где приведены амплитудно-частотные характеристики линейной и нелинейной систем. Предположим, что на вход нелинейной системы подан синусоидальный сигнал с постоянной амплитудой. Тогда при увеличении частоты входного сигнала, при некотором ее значении может произойти резкий скачок амплитуды выходного сигнала. Если затем уменьшать частоту входного сигнала, то произойдет обратный скачок амплитуды выходного сигнала, но уже при другом значении частоты. Это явление называется скачкообразным резонансом.

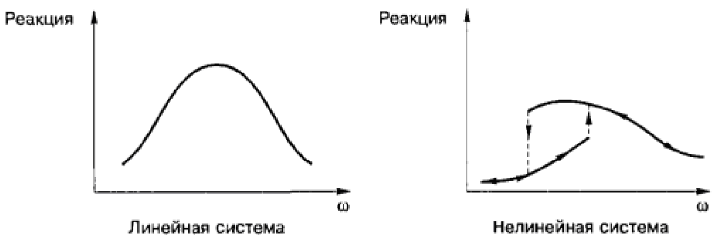


Рис. 6. Явление скачкообразного резонанса

5. Для нелинейной системы рассматривается устойчивость каждого режима работы в отдельности. Понятие «устойчивая (неустойчивая) нелинейная система» смысла не имеет.

6. Для нелинейных систем не применим принцип коммутативности, что означает недопустимость перемены мест двух последовательно соединенных элементов, по причине изменения

свойств системы.

Эти особенности обусловили отсутствие общих подходов при анализе и синтезе нелинейных систем. Разработанные методы позволяют решать локальные задачи. Методы исследования нелинейных систем разделяются на две основные группы: точные и приближенные. К точным методам относятся: метод фазовой плоскости, теоремы прямого метода А.М. Ляпунова, частотный метод В.М. Попова. Приближенные методы основаны на линеаризации нелинейных уравнений системы.

Мощным и эффективным методом исследования нелинейных систем является моделирование, инструментарием которого служит компьютер. В настоящее время многие сложные для аналитического решения теоретические и практические вопросы сравнительно легко могут быть решены с помощью моделирования.

2. Типовые нелинейные звенья

1. Идеальное двухпозиционное реле (рис. 7):

$$\begin{cases} x_{\text{вых}} = c \rightarrow x_{\text{вх}} > 0, \\ x_{\text{вых}} = -c \rightarrow x_{\text{вх}} < 0. \end{cases}$$

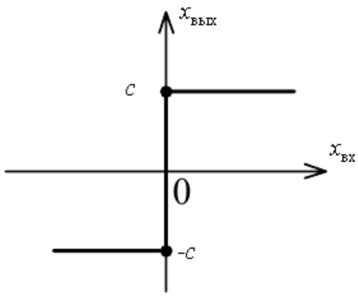


Рис. 7. Идеальное двухпозиционное реле

В Simulink идеальное двухпозиционное реле: в библиотеке Discontinuities блок Relay. Выходной сигнал блока может принимать два значения. Одно из них соответствует включенному состоянию реле, второе — выключенному. Переход их одного состояния в другое происходит скачком при достижении входным сигналом порога включения или выключения реле. В том случае если пороги включения и выключения реле имеют разные значения, то блок реализует релейную характеристику с гистерезисом. При этом значение порога включения должно быть больше, чем значение порога выключения.

Параметры:

1. Switch on point — Порог включения. Значение, при котором происходит включение реле.
2. Switch off point — Порог выключения. Значение, при котором происходит выключение реле.
3. Output when on — Величина выходного сигнала во включенном состоянии.
4. Output when off — Величина выходного сигнала в выключенном состоянии.

Для приведенного рисунка параметры равны: Switch on point=0, Switch off point=0, Output when on = c, Output when off = –c.

2. Реальное двухпозиционное реле (релейная характеристика с гистерезисной петлей) (рис. 8):

$$\begin{cases} x_{вых} = c \to x_{вх} > b, \\ x_{вых} = -c \to x_{вх} < -b, \\ x_{вых} = c \to |x_{вх}| \le b,\ x_{вых\_0} = c, \\ x_{вых} = -c \to |x_{вх}| \le b,\ x_{вых\_0} = -c. \end{cases}$$

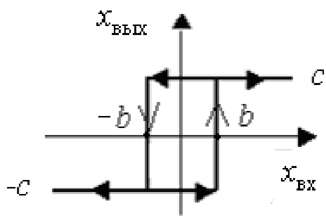


Рис. 8. Реальное двухпозиционное реле

В Simulink релейная характеристика с гистерезисной петлей: в библиотеке Discontinuities блок Relay. В этом случае пороги включения и выключения реле должны иметь разные значения. При этом значение порога включения должно быть больше, чем значение порога выключения.

Для приведенного рисунка параметры равны: Switch on point = b, Switch off point = –b, Output when on = c, Output when off = –c.

3. Релейная характеристика с зоной нечувствительности (рис. 9):

$$\begin{cases} x_{вых} = c \to x_{вх} \geq b, \\ x_{вых} = 0 \to -b \leq x_{вх} < b, \\ x_{вых} = -c \to x_{вх} \leq -b. \end{cases}$$

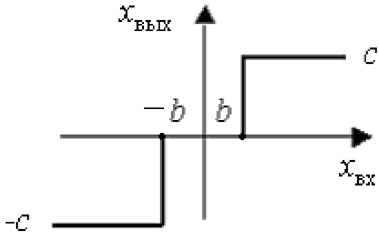


Рис. 9. Релейная характеристика с зоной нечувствительности

В Simulink релейная характеристика с зоной нечувствительности: в библиотеке Discontinuities блок Relay. Для создания релейной характеристики с зоной нечувствительности необходимо использовать два блока Relay, выходные сигналы которых затем суммируются.

Для приведенного рисунка параметры равны:

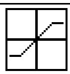
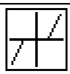
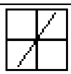
1-ый блок: Switch on point = b, Switch off point = b, Output when on = c, Output when off = 0.

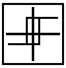
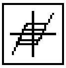
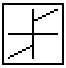
2-ой блок: Switch on point = –b, Switch off point = –b, Output when on = 0, Output when off = –c.

Блоки нелинейных звеньев библиотеки Discontinuities Matlab Simulink представлены в табл. 1.

Таблица 1

Блоки нелинейных звеньев библиотеки Discontinuities Matlab Simulink

	Saturation — насыщение, в параметрах задаются верхний и нижний пределы (Upper limit и Lower limit).
	Dead zone — нечувствительность, «мертвая зона». В параметрах задаются пределы нечувствительности (Start of dead zone и End of dead zone).
	Rate Limiter — ограничитель скорости изменения сигнала, в параметрах задаются пределы на скорость увеличения (Rising slew rate) и на скорость уменьшения (Falling slew rate).

	Relay — реле, в параметрах задаются точки переключения (Switch on point и Switch off point), в также величины сигналов в режимах «включено» (Output when on) и «выключено» (Output when off).
	Backlash — люфт, «мертвый ход». В параметрах задаются величина мертвого хода (Deadband width) и начальное значение выхода (Initial output).
	Coulomb and Viscous Friction — кулоновское и вязкое трение.

3. Понятие «состояние равновесия нелинейной системы»

Система находится в состоянии равновесия (равновесный режим работы системы), если все переменные состояния не изменяются во времени (но не обязательно равны нулю), а производные переменных состояния должны быть равны нулю (в противном случае некоторые переменные состояния в системе будут изменяться во времени).

Пусть система описывается уравнением:

$$\dot{x} = f(x).$$

Система находится в состоянии равновесия x_e когда:

$$\dot{x}_e = f(x_e) = 0. \qquad (1)$$

Пример 1. Найти состояния равновесия нелинейной системы, описываемой уравнениями:

$$\dot{x}_1 = x_2,$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 - x_1^2 - x_2.$$

Решение. На основании (1):

$$\dot{x}_{1e} = x_{2e} = 0,$$

$$\dot{x}_{2e} = -x_{1e} - x_{1e}^2 - x_{2e} = 0.$$

Согласно первому уравнению $x_{2e} = 0$, а из второго уравнения имеем:

$$x_{1e} + x_{1e}^2 = -x_{2e} = x_{1e}(x_{1e} + 1) = 0.$$

Это уравнение имеет решения $x_{1e} = 0$ и $x_{1e} = -1$. Следовательно, в системе существуют два состояния равновесия:

$$x_{e1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ и } x_{e2} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Теперь можно сформулировать еще одну особенность нелинейных систем, отличающую их от линейных — это наличие множества состояний равновесия. В устойчивой линейной системе при отсутствии входного воздействия все переменные состояния с течением времени стремятся к нулю (к началу координат пространства состояний). В устойчивой нелинейной системе могут существовать несколько различных состояний равновесия, отличных от $x = 0$, к которым система стремится с течением времени при отсутствии входного воздействия. К какому именно из этих состояний стремится система — зависит от начальных условий. Это условие эквивалентно тому, что если нелинейную систему вывести из некоторого положения равновесия, она может вернуться в любое из других положений равновесия в зависимости от величины возмущения.

4. Метод фазовой плоскости

С целью получения наглядного представления о сложных нелинейных процессах управления используют понятие фазового пространства. При этом необходимо дифференциальное уравнение замкнутой системы n-го порядка преобразовать к системе n дифференциальных уравнений первого порядка в виде:

$$\begin{aligned}
&\frac{dx_1}{dt} = \Phi_1(x_1, x_2, \dots, x_n, f, g),\\
&\frac{dx_2}{dt} = \Phi_2(x_1, x_2, \dots, x_n, f, g),\\
&\dots\\
&\frac{dx_n}{dt} = \Phi_n(x_1, x_2, \dots, x_n, f, g),
\end{aligned} \qquad (2)$$

с начальными условиями:

$$x_1 = x_{10}, \quad x_2 = x_{20}, \dots, \quad x_n = x_{n0} \text{ при } t = 0,$$

где $x_1, x_2, \dots, x_n$ — переменные, являющиеся искомыми функциями времени, причем x_1 может обозначать управляемую величину; $x_2, \dots, x_n$ — вспомогательные переменные; f, g — возмущающее и задающее воздей- ствия.

Пусть, например, в уравнениях (2) будет $n=3$. Переменные x_1, x_2, x_3 могут иметь любой физический смысл. Но условно их можно представить как прямоугольные координаты некоторой точки M (рис. 10, а). В реальном процессе управления в каждый момент времени величины x_1, x_2, x_3 имеют определенные значения. Это соответствует определенному положению точки M в пространстве (рис. 10, а). С течением времени величины x_1, x_2, x_3 определенным образом изменяются. Это соответствует перемещению точки M в пространстве по определенной траектории. Следовательно, траектория движения точки M может служить наглядной геометрической иллюстрацией поведения системы в процессе управления.

Точка M называется изображающей точкой, ее траектория называется фазовой траекторией, а пространство x_1, x_2, x_3 называется фазовым пространством.

По значениям правых частей уравнений (2) в каждый момент времени можно судить о направлении движения изображающей точки M, и о поведении соответствующей реальной системы.

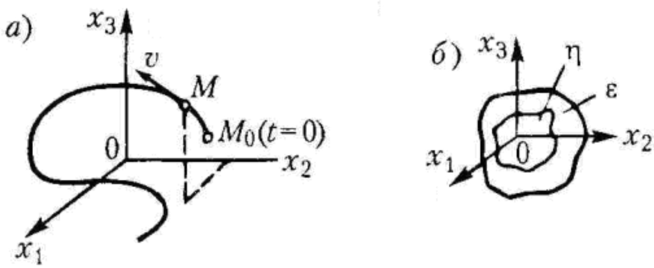


Рис. 10. Фазовое пространство для системы третьего порядка

Начальные условия x_{10}, x_{20}, x_{30} определяют координаты начальной точки фазовой траектории M_0 (рис. 10, а). Если переменных в уравнениях (2) будет всего две x_1, x_2 (система второго порядка), то изображающая точка будет двигаться не в пространстве, а на плоскости (фазовая плоскость).

Если входной сигнал системы равен нулю, то изображением установившегося состояния системы является начало координат фазового пространства $x_1, x_2, x_3 = 0$.

Следовательно, фазовые траектории устойчивой линейной системы будут асимптотически приближаться к началу координат при неограниченном увеличении времени, т.е. будет выполнятся условие $\lim_{t\to\infty} x(t)=0$. Фазовые траектории неустойчивой линейной системы будут неограниченно удаляться от начала координат.

Для нелинейной системы вследствие ряда особенностей процессов, фазовые траектории могут принимать самые разнообразные очертания. Если для определенного круга начальных условий все фазовые траектории, которые начинаются внутри определенной области η окружающей начало координат фазового пространства, будут асимптотически приближаться к началу координат, то имеется асимптотическая устойчивость (рис. 10, б). Если фазовые траектории, начинающиеся внутри области η, не выходят за пределы некоторой определенной области ε, окружающей начало координат, то имеется устойчивость не асимптотическая (рис. 10, б).

Совокупность всех возможных переходных процессов в системе при любых начальных условиях называется фазовым портретом системы.

Метод фазовой плоскости используется для исследования нелинейных систем, линейная часть которых описывается дифференциальным уравнением не выше второго порядка, а нелинейный элемент может быть любым. Метод заключается в том, что из уравнений состояния исключается время и определяются уравнения фазовых траекторий. При исследовании нелинейных систем высокого порядка их аппроксимируют системами второго порядка.

Фазовые траектории линейных систем. Результаты исследований фазовых траекторий линейных систем в окрестности точек равновесия могут быть распространены на нелинейные системы, которые поддаются линеаризации. Исследуем линейную систему, описываемую уравнением:

$$\ddot{y} + a\dot{y} + by = 0. \tag{3}$$

Эта система имеет характеристическое уравнение:

$$s^2 + as + b = (s-\lambda_1)(s-\lambda_2) = 0.$$

Решение уравнения (3) при $\lambda_1 \neq \lambda_2$ имеет вид:

$$y(t) = k_1 e^{\lambda_1 t} + k_2 e^{\lambda_2 t}, \tag{4}$$

а при $\lambda_1 = \lambda_2$:

$$y(t) = k_1 e^{\lambda_1 t} + k_2 e^{\lambda_1 t}.$$

В обоих решениях константы k_1 и k_2 определяются начальными условиями. Представим уравнение (3) в виде тождественной модели в переменных состояния. Пусть $x_1 = y$, тогда:

$$\dot{x}_1 = x_2 = \dot{y}, \qquad (5)$$

$$\dot{x}_2 = -bx_1 - ax_2.$$

В соответствии с (4), при $\lambda_1 \neq \lambda_2$:

$$x_1(t) = y(t) = k_1 e^{\lambda_1 t} + k_2 e^{\lambda_2 t}, \qquad (6)$$

$$x_2(t) = \dot{y}(t) = k_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 t} + k_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 t}.$$

По этим уравнениям можем установить характер движения системы в окрестности точек равновесия на плоскости (x_1, x_2). Однако, согласно (5) система имеет только одну точку равновесия, расположенную в начале координат $x = 0$.

Рассмотрим ряд частных случаев.

Пусть λ_1 и λ_2 являются вещественными и имеют один и тот же знак. Предположим сначала, что λ_1 и λ_2 отрицательны. Согласно (6) $x_1(t)$ и $x_2(t)$ с течением времени стремятся к нулю и каждая из этих функций может изменить знак самое большее один раз. Фазовый портрет для этого случая приведен на рис. 11.2, а. Подобная точка равновесия называется устойчивым узлом.

Если λ_1 и λ_2 являются вещественными и положительными, то система неустойчива и фазовый портрет имеет вид рис. 11, б. Точка равновесия в этом случае называется неустойчивым узлом.

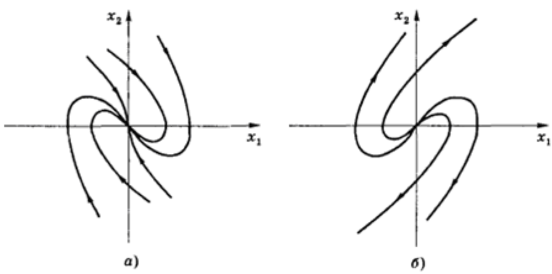


Рис. 11. Фазовый портрет для случая вещественных λ_1 и λ_2:

а — устойчивый узел; б — неустойчивый узел

Пусть λ_1 и λ_2 являются комплексными с ненулевой действительной частью $\lambda_{1,2} = \alpha \pm j\beta$. Если λ_1 и λ_2 имеют отрицательные действительные части, то фазовый портрет имеет вид, показанный на рис. 12, а, а точка равновесия в начале координат называется устойчивым фокусом. При положительной действительной части корней λ_1 и λ_2 фазовый портрет имеет вид, показанный на рис. 12, б, а точка равновесия называется неустойчивым фокусом.

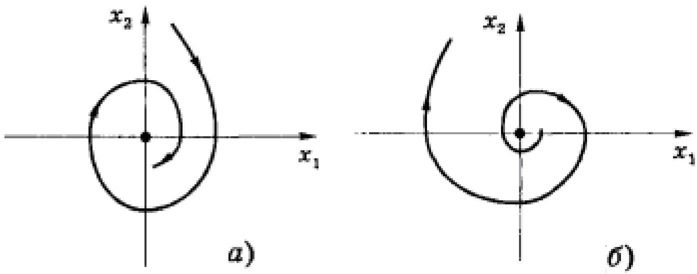


Рис. 12. Фазовый портрет для случая комплексных λ_1 и λ_2:
а — устойчивый фокус; б — неустойчивый фокус

Пусть λ_1 и λ_2 являются мнимыми, тогда фазовые траектории имеют эллиптическую форму, как показано на рис. 13. Это называется предельным циклом, а точка в начале координат называется центром или вихрем. В такой системе возникают автоколебания.

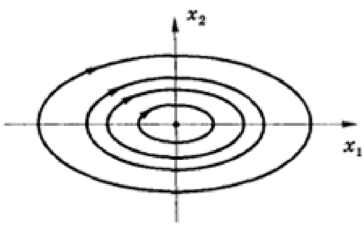


Рис. 13. Фазовый портрет для случая мнимых λ_1 и λ_2

Пусть λ_1 и λ_2 являются действительными, причем $\lambda_1 > 0$, а $\lambda_2 < 0$. Согласно (6) за исключением случая, когда $k_1 = 0$, x_1 и x_2 с течением времени неограниченно возрастают. Фазовый портрет изображен на рис. 14, а точка равновесия в начале координат называется седлом.

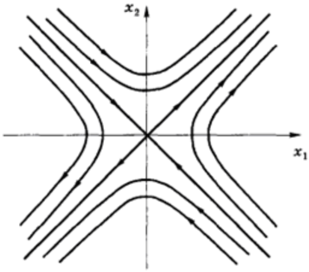


Рис. 14. Фазовый портрет для случая действительных λ_1 и λ_2 разного знака

5. Формулировка понятия устойчивости по А.М. Ляпунову

Существуют различные определения устойчивости нелинейных систем, т.к. ни одно из них не подходит под все возможные случаи. Одно из наиболее распространенных определений носит название устойчивости по Ляпунову.

Невозмущенным называется любой процесс $x_н(t)$, установившийся или переходный, устойчивость которого исследуется. Возмущенным называется процесс $x_в(t)$, полученный из невозмущенного при изменении начальных условий в области допустимых отклонений.

Невозмущенное движение (установившийся процесс) называется устойчивым, если при заданной сколь угодно малой области ε можно найти такую область η, что при начальных условиях, расположенных внутри этой области, возмущенное движение (переходный процесс) будет таким, что изображающая точка не выйдет из области ε при любом сколь угодно большом значении времени t (рис. 15).

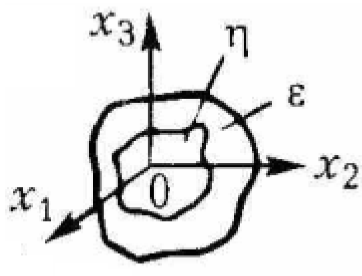


Рис. 15. Пояснение понятия устойчивости по Ляпунову

В аналитической записи формулировка понятия устойчивости по Ляпунову будет следующей: невозмущенное движение (установившийся процесс) будет устойчивым, если при заданных положительных сколь угодно малых числах ε_i можно найти такие положительные числа η_i ($i = 1,\ldots,n$), что при начальных условиях:

$$|x_{i0}| < \eta_i, \tag{7}$$

решение дифференциальных уравнений возмущенного движения (переходного процесса) удовлетворяет неравенствам:

$$|x_i(t)| < \varepsilon_i, \tag{8}$$

при любом сколь угодно большом t, начиная с некоторого $t = T > 0$.

Для этой аналитической записи можно показать геометрический образ в фазовом пространстве. Очевидно, что при ограничении начальных условий по каждой координате неравенствами (7) получается n-мерный параллелепипед со сторонами $2\eta_i$, внутри которого должна лежать начальная точка фазовой траектории M_0 ($x_{10}, x_{20}, \ldots, x_{n0}$). На фазовой плоскости ($n = 2$) он обращается в прямоугольник. Аналогично и неравенство (8) геометрически означает, что фазовые траектории не должны выходить из параллелепипеда со сторонами $2\varepsilon_i$.

В формулировке Ляпунова содержится требование сколь угодно малости указанных областей. Однако практически это определение применяется и тогда, когда эти области имеют определенные конечные размеры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. — СПб.: Изд-во «Профессия», 2003. — 752 с.

2. Дорф Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп; пер. с англ. Б.И. Копылова. — М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. — 832 с.

3. Коновалов Б.И. Теория автоматического управления: учеб. пособие / Б.И. Коновалов, Ю.М. Лебедев. — СПб.: Лань, 2010. — 224 с.

4. Паршин Д.Я. Математические основы теории управления: учеб. пособие / Д.Я. Паршин, О.Л. Цветкова. — Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2012. — 210 с.

5. Савин М.М. Теория автоматического управления: учеб. пособие / М.М. Савин, В.С. Елсуков, О.Н. Пятина; под ред. д.т.н., проф. В.И. Лачина. — Ростов н/Д: Феникс, 2007. — 469 с.

6. Солодовников В.В. Теория автоматического управления техническими системами: учеб. пособие / В.В. Солодовников, В.Н. Плотников, А.В. Яковлев. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1993. — 492 с.

7. Теория автоматического управления: учебник для вузов / С.Е. Душин, Н.С. Зотов, Д.Х. Имаев др.; под ред. В.Б. Яковлева. — 2-е изд., перераб. — М.: Высшая школа, 2005. — 567 с.

8. Филипс Ч. Системы управления с обратной связью / Ч. Филипс, Р. Харбор. — М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. — 616 с.

9. Шишмарев В.Ю. Основы автоматического управления: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / В.Ю. Шишмарев. — М.: Издательский центр «Академия», 2008. — 352 с.