ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра «Радиоэлектроника»

Методические указания

к практической работе
«Расчет параметров групповых кодов»
по дисциплине

«Общая теория связи»

Авторы
Назарова О. Ю.,
Звездина М. Ю.

Ростов-на-Дону, 2019

Аннотация

Методические указания предназначены для студентов очной, заочной форм обучения направления 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи».

Авторы

к.т.н., доцент кафедры «Радиоэлектроника» Назарова О.Ю.,
д.ф.-м.н., профессор кафедры «Радиоэлектроника» Звездина М.Ю.

Оглавление

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Выработать умение производить расчеты параметров, формировать и декодировать корректирующие коды.

2. Прививать навыки самостоятельного анализа свойств и характеристик корректирующих кодов.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Расчет параметров блочных кодов, расчет параметров циклических кодов

Задача №1

В соответствии с вариантом задания, сформировать информационные комбинации блочные линейные кода. Рассчитать его обнаруживающую и исправляющую способности. Определить, являются ли принятые комбинации разрешенными.

Исходные данные

вариант №1

Информационные комбинации: *0001,0010, 0011, 0100*.

Проверочные соотношения: $a_5 = a_1 + a_3 + a_4$, $a_6 = a_2 + a_3 + a_4$,

$a_7 = a_1 + a_2 + a_3$.

Принятые комбинации: *0101101, 0110101, 1000101.*

Порядок решения

1. Используя табличный способ, по заданным информационным комбинациям и проверочным соотношениям найдем комбинации блочного линейного кода и определим их веса (табл. 1).

2.По табл. 1 определяем минимальное кодовое расстояние d_{min}

$$d_{min} = 3.$$

3. Определяем обнаруживающую способность кода

Таблица 1

№	Информационные коды	Блочный линейный код	Вес
1	*0001*	*0001110*	*3*
2	*0010*	*0010111*	*4*
3	*0011*	*0011001*	*3*
4	*0100*	*0100011*	*3*

$$S \leq d_{min} - 1, \quad S \leq 2.$$

С помощью проверочных символов в заданных комбинациях можно обнаружить наличие *не более двух* ошибок.

4. Определим исправляющую способность кода

$$t \leq (d_{min} - 1)/2, \quad t \leq 1.$$

С помощью проверочных символов в заданных кодовых комбинациях можно исправить *не более одной* ошибки.

5. Для проверки правильности приема кодовых комбинаций составим проверочную матрицу $\boldsymbol{H}_{(7,3)}$

$$\boldsymbol{H}_{(7,3)} = \begin{vmatrix} 1011100 \\ 0111010 \\ 1110001 \end{vmatrix}$$

Здесь в первой строке единица ставится на место первого проверочного элемента a_5 и информационных элементов a_1, a_3, и a_4, которые принимают участие в его формировании ($a_5 = a_1 + a_3 + a_4$). Во второй строке единица ставится на место второго проверочного элемента a_6 и информационных элементов a_2, a_3 и a_4, которые принимают участие в его формировании ($a_6 = a_2 + a_3 + a_4$). В третьей строке единица ставится на место третьего проверочного элемента a_6 и информационных элементов a_1, a_2 и a_3, которые принимают участие в его формировании ($a_6 = a_1 + a_2 + a_3$).

6. Транспонируем полученную матрицу, т. е преобразуем ее в матрицу $\boldsymbol{H}_{(3,7)}$. Для этого поменяем местами строки исходной матрицы с ее столбцами

7. Проверим, являются ли первая принятая комбинация разрешенной. Вычислим *синдром* перемножением принятой комбинации на транспонированную проверочную матрицу

$$H_{(3,7)} = \begin{vmatrix} 101 \\ 011 \\ 111 \\ 110 \\ 100 \\ 010 \\ 001 \end{vmatrix}$$

Для перемножения матриц каждый элемент первой принятой кодовой комбинации перемножаем на соответствующий элемент проверочной матрицы, складывая результаты перемножения по модулю два.

$$S_{(3)} = A_{(7,4)} \times H_{(3,7)} \qquad S_{(3)} = (0101101) \times \begin{vmatrix} 101 \\ 011 \\ 111 \\ 110 \\ 100 \\ 010 \\ 001 \end{vmatrix}$$

$$S_{(3)} = (0\times1+1\times0+0\times1+1\times1+1\times1+0\times0+1\times0)$$
$$(0\times0+1\times1+0\times1+1\times1+1\times0+0\times1+1\times0)$$
$$(0\times1+1\times1+0\times1+1\times0+1\times0+0\times0+1\times1)=$$
$$0\ 0\ 0.$$

Поскольку синдром представляет собой нулевую комбинацию, то первая кодовая комбинация является разрешенной, т.е. принята без ошибок.

8. Вычисляем синдром второй принятой комбинации

$$S_{(3)} = (0110101) \times \begin{vmatrix} 101 \\ 011 \\ 111 \\ 110 \\ 100 \\ 010 \\ 001 \end{vmatrix}$$

$$S_{(3)} = (0\times1+1\times0+1\times1+0\times1+1\times1+0\times0+1\times0)$$
$$(0\times0+1\times1+1\times1+0\times1+1\times0+0\times1+1\times0)$$
$$(0\times1+1\times1+1\times1+0\times0+1\times0+0\times0+1\times1)=$$
$$0\ 0\ 1.$$

Поскольку синдром ненулевая комбинация, то вторая кодовая комбинация является *запрещенной*, т. е. принята с ошибкой. По виду синдрома можно определить номер разряда, в котором произошла ошибка. Для этого необходимо составить таблицу соответствий кодовых комбинаций синдрома номерам искаженных символов. Полученная таблица будет справедлива только для используемых проверочных соотношений.

9. Аналогично находим синдром третьей принятой комбинации

$$S_{(3)} = (1000101) \times \begin{vmatrix} 101 \\ 011 \\ 111 \\ 110 \\ 100 \\ 010 \\ 001 \end{vmatrix}$$

$$S_{(3)} = (1\times1+0\times0+0\times1+0\times1+1\times1+0\times0+1\times0)$$
$$(1\times0+0\times1+0\times1+0\times1+1\times0+0\times1+1\times0)$$
$$(1\times1+0\times1+0\times1+0\times0+1\times0+0\times0+1\times1)=$$
$$1\ 0\ 0.$$

Поскольку синдром ненулевая комбинация, то третья кодовая комбинация также является *запрещенной*, т. е. принята с ошибкой.

Выводы:

1. Блочный линейный код является помехозащищенным, т. к. позволяет определить не только наличие ошибки в принятой кодовой комбинации, но и по синдрому узнать номер искаженного символа.

2. Проведенные расчеты показывают, что первая кодовая комбинация являются разрешенной, т. е. принята без ошибок, вторая и третья комбинации приняты с ошибкой.

Расчет параметров циклических кодов

Задача №2

Сформировать и записать первые три кодовых комбинации циклического кода в соответствии с вариантом задания. Определить, являются ли принятые комбинации разрешенными.

Исходные данные

вариант №1

Информационная комбинация: *1101*.
Порождающий полином: $g(x) = x^3+x+1.$
Принятые комбинации: *1001110, 0100111, 1010011.*

Порядок решения

1. Записываем заданную информационную кодовую комбинацию

$$1101.$$

2. Представим заданную кодовую комбинацию полиномом

$$x^3+x^2+1$$

3. Умножим полученный полином на x^{n-k}

$$(x^3+x^2+1)x^3 = x^6+x^5+x^3.$$

4. Для нахождения остатка $R(x)$ полученный после перемножения полином разделим на порождающий полином $g(x) = x^3+x+1$

5. Сложим остаток $R(x)$ с делимым полиномом

$$(x^6+x^5+x^3) + 1 = x^6+x^5+x^3+1.$$

$$\begin{array}{l|l}
x^6+x^5+x^3 & x^3+x+1 \\
\underline{x^6+x^4+x^3} & x^3+x^2+x+1 \\
\quad x^5+x^4 & \\
\quad \underline{x^5+x^3+x^2} & \\
\qquad x^4+x^3+x^2 & \\
\qquad \underline{x^4+x^2+x} & \\
\qquad\quad x^3+x & \\
\qquad\quad \underline{x^3+x+1} & \\
\qquad\qquad 1 - R(x) - \textit{остаток} &
\end{array}$$

6. По полученному полиному запишем кодовую комбинацию

1101001.

7. Проверим правильность нахождения кодовой комбинации. С этой целью разделим полином, соответствующий полученной кодовой комбинации, на порождающий полином

Поскольку остаток от деления равен нулю, то полученная кодовая комбинация является разрешенной.

8. Циклической перестановкой получаем следующие комбинации

1101001

1110100

$$
\begin{array}{l|l}
x^6+x^5+x^3+1 & x^3+x+1 \\ \cline{2-2}
\underline{x^6+x^4+x^3} & x^3+x^2+x+1 \\
\quad x^5+x^4+1 & \\
\quad \underline{x^5+x^3+x^2} & \\
\qquad x^4+x^3+x^2+1 & \\
\qquad \underline{x^4+x^2+x} & \\
\qquad\quad x^3+x+1 & \\
\qquad\quad \underline{x^3+x+} & \\
\qquad\qquad 0 &
\end{array}
$$

0111010

9. Проверим, являются ли первая принятая комбинация разрешенной. Для этого полином, соответствующий ей разделим на порождающий полином.

Первая принятая комбинация

1001110.

Соответствующий ей полином

$$x^6+x^3+x^2+x.$$

Разделим данное выражение на порождающий полином

$$\begin{array}{l|l} x^6+x^3+x^2+x & 1x^3+x+1 \\ \underline{x^6+x^4+x^3} & x^3+x \\ \quad x^4+x^2+x & \\ \quad \underline{x^4+x^2+x} & \\ \qquad 0 & \end{array}$$

Поскольку остаток от деления полинома равен нулю, то первая кодовая комбинация является разрешенной, т. е. принята *без ошибок*.

10. Вторая принятая комбинация

0100110.

Соответствующий ей полином

$$x^5+x^2+x$$

Разделим данное выражение на порождающий полином.

$$\begin{array}{l|l} x^5+x^2+x & 1x^3+x+1 \\ \underline{x^5+x^3+x^2} & x^2+1 \\ \quad x^3+x & \\ \quad \underline{x^3+x+1} & \\ \qquad 1 & \end{array}$$

Поскольку остаток от деления не равен нулю, то вторая кодовая комбинация является запрещенной, т. е. принята с ошибкой. Для определения места ошибки в кодовой комбинации необходимо составить проверочную матрицу, найти синдром, тогда по его значению можно будет определить искаженный разряд.

11. Третья заданная комбинация

1010001.

Соответствующий ей полином

$$x^6+x^4+1.$$

Разделим данное выражение на порождающий полином.

$$\begin{array}{l|l} x^6+x^4+1 & 1x^3+x+1 \\ \underline{x^6+x^4+x^3} & x^3+1 \\ \quad x^3+1 & \\ \quad \underline{x^3+x+1} & \\ \qquad x & \end{array}$$

Остаток от деления не равен нулю, следовательно, третья кодовая комбинация также является запрещенной, т. е. содержит ошибку.

Выводы:

1. Циклический код также является корректирующим, т. е. способен обнаруживать и исправлять ошибки.

2. Используя основное свойство циклического кода – делимость без остатка всех разрешенных кодовых комбинаций на порождающий полином, определили, что первая кодовая комбинация принята безошибочно, а вторая и третья - являются запрещенными, т. е. приняты с ошибкой.

ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ

Базовый уровень (уровень 1)

1. Сформировать табличным способом информационные комбинации блочного линейного кода, если информационные комбинации *0011, 1100, 1101,* а проверочные соотношения: $a_5 = a_1 + a_2 + a_3$,, $a_6 = a_1 + a_2 + a_4$, $a_7 = a_1 + a_3 + a_4$. Определить минимальное кодовое расстояние, исправляющую и обнаруживающую способности.

2. Определить минимальное кодовое расстояние, исправляющую и обнаруживающую способности для кода, если информационные комбинации *0111, 1100, 1111,* а проверочные соотношения: $a_5 = a_1 + a_2 + a_4$,, $a_6 = a_1 + a_2 + a_4$, $a_7 = a_1 + a_3 + a_4$

3. Определить, является ли принятая кодовая комбинация линейного блочного кода *1010100* разрешенной, если проверочные соотношения $a_5 = a_1 + a_3 + a_4$, $a_6 = a_2 + a_3 + a_4$, $a_7 = a_1 + a_2 + a_3$

4. Сформировать табличным способом информационные комбинации блочного линейного кода, если информационные комбинации *1011, 0100, 1101,* а проверочные соотношения: $a_5 = a_2 + a_3 + a_4$,, $a_6 = a_1 + a_2 + a_4$, $a_7 = a_1 + a_3 + a_4$. Определить минимальное кодовое расстояние, исправляющую и обнаруживающую способности.

5. Определить минимальное кодовое расстояние, исправляющую и обнаруживающую способности для кода, если информационные комбинации *0101, 1000, 0111,* а проверочные соотношения: $a_5 = a_1 + a_2 + a_4$,, $a_6 = a_1 + a_2 + a_3$, $a_7 = a_1 + a_3 + a_4$

Продвинутый уровень 1 (уровень 2)

1. Сформировать три кодовых комбинации циклического кода, если информационная комбинация *1101*, а порождающий многочлен $g(x)=x^3+x^2+l$.

2. Определить, является ли принятая кодовая комбинация циклического кода *1001010* разрешенной, если известен порождающий многочлен $g(x)=x^3+x+l$.

3. На вход канального кодера поступает информационная кодовая комбинация *1101*. Определить три кодовых комбинации циклического кода, порождающий многочлен задан как $g(x)=x^3+x^2+l$.

4. На выходе канального декодера появляется кодовая комбинация *1001011.* Определить является ли эта кодовая комбинация разрешенной для кода, если порождающий полином задан как $g(x)=x^3+x+l$.

5. Определить корректирующие характеристики для кода Хемминга.

Продвинутый уровень 2 (уровень 3)

1. Закодировать заданное слово 1001 0001 1101 1110 0000 000 кодом Хэмминга. Правило формирования проверочных символов задать самостоятельно.

2. Декодировать полученную в задаче 1 с использованием кода Хэмминга кодограмму. При этом следует учесть, что при передаче по каналу возникли ошибки в 3 и 18 разрядах.

3. На вход канального кодера поступают кодовые комбинации *1101 1001 0101*. Определить три кодовых комбинации циклического кода для каждой из них порождающий многочлен выбрать самостоятельно.

4. Определить границу Плоткина и границу Варшамова-Гильберта для кода Хемминга. Провести сравнительный анализ из корректирующих свойств.

5. На выходе канального декодера появляется кодовая комбинация *1101011.* Определить является ли эта кодовая комбинация разрешенной для кода, если порождающий полином задан как $g(x)=x^3+x+l$. По типу синдрома выяснить в каком разряде произошла ошибка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сидельников В.М. Теория кодирования М.: ФИЗМАТЛИТ 2008 Учебное пособие.
2. Балюкевич Э.Л. Основы теории информации Москва: Евразийский открытый институт, 2008 Учебное пособие
3. Цапенко М.П. Измерительные информационные системы. - . - М.: Энергоатом издат, 2005. - 440с.
4. Лидовский В.И. Теория информации. - М., «Высшая школа», 2002г. - 120с.