

ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Радиоэлектроника»

## РУКОВОДСТВО к выполнению курсовой работы

## по дисциплине

## «Общая теория связи»

Авторы Звездина М.Ю. Шокова Ю.А. Шоков А.В.

Ростов-на-Дону, 2014





### Аннотация

Методические указания предназначены для студентов направления 210700 очной и заочной форм обучения.

## Авторы



Зав. кафедрой «Радиоэлектроника» доктор физико-математических наук, доцент Звездина М.Ю.



Старший преподаватель кафедры «Радиоэлектроника» Кандидат физико-математических наук Шокова Ю.А.



Ассистент кафедры «Радиоэлектроника» Шоков А.В.



## оглавление

ВВЕДЕНИЕ4
1 Задание и исходные данные к курсовой работе5
1.1 Задание 5 1.2 Исходные данные
2 структура пояснительной записки и рекомендации по ее
оформлению9
3 Методические указания и основные соотношения10
3.1 Структурная схема системы электросвязи, назначение отдельных элементов       10         3.2       Анализ       статистических       характеристик       и         параметров передаваемого сообщения       14       3.3       Анализ       характеристик       и         ала Анализ       характеристик       и       параметров       аналого- цифрового преобразования сообщения       19         3.4       Характеристики       и       параметры       сигналов         модуляции       31       3.5       Характеристики       и       параметры       сигналов         з.5       Характеристики       и       параметры       сигналов       31         3.5       Характеристики       и       параметры       узкополосного         непрерывного гауссовского канала связи       36       3.6       Оценка помехоустойчивости и эффективности приема         сигналов дискретной модуляции       38       3.7       Анализ       характеристик       и       параметров       цифро-         аналогового преобразования сигналов       49       3.8       Оптимизация относительной суммарной СКП       путем         выбора ширины спектра передаваемого       сообщения       53       ЗАКЛЮЧЕНИЕ       53
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ



### введение

Целью курсовой работы является развитие у студентов, изучающих дисциплину «Общая теория связи», навыков и умений анализа помехоустойчивости и эффективности систем передачи информации, а также ознакомление студентов с цифровыми методами представления и передачи непрерывных сообщений.

Выбор темы курсовой работы обусловлен тем, что в целом ряде практических случаев встает проблема передачи непрерывного сообщения по дискретному каналу связи. Одним из возможных направлений решения данной проблемы является использование передачи непрерывного сообщения методом импульснокодовой модуляции (ИКМ).

Для облегчения выполнения курсовой работы описываются основные преобразования непрерывного сообщения, передаваемого в цифровой форме по системе связи, а также приводятся основные расчетные соотношения.



## 1 ЗАДАНИЕ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ

#### 1.1 Задание

В курсовой работе требуется выполнить следующее:

1. Изобразить структурную схему систему электросвязи и пояснить назначение ее отдельных элементов.

2. По заданной функции корреляции исходного сообщения:

2.1 Рассчитать интервал корреляции, спектр плотности мощности и начальную энергетическую ширину спектра сообщения;

2.2 Построить в масштабе графики функции корреляции и спектра плотности мощности и отметить на них найденные в п.2.1 параметры.

3. Считая, что исходное сообщение воздействует на идеальный фильтр низких частот (ИФНЧ) с единичным коэффициентом передачи и полосой пропускания, равной начальной энергетической ширине спектра сообщений:

3.1. Рассчитать среднюю квадратическую погрешность фильтрации (СКПФ) сообщения, среднюю мощность отклика (ИФНЧ), частоту и интервал временной дискретизации отклика ИФНЧ;

3.2 Качественно (с учетом найденных в п.3.1 параметров) изобразить сигналы и спектры на входе и выходе дискретизатора АЦП.

4. Полагая, что последовательность дискретных отсчетов на выходе дискретизатора далее квантуется по уровню с равномерной шкалой квантования

4.1 Рассчитать интервал квантования, пороги и уровни квантования, среднюю квадратическую погрешность квантования (СКПК);

4.2 Построить в масштабе характеристику квантования.

5. Рассматривая отклик квантователя как случайный дискретный сигнал с независимыми значениями на входе *L*-ичного дискретного канала связи (ДКС);

5.1 Рассчитать закон и функцию распределения вероятностей квантованного сигнала, а также энергию, производительность и избыточность *L*-ичного дискретного источника;

5.2 Построить в масштабе графики рассчитанных закона и



функции распределения вероятностей.

6. Закодировать значения *L*-ичного дискретного сигнала двоичным блочным примитивным кодом, выписать все кодовые комбинации кода:

6.1 Построить таблицу кодовых расстояний кода;

6.2 Рассчитать априорные вероятности передачи по двоичному ДКС символов «0» и «1», начальную ширину спектра сигнала ИКМ;

6.3 Изобразить качественно на одном графике сигналы в четырех сечениях АЦП: вход АЦП, выход дискретизатора, выход квантователя, выход АЦП.

7. Полагая, что для передачи ИКМ сигнала по непрерывному каналу связи (НКС) используется гармонический переносчик:

7.1 Рассчитать нормированный к амплитуде переносчика спектр модулированного сигнала и его начальную ширину;

7.2 Построить в масштабе график нормированного спектра сигнала дискретной модуляции и отметить на нем найденную ширину спектра.

8. Рассматривая НКС как аддитивный гауссовский канал с ограниченной полосой частот, равной ширине спектра сигнала дискретной модуляции, и заданными спектральной плотностью мощности помехи и отношением сигнал/шум:

8.1 Рассчитать приходящиеся в среднем на один двоичный символ мощность и амплитуду модулированного сигнала, дисперсию (мощность) аддитивной помехи в полосе частот сигнала, пропускную способность НКС;

8.2 Построить в масштабе четыре графика функций плотности вероятностей (ФПВ) мгновенных значений и огибающих узкополосной гауссовской помехи (УГП) и суммы гармонического сигнала с УГП.

9. С учетом заданного вида приема (детектирования) сигнала дискретной модуляции:

9.1 Рассчитать среднюю вероятность ошибки в двоичном ДКС, скорость передачи информации по двоичному симметричному ДКС, показатель эффективности передачи сигнала дискретной модуляции по НКС;

9.2 Изобразить схему приемника сигналов дискретной модуляции и коротко описать принцип его работы, пояснить случаи, когда он выносит ошибочные решения.

10. Рассматривая отклик декодера ПРУ как случайный дискретный сигнал на выходе *L*-ичного ДКС:



10.1 Рассчитать распределение вероятностей дискретного сигнала на выходе декодера, скорость передачи информации по *L*-ичному ДКС, относительные потери в скорости передачи информации по *L*-ичному ДКС;

10.2 Построить в масштабе график закона распределения вероятностей отклика декодера и сравнить его с законом распределения вероятностей отклика квантователя.

11. Полагая ФНЧ на выходе ЦАП приемника идеальным с полосой пропускания, равной начальной энергетической ширине спектра исходного сообщения:

11.1 Рассчитать дисперсию случайных импульсов шума передачи на выходе интерполятора ЦАП, среднюю погрешность шума передачи (СКПП), суммарную начальную СКП восстановления непрерывного сообщения (ССКП), относительную СКП (ОСКП);

11.2 Качественно изобразить сигналы на выходе декодера и интерполятора ЦАП, а также восстановленного сообщения на выходе системы электросвязи.

12. В виду того, что выбор начальной энергетической ширины спектра исходного сообщения не приводит к минимуму ОСКП, решить оптимизационную задачу: с помощью ЭВМ определить оптимальную энергетическую ширину спектра сообщения, доставляющую минимум относительной суммарной СКП его восстановления.

Привести график зависимости ОСКП от энергетической ширины спектра сообщения.

#### 1.2 Исходные данные

Исходные данные для расчетов приведены в таблице 1.1. Номер варианта соответствует порядковому номеру в журнале. В ней использованы следующие обозначения:

 $P_{A}=\sigma_{A}^{2}$  - мощность (дисперсия) сообщения;

eta - интенсивность смены знака в амплитуде сигнала;

*L* - число уровней квантования;

 $G_0$  - постоянная энергетического спектра шума НКС;

 $h_0^2$  - отношение сигнал/шум (ОСШ) по мощности на входе детектора.

Таблица 1.1 – Варианты исходных данных



### Общая теория связи

Nº ⊓/⊓	ИС; АЦП;		Ι	ДУ		НКС	ПРУ			
11/11	$\frac{L}{P_A}$ , $B^2$	$\alpha, c^{-1}$	Способ передачи	Частота, МГц		<i>G</i> <sub>0</sub> , Вт с	$h_0^2$	Способ приема	Номер ошибочного кода при приеме после- довательности	
				$f_0$	$f_1$				1	2
$B_A(\tau) = P_A \exp(-\beta \tau ), \ \beta = \alpha \cdot 10^3$										
1	1,0	13	AM	1,0		0,0001	14,5	КП	10	17
2	1,5	14	ЧМ	1,1	1,25	0,0010	8,5	ΗΠ	3	13
3	2,0	15	ΟΦΜ	1,2		0,0028	4,3	CΦ	4	18
4	2,5	16	AM	1,3	1.45	0,0002	15,0	ΗΠ	3	23
5	3,0	17	ЧМ	1,4	1,45	0,0011	9,0	КП	3	19
$B_A(\tau) = P_A(1+\beta \tau )\exp(-\beta \tau ), \ \beta = \alpha \cdot 10^3$										
6	1,2	29	AM	1,6		0,0003	15,5	КП	16	17
7	1,7	30	ЧМ	1,7	1,85	0,0012	9,5	ΗΠ	10	12
8	2,2	31	ОФМ	1,8		0,0030	4,6	СП	11	20
9	2,7	32	AM	1,9	2.05	0,0004	16,0	ΗΠ	4	17
10	3,2	33	ЧМ	2,0	2,05	0,0013	10,0	КП	14	20



## 2 СТРУКТУРА ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ И РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ЕЕ ОФОРМЛЕНИЮ

2.1 Структура пояснительной записки к курсовой работе и последовательность изложения выполнения должны быть следующими.

1. Введение.

2. Содержание пояснительной записки с указанием страниц.

3. Остальные расчеты, приведенные в разделе 1.

4. Заключение.

5. Список использованных источников.

2.2 При оформлении пояснительной записки необходимо пользоваться ГОСТ Р 7.0.5-2008 «Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления » [1].

В пояснительной записке все пункты выполнения курсовой работы должны располагаться в той же последовательности, которая приведена в п.1, иметь ту же нумерацию и те же заголовки.

Все выкладки должны подкрепляться расчетами. Результаты расчетов оформляются в виде таблиц, рисунков и чертежей. Таблицы и рисунки должны нумероваться и иметь соответствующие названия в соответствии со стандартом. На графиках должны быть четко обозначены координатные оси и указаны масштабы.

В пояснительной записке должны присутствовать введение и заключение. Во введении формулируются цели курсовой работы с учетом ее содержания. Заключение должно содержать краткое обсуждение полученных расчетных соотношений, графиков и т.д., сопоставление результатов расчетов с теоретическими положениями и суждения по поводу соответствия результатов исходным данным.

Список использованных источников оформляется в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5-2008 [1]. В тексте работы должны быть ссылки на приводимую в списке литературу.

Курсовая работа оформляется на стандартных листах А4, текст располагается на одной стороне листа. Страницы должны быть пронумерованы.

Для построения временных диаграммы сигналов на всех этапах прохождения сигнала по системе связи использовать программу KursSTUD.xmcd.



### З МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

## 3.1 Структурная схема системы электросвязи, назначение отдельных элементов

При проведении расчетов по курсовому проектированию в соответствии с заданием, приведенным в п.1.1, на первом этапе исследований необходимо изобразить схему системы передачи и дать краткие пояснения по работе каждого элемента системы.

Непрерывное сообщение A(t), наблюдаемое на выходе источника сообщений (ИС), представляет собой реализацию стационарного гауссовского случайного процесса с нулевым средним и известной функцией корреляции  $B_A(t)$ . Данное сообщение передается в цифровом виде в системе электросвязи, представленной на рисунке 3.1.

В передающем устройстве (ПДУ) системы на основе аналого-цифрового преобразования (АЦП) сообщение преобразуется в первичный цифровой сигнал импульсно-кодовой модуляции (ИКМ), который модулирует один из информационных параметров высокочастотного гармонического переносчика. В результате формируется канальный сигнал S(t) дискретной амплитудной (ДАМ), дискретной частотной (ДЧМ) или дискретной относительной фазовой модуляции (ДОФМ).

Сигнал дискретной модуляции передается по узкополосному гауссовскому непрерывному каналу связи (НКС), в котором действует аддитивная помеха n(t).

В приемном устройстве (ПРУ) системы принятая смесь сигнала и помехи Z(t) = S(t) + n(t) подвергается при детектировании либо когерентной (КП), либо некогерентной (НП) обработке с последующим поэлементным принятием решения методом однократного отсчета. Прием сигналов ДОФМ осуществляется либо методом сравнения фаз (СФ), либо методом сравнения полярностей (СП).





Рисунок 3.1 – Схема системы электросвязи [2, 3]

Восстановление (оценка) передаваемого сообщения по принятому с искажениями сигналу ИКМ осуществляется на основе цифро-аналогового преобразования (ФАП) и последующей низкочастотной фильтрацией (ФНЧ).

Таким образом, система электросвязи включает следующие элементы:

**Источник сообщений** (ИС) – это некоторый объект или система, информацию о состоянии или поведении которого необходимо передать на некоторое расстояние. Причем под объектом или системой подразумевают человека, ЭВМ, автоматическое устройство или что-либо другое. Передаваемая от ИС информация является непредвиденной (детерминированной) для получателя.



В связи с этим количественную меру передаваемой информации выражают через статистические (вероятностные) характеристики сообщений (сигналов).

Сообщение – физическая форма представления информации.

В передающем устройстве (ПДУ) сообщение A(t) вначале фильтруется с целью ограничения его спектра некоторой верхней частотой F<sub>e</sub>. Это необходимо для эффективного представления виде последовательности отклика ФНЧ x(t)В отсчетов  $x_k = x(t_k = kT)$ , k = 0, 1, 2, ..., наблюдаемых на выходе дискретизатора. Следует отметить, что фильтрация связана с внесением погрешности  $\mathcal{E}_{\phi}(t)$ , отображающей те часть сообщения, которая подавляется ФНЧ. Далее отсчеты  $x_k$  квантуются по уровню. Процесс квантования связан с нелинейным преобразованием непредискретнозначные  $x_{k}^{(n)}$ в рывнозначных отсчетов  $X_{k}$  $n = \overline{0, L - 1}$ , что также привносить погрешность, называемую погрешностью (шумом) квантования  $\mathcal{E}_{a}(t)$ . Квантованные уровни  $y_{k} = x_{k}^{(n)}$  затем кодируются двоичным безызбыточным кодом.

Последовательность кодовых комбинаций  $\{ec{b}_k^{(n)}\}$  образует сигнал ИКМ, который подводится к модулятору – устройству, предназначенному для согласования источника сообщений с используемой линией связи. Модулятор формирует канальный сигнал  $S(t,b_i)$ , который представляет собой электрическое или электромагнитное колебание, способное распространяться по линии связи и однозначно связанное с передаваемым сообщением (в данном случае сигналом ИКМ). Сигнал  $S(t, b_i)$  создается в результате модуляции – процесса изменения одного или нескольких параметров переносчика по закону модулирующего ИКМ сигнала. При использовании гармонического переносчика  $u(t) = U_0 \cos(2\pi f_n t + \varphi_0)$  различают сигналы амплитудной (АМ), частотной (ЧМ) и фазовой (ФМ) модуляции.

Для предотвращения внеполосных излучений в одноканальной или при организации многоканальной связи, а также для установления требуемого отношения сигнал /шум (ОСШ) на входе



#### Общая теория связи

приемника канальный сигнал фильтруется и усиливается в выходных каскадах ПДУ.

Сигнал S(t) с выхода ПДУ поступает в линию связи, где на него накладывается помеха n(t). На вход ПРУ воздействует смесь Z(t) = S(t) + n(t) переданного сигнала и помехи. Здесь во входных каскадах ПРУ принятый сигнал фильтруется и подается на детектор.

При демодуляции из принятого сигнала  $\tilde{S}(t,\tilde{b}_i)$  выделяется закон изменения информационного параметра, который в нашем случае пропорционален сигналу ИКМ. При этом для опознавания переданных двоичных символов на выход демодулятора подключается решающее устройство (РУ). При передаче по ДКС двоичных сигналов  $b_i = 0$  или 1, i = 0,1, наличие помех в НКС приводит к неоднозначным решениям (ошибкам) РУ, что, в свою очередь, вызывает несоответствие переданных  $\vec{b}_k^{(n)}$  и принятых  $\tilde{b}_i$  кодовых комбинаций.

Наконец, для восстановления переданного непрерывного сообщения A(t), принятые кодовые комбинации подвергаются декодированию, интерполяции и низкочастотной фильтрации. При этом в декодере по двоичным кодовым комбинациям восстанавливаются *L*-ичные уровни  $\widetilde{x}_{k}^{(m)}$ ,  $m = \overline{0, L-1}$ , k = 0, 1, 2, ...

Наличие ошибок в двоичном ДКС приводит к ошибкам передачи в *L*-ичном ДКС и, соответственно, к возникновению шума передачи  $\varepsilon_n(t)$ . Совокупное действие погрешности фильтрации, шумов квантования и передачи приводит к неоднозначности между переданными и принятыми сообщениями:  $A(t) \neq \widetilde{A}(t)$ .

В системах передачи непрерывных сообщений верность (качество) передачи считается удовлетворительным, если минимальная суммарная относительная СКП восстановления не превосходит допустимую, т.е.  $\delta_{\Sigma,\min} \leq \delta_{\partial on}$ . Для разработки оптимальной системы важно найти  $\delta_{\Sigma,\min}$ .

Таким образом, структурная схема системы электросвязи включает следующие элементы:

*Источник сообщения* – это некоторый объект или система, информацию о состояние которой необходимо передать.



#### Общая теория связи

**ФНЧ** – фильтр нижних частот, ограничивает спектр сигнала верхней частотой  $F_{e}$ .

**Дискретизатор** – представляет отклик ФНЧ в виде последовательности отсчетов  $x_{i}$ .

**Квантователь** – преобразует отсчеты в квантовые уровни  $\chi_{\iota}^{(n)}$ .

**Кодер** — кодирует квантованные уровни двоичным безызбыточным кодом, т. е. формирует последовательность комбинаций ИКМ  $\vec{b}_k^{(n)}$ .

**Модулятор** – формирует сигнал, амплитуда, частота или фаза которого изменяются в соответствии с сигналом  $b_{\iota}^{(n)}$ .

**Выходное устройство ПДУ** – осуществляет фильтрацию и усиление модулированного сигнала для предотвращения внеполосных излучений и обеспечения требуемого отношения сигнал/шум на входе приемника.

**Линия связи** – среда или технические сооружения, по которым сигнал поступает от передатчика к приемнику. В линии связи на сигнал накладывается помеха.

*Входное устройство ПРУ* – осуществляет фильтрацию принятой смеси – сигнала и помехи.

**Детектор** – преобразует принятый сигнал в сигнал ИКМ  $b_i$ .

**Декодер** – преобразует кодовые комбинации в импульсы.

*Интерполятор и ФНЧ* восстанавливают непрерывный сигнал из импульсов – отсчетов.

**Получатель** – некоторый объект или система, которому передается информация.

## 3.2 Анализ статистических характеристик и параметров передаваемого сообщения

Данный подраздел описывает основные соотношения, используемые для нахождения статистических характеристик исходного сообщения (пункт 1 из подраздела 1.2 задания на проектирования).

Исходное непрерывное сообщение A(t) представляет собой стационарный гауссовский случайный процесс с нулевым ма-



#### Общая теория связи

тематическим ожиданием ( $\overline{A} = M\{A\} = 0$ ), где M – математическое ожидание; а черта сверху означает статистическое усреднение по множеству реализаций, мощность сигнала сообщения определяется выражением [3, 4]

$$P_A = M\{(A - \overline{A})^2\} = \sigma_A^2.$$

Функция корреляции для него определяется соотношением [2-5]:

 $B_A(\tau) = M\{(A(t) - \overline{A})(A(t + \tau) - \overline{A})^2\}.$ 

Функция корреляции является заданной величиной, конкретные выражения для которой зависят от номера варианта и приведены в таблице 1.1.

Гауссовский (нормальный) случайный процесс в любой момент времени характеризуется одномерной ФПВ следующего вида [4, 5]:

$$W_A(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_A}} \exp\left(-\frac{(x-\overline{A})^2}{2\sigma_A^2}\right), \quad -\infty < x < \infty.$$
(3.1)

Во временной и спектральной областях стационарный случайный процесс определяется соответственно функцией корреляции  $B_A(\tau)$  и спектром плотности мощности или энергетическим спектром  $G_A(\omega)$ , где  $\omega = 2\pi f$ . Указанные характеристики связаны парой преобразований Винера-Хинчина [2, 3]:

$$G_A(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B_A(\tau) \exp(-j\omega\tau) d\tau, \qquad (3.2a)$$

$$B_A(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_A(\omega) \exp(j\omega\tau) d\omega. \qquad (3.26)$$

По известным функциям  $G_{\!\scriptscriptstyle A}(\omega)$  и  $B_{\!\scriptscriptstyle A}(\tau)$  находят такие параметры, как

- энергетическая ширина спектра [2, 3]

$$\Delta \omega_0 = 2\pi \Delta f_0 = \frac{\int_0^{\infty} G_A(\omega) d\omega}{G_{\text{max}}}, \qquad (3.3a)$$

- интервал корреляции [2, 3]



$$\tau_k = \frac{\int\limits_0^\infty B_A(\tau) \,\mathrm{d}\,\tau}{B_A(0)}.$$
(3.36)

В соотношении (3.3а)  $G_{\max}$  - максимальное значение энергетического спектра.

При нахождении интервала корреляции  $au_k$  для заданных значений функций корреляции  $B_A( au)$  рекомендуется использовать известные значения первообразных [6]:

$$\int \exp(ax) dx = \frac{1}{a} \exp(ax), \quad \int x \exp(ax) dx = \frac{\exp(ax)}{a^2} (ax-1).$$

При нахождении энергетического спектра  $\Delta \omega_0$  при взятии интегралов вида необходимо использовать значения первообразной [6]:

$$\int \exp(ax)\cos(bx) \, \mathrm{d}\, x = \frac{\exp(ax)}{a^2 + b^2} \left(a\cos bx + b\sin bx\right).$$

При расчетах энергетического спектра  $\Delta \omega_0$  для второго варианта функции корреляции необходимо произвести предварительные преобразования:

$$\int x \exp(ax) \cos(bx) dx = \int x \exp(ax) \frac{\exp[jbx] + \exp[-jbx]}{2} dx =$$
$$= \frac{1}{2} \int x \exp[(a+jb)x] dx + \int x \exp[(a-jb)x] dx,$$

а затем использовать первообразные, приведенные в абзаце, относящемся к интервалу корреляции.

Для нахождения величины  $G_{\max}$  необходимо, во-первых, вычислить производную полученной функции плотности спектра  $G_A$  по аргументу  $\omega$  и, во-вторых, приравняв полученное выражение нулю, найти значение  $\omega$ , при котором оно выполняется. После этого подставить полученное значение  $\omega$  в выражение для  $G_A$ . В пояснительной записке необходимо привести основные этапы вычислений интервала корреляции и величины энергетического спектра. Для контроля вычислений в таблице 3.1 приведены значения, полученные на предварительных этапах вычислений на всех этапах курсовой работы.



#### Общая теория связи

Таблица 3.1 –	Промежуточные результа	аты на этапе 2.1					
	Вид корреляционной функции						
Параметр	$B_A(\tau) = P_A \exp(-\beta  \tau )$	$B_A(\tau) = P_A(1 +$					
		$+\beta \tau )\exp(-\beta \tau )$					
Спектр плот-							
ности мощ-							
ности или	JP B	$A B B^3$					
энергетиче-	$\frac{2\Gamma_A \rho}{2\rho^2}$	$\frac{4r_A\rho}{r_A^2}$					
ский спектр	$\omega^2 + \beta^2$	$(\omega^2 + \beta^2)^2$					
$G_{_{\!\!A}}(\omega)$ ,							
$B^2c$							
Интервал							
корреляции	$1/\beta$	$2/\beta$					
$ au_k$ , C							
Начальная							
энергетиче-							
ская ширина	$\pi\beta$	$\pieta$					
спектра со- общения	2	4					
$\Delta arphi_0$ , рад Гц							

При построении графиков функций (п.2.2 из подраздела 1.2) необходимо выбирать следующие параметры координатных осей:

- для функции корреляции исходного сигнала интервал изменения аргумента *x* выбирать в пределах  $-1.5\tau_{\kappa} \le x \le 1.5\tau_{\kappa}$ ;

- для спектра мощности исходного сигнала интервал изменения частоты выбрать  $0 \le \omega \le 1.25 \Delta \omega_0$ .

Величины  $\tau_k$  и  $\Delta \omega_0$  должны быть показаны на графике вертикальными штриховыми линиями. Примеры зависимостей изменения функции корреляции вида  $B_A(\tau) = P_A \exp(-\beta |\tau|)$  и связанной с ней спектральной мощности приведены на рисунках 3.2, *а*, *б*.





Рисунок 3.2 – Примеры графиков функции корреляции и спектра плотности мощности исходного сигнала



#### 3.3 Анализ характеристик и параметров аналогоцифрового преобразования сообщения

3.3.1 Перейдем к соотношениям, описывающим работы аналого-цифрового преобразователя (п.3-5 задания на проектирование).

Передача получателю непрерывного сообщения осуществляется с использованием дискретной системы связи. В процессе подготовки к передаче сообщение подвергается преобразованию в цифровую форму, в поток двоичных символов: нулей и единиц. Преобразование выполняет аналого-цифровой преобразователь в три этапа [2, 3]:

- производится дискретизация сообщения с постоянным шагом, т.е. получение непрерывных отсчетов;

- квантование отсчетов с постоянным шагом;

- сопоставление каждому полученному уровню квантования его номера – числа, записанного в двоичной системе счисления.

В результате на выходе АЦП формируется сигнал импульсно-кодовой модуляции (ИКМ).

3.3.2 Рассмотрим более подробно работу АЦП. До входа в АЦП в соответствии со схемой, приведенной на рисунке 3.1, осуществляется фильтрация сигнала с использованием идеального фильтра низких частот. При этом следует отметить, что фильтрация в данном случае представляет собой линейный процесс. В связи с этим отклик X(t) ФНЧ на гауссовское воздействие будет таким же гауссовским случайным процессом с нулевым математическим ожиданием ( $\overline{X} = M\{X(t)\} = 0$ ) и мощностью, определяемой из соотношения [2, 3]:

$$P_X = \sigma_X^2 = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\Delta \omega_0} G_A(\omega) d\omega. \qquad (3.4)$$

В выражении (3.4) учтено, что амплитудно-частотная характеристика идеального ФНЧ равна единице в полосе пропускания и нулю вне этой полосы. Кроме того, его полоса принята равной энергетической ширине спектра сообщения  $\Delta \omega_{npon} = \Delta \omega_0$ . Это говорит о том, что отклик ИФНЧ является ограниченным по спектру сообщением. В нем не содержатся составляющие исходного сообщения на частотах  $\Delta \omega_{npon} = \Delta \omega_0$ . Количественно данные потери при фильтрации сообщения характеризуют средней квадратической погрешностью фильтрации

Общая теория связи

(СКПФ) [2, 3]:

$$\overline{\varepsilon}_{\phi}^{2} = \frac{1}{\pi} \int_{\Delta\omega_{0}}^{\infty} G_{A}(\omega) d\omega = P_{A} - P_{X}.$$
(3.5)

При нахождении выражения для вычисления интеграла из (3.4) следует воспользоваться видом первообразных функций, приведенных в п.3.2. В пояснительной записке необходимо привести вывод получаемого аналитического соотношения. Окончательные выражения для двух видов корреляционной функции, используемых в задании на курсовое проектирование, приведено в таблице 3.2.

таолица 5.2 – промежуточные результаты на этапе 5.1						
	Вид корреляционной функции					
Параметр	$B_A(\tau) = P_A \exp(-\beta  \tau )$	$B_A(\tau) = P_A(1 +$				
		$+\beta \tau )\exp(-\beta \tau )$				
Средняя		$2P$ (A $\omega$ )				
мощность		$\frac{2T_A}{2}$ arctg $\frac{\Delta \omega_0}{2}$ +				
отклика иде-	$\frac{2P_A}{\Delta \omega_0}$ arctg $\left  \frac{\Delta \omega_0}{\Delta \omega_0} \right $	$\pi$ ( $\beta$ )				
ального ФНЧ	$\pi  (\beta)$	$+\frac{2P_{A}\beta}{\Delta\omega_{0}}$				
$P_X(\omega), B^2$		$\pi  \overline{\Delta \omega_0^2 + \beta^2}$				

Таблица 3.2 – Промежуточные результаты на этапе 3.1

3.3.3 Теоретической основой дискретизации, выполняемой АЦП, является теорема отсчетов [2, 3], в соответствии с которой любая непрерывная функция x(t), ограниченная по спектру верхней частотой  $F_{\rm B}$ , может быть точно представлена последовательностью своих отсчетов  $x_k = x(t_k = kT)$ , взятых в моменты времени  $t_k = kT$ , кратные интервалу дискретизации [2, 3]:

$$T \le \frac{\pi}{\omega_{\scriptscriptstyle B}} = \frac{1}{2F_{\scriptscriptstyle B}}.$$
(3.6)

По условию технического задания на курсовую работу отклик x(t) идеального ФНЧ удовлетворяет данной теореме. В связи с этим его можно преобразовать из аналоговой формы x(t) в



#### Общая теория связи

дискретно-аналоговую  $\{x_k\}$  с частотой дискретизации [2, 3]:

$$f_{\pi} = \frac{1}{T} \ge 2F_{\rm B} = 2\Delta f_0 = \frac{2\Delta\omega_0}{\pi}.$$
 (3.7)

Примеры временной диаграммы исходного сигнала, описываемого соотношением  $S(t) = P_A \cos(2\pi f_0 \cdot 10^{-3} t)$ , импульсной последовательности дискретизирующих импульсов и исходного сигнала после дискретизации приведены на рисунке 3.3.





Импульсная последовательность дискретизатора



Сигнал на выходе дискретизатора 1.2 ч. Sgdj1 0.4 Sgj1 - 0.4 -12  $-2_{100}$ 0 100 200 300 400 500 600 700 800 900 j1

⊥ Сигнал после дискретизатора







Следует отметить, что на временных диаграммах учтено 8 периодов дискретизации T.

Примеры получаемых спектров мощности сигнала до и после дискретизации показаны на рисунке 3.4.



Штриховой линией показано распределение спектральной мощности исходного сигнала, а сплошной линией - сигнала после дискретизации. Вертикальная штриховая линия иллюстрирует границу энергетического спектра  $\Delta \omega_0$  исходного сигнала.

3.3.4 Рассмотрим работу квантователя, входящего в состав АЦП (пункт 4 задания на проектирование). При этом учтем, что на выходе дискретизатора в момент  $t_k$  импульсы могут принимать бесчисленное множество значений из ограниченного или неограниченного диапазона  ${\rm III}_{\rm X} = x_{\rm max} - x_{\rm min}$ , называемого шкалой сообщения. Величина диапазона квантования определяется с использованием гипотезы о нормальном законе распределения случайной величины – передаваемого сигнала.

На рисунке 3.5, *а* показаны временная диаграмма дискретизированного исходного сигнала (справа) и график изменения функции плотности вероятности случайной величины (слева). Пунктирными линиями указаны уровни, соответствующие величине, кратной  $\sigma = \sqrt{P_X}$ , а точками – равномерно распределенные значения порогов квантования.







Рисунок 3.5 - Выбор величины интервала квантования

В результате такого равномерного квантования с шагом  $\Delta q$  указанный диапазон разбивается на конечное число уровней квантования  $x^{(n)}$ ,  $n = \overline{0, L-1}$  учтем, что с вероятностью 0,997 гауссовский случайный процесс находится в диапазоне  $\amalg_X = 6\sigma_X = 6\sqrt{P_X}$  [4, 5]. Если в этом диапазоне разместить L-2 уровня, а два уровня отвести на области вне этого диапазона, т.е.  $x < x_{\min}$  и  $x > x_{\max}$ , то шаг квантования можно рассчитать по формуле [2, 3]:

$$\Delta q = \frac{6\sigma_x}{L-2} = \frac{6\sqrt{P_x}}{L-2}.$$
(3.8)

Пороги квантования можно найти с использованием выражения [2, 3]:



Общая теория связи

$$h^{(n)} = 3\sqrt{P_X} \left( \frac{n-1}{0.5L-1} - 1 \right), \qquad n = \overline{1, L-1}.$$
 (3.9)

Крайние пороги определяются соотношением [2, 3]:

$$h^{(0)} = -\infty, \qquad \qquad h^{(L)} = \infty.$$

Уровни квантования в простейшем случае определяются выражениями [2, 3]:

$$x^{(n)} = \frac{h^{(n+1)} + h^{(n)}}{2} = x^{(0)} + n\Delta q, \qquad (3.10a)$$

$$x^{(0)} = -\frac{\Delta q}{2} (L - 1).$$
(3.106)

На рисунке 3.5, б приведена зависимость характеристики квантования (справа). Для расчета уровней квантования использованы соотношения (3.10). Слева на данном рисунке приведена функция плотности вероятности случайной величины. Как и ранее на рисунке 3.5, а, пунктирными линиями показаны уровни, соответствующие кратным значениям среднеквадратического отклонения случайной величины – исходного сигнала.

Таким образом, правило квантования отсчетов  $x_k$  состоит в следующем: если входной отсчет попадает в интервал  $h^{(n)} < x \le h^{(n+1)}$ , то отклик квантователя  $y_k$  принимает значение  $x_k^{(n)}$ .

В процессе квантования образуется специфическая погрешность  $\mathcal{E}_{q,k} = y_k - x_k$ , называемую шумом квантования [2, 3]. Для вычисления мощности шума квантования (среднеквадратической погрешности квантования (СКПК)), необходимо использовать соотношение [2, 3]:

$$\overline{\varepsilon}_{q}^{2} = M\{(X_{k} - Y_{k})^{2}\} = P_{X} - 2B_{XY} + P_{Y}, \qquad (3.11)$$

где  $P_{X}$ ,  $P_{Y}$  - мощности (дисперсии) входного и выходного сигналов квантователя;

 $B_{\scriptscriptstyle XY}\,$  - коэффициент взаимной корреляции между этими сигналами.

Для нахождения коэффициента взаимной корреляции между входным и выходным сигналом  $B_{XY}$  для гауссовского процесса X(t) используется соотношение [2, 3]:



#### Общая теория связи

$$B_{XY} = k_{XY} \sigma_X^2 = k_{XY} P_X, \qquad (3.12)$$

где

$$k_{XY} = \sigma_X \sum_{n=1}^{L-1} W_X(h^{(n)}), \qquad (3.13)$$

 $W_{_X}(x)$  - функция плотности вероятности гауссовской величины, определяемая соотношением (3.1) с заменой  $\sigma_{_A}^2$  на  $\sigma_{_X}^2=P_{_X}$ .

Для вычисления мощности выходного сигнала  $P_{\gamma}$  применяется соотношение [2, 3]:

$$P_Y = \sum_{n=1}^{L-1} x_n^2 P_n , \qquad (3.14)$$

где  $P_n$  - распределение вероятностей дискретной случайной величины  $y = x^{(n)}$ ,  $n = \overline{0, L-1}$ , определяемое выражением [4, 5]:

$$P_n = \int_{h^{(n)}}^{h^{(n+1)}} W_X(x) dx = \Phi\left(\frac{h^{(n+1)}}{\sigma_X}\right) - \Phi\left(\frac{h^{(n)}}{\sigma_X}\right), \quad (3.15)$$

где  $\Phi(\nu)$  - табулированная функция Лапласа, описываемая выражением:

$$\Phi(\nu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\nu} \exp(-t^2/2) dt .$$
 (3.16)

Следует отметить, что для вычисления функции  $\Phi(\nu)$  в программном пакете *MathCad* 14 реализуется интеграл вероятностей вида:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{x} \exp(-t^{2}) dt$$
 (3.17)

В связи с этим при вычислении интеграла (3.16) в программной пакете *MathCad* 14 следует использовать переход:

$$\Phi(\nu) = \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{h^{(n+1)}}{\sqrt{2P_X}}\right) - \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{h^{(n)}}{\sqrt{2P_X}}\right).$$
(3.18)

Вид получаемого равномерного квантования для рассматриваемого случая функции корреляции  $B_A(\tau) = P_A \exp(-\beta |\tau|)$  показан на рисунке 3.4,*6*.



3.3.5 Рассмотрим соотношения, относящиеся к пункту 5 задания на проектирования. Для вычисления интегрального распределения вероятностей квантованного сигнала используем соотношение [4, 5]:

$$F_n = \begin{cases} 0, & n < 0, \\ \sum_{i=0}^n P_n, & 0 \le n \le L - 1, \\ 1, & n > L - 1. \end{cases}$$
(3.19)

Примеры графиков распределения вероятностей  $P_n$  и интегральной функции распределения вероятностей  $F_n$  приведены на рисунках 3.6, а, б соответственно.

Для нахождения величины энтропии  $H_v$ , характеризующей количественную меру неопределенности о сообшении У до его приема, т.е. количество информации, которое должно быть в среднем получено для опознавания любого уровня  $x^{(n)}$  из *L*-мерного их множества, для дискретного источника без памяти применяется выражение [3-8]:





$$H_{Y} = -\sum_{n=0}^{L-1} P_n \log_2 P_n$$
 [бит]. (3.20)

Для вычисления входящего в данное соотношение  $\log_2 P_n$ применить формулу [6]:

$$\log_2 b = \frac{\lg b}{\lg 2}.$$
(3.21)



#### Общая теория связи

Производительность или скорость ввода информации в ДКС определяется соотношением [2, 3]:

$$H'_{Y} = \frac{1}{T}H_{Y} = f_{\partial}H_{Y}$$
 [бит/с]. (3.22)

Избыточность последовательности источника находится с использованием формулы [2, 3, 7]:

$$r_{Y} = \frac{H_{\max} - H_{Y}}{H_{\max}} = 1 - \frac{H_{Y}}{H_{\max}},$$
 (3.23)

где  $H_{\text{max}}$  - максимальная энтропия, для источника дискретных сообщений определяемая выражением [7]:

$$H_{\rm max} = \log_2 L \,. \tag{3.24}$$

3.3.6 В кодере АЦП последовательность  $x_k^{(n)}$ ,  $n = \overline{0, L-1}$  преобразуется в последовательность кодовых символов  $\{b_i\}$ . При организации цифровой связи широкое распространение получило двоичное кодирование, когда кодовые символы принимают только два значения:  $b_0 = 0$  и  $b_1 = 1$  [2, 3].

Процедура двоичного безызбыточного блочного кодирования отсчетов  $x^{(n)}$  состоит в следующем. Физические уровни  $x^{(n)}$ ,  $n = \overline{0, L-1}$ , вначале перенумеровываются, т.е. заменяются их номерами:

$$x^{(n)} \Longrightarrow n$$

Затем эти десятичные символы представляются в двоичной системе счисления [6, 7]:

$$n = \sum_{j=0}^{L-1} b_{n,j} 2^{j} , \qquad (3.25)$$

где  $b_{n,j}$  - двоичный кодовый символ («0» или «1») десятичного числа *n*, расположенный в *j*-й позиции кодовой комбинации.

В соответствии с заданием на курсовое проектирование L=8, следовательно, длина кодовой последовательности, реализующей в двоичной системе счисления последовательность от 0 до 8, равно  $H_{\rm max}=3$ . Трехпозиционные коды для указанной последовательности имеют вид, показанный в таблице 3.3.



n Bui	in obainin					
Десятичное	Двоичный код					
число	j = 2	j = 1	j = 0			
0	0	0	0			
1	0	0	1			
2	0	1	0			
3	0	1	1			
4	1	0	0			
5	1	0	1			
6	1	1	0			
7	1	1	1			

Таблица 3.3 – Двоичный код	последовательности	уровней
квантования		

Для оценки помехоустойчивости блочного кода Хэмминга используется понятие расстояния Хэмминга  $d_{mn}$  - числа позиций (разрядов, элементов), в которых они отличаются друг от друга. Для трехпозиционного кода величина  $d_{mn}$  вычисляется с использованием соотношения [2, 3]:

$$d_{mn} = \sum_{i=0}^{H_{max}-1} b_{n,j} \oplus b_{m,i}$$
,  $m, n = \overline{0, L-1}$ , (3.26)

где  $\oplus$  - знак суммирования по модулю два:  $0 \oplus 0 = 0$ ;  $1 \oplus 0 = 1$ ;  $0 \oplus 1 = 1$ ;  $1 \oplus 1 = 0$ .

Вид таблицы для заполнения расстояний Хэмминга для трехпозиционного блочного кода приведен в таблице 3.4. При заполнении таблицы следует учесть симметрию таблицы относительно главной диагонали.

Поскольку минимальное расстояние между отличающимися кодами составляет  $d = \min_{V_i \neq V_j} d(V_i, V_j) = 1$ , то код является примитивным [2, 3, 7].

Переход к кодовым комбинациям рассмотрим на следующем примере. Пусть уровни квантования определяется значениями  $x^{(n)} = \{-3.427 - 2.448 - 1.469 - 0.490 0.490 1.469 2.448 3.427\}$ 

а дискретная последовательность сигналов имеет вид:  $x^{(n)} = \{1.5 \quad 0.826 \quad -0.59 \quad -1.476 \quad -1.037 \quad 0.334 \quad 1.404 \quad -0.067\}$ 

28



#### Общая теория связи

	Значения кодов									
Значения кодов		000	001	010	011	100	101	110	111	
	000	$d_{00}$	$d_{01}$	$d_{02}$	<i>d</i> <sub>03</sub>	$d_{04}$	$d_{05}$	$d_{06}$	<i>d</i> <sub>07</sub>	
	001		$d_{00}$	<i>d</i> <sub>12</sub>	<i>d</i> <sub>13</sub>	<i>d</i> <sub>14</sub>	<i>d</i> <sub>15</sub>	<i>d</i> <sub>16</sub>	<i>d</i> <sub>17</sub>	
	010			$d_{00}$	<i>d</i> <sub>23</sub>	<i>d</i> <sub>24</sub>	<i>d</i> <sub>25</sub>	$d_{26}$	<i>d</i> <sub>27</sub>	
	011				$d_{00}$	<i>d</i> <sub>34</sub>	<i>d</i> <sub>35</sub>	<i>d</i> <sub>36</sub>	<i>d</i> <sub>37</sub>	
	100					$d_{00}$	$d_{45}$	$d_{46}$	<i>d</i> <sub>47</sub>	
	101						$d_{00}$	$d_{56}$	<i>d</i> <sub>57</sub>	
	110							$d_{00}$	<i>d</i> <sub>67</sub>	
	111								$d_{00}$	

Таблица 3.4 – Кодовые расстояния Хэмминга для трехпозиционного блочного кода

После кодирования на выходе образуется сигнал импульсно-кодовой модуляции (ИКМ), имеющий вид:

 $x_k^{(n)} = \{5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 2 \ 4 \ 5 \ 5 \ 3\}.$ 

На рисунках 3.7,*а-в* приведены временные диаграммы, описывающие соответственно сигнал на выходе дискретизатора, огибающую сигнала после дискретизатора и сигнал на выходе квантователя, шума квантования, а также получаемый сигнал импульсно-кодовой модуляции.

Ширина спектра сигнала ИКМ находится из следующих обобщений. На интервале дискретизации T при блочном избыточном кодировании по правилу (3.25) должно уместиться  $l = H_{\rm max}$  элементарных кодовых символов. Следовательно, длительность следования кодовых импульсов равна

$$\tau_u = \frac{T}{l} = \frac{T}{\log_2 L}.$$
(3.27)

С другой стороны, ширина спектра элементарного прямоугольного импульса обратно пропорциональна  $\tau_u$ . Таким образом, ширина спектра сигнала ИКМ может быть рассчитана с использованием соотношения [2, 3]:





Рисунок 3.7 – Временные диаграммы сигнала при прохождении через АЦП



#### Общая теория связи

$$\Delta f_{IIKM} = \frac{k_1}{\tau_{y}} = \frac{k_1 \log_2 L}{T} = 2\Delta f_0 k_1 \log_2 L, \qquad (3.28)$$

где  $k_1$  - постоянная, выбираемая в пределах от 1,5 до 2. Рекомендуемая для проведения расчетов в курсовой работе величина  $k_1 = 1,667$ .

Скорость следования кодовых сигналов составляет:

$$V_k = \frac{1}{\tau_u}.$$
(3.29)

Вероятности появления двоичных символов «0» и «1» в сигнале ИКМ одинаковы и составляют

$$p(0) = p(1) = 0.5.$$
 (3.30)

#### 3.4 Характеристики и параметры сигналов модуляции

3.4.1 Перейдем к основным соотношениям, описывающим выполнение пункта 7 задания на курсовое проектирование.

Двоичные кодовые символы сигнала ИКМ могут быть переданы с помощью различных видов дискретной модуляции (манипуляции) параметров переносчика. В задании на курсовое проектирование в качестве переносчика указан гармонический сигнал. При этом модуляция может осуществляться за счет управления амплитудой (ДАМ), частотой (ДЧМ) и фазой (ДФМ или ДОФМ) сигнала.

При этом сигнал записывается в виде:

- при дискретной амплитудной модуляции:

$$S(t) = \begin{cases} 0, & b_i = 0, \\ \cos(2\pi f_c t), & b_i = 1, \end{cases}$$
(3.31)

- при дискретной частотной модуляции:

$$S(t) = \begin{cases} \cos[2\pi (f_c - \Delta f_{\text{geB}})t], & b_i = 0, \\ \cos[2\pi (f_c + \Delta f_{\text{geB}})t], & b_i = 1, \end{cases}$$
(3.32)

- при дискретной фазовой модуляции:

$$S(t) = \begin{cases} \cos[2\pi f_c t], & b_i = 0, \\ -\cos[2\pi f_c t], & b_i = 1, \end{cases}$$
 (3.33)

- при дискретной относительной фазовой модуляции:



#### Общая теория связи

$$S(t) = \begin{cases} \cos[2\pi f_c t], & c_i = 0, \\ -\cos[2\pi f_c t], & c_i = 1, \end{cases}$$
(3.34)

В соотношениях (3.31)-(3.34)

$$f_c = \frac{f_0 + f_1}{2}$$
, (3.35a)  $f_{\text{deb}} = \frac{f_1 - f_0}{2}$ . (3.356)

$$c_i = b_i \oplus c_{i-1}. \tag{3.36}$$

3.4.2 В зависимости от вида рассматриваемого в соответствии с вариантом задания на курсовое проектирование модуляции получаемые временные диаграммы сигналов приведены на рисунках 3.8,*a-г*. При этом рисунок с индексом «а» соответствует управляющему сигналу, а рисунки с индексами «б»-«г» - амплитудной, частотной и относительной фазовой модуляциям.

Спектр манипулированного сигнала определяется соотношениями [2, 3]:

- при дискретной амплитудной модуляции:

$$S_{\text{ДАМ}}(t) = \frac{1}{2} \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2} \sum_{k=-N/2}^{N/2} \frac{\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)}{\frac{k\pi}{2}} \cos(2\pi f_c t + 2\pi k\Delta f_u), \quad (3.37)$$

- при дискретной частотной модуляции:

$$S_{\mu \Psi M}(t) = \frac{2}{\pi} \frac{\sin\left(\frac{\pi m_f}{2}\right)}{m_f} + \frac{2m_f}{\pi} \sum_{k=-N/2}^{N/2} \frac{\sin\left(\frac{\pi (m_f + k)}{2}\right)}{m_f^2 - k^2} \cos(2\pi f_c t + 2\pi k \Delta f_{\mu}), \quad (3.38)$$

- при дискретной фазовой модуляции:

$$S_{\Pi\Phi M}(t) = \cos(m_p)\cos(2\pi f_c t) + \sum_{k=-N/2}^{N/2} \frac{2\sin(m_p)}{\pi k} \cos(2\pi f_c t + 2\pi k \Delta f_u).$$
(3.39)



#### Общая теория связи



модулятора



#### Общая теория связи

В соотношениях (3.38) и (3.39)

$$m_f = \frac{f_1 - f_0}{2\Delta f_{\rm HKM}}, \qquad m_p = \frac{\pi}{2}.$$
 (3.40)

Для нахождения числа учитываемых гармоник N при восстановлении сигнала используется соотношение [2, 3]:

$$N = 2f_{\rm B}T + 1 = \alpha_m V_k \,. \tag{3.41}$$

Величина коэффициента  $\alpha_m$  определяется в зависимости от последней цифры номера зачетной книжки:

$$\alpha_{m} = \begin{cases} 1, & ecnu & nn = 1 \ unu \ 5 \ unu \ 7, \\ 2, & ecnu & nn = 0 \ unu \ 2 \ unu \ 4 \ unu \ 8, \\ 3, & ecnu & nn = 3 \ unu \ 6 \ unu \ 9. \end{cases}$$
(3.42)

3.4.3 Ширина спектра манипулированного сигнала определяется с использованием соотношений:

- при дискретной амплитудной манипуляции:

$$\Delta f_{s,\text{JAM}} = 2\Delta f_{\text{MKM}}, \qquad (3.43)$$

- при дискретной частотной манипуляции:

$$\Delta f_{s,\text{ДЧM}} = 2\Delta f_{\text{ИKM}} + f_1 - f_0, \qquad (3.44)$$

- при дискретной фазовой манипуляции:

$$\Delta f_{s,\mathrm{J}\Phi\mathrm{M}} = (\pi + 2)\Delta f_{\mathrm{HKM}}.$$
(3.45)

По полученным соотношениям строят нормированный спектр манипулированного сигнала. Вид данных графиков для различных типов манипуляций приведен на рисунках 3.9, *а-в.* При этом рисунок с индексом «а» иллюстрирует зависимости, полученные при дискретной амплитудной манипуляции, рисунок с индексом «б» - при дискретной частотной манипуляции, а рисунок с индексом «в» - при дискретной фазовой манипуляции. На рисунках необходимо указать центральную частоту и ширину спектра манипулированного сигнала, как это показано в примере вертикальной штриховой линией.







## 3.5 Характеристики и параметры узкополосного непрерывного гауссовского канала связи

3.5.1 Перейдем к рассмотрению теоретических материалов, относящихся к пункту 8 задания на курсовое проектирование.

Модель узкополосного шумового гауссовского непрерывного канала связи представляют в виде:

- входной идеальный полосовой фильтр;

- линия связи без потерь с аддитивной гауссовской равномерно распределенной по спектру помехой;

- выходной идеальный полосовой фильтр.

Центральные частоты полосовых фильтров совпадают с частотой несущего колебания (переносчика). Полосы пропускания полосовых фильтров совпадают с шириной спектра сигнала дискретной модуляции. В полосе пропускания коэффициент передачи полосовых фильтров примем равным единице.

Помеху с равномерным спектром, как известно из [2, 3], называют белым шумом. Спектр плотности мощности данного шума постоянен:

$$G_{u}(\omega) = G_0 = \text{const}.$$
(3.46)

Мощность гауссовского белого шума в полосе пропускания полосового фильтра геометрически определяется как площадь прямоугольника с высотой  $G_0$  и основанием  $\Delta f_s$ :

$$P_{uu} = G_0 \Delta f_s \,. \tag{3.47}$$

Мощность сигнала дискретной модуляции, обеспечивающая заданное в курсовой работе значение ОСШ  $h_0^2$ , определяется формулой [2, 3]:

$$P_{s} = h_{0}^{2} G_{0} \Delta f_{s} \,. \tag{3.48}$$

Мощность гармонического колебания, развиваемого на сопротивлении в 1 Ом, зависит от длительности посылки импульса и типа используемой модуляции:

- при дискретной амплитудной модуляции:

$$P_{AAM} = P_s / 2$$
,  $U_0 = 2\sqrt{P_{AAM}}$ , (3.49)

- при дискретной частотной модуляции:

$$P_{\mathcal{A}^{\mathcal{H}M}} = P_s, \qquad \qquad U_0 = \sqrt{2P_{\mathcal{A}^{\mathcal{H}M}}}, \qquad (3.50)$$

- при дискретной фазовой модуляции:

$$P_{\mathcal{A}\Phi M} = P_{\mathcal{A}O\Phi M} = P_{s'}, \qquad U_0 = \sqrt{2P_{\mathcal{A}O\Phi M}}.$$
(3.51)



В соотношениях (3.49)-(3.51) *U*<sub>0</sub> - амплитуда сигнала.

3.5.2 Пропускная способность НКС характеризует максимально возможную скорость передачи информации по Максимум ищется по всем данному каналу. возможным распределениям вероятностей сигналов, подводимых на вход канала связи. В теории связи доказывается [2, 3], что максимальная скорость передачи информации по НКС будет обеспечена при таких методах кодирования и модуляции, которые приводят к формированию сигнала в приемнике с гауссовским распределением мгновенных значений. При таком сигнале пропускная способность гауссовского НКС имеет вид [2, 3]:

$$C = \Delta f_s \ln(h_0^2 + 1).$$
 (3.52)

Функция плотности вероятности мгновенных значений гауссовской помехи определяется соотношением [2-5]:

$$W_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi P_m}} \exp\left(-\frac{x^2}{2P_m}\right),$$
 (3.53)

а функция мгновенных значений принятого сигнала, содержащего как полезный сигнал, так и помеху, будет описываться выражением [2-5]:

$$W_{n+c}(x) = \frac{1}{\pi \sqrt{2\pi P_{u}}} \int_{0}^{\pi} \exp\left(-\frac{(x - U_{0} \cos \varphi)^{2}}{2P_{u}}\right) d\varphi .$$
 (3.54)

Огибающая для гауссовской помехи может быть найдена с использованием выражения [2-5]:

$$W_{0n}(x) = \frac{x}{P_{uu}} \exp\left(-\frac{x^2}{2P_{uu}}\right),$$
 (3.55)

а для огибающей смеси сигнала и помехи

$$W_{0,n+c}(x) = \frac{x}{P_{u}} I_0 \left( x \sqrt{\frac{2h_0^2}{P_{u}}} \right) \exp\left( -\left(\frac{x^2}{2P_{u}} + h_0^2\right) \right).$$
(3.56)

В соотношении (3.56)  $I_0(\cdot)$  - модифицированная функция Бесселя 1-го рода нулевого порядка.

Вид получаемых зависимостей для частного случая расчетов показан на рисунке 3.10.



#### Общая теория связи



Рисунок 3.10 – Примеры распределений плотностей вероятностей и их огибающих узкополосной помехи и смеси полезного сигнала с помехой

## 3.6 Оценка помехоустойчивости и эффективности приема сигналов дискретной модуляции

3.6.1 Данный параграф описывает основные соотношения, относящиеся к пункту 9 задания на курсовое проектирование.

Как известно, например, из [2, 3], прием сигналов дискретной модуляции может осуществляться различными способами. В практике электросвязи широкое распространение получили два вида приема:

когерентный;

- некогерентный.

Когерентный прием (КП) предполагает использование в приемном устройстве когерентного (синхронного) детектора, представляющего собой нелинейную систему с переменными параметрами. Схема детектора состоит из перемножителя (У) и фильтра низких частот (ФНЧ), как показано на рисунке 3.11. В соответствии с данной схемой принятый высокочастотный сигнал

 $U_{c}(t) = A(t)\cos[\omega_{0}t + \varphi(t)]$ 

умножается на опорный сигнал

 $U_{on}(t) = A_0(t) \cos[\omega_2 t + \varphi_0]$ 

с последующей фильтрацией низкой частоты. В результате умножения появляются гармонические составляющие на





Рисунок 3.11 – Схема синхронного детектора

суммарной и разностной частотах. В синхронном детекторе используется составляющая на разностной частоте. Ее выделяет фильтр низких частот, включенный на выходе умножителя. В случае, когда частота сигнала точно равна опорной частоте  $\omega_0 = \omega_e$  (сигналы на входах умножителя синхронны – отсюда вытекает название детектора), в результате умножения появится составляющая с нулевой разностной частотой, т.е. постоянная составляющая, имеющая вид:

$$U_{H}(t) = \frac{A(t)A_{0}(t)}{2}\cos[\varphi(t) - \varphi_{0}].$$

При  $\varphi(t) = const$  низкочастотная составляющая пропорциональная искомой амплитуде A(t), а при  $\varphi(t) = const << \pi/2$  и  $\varphi_0 = \pi/2$  пропорциональна фазе  $\varphi(t)$ .

Таким образом, синхронный детектор обладает важными для обработки сигналов свойствами:

- чувствителен к фазе и амплитуде измеряемого сигнала;

- обладает высокой частотной избирательностью.

Рассмотрим статистические характеристики отклика когерентного сигнала. Пусть на вход детектора поступает узкополосное колебание в виде суммы гармонического сигнала и узкополосного гауссовского шума, т.е.

 $A(t) = U_0(t) \cos[\omega_0 t - \varphi_0] + n(t).$ 

Тогда при равенстве частот, т.е.  $\omega_0 = \omega_c$  (условие синхронности) и единичном коэффициенте передачи детектора отклик последнего равен

 $U_{\partial}(t) = U_{0}(t) + U_{n}(t)$ ,



где  $U_0(t) = U_0 \cos[\varphi(t) - \varphi_0]$  - полезная сигнальная составляющая отклика;

 $U_n(t) = N_c(t)\cos(\varphi_0) + N_s(t)\sin(\varphi_0)$  - его шумовая

составляющая.

Полезная составляющая детерминирована, а шумовая составляющая имеет гауссовское распределение вероятностей. Следовательно, функция плотности вероятности отклика когерентного детектора при действии на входе сигнала и шума определяется соотношением [2, 3]:

$$W_{u}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi P_{uu}}} \exp\left(-\frac{(x - U_{0}\cos(\varphi(t) - \varphi_{0})^{2}}{2P_{uu}}\right).$$
 (3.57)

При отсутствии на входе детектора полезного сигнала отклик будет определяться только шумовой гауссовской составляющей с функцией плотности вероятностей, определяемой выражением (3.57), но при  $U_0 = 0$ .

3.6.2 Некогерентный прием (НП) предполагает использование в приемном устройстве некогерентного детектора, представляющего собой нелинейный (часто диодный) преобразователь и ФНЧ. Данный детектор называется еще амплитудным детектором (детектором огибающей), поскольку в отличие от когерентного детектора его отклик не зависит от фазы входного сигнала.

Если на вход некогерентного детектора действует только узкополосная гауссовская помеха n(t), то отклик детектора будет пропорционален ее огибающей с функцией плотности вероятностей Рэлея, описываемой соотношением (3.55). При действии суммы гармонического сигнала и узкополосного шума функция плотности вероятности отклика некогерентного детектора совпадает с функцией плотности вероятностей огибающей входной смеси, т.е. подчинено распределению Райса (3.56).

Прием сигналов с дискретной амплитудной модуляцией можно осуществлять на оба типа рассмотренных детекторов. Для сигналов с дискретной частотной модуляцией также могут быть использованы данные детекторы. Условием применения их в каналах является осуществление при приеме сигнала выделения посылок разных частот двумя полосовыми фильтрами. Для детектирования сигналов с дискретной фазовой модуляцией используют фазовый детектор, являющийся когерентным детектором при



 $\label{eq:phi_eq} \mathcal{W}_0 = \mathcal{W}_{_{\mathcal{P}}} ~ \text{if} ~ \mathcal{\varphi}_0 \neq \mathcal{Q}_{_{\mathcal{P}}}.$ 

3.6.3 Прием сигналов с дискретной фазовой модуляцией на практике связан с рядом сложностей:

- невозможностью обеспечения необходимой стабильности частоты  $\omega_2$  и фазы  $\varphi_2$  опорного колебания;

- вредным явлением обратной работы — случайным изменением текущей фазы на противоположную, что приводит к неправильному опознаванию кодовых символов.

В связи с этим более широкое применение в практике нашла относительная фазовая модуляция (ДОФМ).

Детектирование сигнала при ДОФМ производится двумя методами:

- методом сравнения фаз (СФ);

- методом сравнения полярностей (СП).

При методе сравнения фаз в фазовом детекторе сравниваются фазы текущего и предыдущего, задержанного на время  $\tau_u$ , колебаний. В методе сравнения полярностей производится сравнение продетектированных текущей и задержанной на  $\tau_u$  посылок, принимающих два значения  $\pm 1$ .

Схемы приемников различной дискретной модуляции приведены на рисунке 3.12. На данных схемах использованы обозначения: ВУ – вычитающее устройство; ЛЗ – линия задержки; ФОН – формирователь опорного напряжения.

На рисунках 3.12 наряду с описанными выше детекторами показаны также элементы последетекторной обработки. К ним относятся дискретизатор и решающее устройство (РУ). К дискретизатору наряду с откликом детектора  $U_{\partial}(t)$  подводятся дискретизирующие импульсы с периодом  $\tau_u$ , необходимые для взятия одного отсчета в середине посылки длительностью  $\tau_u$ . В решающем устройстве РУ отсчеты  $u_k$  сравниваются с пороговым напряжением  $\alpha_0$  и принимается решение:

- принят символ «1», если  $u_k \geq \alpha_0$ ;

- принят символ «0», если  $u_k < \alpha_0$ .





Рисунок 3.12 – Схемы приемников различных сигналов дискретной модуляции



3.6.4 Под действием помех в канале связи решающее устройство РУ может ошибаться – выносить неправильные решения. Ошибочные решения бывают двух видов:

- переход «0» в «1», т.е. передавался «0», но РУ выдало решение «1», характеризующийся условной (апостериорной) вероятностью ошибки p(1|0);

- переход «1» в «0», т.е. передавался символ «1», но РУ выдало решение «0», характеризующийся условной (апостериорной) вероятностью ошибки p(0|1).

За количественную меру помехоустойчивости в системах электросвязи принимают среднюю на бит вероятность ошибки:

$$p_{outcp} = p(0) p(1|0) + p(1) p(0|1).$$
(3.58)

При равенстве априорных вероятностей p(0) = p(1) = 0,5, а также условных вероятностей  $p(1 \mid 0) = p(0 \mid 1) = p_{out}$  (условие симметричности двоичного дискретного канала связи), средняя на бит вероятность ошибки равна  $p_{outcp} = p_{out}$ .

Условные вероятности ошибок находятся интегрированием условных функций плотностей вероятностей отклика детектора:

$$p(1 \mid 0) = \int_{\alpha_0}^{\infty} W_u(x \mid 0) \, dx \, , \quad p(0 \mid 1) = \int_{-\infty}^{\alpha_0} W_u(x \mid 1) \, dx \, , \quad (3.59)$$

где  $W_u(x|0)$  и  $W_u(x|1)$  - соответственно ФПВ откликов детекторов при условии формирования на передаче в сигнале импульсно-кодовой модуляции «0» или «1».

3.6.5 Оценим помехоустойчивости передачи двоичных символов при различных сигналах дискретной модуляции и различных методах их приема.

Начнем с использования дискретной амплитудной модуляции, схема которой приведена на рисунке 3.12, *а*. При использовании данной модуляции символ «0» соответствует отсутствию сигнала, а символ «1» - передаче сигнала с постоянной амплитудой, как показано на рисунке 3.8, *б*. При этом на выходе детектора приемного устройства при передаче символа «0» напряжение будет описываться ФПВ  $W_u(x \mid 0)$  шума, а при передаче символа «1» - ФПВ сигнала и шума  $W_u(x \mid 1)$ .

При когерентном приеме (при  $\varphi_0 - \varphi_2 = 0$ ) сигнала ДАМ отклик детектора характеризуется гауссовской ФПВ:



#### Общая теория связи

$$W_{n}(x \mid 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi P_{uu}}} \exp\left(-\frac{x^{2}}{2P_{uu}}\right);$$
$$W_{n}(x \mid 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi P_{uu}}} \exp\left(-\frac{(x - U_{0})^{2}}{2P_{uu}}\right).$$
(3.60)

Для симметричного ДКС  $p(1|0) = p(0|1) = p_{out}$ , если  $\alpha_0 = 0,5U_0$ . После подстановки данных значений в (3.59) получаем:

$$p_{out}_{AAM-KII} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{0.5U_0} \exp\left(-\frac{x^2}{2P_{ut}}\right) dx = 1 - \Phi\left(\frac{h}{\sqrt{2}}\right). \quad (3.61)$$

В данном соотношении  $\Phi(\cdot)$  - табулированная функция Лапласа, вычисление которой описано в п.3.3.4;  $h = \frac{U_0}{\sqrt{2P_u}}$  - ве-

личина отношения сигнал/шум.

Некогерентный прием сигнала ДАМ характерен релеевским и райсовским распределениями отклика детектора:

$$W_{n}(x \mid 0) = \frac{x}{P_{u}} \exp\left(-\frac{x^{2}}{2P_{u}}\right);$$
  

$$W_{n}(x \mid 1) = \frac{x}{P_{u}} I_{0}\left(\frac{xU_{0}}{P_{u}}\right) \exp\left(-\frac{x^{2} + U_{0}^{2}}{2P_{u}}\right).$$
(3.62)

После подстановки (3.62) в (3.59), получаем:

$$p(1|0) = \exp\left(-\frac{\alpha_0^2}{2P_u}\right);$$
  

$$p(0|1) = \int_0^{\alpha_0} \frac{x}{P_u} I_0\left(\frac{xU_0}{P_u}\right) \exp\left(-\frac{x^2 + U_0^2}{2P_u}\right) dx.$$
 (3.63)

Для симметричного ДКС  $p(1|0) = p(0|1) = p_{out}$ , а величина порога, определенная с использованием соотношения (3.63) будет иметь вид:

$$\alpha_0 = \sigma_{uv} \sqrt{-2\ln p_{ouv}} \,. \tag{3.64}$$

С учетом полученных соотношений можно записать:



#### Общая теория связи

$$p_{out}_{DAM-HII} = \int_{0}^{\sqrt{-2\ln p_{out}}} x I_0 \left( x h \sqrt{2} \right) \exp \left( -\frac{x^2}{2} - h^2 \right) dx.$$
(3.65)

При передаче сигналов ДЧМ, показанных на рисунке 3.8, *в*, символ «0» соответствует передаче сигнала на частоте  $f_0$ , а символ «1» - передаче сигнала на частоте  $f_1$ . Из анализа рисунка 3.12, *в* следует, что при передаче символа «0» через полосовой фильтр ПФ, настроенный на частоту  $f_0$ , будет проходить сигнал с несущей частотой  $f_0$  и шум в полосе пропускания этого ПФ. Через ПФ, настроенный на частоту  $f_1$ , при передаче символа «0» будет проходить только шум в полосе пропускания этого ПФ. Симметричная картина будет наблюдаться и при передаче символа «1».

Ошибочные решения здесь будут тогда, когда отклик детектора в канале, по которому сигнал не передается, превзойдет значение отклика детектора в канале, по которому сигнал передается.

Для симметричного ДКС с учетом вышесказанного получаем:

$$p_{out} = p(0|1) = p(1|0) = \int_{E}^{\infty} \int_{0}^{\infty} W_{u}(x|0)W_{u}(E|1) \, dxdE \,.$$
(3.66)

После подстановки ФПВ из (3.60) или (3.62) в (3.66) дает: - при когерентном приеме:

$$p_{out} = 1 - \Phi(h), \qquad (3.67a)$$

- при некогерентном приеме:

$$p_{out} = 0.5 \exp(-0.5h^2)$$
. (3.676)

При передаче сигналов дискретной фазовой модуляции, показанных на рисунке 3.8, *г*, символ «0» соответствует передаче сигнала с начальной фазой  $-\pi/2$ , а символ «1» - передаче сигнала с начальной фазой  $+\pi/2$ . В этом случае отклик когерентного (фазового) детектора будет иметь функцию плотности вероятности, описываемую соотношением (3.57). Выбрав фазу опорного напряжения  $\varphi(t) = \pi/2$ , получаем:



#### Общая теория связи

$$W_{n}(x \mid 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi P_{uu}}} \exp\left(-\frac{(x+U_{0})^{2}}{2P_{uu}}\right),$$
$$W_{n}(x \mid 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi P_{uu}}} \exp\left(-\frac{(x-U_{0})^{2}}{2P_{uu}}\right).$$
(3.68)

После подстановки выражения (3.68) в (3.59) и выбирая  $\alpha_0 = 0$ , для симметричного ДКС получаем:

$$p_{out} = 1 - \Phi\left(h\sqrt{2}\right). \tag{3.69}$$

Оценим помехоустойчивость передачи двоичных сигналов при относительной фазовой модуляции, когда прием производится по методу сравнения фаз (СФ) и по методу сравнения полярностей (СП), схемы приемников для которых показаны на рисунках 3.12, *в*, *г*.

Ошибочный прием двоичного символа при ДОФМ-СФ оценивается величиной:

$$p_{out} = 0.5 \exp(-h^2)$$
. (3.70)

При использовании ДОФМ-СП ошибочный прием наблюдается, когда осуществляется одно из двух несовместимых событий:

- данный символ принят правильно, а предыдущий ошибочно;

- данный элемент принят ошибочно, а предыдущий правильно.

Вероятность появления какого-либо из этих несовместимых событий есть *p*<sub>aw</sub> при ДОФМ-СП:

$$p_{out}_{D\Phi M-C\Pi} = 2 p_{out} (1 - p_{out})_{D\Phi M} = 2\Phi \left( h\sqrt{2} \right) [1 - \Phi \left( h\sqrt{2} \right)]. \quad (3.71)$$

На рисунке 3.13 приведен график из [3] для вероятности приема ошибочного символа для различных видов сигналов от величины ОСШ  $h^2$  на входе детектора. Анализ данного рисунка показывает, что использование сигналов с дискретной относительной фазовой модуляцией обеспечивает



#### Общая теория связи













помехоустойчивый прием при меньших значениях ОСШ. Наименее эффективным с точки зрения обеспечения помехоустойчивого приема является использование сигналов с амплитудной модуляцией, поскольку для обеспечения тех значений вероятности ошибочного приема символа требуются более высокие значения отношения сигнал/шум на входе детектора.

Распределение вероятностей дискретного сигнала отклика декодера определяется соотношением:

$$\widetilde{P}_{n} = P_{n}(P_{np} - p_{out})^{2} + 0.5 P_{np} P_{out}, \quad (n = \overline{0, L-1}) \quad (3.72)$$

где  $p_{out}$  - вероятность приема ошибочного символа, определенная выше;

*P<sub>n</sub>* - вероятность ошибки на выходе квантователя, описываемая соотношением (3.15);

 $P_{np} = 1 - p_{out}$  - вероятность правильного приема двоичного символа.

Сравнение распределений вероятностей откликов декодера и отклика квантователя для сигнала ДАМ приведено на рисунке 3.14. Обозначение типов линий показано на рисунке.

3.6.6 Скорость передачи информации по дискретному каналу связи определяется как количество взаимной информации I(Y, X), передаваемой по ДКС в единицу времени [2, 3]:

$$R = \frac{1}{\tau_u} I(Y, X) = \frac{1}{\tau_u} (H_Y - H_{Y/X}).$$
(3.72)

В данном соотношении  $X = \{b_i\}$  - двоичные символы (нули и единицы) на передаче, а  $Y = \{\tilde{b}_i\}$  - на приеме. Энтропия принятой последовательности двоичных единиц  $H_Y$  определяется соотношением [2, 3]:

$$H_{Y} = -\sum_{j=0}^{1} p(\tilde{b}_{j}) \log_{2} p(\tilde{b}_{j}).$$
(3.73)

а условная энтропия  $H_{Y/X}$  выражением:

$$H_{Y/X} = -\sum_{i=0}^{1} p(\tilde{b}_{i}) \sum_{j=0}^{1} p(\tilde{b}_{j} | b_{i}) \log_{2} p(\tilde{b}_{j} | b_{i}).$$
(3.74)

Для двоичного симметричного ДКС, когда

$$p(\tilde{b}_0 = 0 | b_1 = 1) = p_{out} = p(\tilde{b}_1 = 1 | b_0 = 0)$$



и одинаковы априорные вероятности передачи, соотношение (3.72) с учетом (3.73) и (3.74) может быть преобразовано к виду:

$$R_{2} = \frac{1}{\tau_{u}} \left( 1 - H_{out} \right), \tag{3.75}$$

где энтропия ошибочных решений описывается выражением [2, 3]:

$$H_{out} = p_{out} \log_2 p_{out} + (1 - p_{out}) \log_2 (1 - p_{out}).$$
(3.76)

Анализ соотношений, описывающих вероятность приема ошибочного символа  $p_{out}$  для различных видов сигналов показал, что данная величина зависит от величины ОСШ  $h^2$  на входе детектора, то и величина  $R_2$  зависит от ОСШ.

Для сравнения скорости  $R_2 = \Psi(h^2)$  при определенном виде модуляции и способе приема с пропускной способность. Непрерывного канала связи (скоростью передачи информации при идеальном кодировании и модуляции) обычно используют **пока-**затель эффективности [2, 3]:

$$\mathcal{D} = \frac{R_2}{C} \,. \tag{3.77}$$

Считают, что эффективность системы передачи высока, если  $R_2 \to C$  и  $3 \to 1$ , и, наоборот.

#### 3.7 Анализ характеристик и параметров цифроаналогового преобразования сигналов

3.7.1 Цифро-аналоговое преобразование (ЦАП) позволяет на приемном конце системы связи восстановить непрерывное сообщение  $\tilde{A}(t)$  по принятым двоичным кодовым комбинациям  $\tilde{b}_k^{(m)}$  сигнала ИКМ. Данная операция осуществляется с использованием следующих процедур:

- декодирования, т.е. восстановления дискретных L-ичных уровней  $\widetilde{x}_k^{(m)}$  по  $\widetilde{b}_k^{(m)}$  (  $m=\overline{0,L-1}$  );

- интерполяции;

- низкочастотной фильтрации.



#### Общая теория связи

Декодер принятую последовательность  $\tilde{b}_k^{(m)}$  восстанавливает с использованием обратного (3.10а) соотношения в дискретный квантованный сигнал, т.е. из двоичного представления числа в десятичное. Фильтр-интерполятор сглаживает на интервале Tнепрерывно-дискретное сообщение  $\tilde{x}_k^{(m)}$  и в результате формиру-

ется оценка переданного сообщения  $\widetilde{A}(t)$ :

$$\widetilde{A}(t) = \Delta q \sum_{k=0}^{NG-1} \left( \widetilde{x}_k - \frac{L-1}{2} \right) \frac{\sin(\Delta \omega_0(t-kT))}{\Delta \omega_0(t-kT)}.$$
(3.78)

Ошибки в двоичном канале связи приводят к несовпадению переданных и принятых кодовых комбинаций сигналов ИКМ. На рисунке 3.15 показана последовательность выполняемых в ЦАП преобразований.



Рисунок 3.15 – Последовательность трансформаций сигнала



В декодере ЦАП двоичные ошибки в той или иной позиции кодовой комбинации приводят к несоответствию передаваемых  $x^{(n)}$  и восстанавливаемых  $\tilde{x}^{(m)}$  *L*-ичных уровней. Разность

$$\varepsilon_{n,k} = \widetilde{x}_k^{(m)} - \widetilde{x}_k^{(n)}$$
(3.79)

называется ошибкой или погрешностью передачи.

3.7.2 Рассмотрим вероятностные характеристики и параметры дискретного и непрерывного каналов связи с учетом преобразования сигнала в ЦАП. Так, для определения скорости передачи информации  $R_L$  по *L*-ичному ДКС воспользуемся соотношением [2, 3]:

$$R_{L} = \frac{1}{T} \left( H_{\tilde{X}} - H_{\tilde{X}/X} \right) = f_{o} \left( H_{\tilde{X}} - H_{out} \log_{2} L \right),$$
(3.80)

где  $H_{\widetilde{x}}$  - энтропия восстановленного *L*-ичного сообщения  $\widetilde{X}=\{\widetilde{x}^{(m)},\,m=\overline{0,L-1}\}$ , равная

$$H_{\widetilde{X}} = -\sum_{m=0}^{L-1} \widetilde{p}_m \log_2 \widetilde{p}_m.$$
(3.81)

Вероятности  $\tilde{p}_m$  определяются соотношением (3.72).

Зная производительность H' *L*-ичного источника (скорость ввода информации в ДКС) и скорость передаваемой по ДКС информации  $R_L$  находим величину относительных потерь в скорости [2, 3]:

$$\delta_{R} = \frac{H' - R_{L}}{H'} = 1 - \frac{R_{L}}{H'}.$$
(3.82)

3.7.3 Перейдем к выполнению пункт 11 задания на курсовое проектирование. Для этого оценим среднеквадратическую погрешность  $\overline{\varepsilon}_n^2$  шума передачи (СКПП) в *L*-ичном ДКС.

Постоянная усредненная вероятность ошибки передачи может быть найдена с использованием соотношения [2, 3]:

$$p_{nm} = \frac{1 - P_{np}^{l}}{L - 1} = \frac{1 - (1 - p_{out})^{\log_2 L}}{L - 1}.$$
(3.83)

Дисперсия случайных импульсов шума передачи на выходе интерполятора ЦАП определяется выражением [2, 3]:



#### Общая теория связи

$$\sigma_n^2 = \Delta q^2 \sum_{n=0}^{L-1} \sum_{m=0}^{L-1} p_n p_{nm} (m-n)^2 .$$
(3.84)

С учетом соотношений (3.83) и (3.84) величина средней погрешности шума передачи (СКПП) может быть выражена соотношением:

$$\overline{\varepsilon}_n^2 = \frac{2\sigma_n^2}{\pi} \left( \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x} \, \mathrm{d} \, x - \frac{2}{\pi} \right). \tag{3.85}$$

Соотношение (3.85) может быть записано и в виде:

$$\overline{\varepsilon}_n^{-2} = K_n p_{nm} P_X \,, \tag{3.85}$$

$$K_{n} = \frac{72L}{(L-2)^{2}} \left( \frac{L}{8} + \frac{(0,5-L)(L-1)}{12} + \sum_{n=0}^{0.5L-2} (L-2-2n) F_{n} \right) \times \left( \frac{2}{\pi} Si(\pi) - 1 \right),$$
(3.86)

$$Si(\pi) = \int_{0}^{\pi} \frac{\sin x}{x} dx$$
 - интегральный синус;

 $F_n$  - интегральный закон распределения, определяемый соотношением (3.19).

Суммарная погрешность восстановления непрерывного сообщения (ССКП) определяется суммой трех составляющих:

- среднеквадратической погрешности фильтрации (СКПФ), определяемой соотношением (3.5);

- погрешности квантования, описываемой формулой (3.11);

- средней погрешности шума передачи (СКПП), задаваемой выражением (3.86), т.е.

$$\overline{\varepsilon}_{\Sigma}^{2} = \overline{\varepsilon}_{\phi}^{2} + \overline{\varepsilon}_{q}^{2} + \overline{\varepsilon}_{n}^{2}.$$
(3.87)

Относительная суммарная погрешность СКП (ОСКП) восстановления сообщения равна

$$\delta_{\Sigma} = \frac{\varepsilon_{\Sigma}^{-2}}{P_{A}} = \delta_{\phi} + \delta_{q} + \delta_{n}.$$
(3.88)



# 3.8 Оптимизация относительной суммарной СКП путем выбора ширины спектра передаваемого сообщения

3.8.1 Оптимизация величины относительной суммарной СКП может быть выполнена с учетом того факта, что входящие в ОСКП погрешности зависят от энергетической ширины спектра сообщения  $\Delta f_A$  различным образом:

$$\delta_{\phi}(\Delta f_{A}) = 1 - \frac{P_{X}}{P_{A}} = 1 - K_{X}(\Delta f_{A});$$
 (3.89a)

$$\delta_q(\Delta f_A) = P_X \frac{K_q}{P_A} = K_X(\Delta f_A) K_q; \qquad (3.896)$$

$$\delta_n(\Delta f_A) = K_X(\Delta f_A) \{1 - [1 - p_{out}(\Delta f_A)]^{\log_2 L}\} K_n, \qquad (3.89B)$$

где  $K_q = 0,081;$ 

$$K_{X}(\Delta f_{A}) = \frac{1}{\pi P_{A}} \int_{0}^{2\pi \Delta f_{A}} G_{A}(\omega) \,\mathrm{d}\,\omega.$$
(3.90)

Величина  $p_{out}(\Delta f_A)$ , входящая в соотношение (3.89а), может быть найдена с использованием экспоненциальной аппроксимации:

$$p_{out}(\Delta f_A) = 0.5 \exp(-\gamma h^2), \qquad (3.91)$$

где 
$$\gamma = -\frac{\ln(2p_{out}^0)}{h_0^2}$$
, (3.92)

 $p_{out}^0$  - вероятность ошибки, определенная с использованием выражений (3.61)-(3.71) при  $h = h_0$ .

3.8.2 Выполняя исследования в интервале ширины энергетического спектра  $\Delta f_A$  от 0 до  $10\Delta f_0$ , получаем графики зависимостей входящих в ОСКП погрешностей, а также и самой величины ОСКП, как показано на рисунке 3.16.

Из анализа данных зависимостей несложно определить величину оптимальной ширины энергетического спектра, при которой наблюдается минимальное значение ОСКП восстановления.



#### Общая теория связи



Рисунок 3.16 – Зависимости составляющих ОСКП от ширины спектра сообщения  $\Delta f_A$ 

В приведенном на рисунке случае  $\Delta f_A = 5,07$  кГц. Рассчитанное в соответствии с исходными данными на курсовое проектирование значение ширины энергетического спектра исходного сообщения отличается от оптимального, что приводит к превышению величины относительной СКП минимально достижимого значения. Таким образом, система не оптимальна.



### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненные в ходе курсовой работы исследования позволяют сделать выводы, касающиеся оптимальности цифровой системы передачи непрерывных сообщений, описываемой исходными параметрами, заданными в качестве исходных данных на курсовое проектирование. Оптимальность системы выражается в достижении потенциального минимума величины относительной среднеквадратической погрешности в интервале возможных значений ширины энергетического спектра исходного сообщения.



### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1. ГОСТ Р 7.0.5-2008 «Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления».
- 2. Биккенин Р.Р., Чеснокова М.Н. Теория электрической связи. М.: Академия, 2010.
- 3. Акулиничев Ю.П. Теория электрической связи. СПб.: Лань, 2010.
- 4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерных приложения. М.: Академия, 2003.
- 5. Гробер В.М. Теория вероятностей. Ростов н/Д: РИС ЮРГУЭС, 2006.
- 6. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М.: Наука, 1980.
- 7. Габриэльян Д.Д., Шевчук П.С. Теория информации. Ростов н/Д: РТИСТ ЮРГУЭС, 2010.