ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Вычислительные системы и информационная безопасность»

Учебно-методическое пособие

по дисциплине

«Основы теории управления»

Автор
Цветкова О.Л.

Ростов-на-Дону, 2017

Аннотация

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов очной формы обучения направления 10.03.01 «Информационная безопасность», заочной формы обучения направления 09.03.02 «Информационные системы и технологии»

Автор

доцент, к.т.н., доцент кафедры «Вычислительные системы и информационная безопасность» Цветкова О.Л.

Оглавление

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА: МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Цель работы: получение навыков построения структурных схем динамических систем на основе систем дифференциальных уравнений, ознакомление с пакетом **Matlab Simulink**.

Теоретические сведения

Гидравлический резервуар

Дифференциальное уравнение процесса имеет вид (рис. 1):

$$S_1 \cdot \frac{dH}{dt} = Q - G,$$

где Q — приток воды в резервуар (входная величина) (м^3/с); G — расход воды из резервуара (внешнее воздействие) (м^3/с); H — высота столба воды в резервуаре (выходная величина) (м); S_1 — площадь резервуара (м^2); $V = Q - G$ — объем воды в резервуаре; $V = S_1 \cdot \Delta H$.

Выразим из исходного уравнения выходную величину H:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{Q - G}{S_1}, \quad H = \int \left(\frac{Q - G}{S_1} \right).$$

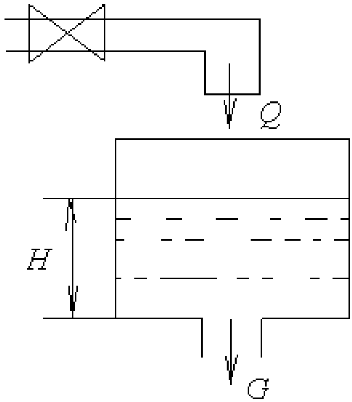


Рис. 1. Гидравлический резервуар

Двигатель постоянного тока

Двигатель постоянного тока описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\left(L\frac{d}{dt}+R\right)\cdot I=y-k_{\omega}\frac{dx}{dt},$$

$$J\frac{d^{2}x}{dt^{2}}=k_{m}I,$$

где x — угол поворота вала двигателя; y — сигнал управления (управляющее напряжение, входная величина); I — ток в цепи якоря двигателя; L, R — индуктивность и сопротивление цепи якоря двигателя; J — момент инерции двигателя; k_{ω} — коэффициент противоЭДС; k_{m} — коэффициент пропорциональности, связывающий ток и развиваемый двигателем момент.

Выходной величиной для моделируемой системы является скорость изменения угла поворота вала двигателя $\dfrac{dx}{dt}$.

Запишем исходное уравнение, используя оператор дифференцирования $p = \dfrac{d}{dt}$ (или оператор Лапласа s):

$$(Ls + R) \cdot I = y - k_{\omega} sx,$$

$$Js^2 x = k_m I,$$

отсюда выразим ток якоря:

$$I = \frac{y - k_{\omega} sx}{(Ls + R)}.$$

Произведение тока якоря на коэффициент пропорциональности представляет собой момент двигателя:

$$M_{dv} = k_m I = Js^2 x.$$

Выразим производную выходной величины — ускорение изменения угла поворота вала двигателя:

$$s^2 x = \frac{k_m I}{J}.$$

После интегрирования полученного сигнала определяется скорость изменения угла поворота вала двигателя sx.

Порядок выполнения лабораторной работы

Примечание. Лабораторная работа выполняется с использованием пакета **Matlab**.

Задание 1. Постройте структурную схему системы управления, представленной системой дифференциальных уравнений.

В пакете **Matlab Simulink** проведите моделирование работы системы при постоянном входном воздействии $X\text{вх} = \text{const}$.

Пример выполнения задания:

Построить структурную схему системы управления, представленной системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -y + g, \\ \dfrac{dy}{dt} = 4x, \\ \dfrac{dz}{dt} = y + 0{,}5z, \end{cases}$$

где g — входной сигнал; x, y — переменные системы; z — выходной сигнал.

На первом этапе необходимо представить каждое дифференциальное уравнение в виде алгебраического, путем замены $s = \dfrac{d}{dt}$, $s^n = \dfrac{d^n}{dt^n}$:

$$\begin{cases} sx = -y + g, \\ sy = 4x, \\ sz = y + 0{,}5z. \end{cases}$$

На следующем этапе выбираем уравнение, содержащее входную переменную, и реализуем его в виде структурной схемы. Каждый раз выбираем уравнение, в котором есть переменные, полученные на предыдущем шаге.

После того как реализованы все уравнения, необходимо дорисовать обратные связи, присутствующие в структуре. На последнем этапе можно выполнить простую проверку: просмотреть все ли переменные получились на выходе каких-либо звеньев. Если нет, следовательно, были пропущены уравнения и следует проверить вычисления.

В итоге получим структурную схему системы, представленную на рис. 2.

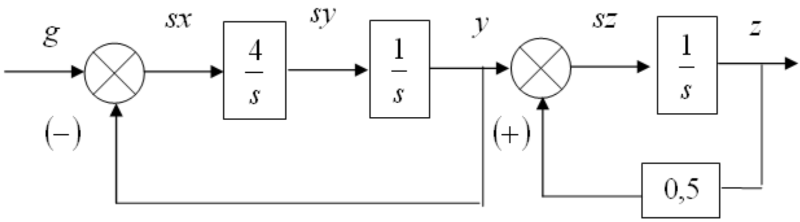


Рис. 2.

Варианты.

1., 17.

$$
\begin{cases}
T_3 \dfrac{d^2 X_3}{dt^2} + \dfrac{dX_3}{dt} = K_3 (X_{ВХ} + X_6); \\
T_2 \dfrac{dX_2}{dt} + X_2 = K_2 \delta; \\
X_{ВЫХ} = X_3 + X_4 \\
T_5 \dfrac{dX_5}{dt} + X_5 = K_5 \dfrac{dX_{ВЫХ}}{dt}; \\
\delta = -(X_5 + X_{ВЫХ}); \\
X_1 = K_1 \delta; \\
X_6 = K_6 (X_1 + X_2); \\
X_4 = K_4 X_2. \\
K_1 = 2{,}5; \quad K_2 = 1{,}5; \quad K_3 = 0{,}1; \quad K_4 = 5; \quad K_5 = 10; \quad K_6 = 20; \\
T_2 = 10c; \quad T_3 = 5c; \quad T_5 = 10c.
\end{cases}
$$

2., 18.

$$
\begin{cases}
T_3 \dfrac{d^2 X_3}{dt^2} + \dfrac{dX_3}{dt} = K_3\left(X_{ВХ} + X_2\right) \\
T_2 \dfrac{dX_2}{dt} + X_2 = K_2 X_1 \\
T_1 \dfrac{dX_1}{dt} + X_1 = K_1 \delta \\
\delta = -X_8 \\
X_8 = X_5 + X_6 \\
X_5 = K_5 \dfrac{dX_7}{dt} \\
X_6 = K_6 X_7 \\
X_7 = K_7 X_{ВЫХ} \\
X_4 = K_4 X_1 \\
X_{ВЫХ} = X_3 + X_4 \\
K_1 = 2 \quad K_2 = 5 \quad K_3 = 0{,}5 \quad K_4 = 10 \quad K_5 = 100 \quad K_6 = 0{,}02 \\
K_7 = 2 \quad T_1 = 10c \quad T_2 = 5c \quad T_3 = 2c
\end{cases}
$$

3., 19.

$$\begin{cases} T_3 \dfrac{d^2 X_3}{dt^2} + \dfrac{dX_3}{dt} = K_3 (X_{BX} + X_2); \\ X_{ВЫХ} = X_3 + X_4; \\ X_5 = K_5 \dfrac{dX_{ВЫХ}}{dt}; \\ X_6 = K_6 X_{ВЫХ}; \\ X_7 = X_5 + X_6; \\ \delta = -X_7; \\ T_1 \dfrac{dX_1}{dt} + X_1 = K_1 \delta; \\ T_2 \dfrac{dX_2}{dt} + X_2 = K_2 X_1; \\ X_4 = K_4 X_1; \\ K_1 = 2; \quad K_2 = 5; \quad K_3 = 10; \quad K_4 = 50; \quad K_5 = 0{,}01; \quad K_6 = 0{,}1; \\ T_1 = 10c; \quad T_2 = 2c; \quad T_3 = 0{,}5c. \end{cases}$$

4., 20.

$$\begin{cases} T_2 \dfrac{d^2 X_3}{dt^2} + T_1 \dfrac{dX_3}{dt} + X_3 = K_3 (X_{BX} + X_1 + X_2); \\ X_4 = K_4 X_2; \\ X_{ВЫХ} = X_3 + X_4; \\ X_7 = K_7 X_{ВЫХ}; \\ T_5 \dfrac{dX_5}{dt} + X_5 = K_5 X_7; \\ X_6 = K_6 X_7; \\ \delta = -(X_5 + X_6); \\ X_1 = K_1 {d\delta}/{dt}; \\ X_2 = K_2 \delta; \\ K_1 = 5; \quad K_2 = 10; \quad K_3 = 2; \quad K_4 = 0{,}1; \quad K_5 = 0{,}05; \quad K_6 = 7; \\ K_7 = 0{,}7c; \quad T_1 = 0{,}7c; \quad T_2 = 1c. \quad T_5 = 5c. \end{cases}$$

5., 21.

$$\begin{cases} T_2 \dfrac{dX_2}{dt} + X_2 = K_2 X_1; \\ X_3 = K_3 (X_{BX} + X_2); \\ X_1 = K_1 \delta; \\ \delta = -(X_{ВЫХ} + X_3); \\ T_5 \dfrac{d^2 X_5}{dt^2} + \dfrac{dX_5}{dt} = K_5 \delta; \\ X_6 = K_6 X_5; \\ X_{ВЫХ} = X_2 + X_6; \\ К_1 = 0{,}1; \quad К_2 = 1{,}5; \quad К_3 = 10; \quad К_4 = 5; \quad К_5 = 0{,}5; \quad К_6 = 15; \\ T_2 = 0{,}2c; \quad T_5 = 5c. \end{cases}$$

6., 22.

$$\begin{cases} T_3 \dfrac{d^2 X_3}{dt^2} + \dfrac{dX_3}{dt} = K_3 (X_{BX} + X_2); \\ T_2 \dfrac{dX_2}{dt} + X_2 = K_2 X_1; \\ T_1 \dfrac{dX_1}{dt} + X_1 = K_1 \delta; \\ \delta = -X_7; \\ X_7 = X_5 + X_6; \\ X_5 = K_5 \, dX_{ВЫХ} / dt; \\ X_6 = K_6 X_{ВЫХ}; \\ X_4 = K_4 X_1; \\ X_{ВЫХ} = X_3 + X_4; \\ К_1 = 2; \quad К_2 = 4; \quad К_3 = 0{,}1; \quad К_4 = 15; \quad К_5 = 100; \quad К_6 = 7; \\ T_1 = 0{,}5c; \quad T_2 = 2c; \quad T_3 = 5c. \end{cases}$$

7., 23.
$$\begin{cases} T_3\dfrac{dX_3}{dt}+X_3=K_3X_{ВЫХ}; \\ T_1\dfrac{dX_{ВЫХ}}{dt}=X_4; \\ X_1=K_1X_{ВХ}; \\ X_4=X_1-X_2; \\ X_{ВХ}-X_{ВЫХ}=\delta; \\ X_2=\delta+X_3; \\ K_1=2;\quad K_3=4;\quad T_1=0{,}01c;\quad T_3=0{,}5c. \end{cases}$$

8., 24.
$$\begin{cases} X_1=-K_1\delta; \\ T_3\dfrac{dX_{ВЫХ}}{dt}+X_{ВЫХ}=K_3(X_2+X_4+\delta); \\ X_4=K_4X_{ВХ}; \\ T_2\dfrac{dX_2}{dt}+X_2=K_2X_1; \\ X_{ВХ}-X_{ВЫХ}=\delta; \\ K_1=2;\quad K_2=5;\quad K_3=3;\quad K_4=8; \\ T_2=0{,}1c;\quad T_3=1c. \end{cases}$$

9., 25.
$$\begin{cases} T_1\dfrac{dX_2}{dt}+X_2=K_2(X_{ВХ}+X_1-X_4); \\ X_1=K_1(\delta-X_5); \\ X_4=K_4X_{ВЫХ}; \\ T_2\dfrac{d^2X_{ВЫХ}}{dt^2}+\dfrac{dX_{ВЫХ}}{dt}=K_3X_2; \\ X_5=K_5X_{ВЫХ}; \\ \delta=-X_5 \\ K_1=0{,}5;\quad K_2=2;\quad K_3=100;\quad K_4=0{,}02;\quad K_5=15; \\ T_1=0{,}1c;\quad T_2=2c. \end{cases}$$

10., 26.
$$\begin{cases} X_{ВЫХ} = X_{ВХ} - X_3; \\ T_3 \dfrac{dX_3}{dt} + X_3 = K_3\left(T_2 \dfrac{dX_2}{dt} + X_2\right); \\ X_2 = X_4 - X_{ВЫХ} + \delta; \\ T_4 \dfrac{dX_4}{dt} + X_4 = K_4 X_{ВЫХ}; \\ \delta = X_{ВХ} - X_{ВЫХ} \\ К_3 = 4; \quad К_4 = 7; \quad T_2 = 0{,}1c; \quad T_3 = 1c. \quad T_4 = 10c. \end{cases}$$

11., 27.
$$\begin{cases} X_1 = X_{ВХ} - X_4 + \delta; \\ X_2 = T_1 \dfrac{dX_1}{dt}; \\ X_3 = K_1 X_1; \\ X_{ВЫХ} = X_2 + X_3; \\ \delta = X_{ВХ} - X_{ВЫХ}; \\ T_2 \dfrac{dX_4}{dt} + X_4 = K_2 X_{ВЫХ}; \\ К_1 = 5; \quad К_4 = 8; \quad T_1 = 0{,}1c; \quad T_2 = 5c. \end{cases}$$

12., 28.

$$\begin{cases} T_2\dfrac{d^2X_3}{dt^2}+T_1\dfrac{dX_3}{dt}+X_3=K_3(X_{BX}+X_1+X_2); \\ X_4=K_4X_2; \\ X_{ВЫХ}=X_3+X_4; \\ T_5\dfrac{dX_5}{dt}+X_5=K_5X_{ВЫХ}; \\ T_6\dfrac{dX_6}{dt}+X_6=K_6X_{ВЫХ}; \\ X_1=K_1\, {}^{d\delta}\!/_{dt}; \\ \delta=-(X_5+X_6); \\ X_2=K_2\delta; \\ K_1=100;\quad K_2=2;\quad K_3=3;\quad K_4=0{,}1;\quad K_5=5;\quad K_6=2; \\ T_1=1c;\quad T_2=2c;\quad T_5=10c;\quad T_6=50c. \end{cases}$$

13., 29.

$$\begin{cases} X_7=X_{BX}+X_2; \\ X_{ВЫХ}=K_3(X_7+X_5); \\ X_6=K_6X_{ВЫХ} \\ T_2\dfrac{d^2X_5}{dt^2}+T_3\dfrac{dX_5}{dt}+X_5=K_5\delta; \\ T_1\dfrac{dX_4}{dt}+X_4=K_4\delta; \\ X_1=K_1\delta; \\ X_2=K_2(X_1+X_4); \\ \delta=-X_6; \\ K_1=0{,}5;\quad K_2=2;\quad K_3=150;\quad K_4=0{,}01;\quad K_5=7;\quad K_6=3; \\ T_1=0{,}2c;\quad T_2=5c;\quad T_3=2c. \end{cases}$$

14., 30

$$\begin{cases} T_2\dfrac{d^2X_3}{dt^2}+T_1\dfrac{dX_3}{dt}=K_3(X_{BX}+X_1+X_2); \\ X_4=K_4X_2; \\ X_{ВЫХ}=X_3+X_4; \\ X_7=K_7X_{ВЫХ}; \\ T_5\dfrac{dX_5}{dt}+X_5=K_5X_7; \\ T_6\dfrac{dX_6}{dt}+X_6=K_6X_7; \\ \delta=-(X_5+X_6); \\ X_1=K_1{}^{d\delta}\!/_{dt}; \\ X_2=K_2\delta; \\ K_1=0{,}1; \quad K_2=10; \quad K_3=100; \quad K_4=4; \quad K_5=5; \quad K_6=0{,}02; \\ K_7=5; \quad T_1=0{,}75c; \quad T_2=2c; \quad T_5=10c; \quad T_6=50c. \end{cases}$$

15.
$$\begin{cases} \dfrac{dX_3}{dt}=K_3(X_{BX}+X_{ВЫХ}-X_4); \\ X_4=K_4X_3; \\ \delta=-X_3; \\ T_1\dfrac{d^2X_{ВЫХ}}{dt^2}+\dfrac{dX_{ВЫХ}}{dt}=K_2(X_1-X_{ВЫХ}); \\ X_1=K_1\delta; \\ K_1=100; \quad K_2=5; \quad K_3=0{,}02; \quad K_4=0{,}1; \\ T_1=10c. \end{cases}$$

16. $$\begin{cases} X_3 = K_3\left(X_{BX} + X_2\right); \\ X_{ВЫХ} = X_2 + X_3 + X_4 + X_6; \\ T_5 \dfrac{d^2 X_5}{dt^2} + \dfrac{dX_5}{dt} = K_5 \delta; \\ X_6 = X_5 + X_4; \\ X_1 = K_1 \delta; \\ \delta = -X_{ВЫХ}; \\ T_2 \dfrac{dX_2}{dt} + X_2 = K_2 X_1; \\ x_6 = \delta + x_1; \\ K_1 = 1{,}5; \quad K_2 = 10; \quad K_3 = 150; \quad K_4 = 0{,}01; \quad K_5 = 15; \\ T_2 = 0{,}1c; \quad T_5 = 5c. \end{cases}$$

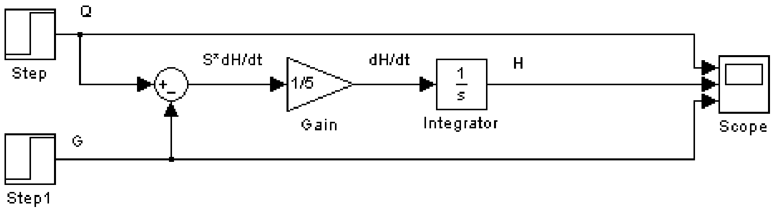
Задание 2. В пакете **Matlab Simulink** проведите моделирование работы системы гидравлический резервуар в случаях различных типов входных и возмущающих воздействий:

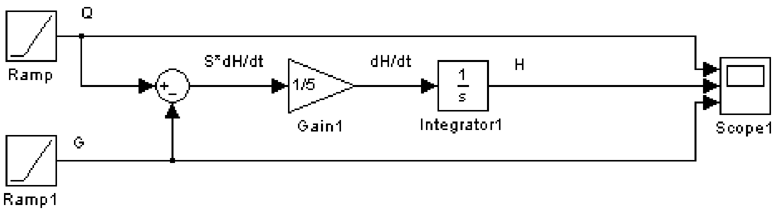
а) одиночный перепад (блок **Step** из библиотеки **Sources**);

б) входное и возмущающее воздействия представляют собой линейно нарастающее воздействие (блок **Ramp** из библиотеки **Sources**).

Сделайте выводы по результатам моделирования.

Пример выполнения задания:





Параметры блоков, формирующих входные сигналы, задайте самостоятельно произвольно, но с учетом природы процесса.

Задание 3. Постройте систему управления скоростью вращения вала двигателя. В пакете **Matlab Simulink** проведите моделирование работы системы управления в случаях различных типов входного воздействия:

а) постоянный входной сигнал (блок **Constant** из библиотеки **Sources**);

б) синусоидальный входной сигнал (блок **Sine Wave** из библиотеки **Sources**).

Сделайте выводы по результатам моделирования.

Пример выполнения задания:

Параметры двигателя постоянного тока запишите в m-файле:

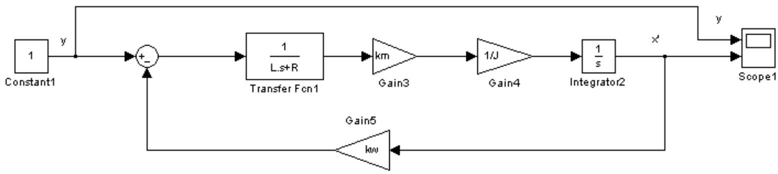
```
clear;
%МИГ 90А

M=0.286; %номинальный момент, Н*м
I=4.5; %номинальный ток, А
R=0.94; %сопротивление обмотки якоря, Ом
J=2*10^-5; %момент инерции якоря, кг*м^2
Tm=3.8*10^-3; %электромеханическая постоянная, мс
Te=0.7*10^-3; %электромагнитная постоянная, мс

L=Te*R %индуктивность цепи якоря двигателя

%коэффициент пропорциональности, связывающий ток и
%развиваемый двигателем момент
km=M/I

kw=(J*R)/(km*Tm)  %коэффициент противо ЭДС
```



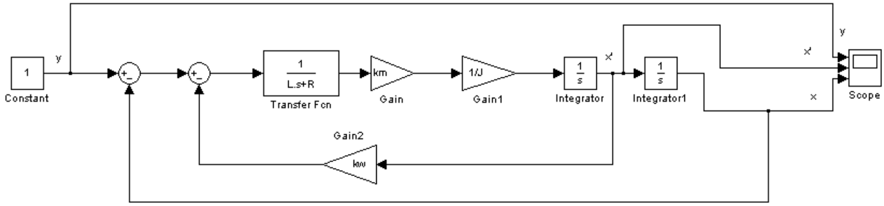
Задание 4. Постройте систему управления углом поворота вала двигателя. В пакете **Matlab Simulink** проведите моделирование работы системы управления в случаях различных типов входного воздействия:

а) постоянный входной сигнал (блок **Constant** из библиотеки **Sources**);

б) синусоидальный входной сигнал (блок **Sine Wave** из библиотеки **Sources**).

Сделайте выводы по результатам моделирования.

Пример выполнения задания:



Варианты.

Вид характеристики	Варианты			
	1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29	2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30	3, 7, 11, 15, 19, 23, 27	4, 8, 12, 16, 20, 24, 28
	Тип двигателя постоянного тока			
	МИГ-90А	МИГ-180А	МИГ-400А	МИГ-600А
Номинальная мощность, Вт	90	180	400	600
Частота вращения ω, об/мин	3 000	3 000	3 000	3000
Номинальный момент M, Н·м	0,286	0,573	1,275	1,91
Номинальный ток I, А	4,5	8,9	8,3	6,3
Сопротивление обмотки якоря R, Ом	0,94	0,4	0,76	1,4
Момент инерции якоря J, 10^{-5} кг·м^2	2,0	3,9	16	43

Электромеханическая постоянная $T_{\text{м}}$, мс (10^{-3} с)	3,8	3,0	4,5	5,4
Электромагнитная постоянная $T_{\text{э}}$, мс (10^{-3} с)	0,7	0,9	1,7	2,4
Масса m, кг	5,9	9,0	14,6	20,0

Индуктивность цепи якоря двигателя L определяется из формулы:

$$T_{\text{э}} = \frac{L}{R} \Rightarrow L = T_{\text{э}} R.$$

Коэффициент пропорциональности, связывающий ток и развиваемый двигателем момент k_m определяется из формулы:

$$M = k_m \cdot I \Rightarrow k_m = M / I,$$

где M — номинальный момент двигателя.

Коэффициент противо ЭДС k_ω определяется из формулы:

$$T_{\text{м}} = \frac{J \cdot R}{k_m \cdot k_\omega} \Rightarrow k_\omega = \frac{J \cdot R}{k_m T_{\text{м}}}.$$

Задание 5. Сделайте выводы по лабораторной работе.

Контрольные вопросы

1. Принципы построения структурных схем систем управления на основе систем дифференциальных уравнений.
2. Принципы управления.
3. Классификация систем управления.
4. Статический и динамический режимы работы систем управления.

5. Передаточная функция системы управления.
6. Нахождение передаточной функции системы на основе дифференциального уравнения.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА: ПОСТРОЕНИЕ ВРЕМЕННЫХ И ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы: получение навыков построения временных и частотных характеристик систем управления.

Порядок выполнения лабораторной работы

Примечание. Задания, помеченные звездочкой «*», выполнять по согласованию с преподавателем.

Примечание. Приведенные примеры выполнены в пакете **Mathcad**. Студенты могут использовать любой свободно распространяемый аналог (например, **SMath Studio**).

Задание 1. Запишите передаточную функцию и характеристическое уравнение системы управления, описываемой дифференциальным уравнением, указанным в индивидуальном варианте.

Пример выполнения задания:

$$y''' + 6y'' + 9y' = 16x' + 24x.$$

Переходим от дифференциального уравнения к алгебраическому, путем использования оператора дифференцирования $s = d/dt$, $s^n = d^n/dt^n$:

$$(s^3 + 6s^2 + 9s)y = (16s + 24)x.$$

Тогда передаточная функция:

$$W(s) = \frac{y}{x} = \frac{(16s + 24)}{(s^3 + 6s^2 + 9s)}.$$

Характеристическое уравнение представляет собой знаменатель передаточной функции и в данном случае имеет вид:

$$D(s) = s^3 + 6s^2 + 9s\,.$$

Задание 2. Найдите аналитические выражения и постройте графики переходного процесса $h(t)$ и весовой функции $w(t)$.

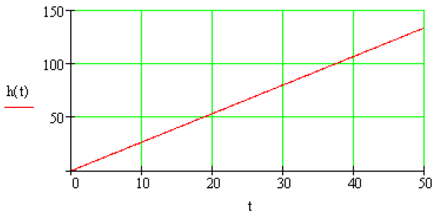
Пример выполнения задания:

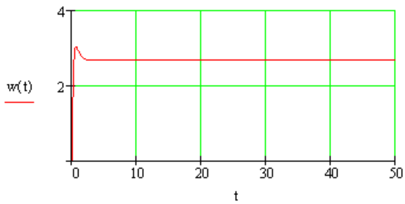
$$W(s) := \frac{16 \cdot s + 24}{s^3 + 6 \cdot s^2 + 9 \cdot s}$$

$$h(t) := \frac{1}{s} \cdot W(s) \text{ invlaplace}, s \;\rightarrow\; \frac{8}{3} \cdot t - \frac{8}{3} \cdot t \cdot \exp(-3 \cdot t)$$

$$w(t) := \frac{d}{dt} h(t) \;\rightarrow\; \frac{8}{3} - \frac{8}{3} \cdot \exp(-3 \cdot t) + 8 \cdot t \cdot \exp(-3 \cdot t)$$

$$t := 0, 0.1 \,..\, 50$$





Задание 3. Найдите анатилические выражения и постройте графики АЧХ, ФЧХ, ВЧХ, МЧХ, АФЧХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ по известной передаточной функции системы $W(s)$.

Пример выполнения задания:

$$\left|W(i\cdot\omega)\right| \rightarrow \left[\left[-144\cdot\frac{\omega^{2}}{\left[36\cdot\omega^{4}+\left(-\omega^{3}+9\cdot\omega\right)^{2}\right]}+16\cdot\omega\cdot\frac{\left(-\omega^{3}+9\cdot\omega\right)}{\left[36\cdot\omega^{4}+\left(-\omega^{3}+9\cdot\omega\right)^{2}\right]}\right]^{2}+\left[-96\cdot\frac{\omega^{3}}{\left[36\cdot\omega^{4}+\left(-\omega^{3}+9\right.\right.}\right.\right.$$

$$\arg(W(i\cdot\omega))\cdot\frac{180}{\pi} \rightarrow 180\cdot\frac{\arg\left[\frac{(16\cdot i\cdot\omega+24)}{\left(-i\cdot\omega^{3}-6\cdot\omega^{2}+9\cdot i\cdot\omega\right)}\right]}{\pi}$$

$$\mathrm{Re}(W(i\cdot\omega)) \rightarrow \frac{1}{2}\cdot\frac{(16\cdot i\cdot\omega+24)}{\left(-i\cdot\omega^{3}-6\cdot\omega^{2}+9\cdot i\cdot\omega\right)}+\frac{1}{2}\cdot\overline{\frac{(16\cdot i\cdot\omega+24)}{\left(-i\cdot\omega^{3}-6\cdot\omega^{2}+9\cdot i\cdot\omega\right)}}$$

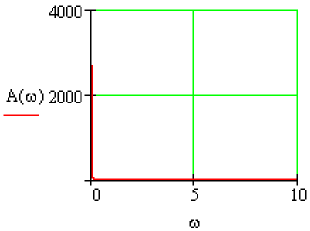
$$\mathrm{Im}(W(i\cdot\omega)) \rightarrow \frac{-1}{2}\cdot i\cdot\left[\frac{(16\cdot i\cdot\omega+24)}{\left(-i\cdot\omega^{3}-6\cdot\omega^{2}+9\cdot i\cdot\omega\right)}-\overline{\frac{(16\cdot i\cdot\omega+24)}{\left(-i\cdot\omega^{3}-6\cdot\omega^{2}+9\cdot i\cdot\omega\right)}}\right]$$

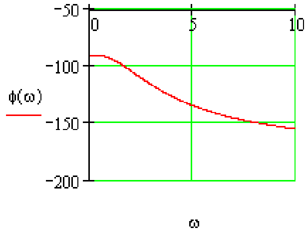
$$20\cdot\log(\left|W(i\cdot\omega)\right|) \rightarrow 20\cdot\frac{\ln\left[\left[\left[-144\cdot\frac{\omega^{2}}{\left[36\cdot\omega^{4}+\left(-\omega^{3}+9\cdot\omega\right)^{2}\right]}+16\cdot\omega\cdot\frac{\left(-\omega^{3}+9\cdot\omega\right)}{\left[36\cdot\omega^{4}+\left(-\omega^{3}+9\cdot\omega\right)^{2}\right]}\right]^{2}+\left[-96\cdot\frac{}{\left[36\cdot\omega^{4}\right.}\right.\right.\right.}{\ln(10)}$$

$\omega := 0.001, 0.01 .. 10$

$A(\omega) := \left|W(i \cdot \omega)\right|$

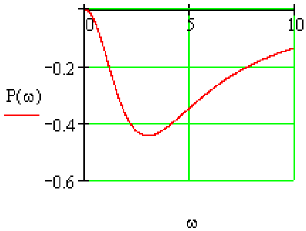
$\phi(\omega) := \arg(W(i \cdot \omega)) \cdot \frac{180}{\pi}$

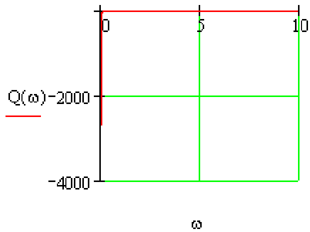


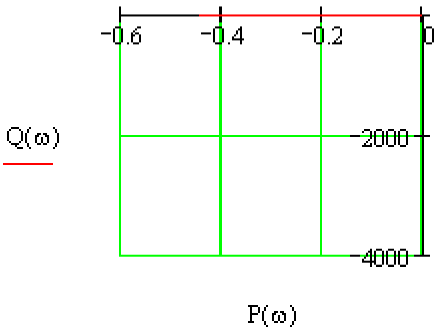


$P(\omega) := \mathrm{Re}(W(i \cdot \omega))$

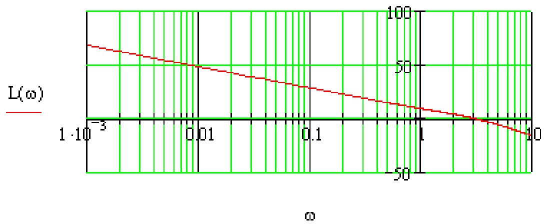
$Q(\omega) := \mathrm{Im}(W(i \cdot \omega))$

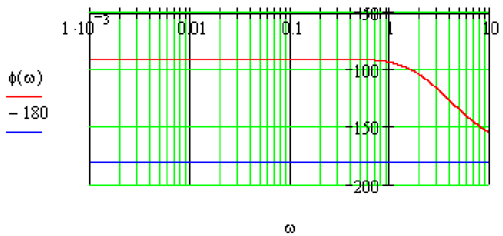






$L(\omega) := 20 \cdot \log(|W(i \cdot \omega)|)$





Задание 4. Определите сигнал $x_2(t)$ на выходе системы по известному входному гармоническому сигналу $x_1(t)$ и передаточной функции системы $W(s)$. Постройте графики входных $x_1(t)$ и выходных $x_2(t)$ сигналов системы.

Пример выполнения задания:

Определить сигнал $x_2(t)$ на выходе системы по известному входному сигналу и передаточной функции системы

$$x_1(t)=2\cdot\sin 10t, \qquad W(s)=\frac{4}{0{,}1\,s+1}.$$

Решение. Известно, что при воздействии входного сигнала $x_1(t)=X_1\sin\omega t$ на систему выходной сигнал $x_2(t)$ по истечении времени переходного процесса также будет гармоническим, но отличается от входного амплитудой и фазой

$$x_2(t)=A(\omega_1)X_1\sin(\omega t+\varphi(\omega_1)),$$

где $A(\omega_1)$, $\varphi(\omega_1)$ — значения АЧХ и ФЧХ системы на частоте входного сигнала ω_1.

По передаточной функции определяем АЧХ и ФЧХ системы, и находим их значения на частоте входного сигнала:

$$A(\omega_1 = 10) = 4/\sqrt{2}; \quad \varphi(\omega_1 = 10) = -\pi/4.$$

Тогда $$x_2(t) = \frac{8}{\sqrt{2}} \cdot \sin(10t - \pi/4).$$

$$W(s) := \frac{4}{0.1 \cdot s + 1}$$

$$x1(t) := 2 \cdot \sin(10 \cdot t)$$

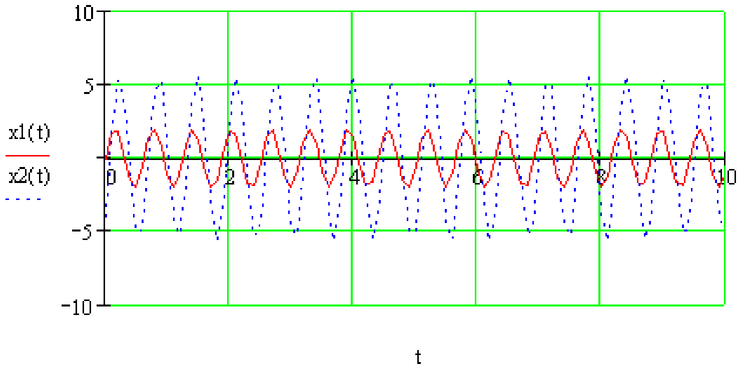
$X1 := 2 \qquad \omega 1 := 10$

$A(\omega) := |W(i \cdot \omega)| \qquad \phi(\omega) := \arg(W(i \cdot \omega))$

$A(\omega 1) = 2.828 \qquad \phi(\omega 1) = -0.785$

$t := 0, 0.1 .. 10$

$$x2(t) := A(\omega 1) \cdot X1 \cdot \sin(\omega 1 \cdot t + \phi(\omega 1))$$



Задание 5*. Используя интеграл Дюамеля, найдите реакцию $y(t)$ системы на произвольный входной сигнал $x(t)$. Постройте графики входного $x(t)$ и выходного $y(t)$ сигналов системы.

Пример выполнения задания:

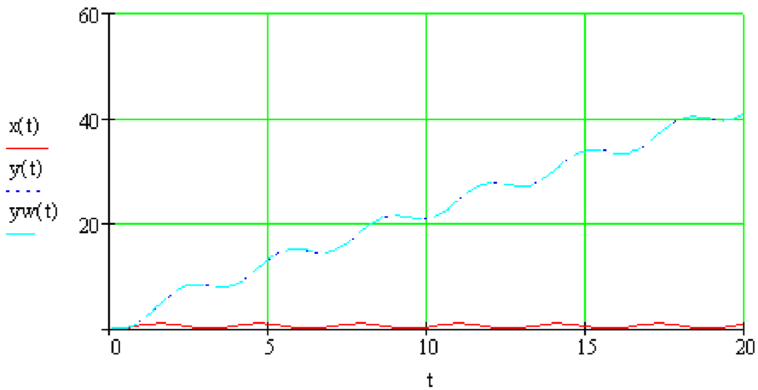
$$t := 0, 0.1 .. 20$$

$$x(t) := \sin(t)^2$$

$$x0 := x(0) \qquad y0 := 0$$

$$y(t) := x0 \cdot h(t) + \int_0^t \left(\frac{d}{d\tau} x(\tau)\right) \cdot h(t - \tau)\, d\tau + y0$$

$$yw(t) := \int_0^t x(\tau) \cdot w(t - \tau)\, d\tau$$



Задание 6. Сделайте выводы по лабораторной работе.

Варианты

№	Дифференциальное уравнение
1.	$y''' - 4y'' + 5y' - 2y = (16x' - 12x)$
2.	$y''' - y'' - y' + y = (3x' + 7x)$

3.	$y''' - 3y'' + 4y = (18x' - 21x)$
4.	$y''' - 4y'' + 4y' = (x' - x)$
5.	$y''' + y'' - y' - y = (8x' + 4x)$
6.	$y''' - 3y' + 2y = (4x' + 9x)$
7.	$y''' - y'' - 2y' = (6x' - 11x)$
8.	$y''' + 4y'' + 4y' = (9x' + 15x)$
9.	$y''' - y'' - 4y' + 4y = (7x' - 6x)$
10.	$y''' - 5y'' + 7y' - 3y = (20x' - 16x)$
11.	$y''' - 5y'' + 3y' + 9y = (32x' - 32x)$
12.	$y''' - 7y'' + 15y' - 9y = (8x' - 12x)$
13.	$y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x' + 20x)$
14.	$y''' + 2y'' - 3y' = (8x' + 6x)$
15.	$y''' - y'' - 9y' + 9y = (12x' - 16x)$
16.	$y''' + y'' - 6y' = (20x' + 14x)$
17.	$y''' - 3y'' + 2y' = (1x' - 2x)$
18.	$y''' - 2y'' + y' = (2x' + 5x)$
19.	$y''' - 5y'' + 8y' - 4y = (2x' - 5x)$
20.	$y''' + 2y'' + y' = (18x' + 21x)$
21.	$y''' - 3y' - 2y = -4x$
22.	$y''' + 4y'' + 5y' + 2y = (12x' + 16x)$
23.	$y''' + y'' - 2y' = (6x' + 5x)$

24.	$y''' - 3y'' - y' + 3y = (4x' - 8x)$
25.	$y''' + 3y'' + 2y' = (1x' - 2x)$
26.	$y''' - 4y'' + 3y' = -4x$
27.	$y''' - 6y'' + 9y' = 4x$
28.	$y''' - y'' - 5y' - 3y = -(8x' + 4x)$
29.	$y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x' + 20x)$
30.	$y''' + 6y'' + 9y' = (16x' + 24x)$

№	Входной сигнал $x_1(t)$	Входной сигнал $x(t)$
1.	$x_1(t) = 5 \cdot \sin t$	t^2
2.	$x_1(t) = 8 \cdot \sin 0{,}25t$	t
3.	$x_1(t) = 2 \cdot \sin 10t$	$1 - e^{-t}$
4.	$x_1(t) = 4 \cdot \sin 25t$	$1 - e^{-2t}$
5.	$x_1(t) = 3 \cdot \sin 4t$	$t^2 - 1$
6.	$x_1(t) = 8 \cdot \sin 0{,}25t$	$t - 1$
7.	$x_1(t) = 2 \cdot \sin 10t$	$\sin 3t$
8.	$x_1(t) = 4 \cdot \sin 25t$	$1 - e^{-2t} \sin t$
9.	$x_1(t) = 8 \cdot \sin 0{,}25t$	$2t^2 + t$
10.	$x_1(t) = 3 \cdot \sin 4t$	$t + 1$
11.	$x_1(t) = 8 \cdot \sin 0{,}25t$	t^2
12.	$x_1(t) = 5 \cdot \sin t$	t

13.	$x_1(t) = 8 \cdot \sin 0{,}25t$	$1-e^{-t}$
14.	$x_1(t) = 2 \cdot \sin 10t$	$1-e^{-2t}$
15.	$x_1(t) = 4 \cdot \sin 25t$	t^2-1
16.	$x_1(t) = 5 \cdot \sin t$	$t-1$
17.	$x_1(t) = 8 \cdot \sin 0{,}25t$	$\sin 3t$
18.	$x_1(t) = 2 \cdot \sin 10t$	$1-e^{-2t}\sin t$
19.	$x_1(t) = 4 \cdot \sin 25t$	$2t^2+t$
20.	$x_1(t) = 5 \cdot \sin t$	$t+1$
21.	$x_1(t) = 8 \cdot \sin 0{,}25t$	t^2
22.	$x_1(t) = 2 \cdot \sin 10t$	t
23.	$x_1(t) = 4 \cdot \sin 25t$	$1-e^{-t}$
24.	$x_1(t) = 5 \cdot \sin t$	$1-e^{-2t}$
25.	$x_1(t) = 8 \cdot \sin 0{,}25t$	t^2-1
26.	$x_1(t) = 2 \cdot \sin 10t$	$t-1$
27.	$x_1(t) = 4 \cdot \sin 25t$	$\sin 3t$
28.	$x_1(t) = 5 \cdot \sin t$	$1-e^{-2t}\sin t$
29.	$x_1(t) = 8 \cdot \sin 0{,}25t$	$2t^2+t$
30.	$x_1(t) = 2 \cdot \sin 10t$	$t+1$

Контрольные вопросы

1. Передаточная функция системы управления.

2. Типовые управляющие и возмущающие воздействия.
3. Понятие временных характеристик (переходной процесс, весовая функция).
4. Понятие частотных характеристик (АЧХ, ФЧХ, ВЧХ, МЧХ, АФЧХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ).

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА: ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы: освоение правил эквивалентного преобразования структурных схем систем управления.

Порядок выполнения лабораторной работы

Примечание. Лабораторная работа выполняется с использованием пакета **Matlab**.

Задание 1. Запишите эквивалентную передаточную функцию системы управления, структурная схема которой указана в индивидуальном варианте.

Задание 2. В качестве проверки правильности решения задачи выполните следующие действия:

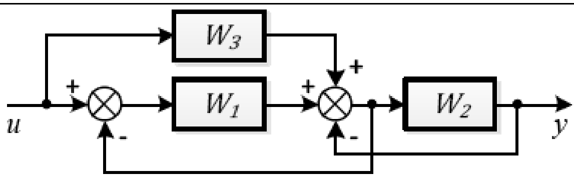
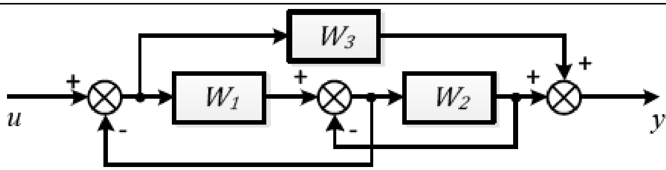
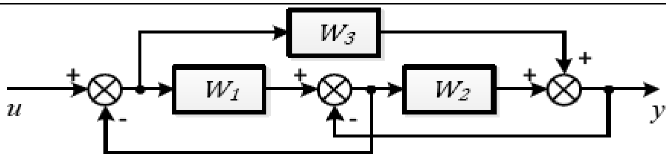
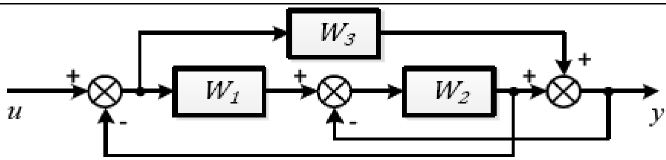
— самостоятельно произвольно задайте передаточные функции звеньев (для упрощения расчетов это можно сделать следующим образом $W_1(s)=1{,}5,\ W_2(s)=2,\ldots,\ W_n(s)=n$);

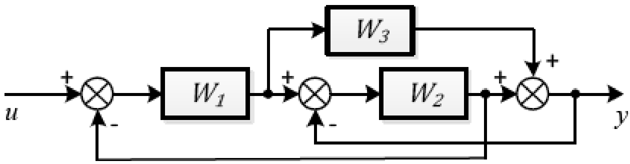
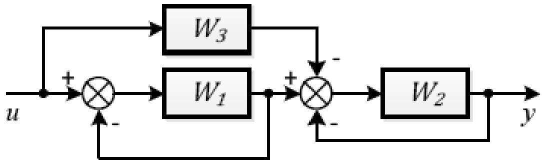
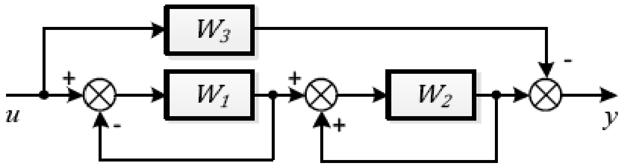
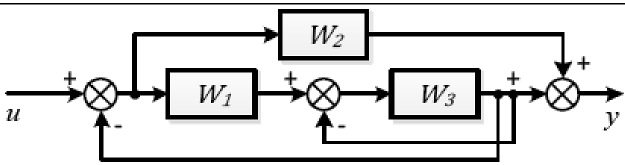
— осуществите построение исходной и эквивалентной структурных схем в пакете **Matlab Simulink**;

— сравните выходные сигналы полученных систем при подаче на вход единичного ступенчатого воздействия. В случае несовпадения выходных сигналов систем необходимо проверить правильность эквивалентных преобразований.

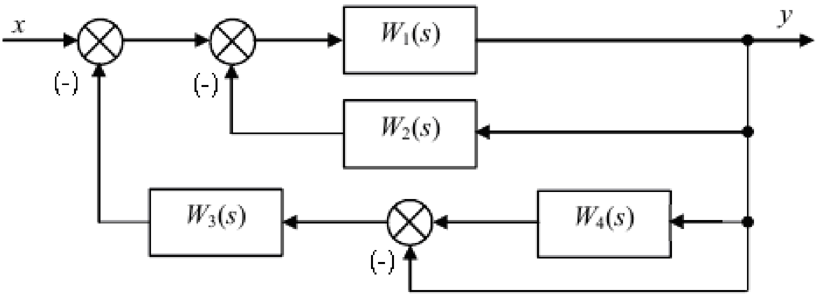
Задание 3. Сделайте выводы по лабораторной работе.

Варианты

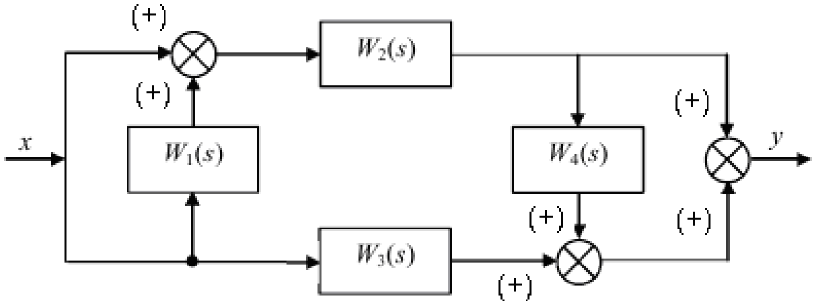
№	Исходная схема
1	
2	
3	
4	

5	W3 W1 W2 u y
6	W3 W1 W2 u y
7	W3 W1 W2 u y
8	W2 W1 W3 u y

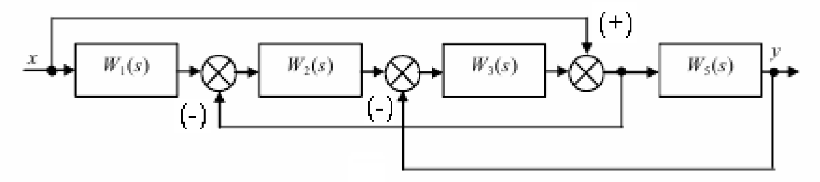
9.


x
y
W1(s)
W2(s)
W3(s)
W4(s)
(-)
(-)
(-)

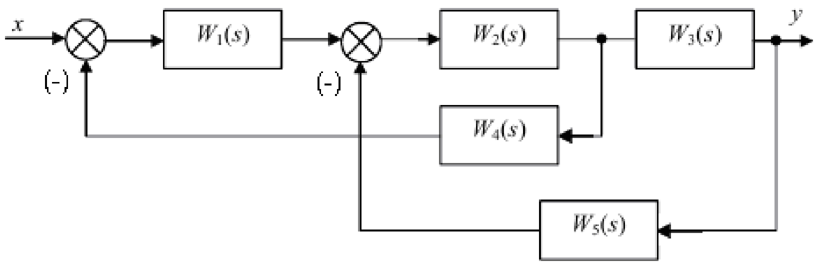
10.


(+)
$W_2(s)$
(+)
(+)
x
$W_1(s)$
$W_4(s)$
y
(+)
(+)
$W_3(s)$
(+)

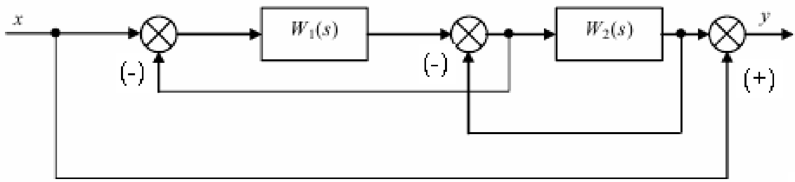
11.


(+)
x
$W_1(s)$
$W_2(s)$
$W_3(s)$
$W_5(s)$
y
(-)
(-)

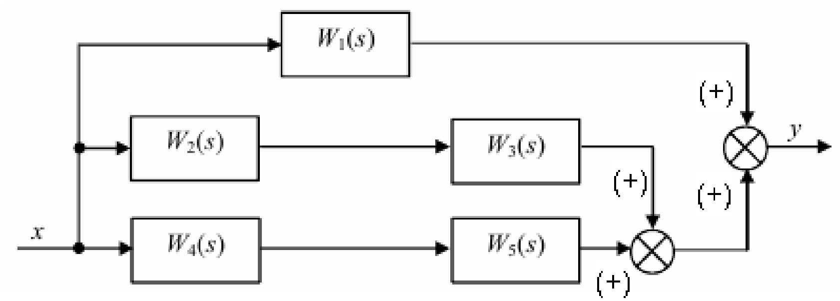
12.


x
$W_1(s)$
$W_2(s)$
$W_3(s)$
y
(-)
(-)
$W_4(s)$
$W_5(s)$

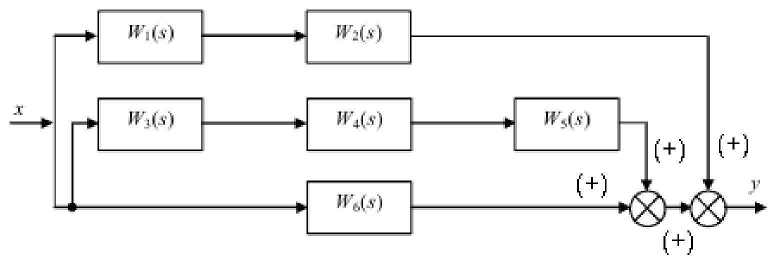
13.


x
$W_1(s)$
$W_2(s)$
y
(-)
(-)
(+)

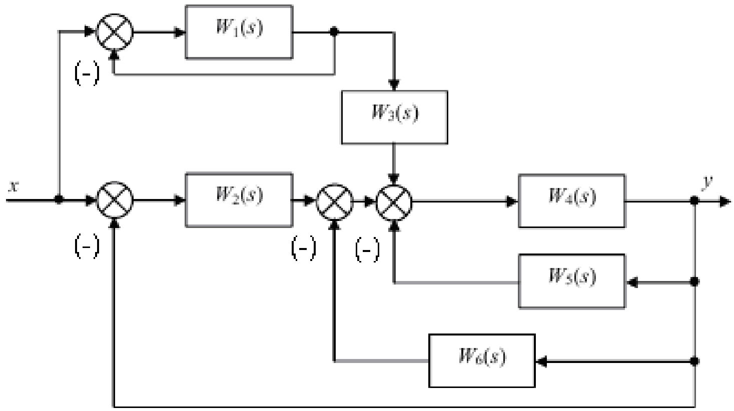
14.


W1(s)
W2(s)
W3(s)
W4(s)
W5(s)
x
y
(+)
(+)
(+)
(+)

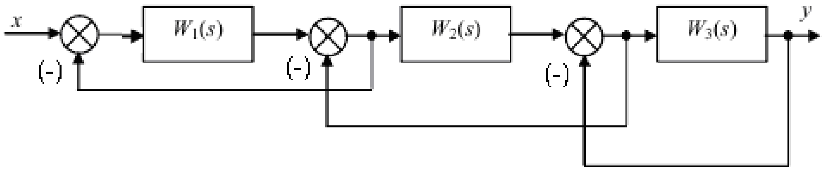
15.


W1(s)
W2(s)
W3(s)
W4(s)
W5(s)
W6(s)
x
y
(+)
(+)
(+)
(+)

16.


W1(s)
W2(s)
W3(s)
W4(s)
W5(s)
W6(s)
x
y
(-)
(-)
(-)
(-)

17.



Контрольные вопросы

1. Передаточная функция системы управления.
2. Правила эквивалентного преобразования структурных схем.