



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ  
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Инструментальное производство»

## Учебное пособие

# «Основы теории надежности»

по дисциплинам

«Математические основы теории надежности»,  
«Надежность и диагностика технологических  
систем»

Авторы  
Рыжкин А.А.,  
Шучев К.Г.

Ростов-на-Дону, 2015



## Аннотация

Освещены основные вопросы современной науки о надежности. Рассмотрены показатели надежности, установленные системой стандартов «Надежность в технике». Изложены основы математического моделирования надежности объектов, методы расчета надежности систем, испытания на надежность. Особое внимание уделено вопросам сбора и обработки информации о надежности лезвийного режущего инструмента. При этом использованы материалы собственных исследований авторов.

Пособие предназначено для студентов направлений 15.03.05 и 15.04.05. Может быть использовано студентами других направлений, изучающими специальные курсы надежности, а также инженерно-техническими работниками машиностроительных предприятий.

## Авторы

д.т.н., профессор Рыжкин А.А.,

к.т.н., профессор Шучев К.Г.



## Оглавление

### **1. ПРЕДМЕТ, ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ НАУКИ О НАДЕЖНОСТИ .....5**

1.1. Основные исходные понятия и определения..... 5

1.2. Предмет науки о надежности ..... 9

1.3. Цели и задачи дисциплины «Надежность станочных и инструментальных систем» .....11

### **2. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ .....13**

2.1. Система стандартов «Надежность в технике» .....13

2.2. Основные понятия, термины и определения состояний объектов и свойств надежности .....15

2.3. Номенклатура и классификация показателей надежности .....21

2.4. Показатели безотказности невосстанавливаемых объектов .....22

2.5. Показатели безотказности восстанавливаемых объектов .....30

2.6. Показатели долговечности.....31

2.7. Показатели ремонтпригодности .....33

2.8. Показатели сохраняемости .....34

2.9. Комплексные показатели надежности.....35

### **3. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИЧИНЫ ПОВРЕЖДЕНИЙ И ОТКАЗОВ.**

#### **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТА .....42**

3.1. Источники и причины изменения выходных параметров объектов .....42

3.2. Классификация отказов .....46

3.3. Математическая модель надежности объекта .....51

### **4. НАДЕЖНОСТЬ РАБОТЫ ОБЪЕКТОВ ДО ПЕРВОГО ОТКАЗА.**

#### **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ БЕЗОТКАЗНОСТИ .....58**

4.1. Формирование закона изменения выходного параметра объекта во времени .....58

4.2. Общая схема формирования отказа объекта.....62

4.3. Модели постепенных отказов.....64

4.4. Моделирование внезапных отказов на основе экспоненциального закона надежности.....73

4.5. Одновременное проявление внезапных и

постепенных отказов .....	81
4.6. Снижение уровня сопротивляемости объекта внезапным отказам вследствие процесса старения материалов .....	86
<b>5. НАДЕЖНОСТЬ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ОБЪЕКТОВ. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДОЛГОВЕЧНОСТИ .....</b>	<b>88</b>
5.1. Основные особенности исследования долговечности объектов .....	88
5.2. Схема потери объектом работоспособности при эксплуатации с установленным периодом непрерывной работы .....	89
5.3. Схема потери объектом работоспособности при эксплуатации с работой до отказа .....	95
<b>6. НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ .....</b>	<b>99</b>
6.1. Системы как объект надежности и их основные свойства.....	99
6.2. Расчет надежности систем с расчлененной структурой .....	103
6.3. Резервирование как метод обеспечения надежности технологических систем на стадии их создания .....	120
<b>7. ИСПЫТАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ.....</b>	<b>123</b>
7.1. Виды испытаний .....	123
7.2. Определительные испытания.....	126
7.3. Контрольные испытания .....	134
7.4. Ускоренные испытания .....	149
<b>8. МЕТОДЫ СБОРА И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ О НАДЕЖНОСТИ РЕЖУЩИХ ИНСТРУМЕНТОВ .....</b>	<b>163</b>
8.1. Последовательность статистической обработки результатов стойкостных испытаний.....	164
8.2. Расчет показателей надежности инструмента .....	190
<b>Список литературы .....</b>	<b>200</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ.....</b>	<b>203</b>
Приложение 1.....	203
Приложение 2.....	212

# 1. ПРЕДМЕТ, ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ НАУКИ О НАДЕЖНОСТИ

## 1.1. Основные исходные понятия и определения

При первом знакомстве с предметом науки о надежности и существом проблем, которыми эта наука занимается, целесообразно начать с определения основных ключевых понятий, которое позволит исключить их неоднозначное толкование при последующем определении предмета дисциплины и изложении курса в целом. Такими ключевыми понятиями являются: «техника», «изделие», «система».

Обобщающим термином «**техника**» обычно называют совокупность средств человеческой деятельности, созданных для осуществления процессов производства и удовлетворения производственных потребностей человека и общества.

Средствами техники пользуются для воздействия на предметы труда при создании материальных и культурных благ; для получения, передачи и превращения энергии; сбора, хранения, передачи и обработки информации; исследования законов развития природы и общества; обслуживания быта, здравоохранения, обороны и т. д. Таким образом, техника является средством удовлетворения потребностей (в том числе и средством производства).

Для обозначения любого образца создаваемой техники используется термин «изделие». **Изделием** (по ГОСТ 2.101-68 ЕСКД. Виды изделий и конструкторских документов) называется любой предмет производства (или набор предметов), подлежащий изготовлению на предприятии. Использование термина «изделие» для конкретного технического средства подчеркивает, что данный предмет рассматривается как продукт производства. В этом аспекте различают изделия неспецифицированные (не имеющие составных частей) – детали, и специфицированные (состоящие из двух и более составных частей) – сборочные единицы, комплексы и комплекты.

Технические средства (в особенности, средства производства - технологическое оборудование и средства технологического оснащения), рассматриваемые при их создании как изделия, используются по назначению, как правило, в составе систем

(в частности, технологических систем).

**Система** - упорядоченная совокупность взаимосвязанных и взаимодействующих элементов, образующих единое функциональное целое, предназначенное для решения определенных задач (достижения определенных целей). Это определение подчеркивает первичность цели при объединении каких-то системообразующих факторов (материальных, человеческих, информационных и пр.) в систему. Если цель не сформулирована, предметного разговора о системе не может быть. Для технологических систем, в частности, целью является производство определенной продукции с определенными показателями качества и определенным тактом выпуска при регламентированных затратах материальных, энергетических, трудовых и прочих ресурсов.

**Элемент системы** - часть системы, предназначенная для выполнения определенных функций и неделимая на составные части при данном уровне рассмотрения.

Двойственность рассмотрения одних и тех же конкретных технических средств в качестве изделий и систем (подсистем, элементов систем) объясняется тем, что технику, в особенности с точки зрения ее надежности и качества, обычно рассматривают и изучают в процессе ее временного развития, который складывается из жизненных циклов отдельных технических средств. **Жизненный цикл** делят на отдельные этапы (стадии), отличающиеся своими специфическими чертами, в том числе и особенностями задач, связанных с обеспечением надежности и эффективности.

Основные этапы (стадии) жизненного цикла:

**1. Этап инициализации цикла.** Основные возможные варианты реализации этого этапа:

- осознание и изучение вновь сложившейся или изменившейся потребности в техническом средстве (возможно даже искусственное стимулирование потребности);

- возникшая возможность использования новых материалов, технологий, конструкторских решений, достижений фундаментальной и прикладной науки, накопленного опыта эксплуатации аналогичных технических средств;

**2. Этап создания,** включающий в себя следующие стадии:

- **разработка (проектирование).** Состав возможных стадий разработки определен ГОСТ 2.103-68: техническое задание, техническое предложение, эскизный проект, технический

проект, разработка рабочей документации на опытный образец (партию) изделий, изготовление опытного образца (партии) изделий, испытания опытного образца (партии) изделий, подготовка документации на изделия серийного (массового) производства, изготовление и испытание установочной серии и т.д. Следует отметить, что вспомогательные технические средства, используемые на стадии разработки (опытные образцы, макеты, экспериментальные и испытательные установки) имеют свой жизненный цикл, не совпадающий с жизненным циклом основного технического средства.

Описанные выше стадии составляют идеальную часть жизненного цикла, на которой рассматриваемое техническое средство еще не существует как материальный объект, далее следует материальная часть жизненного цикла.

- **изготовление;**

- **поставка.**

**3. Этап применения (эксплуатации),** включающий в себя следующие стадии:

- **хранение;**

- **транспортирование;**

- **подготовка к применению по назначению** (развертывание, монтаж и наладка);

- **испытание;**

- **ожидание применения по назначению;**

- **применение по назначению;**

- **техническое обслуживание;**

- **ремонт;**

**4. Конечный этап жизненного цикла** (вывод из эксплуатации, списание, ликвидация и утилизация отходов). Основаниями для перехода к конечному этапу жизненного цикла могут быть:

- исчезновение или существенное изменение потребности;

- моральное старение;

- физическое старение (полное исчерпание ресурса вследствие физического износа и невозможность или нецелесообразность его восстановления путем ремонта).

Более детально жизненный цикл технического средства может быть представлен сетевым графом, вершины которого (состояния, в частности - технические состояния) соединяются в

единое целое дугами (события, связанные с изменением состояний - повреждения, отказы, ресурсные отказы, восстановления и т. п.). Примеры таких графов (вернее, подграфов, соответствующих этапу эксплуатации) и их применение в расчетах надежности будут рассмотрены ниже (см. разд.2.9).

При дальнейшем изложении курса для обозначения технического средства (изделия или системы, а также их составных частей - функциональных единиц, элементов, подсистем), рассматриваемого с точки зрения его надежности при разработке, изготовлении, испытании и эксплуатации, будет использоваться обобщающее понятие «объект». Таким образом, **объект** в теории надежности - это техническое средство определенного целевого назначения (изделие, система) или его составная часть, рассматриваемое с точки зрения надежности на различных этапах жизненного цикла. При необходимости в понятие «объект» могут включаться информация, программные средства, а также человеческий фактор. Деления основного понятия «надежность» на надежность аппаратную (т.е. изделия) и надежность функционирования (т.е. выполнения заданных функций системой), как это было принято ранее, особенно в литературе по надежности радиоэлектронной аппаратуры, производиться не будет.

Возможно построение развитой классификации объектов надежности по ряду разделительных признаков /1/: особенностям целевого назначения, конструктивным, технологическим и структурным особенностям, объему выпуска и применения, наличию одного или нескольких уровней работоспособности, особенностям ремонта и технического обслуживания и т.д. В рамках настоящего курса ограничимся делением объектов на **восстанавливаемые** (обслуживаемые и ремонтируемые) и **невосстанавливаемые** (необслуживаемые и неремонтируемые).

**Обслуживаемый объект** - объект, для которого в нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации предусмотрены операции технического обслуживания.

**Ремонтируемый объект** - объект, ремонт которого возможен и предусмотрен нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документацией.



## 1.2. Предмет науки о надежности

Первичным по отношению к понятию «надежность» является понятие «качество».

**Качество** объекта - совокупность свойств и признаков, определяющих его пригодность удовлетворять определенные потребности в соответствии с его назначением, и выражающая его специфику и отличие от других объектов.

Но поскольку этап применения (эксплуатации) объекта охватывает определенный, как правило, длительный, период времени, под влиянием различных факторов может произойти изменение уровня свойств, определяющих качество объекта и эффективность его функционирования, под которой понимается выгодность целевого обмена ресурсов (материальных, энергетических, трудовых, информационных) на конечный результат (для технологических систем - готовую продукцию).

**Предметом науки о надежности** является изучение закономерностей изменения показателей качества объектов во времени и разработка методов, позволяющих с минимальной затратой времени и ресурсов обеспечить необходимую продолжительность и эффективность их работы.

Специфическими особенностями вопросов надежности являются:

- **учет фактора времени.** Надежность является как бы «динамикой качества», поскольку исследует временное количественное изменение показателей качества, первоначальный уровень которых был заложен при разработке, обеспечен при изготовлении и реализуется при эксплуатации;

- **прогностическая ценность результатов.** Проблемы надежности связаны прежде всего с прогнозированием поведения объекта в будущем, так как простая констатация уровня надежности объекта, уже выработавшего свой ресурс, имеет, вообще говоря, малую ценность. Особенно большое значение имеет прогноз на ранних стадиях жизненного цикла объекта (разработка и изготовление), когда необходимо дать оценку эффективности принятых конструкторских решений и применяемых технологических методов для обеспечения требуемого уровня качества и эффективности применения объекта в предполагаемых условиях эксплуатации, в течение необходимого времени применения.

Следует иметь в виду, что изменение показателей качества объекта во времени может быть абсолютным и относительным.

**Абсолютное изменение качества** связано с различными повреждающими процессами, воздействующими на объект при эксплуатации и изменяющими свойства и состояние материалов, из которых изготовлен объект или его составные части; за счет этого происходит прогрессивное снижение показателей качества объекта и его физическое старение (физический износ).

**Относительное изменение качества** объекта связано с появлением новых аналогичных объектов с более совершенными характеристиками, в связи с чем показатели данного объекта становятся ниже среднего уровня в совокупности объектов аналогичного целевого назначения, хотя в абсолютных значениях они могут не изменяться (моральный износ).

Наука о надежности изучает только абсолютное изменение показателей качества объектов, связанное с протеканием различных повреждающих процессов; изучением относительного изменения показателей качества эта наука не занимается.

Исторически наука о надежности развивалась по двум основным направлениям:

- **Математическое направление** возникло в радиоэлектронике, связано с развитием математических методов оценки надежности, особенно применительно к сложным системам, с разработкой методов статистической обработки информации о надежности, разработкой структур систем, обеспечивающих высокий уровень надежности. Теоретической базой этого направления являются: теория вероятностей, математическая статистика, теория случайных процессов, теория массового обслуживания, математическое моделирование и другие разделы математики.

- **Физическое направление** возникло в машиностроении, связано с изучением физики отказов, с разработкой методов расчета на прочность, износостойкость, теплостойкость и др. Теоретической базой этого направления являются естественные науки, изучающие различные аспекты разрушения, старения и изменения свойств материалов: теории упругости, пластичности и ползучести, теория усталостной прочности, механика разрушения, трибология, физико-химическая механика материалов и др.

В настоящий период идет активный процесс взаим-

ного слияния этих направлений, перенесения рациональных идей из одной области в другую и формирование на этой основе единой науки о надежности.

### **1.3. Цели и задачи дисциплины «Надежность станочных и инструментальных систем»**

Дисциплина «Надежность станочных и инструментальных систем» («Надежность технологических машин и оснастки» - для спец. 1207) имеет целью ознакомление студентов, обучающихся по специальности 1202 (1207), с основами современных методов исследования и обеспечения надежности и эффективности технологических систем обработки материалов в процессе их создания и эксплуатации.

Дисциплина направлена на создание предпосылок к подготовке высококвалифицированных специалистов, знакомых с основополагающими методологическими и организационно-техническими принципами, а также математическими и инженерными методами, позволяющими им проводить анализ проблем надежности и эффективности исследуемых объектов техники, осуществлять постановку и решение конкретных задач, принимать решения и осуществлять руководство их реализацией.

Задачей дисциплины «Надежность станочных и инструментальных систем» («Надежность технологических машин и оснастки») является представление в логически последовательном и формализованном виде основных проблем надежности и эффективности технологических систем обработки материалов, возникающих на различных этапах их жизненного цикла:

1) задание требований по надежности технологических систем и нормирование (распределение) требований по надежности их элементов на стадии разработки;

2) выбор рациональной структуры технологической системы и обоснование необходимого резервирования, уровня контролепригодности и восстанавливаемости;

3) обоснование основных принципов (направлений) и программ обеспечения надежности технологических систем и их элементов при их создании и эксплуатации;

4) оценка уровня показателей надежности технологических систем и их элементов на основе априорной информации и по

результатам отработки, производства и эксплуатации;

5) диагностирование и прогнозирование технического состояния технологических систем и их элементов;

6) выбор и обоснование планов испытаний технологических систем и их элементов на надежность.

## 2. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ

### 2.1. Система стандартов «Надежность в технике»

Все государственные стандарты по обеспечению надежности сведены в специальный класс 27 и объединены названием: Система стандартов «Надежность в технике» (ССНТ). Назначение ССНТ, структура и состав объектов стандартизации, правила наименования и обозначения стандартов ССНТ установлены /3/. Структура обозначения стандартов ССНТ:

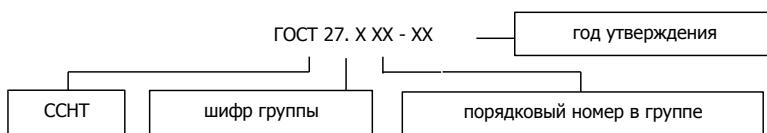


Таблица 2.1  
Структура и состав объектов стандартизации ССНТ

Шифр и наименование группы стандартов ССНТ	Объект стандартизации
1	2
0. Общие вопросы	0.1. Основные принципы стандартизации в области надежности 0.2. Основные понятия, термины и определения 0.3. Общие правила и методы установления требований по надежности 0.4. Классификация отказов и предельных состояний

## Основы теории надежности

1. Организация работ по обеспечению надежности	1.1. Общий порядок обеспечения надежности на стадиях жизненного цикла, организационная структура 1.2. Программа обеспечения надежности, планирование работ 1.3. Управление применением комплектующих изделий (надежностные аспекты) 1.4. Информационное обеспечение надежности 1.5. Экспертиза проектов
2. Способы обеспечения	2.1. Общие требования и рекомендации по конструктивным и технологическим способам обеспечения надежности 2.2. Экспериментальная отработка на надежность, моделирование роста надежности 2.3. Ориентированные на обеспечение надежности способы контроля качества и отбраковки потенциально ненадежных объектов 2.4. Назначение и продление срока службы, срока хранения и ресурса 2.5. Обеспечение (поддержание) надежности в эксплуатации
3. Анализ и расчет надежности	3.1. Порядок и общие требования к методам анализа и расчета надежности 3.2. Методы расчета показателей надежности 3.3. Методы расчета надежности с учетом качества программных средств (надежность программного обеспечения) 3.4. Методы расчета надежности с учетом «человеческого фактора» 3.5. Анализ возможных видов, последствий и критичности отказов

4. Испытания, контроль, оценка надежности	4.1. Порядок оценки и контроля надежности 4.2. Правила проведения и общие требования к методам испытаний 4.3. Выбор условий и режимов испытаний 4.4. Предварительная обработка статистических данных о надежности (проверка однородности, сравнение, выявление тренда, проверка вида распределения) 4.5. Оценка показателей надежности по экспериментальным данным 4.6. Планы контрольных испытаний на надежность 4.7. Оценка показателей надежности объектов по данным о надежности их составных частей 4.8. Методы сокращения объемов испытаний, форсирования режимов, использования дополнительной информации, контроль и оценка надежности по состоянию технологического процесса и др.
---	--

В настоящее время ССНТ включает в себя 11 действующих стандартов /3-13/.

## 2.2. Основные понятия, термины и определения состояний объектов и свойств надежности

Термины и определения основных понятий, используемых в теории надежности, даны в ГОСТ 27.002-89 «Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения» /4/.

Каждый объект характеризуется рядом выходных качественных параметров, допустимые значения которых в процессе эксплуатации оговорены в нормативно-технической (стандарты, технические условия) и (или) конструкторской (проектной) документации.

**Надежность** - свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характери-

зующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования.

С позиций надежности объект может находиться в следующих технических состояниях: исправное, неисправное, работоспособное, неработоспособное и предельное.

**Исправное состояние** - состояние объекта, при котором он соответствует всем требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Если хотя бы по одному из требований объект не соответствует нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации, состояние объекта считается **неисправным**.

**Повреждение** - событие, заключающееся в нарушении исправного состояния объекта при сохранении работоспособного состояния.

**Работоспособное состояние** - состояние объекта, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствует требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

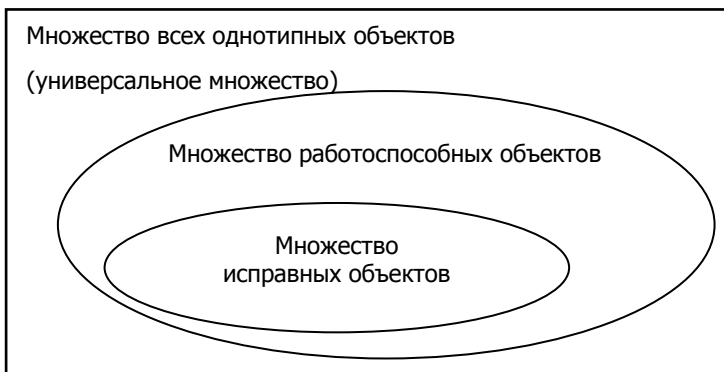


Рис. 2.1. Соотношение понятий «исправное состояние», «работоспособное состояние»

Состояние объекта, при котором значение хотя бы одного параметра, характеризующего способность выполнять заданные



функции, не соответствует требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации, называется **неработоспособным**.

Для сложных объектов возможно наличие нескольких работоспособных состояний, отличающихся уровнем эффективности применения объекта. Возможно также наличие нескольких неработоспособных состояний, при этом из всего множества неработоспособных состояний выделяют частично неработоспособные состояния, при которых объект способен частично выполнять требуемые функции.

Понятие «исправное состояние» является более «жестким» по отношению к объему требований, предъявляемых к объекту, чем понятие «работоспособное состояние» (рис. 2.1). Исправный объект всегда работоспособен. Работоспособный объект, в отличие от исправного, удовлетворяет не всем требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации, а лишь тем, которые обеспечивают его нормальное функционирование. При этом он может не удовлетворять, например, требованиям, относящимся к его внешнему виду (иметь местные нарушения лакокрасочного покрытия, вмятины на кожухах ограждений и т.п.). Работоспособный объект может быть неисправным, однако, его повреждения при этом не настолько существенны, чтобы они могли препятствовать функционированию объекта.

**Отказ** - событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта.

**Критерий отказа** - признак или совокупность признаков неработоспособного состояния объекта, установленных в нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Типичные критерии отказов:

1) прекращение выполнения объектом заданных функций (**отказ функционирования**); снижение качества функционирования по одному или нескольким из выходных параметров (производительность, мощность, точность и др.) за пределы допустимого уровня (**параметрический отказ**);

2) искажения информации на выходе объектов, имеющих в своем составе ЭВМ или другие устройства дискретной техники из-за сбоев;

3) внешние проявления, связанные с наступлением или

предпосылками наступления неработоспособного состояния (шум, вибрации, перегрев и др.).

Надежность - сложное обобщенное свойство, которое в зависимости от назначения объекта и условий его применения может включать в себя безотказность, долговечность, ремонтпригодность, сохраняемость или определенные сочетания этих частных свойств, охватываемых понятием «надежность».

**Безотказность** - свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или наработки.

Под **наработкой** понимается продолжительность или объем работы объекта. Размерность наработки определяется видом объекта и особенностями его применения, например, наработка двигателя измеряется в моточасах, автомобиля - в километрах пробега, станка-автомата - количеством обработанных деталей, реле - количеством циклов срабатывания и т. п. Нарботка может определяться до отказа, между отказами, до наступления предельного состояния или до некоторого фиксированного момента времени.

**Предельное состояние** - состояние объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация недопустима или нецелесообразна, либо восстановление его работоспособного состояния невозможно или нецелесообразно.

Предельное состояние обусловлено физической невозможностью дальнейшей эксплуатации объекта, либо недопустимым снижением его эффективности, либо требованиями безопасности и определяется установленным критерием предельного состояния.

**Критерий предельного состояния** - признак или совокупность признаков предельного состояния объекта, установленные нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документацией.

Типичные критерии предельных состояний:

- 1) отказ одной или нескольких составных частей, восстановление или замена которых на месте эксплуатации не предусмотрены эксплуатационной документацией (должны выполняться на предприятии-изготовителе или на специализированном ремонтном предприятии);

2) механический износ ответственных деталей (узлов) или снижение физических (химических) свойств материалов до предельно допустимого уровня;

3) снижение наработки на отказ (повышение интенсивности отказов) ниже (выше) допустимого уровня;

4) повышение установленного уровня текущих (суммарных) затрат на техническое обслуживание и ремонт или другие признаки, определяющие экономическую нецелесообразность дальнейшей эксплуатации.

Наработка объекта от начала эксплуатации (или ее возобновления после ремонта) до перехода в предельное состояние называется **ресурсом** (техническим ресурсом). Ресурс невозстанавливаемого объекта определяется через его наработку до отказа. Ресурс восстанавливаемого объекта равен его суммарной наработке до ресурсного отказа (периоды функционирования чередуются с периодами восстановления работоспособности).

**Ресурсный отказ** - отказ, в результате которого объект достигает предельного состояния.

**Долговечность** - свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта.

Основное отличие понятий «безотказность» и «долговечность» состоит в том, что понятие «безотказность» предполагает как бы самостоятельную работу объекта без какого-либо вмешательства извне для поддержания его работоспособности. Понятие «долговечность» предполагает рассмотрение работоспособности объекта за весь период его эксплуатации и учитывает, что длительная работа объекта (особенно сложного) невозможна без проведения мероприятий по поддержанию и восстановлению его работоспособности, утрачиваемой в процессе эксплуатации.

Показатели долговечности могут выражаться через ресурс или **срок службы** - календарную продолжительность эксплуатации объекта от начала его применения (возобновления эксплуатации после ремонта) до наступления предельного состояния.

**Ремонтопригодность** - свойство объекта, заключающееся в его приспособленности к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путем технического обслуживания и ремонта.

Ремонтопригодность объекта характеризуется оперативной продолжительностью (трудоемкостью) операций обнаружения отказа, поиска его причин и устранения причин и последствий отказа. При этом следует учитывать, что полная продолжительность восстановления работоспособного состояния объекта, кроме оперативной продолжительности (времени, затрачиваемого непосредственно на операции по восстановлению работоспособности объекта), которая зависит от уровня ремонтпригодности объекта, включает в себя время, затрачиваемое на организационные мероприятия (поиск ремонтной документации, доставка запасных частей и т.п.), продолжительность которого не связана с уровнем ремонтпригодности объекта.

**Сохраняемость** - свойство объекта сохранять в заданных пределах значения параметров, характеризующих способность объекта выполнять требуемые функции, в течение и после хранения и (или) транспортирования.

Это свойство особенно важно для объектов, для которых предусмотрена сезонная эксплуатация (сельскохозяйственные, снегоуборочные машины) или которые применяют по назначению в аварийных или особых условиях (противопожарная техника, средства аварийной сигнализации и т.п.).

В заключение этого подраздела упомянем о понятиях, близких к понятию «надежность», но не тождественных ему. Для объектов, являющихся потенциальным источником опасности, таким понятием является «безопасность».

**Безопасность** - свойство объекта при изготовлении и эксплуатации и в случае нарушения работоспособного состояния не создавать угрозу для жизни и здоровья людей, а также для окружающей среды. Безопасность не входит в понятие «надежность», но в определенных условиях тесно связана с ним, например, если отказы могут привести к условиям, вредным для людей и окружающей среды сверх установленных санитарных норм.

Живучесть (fail-self concept) - понятие, пограничное между надежностью и безопасностью.

**Живучесть** - свойство объекта, состоящее в его способности противостоять развитию критических отказов из дефектов и повреждений при установленной системе технического обслуживания и ремонта, или свойство объекта сохранять ограниченную работоспособность при воздействиях, не предусмотренных

условиями эксплуатации, или свойство объекта сохранять ограниченную работоспособность при наличии дефектов и повреждений определенного вида, а также при отказе некоторых компонентов.

В англоязычной литературе по надежности для характеристики живучести объектов по отношению к человеческим ошибкам (ошибки оператора, неквалифицированное вмешательство в работу объекта) также применяется специальный термин **fool-proof** (в буквальном переводе – «защищенность от дурака»).

### 2.3. Номенклатура и классификация показателей надежности

**Показатель надежности** - количественная характеристика одного или нескольких свойств, составляющих надежность объекта.

Под номенклатурой показателей надежности понимают состав показателей, необходимый и достаточный для характеристики объекта или решения поставленной задачи. Полный состав номенклатуры показателей надежности, из которой выбираются показатели для конкретного объекта и решаемой задачи, установлен ГОСТ 27.002-89.

Показатели надежности принято классифицировать по следующим признакам:

**1) по свойствам надежности** различают:

- показатели безотказности;
- показатели долговечности;
- показатели ремонтпригодности;
- показатели сохраняемости;

**2) по числу свойств надежности**, характеризующих показателем, различают:

- единичные показатели (характеризуют одно из свойств надежности);
- комплексные показатели (характеризуют одновременно несколько свойств надежности, например, безотказность и ремонтпригодность);

**3) по числу характеризующих объектов** различают:

- групповые показатели;
- индивидуальные показатели;
- смешанные показатели;

*Групповые показатели* – показатели, которые могут быть определены и установлены только для совокупности объектов; уровень надежности отдельного экземпляра объекта они не регламентируют.

*Индивидуальные показатели* – показатели, устанавливающие норму надежности для каждого экземпляра объекта из рассматриваемой совокупности (или единичного объекта).

*Смешанные показатели* могут выступать как групповые или индивидуальные.

**4) по источнику информации** для оценки уровня показателя различают:

- расчетные показатели;
- экспериментальные показатели;
- эксплуатационные показатели;
- экстраполированные показатели;

*Экстраполированный показатель надежности* – показатель надежности, точечная или интервальная оценка которого определяется на основании результатов расчетов, испытаний и (или) эксплуатационных данных путем экстраполирования на другую продолжительность эксплуатации и другие условия эксплуатации.

**5) по размерности показателя** различают показатели, выражаемые:

- наработкой;
- сроком службы;
- безразмерные (в том числе, вероятности событий).

## 2.4. Показатели безотказности невосстанавливаемых объектов

**Вероятность безотказной работы\***  $P(t)$  - вероятность того, что в пределах заданной наработки  $t$  отказ объекта не возникает.

$$P(t) = P(\theta_1 \geq t) = \int_t^{\infty} f(t)dt = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt, \quad (2.1)$$

---

\* Здесь и далее в пределах главы 2 знаком \* отмечены показатели надежности, установленные ГОСТ 27.002-89.

где  $\theta_1$  - наработка объекта до отказа (случайная величина);  
 $f(t)$  - функция плотности распределения случайной величины  $\theta_1$  ;  
 $F(t)$  - вероятность отказа (интегральная функция распределения случайной величины  $\theta_1$  ):

$$F(t) = P(\theta_1 < t) = \int_0^t f(t)dt \quad (\text{считается, что наработка } t \geq 0). \quad (2.2)$$

Имеют место дифференциальные соотношения:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt} \quad (2.3)$$

Из формулы (2.1) следует, что вероятность безотказной работы  $P(t)$  и вероятность отказа  $F(t)$  равны площади под кривой функции плотности распределения  $f(t)$  на интервалах  $[0, t]$  и  $(t, \infty)$ , соответственно (рис.2.2).

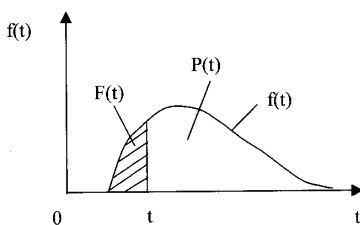


Рис 2.2. Графическая интерпретация вероятности безотказной работы и вероятности отказа

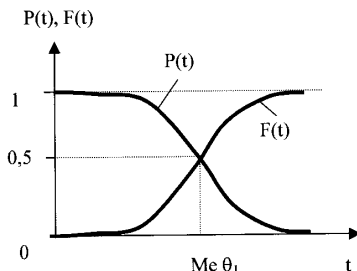


Рис. 2.3. Графики зависимости вероятности безотказной работы и вероятности отказа от наработки объекта

С ростом наработки вероятность безотказной работы невозстановливаемого объекта  $P(t)$  монотонно уменьшается от 1 при  $t = 0$ , асимптотически приближаясь к 0 при  $t \rightarrow \infty$ , а вероятность отказа  $F(t)$  растет от 0 до 1 (рис. 2.3).

Вероятность безотказной работы объекта в интервале наработки  $(t, t + \Delta t)$  есть условная вероятность того, что объект находится в работоспособном состоянии на этом интервале наработки, определяемая при условии, что объект сохранил работоспособность к моменту  $t$  начала этого интервала:

$$P(t, t + \Delta t) = P(\theta_1 \geq t + \Delta t | \theta_1 \geq t) = P(A | B) = \frac{P(A \cdot B)}{P(B)} = \quad (2.4)$$

$$= \frac{P(t + \Delta t)}{P(t)} = \frac{\int_t^{\infty} f(t) dt}{\int_t^{\infty} f(t) dt},$$

где  $P(B)$  - вероятность события  $B$ , состоящего в работоспособности объекта на интервале наработки  $(0, t)$  (рис.2.4);  $P(A|B)$  - условная вероятность события  $A$ , состоящего в работоспособности объекта на интервале  $(t, t+\Delta t)$ , определяемая при условии реализации события  $B$ ;  $P(A \cdot B)$  - вероятность произведения (пересечения) случайных событий  $A$  и  $B$ , т. е. вероятность работоспособности объекта на интервале  $(0, t+\Delta t)$ .

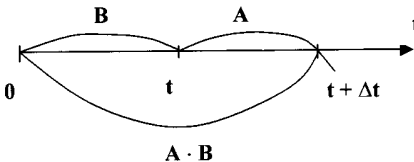


Рис. 2.4. К определению условной вероятности работы объекта на интервале

$t + \Delta t$ ).

**Средняя наработка до отказа\***  $\bar{t}$  - математическое ожидание наработки объекта до отказа. Иначе говоря,  $\bar{t}$  есть «центр тяжести» распределения случайной величины  $\theta_1$ :

$$\bar{t} = M\theta_1 = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} t dF(t) = \int_0^{\infty} P(t) dt. \quad (2.5)$$

Последнее равенство можно доказать, если взять по частям первый интеграл:

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int u dv = uv - \int v du, \quad (2.6)$$

где  $u = t \rightarrow du = dt$ ;  $v = F(t) \rightarrow dv = f(t) dt$  →  $\Lambda = -F(t)$ .

Подставляя это в (2.6), получаем



$$\bar{t} = -t P(t) \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} P(t) dt = 0 \cdot P(0) - \infty \cdot P(\infty) + \int_0^{\infty} P(t) dt.$$

Учитывая, что  $P(0) = 1$  и  $\bar{t}$  является величиной ограниченной ( $P(t)$  стремится к нулю быстрее, чем  $t$  к  $\infty$ ), окончательно получаем:

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} P(t) dt, \quad \text{т.е. средняя наработка до отказа равна площади под кривой зависимости вероятности безотказной работы от наработки объекта.}$$

Вероятность отказа (интегральная функция распределения случайной величины  $\theta_1$  - наработки объекта до отказа), отнесенная к моменту  $t_\gamma$ , составляет

**Гамма-процентная наработка до отказа\***  $t_\gamma$  - наработка до отказа, которая обеспечивается для  $\gamma \cdot 100\%$  объектов рассматриваемого типа.

По определению

$$P(t_\gamma) = \int_{t_\gamma}^{\infty} f(t) dt = \gamma. \quad (2.7)$$

Вероятность отказа (интегральная функция распределения случайной величины  $\theta_1$  - наработки объекта до отказа), отнесенная к моменту  $t_\gamma$ , составляет

$$F(t) = 1 - P(t) = \int_0^{t_\gamma} f(t) dt = 1 - \gamma, \quad \text{т.е. гамма-процентная наработка до отказа есть нижняя } (1 - \gamma) \cdot 100\% \text{-ная квантиль распределения случайной величины } \theta_1, \text{ а } (1 - \gamma) \cdot 100\% \text{ есть процент объектов, для которых отказы в течение наработки } t_\gamma \text{ допустимы.}$$

**Интенсивность отказов\***  $\lambda(t)$  - условная плотность вероятности возникновения отказа невозстанавливаемого объекта, определяемая для рассматриваемого момента наработки  $t$  при условии, что до этого момента отказ не возник.

По определению

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(\Delta t | t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1 - P(\Delta t | t)}{\Delta t}, \quad (2.8)$$

где  $F(\Delta t | t)$  - условная вероятность отказа объекта на интервале  $\Delta t$ , определяемая при условии, что в момент  $t$  объект находится

дился в работоспособном состоянии;  $P(\Delta t | t)$  - соответствующая вероятность безотказной работы.

На основании формулы (2.4) и рис. 2.4 последняя вероятность определяется как  $P(\Delta t | t) = \frac{P(t + \Delta t)}{P(t)}$ .

Подставляя это равенство в (2.8), получаем

$$\begin{aligned} \lambda(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{1 - \frac{P(t + \Delta t)}{P(t)}}{\Delta t} \right] = -\frac{1}{P(t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\Delta t} \right] = \\ &= -\frac{1}{P(t)} \frac{dP(t)}{dt} = \frac{f(t)}{P(t)} = -\frac{d}{dt} [\ln P(t)]. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Рассмотрим последнее равенство:

$$\lambda(t) = -\frac{d}{dt} [\ln P(t)].$$

Умножая обе части этого равенства на  $-dt$  и интегрируя в пределах от 0 до  $t$ , получаем

$$-\int_0^t \lambda(t) dt = \int_0^t d[\ln P(t)] = \ln P(t) \Big|_0^t = \ln P(t) - \ln P(0) = \ln P(t).$$

Потенцируя последнее равенство, получаем формулу, которую называют **основной формулой надежности**:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}. \quad (2.10)$$

В частном случае при  $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$  основная формула надежности (2.10) дает экспоненциальный закон распределения, широко используемый для моделирования внезапных отказов

$$P(t) = e^{-\lambda t}; \quad F(t) = 1 - P(t) = 1 - e^{-\lambda t}; \quad f(t) = \lambda e^{-\lambda t}; \quad \bar{t} = \frac{1}{\lambda}. \quad (2.11)$$

Типичная кривая изменения интенсивности отказов невосстанавливаемого объекта (параметра потока отказов восстанавливаемого объекта - см. раздел 2.5) с ростом наработки ( $\lambda$  - характеристика объекта) приведена на рис 2.5. На этой кривой выделяют три характерных участка:

**I. Начальный период эксплуатации.** Повышенный уровень интенсивности отказов на этом участке объясняется наличием скрытых дефектов изготовления, которые, проявляясь в начальный период эксплуатации, приводят к отказам объекта.

**II. Период нормальной эксплуатации.** В течение этого периода, когда уровень накопленных износных повреждений еще не настолько высок, чтобы вызвать ухудшение выходных качественных параметров объекта, интенсивность отказов (параметр потока отказов) обычно имеет стабильно низкое значение, уровень которого определяется особенностями вида объекта, его исходным качеством, режимами и условиями эксплуатации. Обычно на этом периоде эксплуатации наблюдается несколько характерных для объекта видов внезапных отказов (для технологической системы обработки материалов резанием, например, это поломки мелкоразмерного инструмента, поломки деталей предохранительных устройств и т.п.), которые в совокупности определяют уровень интенсивности отказов (параметра потока отказов) на этом участке.

**III. Заключительный период эксплуатации.** В течение этого периода эксплуатации происходит прогрессивное ухудшение выходных параметров объекта, вызванное накопленными износными и деградационными повреждениями, что вызывает монотонное возрастание интенсивности отказов (параметра потока отказов).

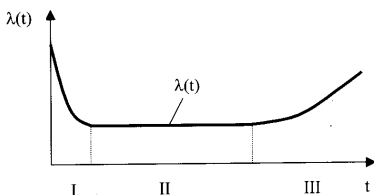


Рис. 2.5. Типичная зависимость интенсивности отказов (параметра потока отказов) от наработки объекта

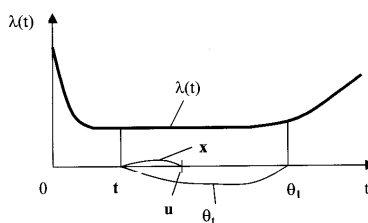


Рис. 2.6. К определению остаточной наработки объекта

Полезным временным понятием является **остаточная наработка до отказа**  $\theta_t$  - наработка объекта от момента кон-

троля его технического состояния  $t$  до отказа (рис. 2.6):

$$\theta_t = \theta_1 - t. \quad (2.12)$$

Вероятность безотказной работы объекта, определяемая по его остаточной наработке, отсчитываемой с момента контроля технического состояния объекта  $t$ , равна:

$$P(x) = P(\theta_t \geq x) = P(\theta_1 \geq t + x | \theta_1 \geq t) = \frac{P(t+x)}{P(t)} =$$

$$= \frac{e^{-\int_0^{t+x} \lambda(z) dz}}{e^{-\int_0^t \lambda(z) dz}} = e^{-\int_t^{t+x} \lambda(z) dz}, \quad (2.13)$$

из чего следует, что безотказность объекта, определяемая по его остаточной наработке, не зависит от хода его  $\lambda$  - характеристики на интервале  $(0, t)$ , т. е. до момента контроля технического состояния объекта.

Функция плотности распределения случайной величины  $\theta_t$  - остаточной наработки до отказа

$$f_{\theta_t}(x) = -\frac{dP(x)}{dx} = -\frac{1}{P(t)} \frac{dP(t+x)}{dx} = -\frac{1}{P(t)} \frac{dP(u)}{du} \frac{du}{dx} = \frac{f(t+x)}{P(t)}, \quad (2.14)$$

где  $u = t + x$ .

Средняя остаточная наработка до отказа (математическое ожидание  $\theta_t$ )

$$\bar{\theta}_t = M\theta_t = \int_0^{\infty} x f_{\theta_t}(x) dx = \frac{1}{P(t)} \int_0^{\infty} x f(t+x) dx = \frac{1}{P(t)} \int_t^{\infty} (u-t) f(u) du \dots (2.15)$$

**Установленная наработка до отказа**  $t_\gamma$  - групповой показатель безотказности, соответствующий гамма-процентной наработке до отказа при уровне  $\gamma \cdot 100\% = 100\%$ .

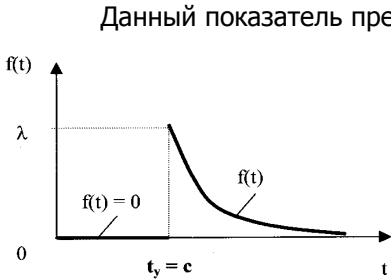


Рис. 2.7. Двухпараметрический экспоненциальный закон распределения

Данный показатель предполагает, что  $f(t) = 0$  при  $t < t_y$ . В вероятностном аспекте  $t_y$  соответствует параметру сдвига, например, в двухпараметрическом экспоненциальном законе распределения (рис.2.7):

$$f(t) = \lambda \exp[-\lambda(t - c)] \text{ при } t \geq c;$$

$$f(t) = 0 \text{ при } t < c.$$

Физический смысл показателя  $t_y$  состоит в том, что на интервале  $(0, t_y)$  отказы считаются невозможными событиями.

Для оценки уровня безотказности объекта по отношению к постепенным параметрическим отказам в области высокой надежности (нижнего «хвоста» распределения случайной величины  $\theta_1$  - наработки объекта до отказа), где вероятностные показатели безотказности оказываются малоинформативными ( $P(t)=1$ ), может использоваться показатель - запас надежности объекта  $K_H / 2/$ :

$$K_H = \frac{X_{\max}}{X_{\text{ex}}}, \quad (2.16)$$

где  $X_{\max}$  - предельное значение выходного параметра  $X$  объекта, соответствующее наступлению отказа (рис.2.8);  $X_{\text{ex}}$  ( $X_{\text{ex}\gamma}$ ) - предельное эксплуатационное значение выходного параметра по всей совокупности объектов рассматриваемого типа (по  $\gamma \cdot 100\%$  объектов рассматриваемого типа).

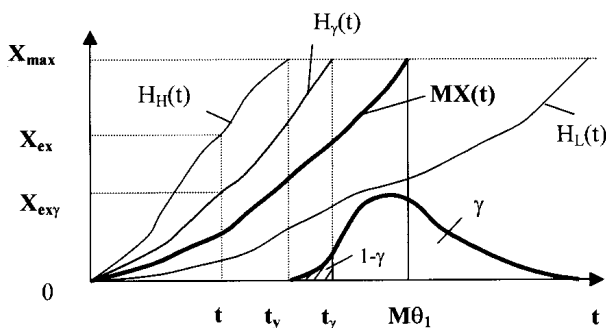


Рис. 2.8. К определению запаса надежности объекта:  
 $H_H(t)$ ,  $H_L(t)$ ,  $H_\gamma(t)$  – верхняя, нижняя и гамма-процентная границы области состояний объекта;  $MX(t)$  – математическое ожидание случайного процесса изменения работоспособности объекта

На интервале наработки  $(0, t_y)$  запас надежности объекта  $K_H > 1$ ; начиная с момента  $t = t_y$ , запас надежности объекта считается исчерпанным ( $K_H = 1$ ); при  $t > t_y$  отказы физически возможны.

Скорость изменения запаса надежности объекта

$$\gamma_H = \frac{dK_H}{dt}. \quad (2.17)$$

## 2.5. Показатели безотказности восстанавливаемых объектов

Для характеристики безотказности восстанавливаемых объектов при рассмотрении периода до первого отказа или между двумя последовательными отказами могут использоваться те же показатели, что и для невозстанавливаемых объектов. Специфическими показателями безотказности восстанавливаемых объектов являются следующие.

**Средняя наработка на отказ\***  $T$  - отношение суммарной наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки

$$T = \frac{t}{M\{r(t)\}}, \quad (2.18)$$

где  $t$  - суммарная наработка объекта;  $r(t)$  - число отказов объекта, наступивших в течение суммарной наработки  $t$  (случайная функция).

Математическое ожидание числа отказов восстанавливаемого объекта в течение суммарной наработки  $t$  также называют **ведущей функцией потока отказов**

$$\Omega(t) = M\{r(t)\}. \quad (2.19)$$

**Параметр потока отказов\***  $\omega(t)$  – отношение математического ожидания числа отказов восстанавливаемого объекта за достаточно малую его наработку к значению этой наработки. Иными словами, параметр потока отказов есть производная по наработке от ведущей функции потока отказов:

$$\omega(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M\{r(t + \Delta t)\} - M\{r(t)\}}{\Delta t} = \Omega'(t). \quad (2.20)$$

Ведущая функция потока отказов может быть выражена через параметр потока отказов формулой

$$\Omega(t) = \int_0^t \omega(t) dt. \quad (2.21)$$

Математическое ожидание числа отказов объекта на интервале наработки  $(t_1, t_2)$

$$M\{r(t_1, t_2)\} = \Omega(t_2) - \Omega(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} \omega(t) dt. \quad (2.22)$$

**Осредненный параметр потока отказов\***  $\varpi$  - отношение математического ожидания числа отказов восстанавливаемого объекта за конечную наработку к значению этой наработки:

$$\varpi = \frac{M\{r(t_1, t_2)\}}{t_2 - t_1}. \quad (2.23)$$

## 2.6. Показатели долговечности

**Гамма-процентный ресурс\***  $t_{p\gamma}$  - наработка, в течение которой объект не достигает предельного состояния с заданной вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах:

$$\int_{t_{py}}^{\infty} f_p(t) dt = \gamma, \quad (2.24)$$

где  $f_p(t)$  - функция плотности распределения случайной величины  $T_p$  - ресурса объекта.

**Средний ресурс\***  $\bar{t}_p$  - математическое ожидание ресурса объекта:

$$\bar{t}_p = M T_p = \int_0^{\infty} t f_p(t) dt. \quad (2.25)$$

**Гамма-процентный срок службы\***  $t_{cy}$  - календарная продолжительность эксплуатации, в течение которой объект не достигает предельного состояния с заданной вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах:

$$\int_{t_{cy}}^{\infty} f_c(t) dt = \gamma, \quad (2.26)$$

где  $f_c(t)$  - функция плотности распределения случайной величины  $T_c$  - срока службы объекта.

**Средний срок службы\***  $\bar{t}_c$  - математическое ожидание срока службы объекта:

$$\bar{t}_c = M T_c = \int_0^{\infty} t f_c(t) dt. \quad (2.27)$$

Стандартом /4/ установлены временные понятия: назначенный ресурс (срок службы) объекта и остаточный ресурс (срок службы).

**Назначенный ресурс** - суммарная наработка, при достижении которой эксплуатация объекта должна быть прекращена независимо от его технического состояния. Аналогично определяются понятия «назначенный срок службы», «назначенный срок хранения».

По истечении назначенного ресурса (назначенного срока службы, назначенного срока хранения) объект должен быть изъят из эксплуатации, и должно быть принято решение, предусмотренное соответствующей нормативно-технической документа-



цией - направление в ремонт, списание, уничтожение, проверка и установление нового назначенного срока (ресурса) и т.д.

Указанные временные понятия применяются по отношению к объектам, предельные состояния которых приводят к большим экономическим потерям, угрожают безопасности человека или приводят к вредному воздействию на окружающую среду.

**Остаточный ресурс (остаточный срок службы)** - суммарная наработка (календарная продолжительность эксплуатации) объекта от момента контроля его технического состояния до перехода в предельное состояние.

Формализованное представление этих понятий аналогично остаточной наработке до отказа (см. разд. 2.4).

## 2.7. Показатели ремонтпригодности

**Вероятность восстановления\***  $P(t_B)$  - вероятность того, что время восстановления объекта не превысит заданное:

$$P(t_B) = P(\xi \leq t_B) = \int_0^{t_B} f_B(t) dt, \quad (2.28)$$

где  $f_B(t)$  - функция плотности распределения случайной величины  $\xi$  - времени восстановления работоспособности объекта (рис. 2.9).

**Гамма-процентное время восстановления\***  $t_{B\gamma}$  - время восстановления, достигаемое объектом с заданной вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах:

$$\int_0^{t_{B\gamma}} f_B(t) dt = \gamma. \quad (2.29)$$

**Среднее время восстановления\***  $\bar{t}_B$  - математическое ожидание времени восстановления работоспособности объекта:

$$\bar{t}_B = M \xi = \int_0^{\infty} t f_B(t) dt. \quad (2.30)$$

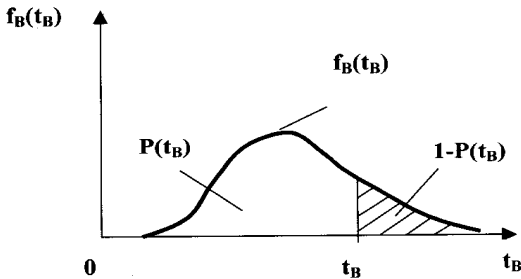


Рис.2.9. К определению вероятности восстановления

**Интенсивность восстановления\***  $\mu(t_B)$  - условная плотность вероятности восстановления работоспособного состояния объекта, определяемая для рассматриваемого момента времени  $t_B$  при условии, что до этого момента восстановление не было завершено:

$$\mu(t_B) = \frac{f_B(t_B)}{1 - P(t_B)}. \quad (2.31)$$

(Вывод этой формулы аналогичен приведенному в разд.2.4 для интенсивности отказов).

**Средняя трудоемкость восстановления\*** - математическое ожидание трудоемкости восстановления объекта после отказа.

## 2.8. Показатели сохраняемости

**Гамма-процентный срок сохраняемости\***  $t_{сх\gamma}$  - срок сохраняемости, достигаемый объектом с заданной вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах:

$$\int_{t_{сх\gamma}}^{\infty} f_{сх}(t) dt = \gamma, \quad (2.32)$$

где  $f_{сх}(t)$  - функция плотности распределения случайной величины  $T_{сх}$  - срока сохраняемости объекта.

**Средний срок сохраняемости\***  $\bar{t}_{сх}$  - математическое ожидание срока сохраняемости:

$$\bar{t}_{\text{сх}} = M T_{\text{сх}} = \int_0^{\infty} t f_{\text{сх}}(t) dt. \quad (2.33)$$

**Назначенный срок хранения** - срок хранения, по достижении которого хранение объекта должно быть прекращено независимо от его технического состояния.

## 2.9. Комплексные показатели надежности

**Коэффициент готовности\***  $K_r(t)$  - вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается (например, профилактика, техническое обслуживание, ожидание использования по назначению и т.д.).

Коэффициент готовности является комплексным показателем надежности, отражающим свойства безотказности и ремонтнопригодности.  $K_r(t)$  характеризует готовность объекта к применению по назначению в отношении его работоспособности в произвольный момент времени  $t$ . Низкие значения  $K_r(t)$  свидетельствуют о том, что мероприятия по техническому обслуживанию не полностью выполняют свою роль.

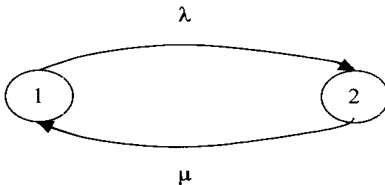


Рис. 2.10. Граф состояний (переходов) простейшего восстанавливаемого объекта

Рассмотрим простейший восстанавливаемый объект, имеющий два технических состояния: 1 - работоспособное состояние и 2 - неработоспособное состояние. Граф состояний (переходов) такого объекта /14/ представлен на рис.2.10.

Примем следующие допущения:

1) поток отказов, которому подвергается объект, - простейший (пуассоновский); при этом наработка объекта между отказами есть непрерывная случайная величина, имеющая экспоненциальный закон распределения  $P(t) = e^{-\lambda t}$ , где  $\lambda = \text{const}$  - параметр потока отказов;

2) время восстановления работоспособного состояния объекта - случайная величина, распределенная по экспоненциальному закону  $P(t_B) = 1 - e^{-\mu t_B}$ , где  $\mu = \text{const}$  - интенсивность восстановления.

Поскольку события, заключающиеся в пребывании рассматриваемого объекта в одном из двух указанных технических состояний, есть несовместимые случайные события, образующие полную группу, сумма вероятностей этих событий равна единице:

$$p_1(t) + p_2(t) = 1. \quad (2.34)$$

Коэффициент готовности рассматриваемого объекта по определению есть вероятность пребывания его в первом (работоспособном) техническом состоянии и является функцией времени  $t$ :  $K_T(t) = p_1(t)$ , причем  $K_T(0) = 1$  (объект изначально работоспособен).

Выведем уравнения, описывающие динамику изменения вероятности состояний объекта во времени с учетом отказов и восстановлений.

Пусть  $N$  - достаточно большое количество объектов рассматриваемого типа, тогда

$Np_1(t)$  - общее количество объектов, находящихся в состоянии 1;

$Np_2(t)$  - общее количество объектов, находящихся в состоянии 2.

Для одного объекта рассматриваемого типа:

$\lambda \Delta t$  - условная вероятность возникновения отказа объекта, находящегося в состоянии 1, за малое время  $\Delta t$ ;

$\mu \Delta t$  - условная вероятность восстановления объекта, находящегося в состоянии 2, за малое время  $\Delta t$ .

Изменение количества объектов, находящихся в состоянии 1, за малое время  $\Delta t$  составит

$$N \Delta p_1(t) = -\lambda \Delta t N p_1(t) + \mu \Delta t N p_2(t) \quad (2.35)$$

(первый член правой части этого уравнения - количество отказавших за время  $\Delta t$  объектов, бывших в работоспособном состоянии к началу этого интервала; второй член - количество восстановленных за время  $\Delta t$  объектов, бывших в неработоспособном состоянии к началу этого интервала).

Аналогично изменение количества объектов, находящихся в

состоянии 2, за малое время  $\Delta t$  составит

$$N \Delta p_2(t) = \lambda \Delta t N p_1(t) - \mu \Delta t N p_2(t). \quad (2.36)$$

Деля обе части уравнений (2.35)-(2.36) на  $N \Delta t$  и переходя к пределу при  $\Delta t \rightarrow 0$ , получаем систему дифференциальных уравнений, описывающих динамику изменения состояний объекта во времени:

$$\frac{dp_1(t)}{dt} = -\lambda p_1(t) + \mu p_2(t); \quad (2.37)$$

$$\frac{dp_2(t)}{dt} = \lambda p_1(t) - \mu p_2(t). \quad (2.38)$$

Начальные условия:  $p_1(t) = 1; \quad p_2(t) = 0.$   
(2.39)

Подобные уравнения в теории массового обслуживания называют «уравнениями размножения и гибели», поскольку они применяются при исследовании динамики изменения численности биопопуляций /15/. Для более сложных графов состояний (переходов) можно применить правило составления дифференциальных уравнений динамики состояний /14/:

- количество уравнений в системе равно количеству состояний (вершин графа);

- в левой части каждого уравнения записать  $dp_k(t)/dt$  ( $k$  - номер состояния);

- в правой части записать столько членов, сколько стрелок (дуг графа) связано с данным состоянием; если стрелка направлена в данное состояние, то член имеет знак «+», если из данного состояния - знак «-»;

- каждый член равен интенсивности соответствующего перехода, умноженной на вероятность того состояния, из которого исходит стрелка.

Для решения системы уравнений (2.37)-(2.38) применим преобразование Лапласа /16/:

$$F(z) = L[f(t)] = \int_0^{\infty} e^{-zt} f(t) dt.$$

Фрагмент таблицы преобразования Лапласа, необходимый для решения данной задачи, приведен в табл. 2.2.

Таблица 2.2  
Преобразование Лапласа (фрагмент)

$F(z) = L[f(t)]$	$f(t)$
$\frac{1}{z + a}$	$e^{-at}$
$\frac{1}{z(z + a)}$	$\frac{1}{a}(1 - e^{-at})$
$zF(z) - f(0)$	$f'(t)$

Применяя преобразование Лапласа к системе уравнений (2.37)-(2.38), получаем:

$$z \tilde{p}_1(z) - p_1(0) = -\lambda \tilde{p}_1(z) + \mu \tilde{p}_2(z); \quad (2.40)$$

$$z \tilde{p}_2(z) - p_2(0) = \lambda \tilde{p}_1(z) - \mu \tilde{p}_2(z), \quad (2.41)$$

где  $\tilde{p}_i(z) = L[p_i(t)]$  ( $i=1, 2$ ).

С учетом начальных условий из уравнения (2.41) получаем:

$$\tilde{p}_2(z) = \tilde{p}_1(z) \frac{\lambda}{z + \mu}.$$

Подставляя последнее равенство в (2.40), после преобразований получаем изображение по Лапласу коэффициента готовности рассматриваемого объекта:

$$\tilde{p}_1(z) = \frac{1}{z + (\lambda + \mu)} + \frac{\mu}{z[z + (\lambda + \mu)]}.$$

Переходя к оригиналам с использованием табл. 2.2, получаем:

$$K_r(t) = p_1(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}. \quad (2.42)$$

Зависимость коэффициента готовности рассматриваемого объекта от времени представлена на рис. 2.11.

С ростом времени второй член правой части равенства (2.42) быстро уменьшается, и коэффициент готовности асимптотически стремится к стационарному (не зависящему от времени) значению, которое называют

**стационарный коэффициент готовности**

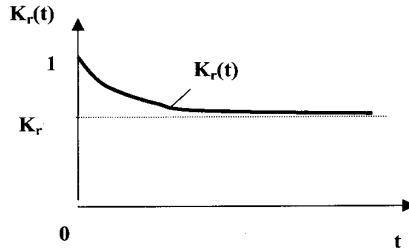


Рис.2.11. Коэффициент готовности восстанавливаемого объекта

**стационарный коэффициент готовности**

$$K_r = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad (2.43)$$

Параметр потока отказов и интенсивность восстановления можно выразить через среднюю наработку на отказ и среднее время восстановления:

$$\lambda = \frac{1}{T}; \quad \mu = \frac{1}{t_B} \quad (2.44)$$

С учетом (2.44) формула для стационарного коэффициента готовности принимает вид

$$K_r = \frac{T}{T + t_B} \quad (2.45)$$

Отметим, что формула (2.45) справедлива для любых потоков случайных событий (отказов и восстановлений), не только для простейших (пуассоновских), которые рассматривались при выводе формулы (2.42).

**Коэффициент оперативной готовности\***  $K_{op}(t_0, t_1)$  - вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени  $t_0$ , кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается, и, начиная с этого момента, будет работать безотказно в течение заданного интервала времени  $\Delta t$ .

По определению показателя

$$K_{ог}(t_0, t_1) = K_r(t_0)P(t_1 | t_0), \quad (2.46)$$

где  $K_r(t_0)$  - коэффициент готовности объекта, отнесенный к моменту  $t_0$ , когда возникает необходимость в применении объекта по назначению;  $P(t_1|t_0)$  - условная вероятность безотказной работы объекта на интервале  $(t_0, t_1)$ , определяемая при условии, что к моменту начала этого интервала  $t_0$  объект находится в работоспособном состоянии;  $t_1 = t_0 + \Delta t$  - момент времени, когда применение объекта по назначению прекращается.

Коэффициент оперативной готовности характеризует надежность объекта, необходимость в применении которого возникает в произвольный момент времени, после наступления которого требуется безотказная работа в течение заданного интервала времени.

**Коэффициент технического использования\***  $K_{ти}$  - отношение математического ожидания суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации к математическому ожиданию суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии и простоев, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтом за тот же период.

Коэффициент технического использования характеризует долю времени нахождения объекта в работоспособном состоянии относительно общей продолжительности эксплуатации; при этом не учитываются простои по организационным причинам.

Коэффициент технического использования обычно оценивается за длительный период эксплуатации (от начала эксплуатации до капитального ремонта, между капитальными ремонтами, за весь период эксплуатации):

$$K_{ти} = \frac{T_{раб}}{T_{раб} + T_{рем}}, \quad (2.47)$$

где  $T_{раб}$  - суммарное время пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый длительный период эксплуатации;  $T_{рем}$  - суммарное время ремонтов и технического обслуживания за этот же период эксплуатации.

Коэффициент технического использования можно рассматривать как вероятность того, что в данный, произвольно взятый момент времени, объект работоспособен, а не находится в ремон-



те.

**Коэффициент сохранения эффективности\***  $K_{эф}$  - отношение значения показателя эффективности использования объекта по назначению за определенную продолжительность эксплуатации к номинальному значению этого показателя, вычисленному при условии, что отказы объекта в течение того же периода не возникают.

$$K_{эф} = \frac{1}{\Theta_n} \sum_{i=1}^n \Theta_i P_i, \quad (2.48)$$

где  $\Theta_i$  - эффективность объекта в  $i$ -м работоспособном состоянии;  $P_i$  - вероятность пребывания объекта в  $i$ -м работоспособном состоянии;  $\Theta_n = \max(\Theta_i)$  - номинальное значение показателя эффективности объекта, определенное при условии отсутствия отказов;  $n$  - количество работоспособных состояний объекта.

### 3. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИЧИНЫ ПОВРЕЖДЕНИЙ И ОТКАЗОВ. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТА

#### 3.1. Источники и причины изменения выходных параметров объектов

Те изменения, которые происходят с течением времени в любом объекте и приводят к потере им работоспособности, связаны с внешними и внутренними энергетическими воздействиями, которым подвергается объект во время эксплуатации. При этом имеется **три основных источника воздействий** /2/:

1) *действие энергии окружающей среды*, включая человека, выполняющего функции оператора и ремонтника;

2) *внутренние источники энергии*, связанные с рабочими процессами, протекающими в объекте;

3) *накопленная потенциальная энергия* материалов, из которых изготовлен объект (внутренние напряжения в отливках, монтажные напряжения и т.п.)

Различные виды энергии (механическая, тепловая, химическая, электромагнитная, ядерная, биоэнергия), действуя на объект, инициируют в его составных частях процессы, изменяющие свойства или состояние материалов. Эти процессы связаны, как правило, со сложными физико-химическими явлениями и приводят к деформации, износу, поломке и другим видам повреждений (отклонений контролируемых свойств материалов от их первоначального уровня). Накопление повреждений, в свою очередь, влечет за собой изменение выходных качественных параметров объекта, что, в конечном счете, приводит к отказу.

Эти взаимосвязи упрощенно можно выразить схемой, представленной на рис.3.1. Например, механическая **энергия**, действующая в звеньях кинематической цепи металлорежущего станка, инициирует **процесс** изнашивания в подвижных сопряжениях звеньев. Следствием протекания этого процесса является **накопление повреждений** в контактных зонах, что вызывает искажение начальной формы сопряжений, приводящее к потере кинематической точности станка и снижению точности обработки деталей (**выходной параметр**). При достижении погрешности обра-

ботки определенного предельного уровня, установленного в паспортных данных станка, возникает параметрический **отказ** станка по параметру точности обработки.

Процессы, снижающие работоспособность объекта, по признаку скорости их протекания можно разделить на три группы /2/:

**1. Быстропротекающие процессы** имеют периодичность изменения, составляющую малую долю продолжительности рабочего цикла объекта. Сюда можно отнести:

- вибрации деталей и узлов;
- изменения сил трения в подвижных сопряжениях;
- колебания уровня рабочих нагрузок и другие процессы, искажающие рабочий цикл объекта.

**2. Процессы средней скорости**, имеющие периодичность, сравнимую с длительностью рабочего цикла объекта. Они приводят к монотонному изменению выходных параметров объекта. Сюда можно отнести:

- необратимый процесс изнашивания режущего инструмента, периодичность которого определяется периодом стойкости режущего инструмента (интенсивность изнашивания инструмента на несколько порядков превосходит интенсивность изнашивания деталей подвижных сопряжений);
- обратимые процессы тепловых деформаций, обусловленные как диссипацией энергии рабочих процессов, так и суточными колебаниями температуры окружающей среды.

Обратимые процессы (в отличие от необратимых) временно изменяют выходные параметры объекта без тенденции прогрессивного ухудшения. Следует отметить, что в ряде случаев обратимый процесс может инициировать необратимый процесс, приводящий к накоплению повреждений, например, тепловая деформация шпинделя металлорежущего станка может привести к возрастанию нагрузки на подшипники и их ускоренному износу или поломке, т.е. отказу.

Основы теории надежности

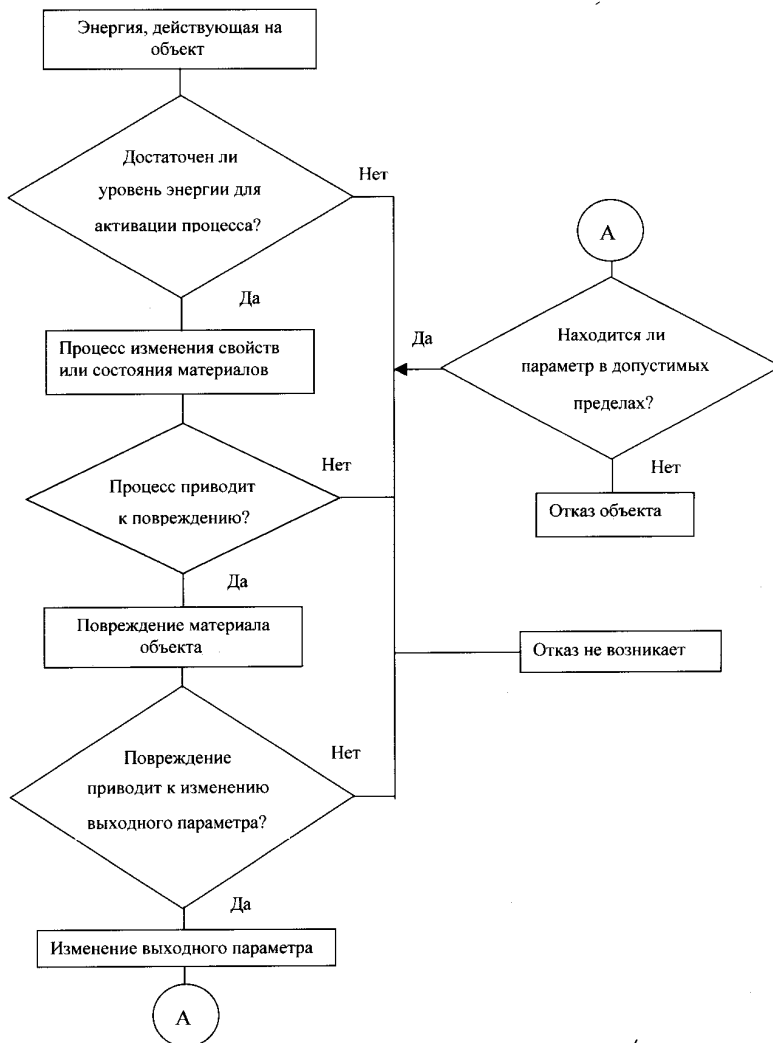


Рис.3.1. Упрощенная схема возникновения отказа объекта

**3. Медленные процессы** имеют периодичность, сравнимую с длительностью межремонтного периода. К ним можно отнести:

- процессы изнашивания деталей подвижных сопряжений;
- перераспределение внутренних напряжений в деталях вследствие процесса старения материалов;
- ползучесть материалов;
- процессы коррозии;
- загрязнение трущихся поверхностей деталей.

Обычными методами борьбы с последствиями медленных процессов являются периодические ремонты и технические обслуживания.

Виды повреждений объектов и их составных частей и соответствующие им отказы можно разбить на две группы.

**1. Допустимые повреждения**, возникающие при нормальных условиях эксплуатации (износ режущего инструмента, износ направляющих станка, поломки мелкогабаритного инструмента и деталей предохранительных устройств и т.п.). Полностью устранить этот вид повреждений невозможно, но можно замедлить их проявление.

**2. Недопустимые повреждения**, возникающие вследствие наличия дефектов или случайных неконтролируемых внешних причин, непосредственно не связанных с техническим состоянием рассматриваемого объекта (аварии, стихийные бедствия и т.п.).

Под **дефектом** понимается каждое отдельное несоответствие объекта установленным требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации, снижающее его уровень надежности. Следует отметить, что объект, имеющий дефект, может находиться в работоспособном состоянии. Дефект рассматривается как возможная причина возникновения отказа, но наличие дефекта не означает, что отказ произошел.

По признаку стадии происхождения дефекты можно разделить на три группы.

**1. Дефекты (ошибки) проектирования.** Сюда можно отнести:

- недостаточную защищенность узлов трения;
- наличие концентраторов напряжений на деталях;

- неправильный расчет несущей способности деталей (приводит к их статическому разрушению или малоцикловой усталости);

- неправильный выбор материалов;
- неправильное определение предполагаемого уровня эксплуатационных нагрузок и т. п.;

**2. Дефекты изготовления (производственные).** К ним можно отнести:

- дефекты заготовок (пористость, усадочные раковины, неметаллические включения, охрупчивающие примеси и т.п.);

- дефекты механической обработки (прижоги, задиры, заусенцы, избыточная локальная пластическая деформация и т.п.);

- дефекты сварки (трещины, остаточные напряжения, термические повреждения основного материала и т.п.);

- дефекты термообработки (перегрев, закалочные трещины, поводка, коробление, обезуглероживание поверхностного слоя);

- дефекты сборки (повреждения поверхностей, задиры, перекосы, внесение абразива и т. п.).

**3. Дефекты эксплуатации.** Сюда можно отнести:

- нарушение условий применения;

- неправильное техническое обслуживание и ремонт;

- наличие перегрузок и непредвиденных нагрузок;

- применение некачественных эксплуатационных материалов.

### 3.2. Классификация отказов

Как уже указывалось, отказ - событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта. Можно дать классификацию отказов по ряду разделительных признаков.

**1. Характер изменения выходного параметра объекта** до момента возникновения отказа. По этому признаку различают следующие виды отказов:

- внезапные отказы;

- постепенные (износные) отказы;

- сложные отказы.

**2. Возможность последующего использования объекта** после возникновения отказа. По этому признаку различают:

- полные отказы;

- частичные отказы.

**3. Связь между отказами** объекта. По этому признаку различают:

- независимые отказы;

- зависимые отказы.

**4. Устойчивость состояния неработоспособности.** По этому признаку различают:

- устойчивые отказы;

- самоустраняющиеся отказы;

- сбои;

- перемежающиеся отказы.

**5. Наличие внешних проявлений отказа.** По этому признаку различают:

- явные отказы;

- скрытые отказы.

**6. Причина возникновения отказа.** По этому признаку различают:

- конструктивные отказы;

- производственные отказы;

- эксплуатационные отказы;

- деградационные отказы.

**7. Природа происхождения отказа.** По этому признаку различают:

- естественные отказы;

- искусственные отказы.

**8. Время возникновения отказа.** По этому признаку различают:

- отказы при испытаниях;

- приработочные отказы;

- отказы периода нормальной эксплуатации;

- отказы последнего периода эксплуатации.

**9. Возможность устранения отказа.** По этому признаку различают:

- устранимые отказы;

- неустранимые отказы.

**10. Критичность отказа** (уровень прямых и косвенных потерь, трудоемкость восстановления). По этому признаку различают:

- критические отказы;
- некритические отказы (существенные и несущественные).

**Постепенные (износные) отказы** возникают в результате постепенного протекания того или иного процесса повреждения, прогрессивно ухудшающего выходные параметры объекта (рис. 3.2).

**Основным признаком постепенного отказа** является монотонно возрастающий характер зависимости интенсивности отказов от наработки объекта:

$$\lambda(t_2) > \lambda(t_1) \quad \text{при} \quad t_2 > t_1. \quad (3.1)$$

Этому условию, например, удовлетворяет нормальный закон распределения случайной величины  $\theta_1$  - наработки объекта до отказа, широко используемый для моделирования постепенных отказов объектов:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\bar{t})^2}{2\sigma^2}}; \quad P(t) = P(\theta_1 \geq t) = 0,5 - \Phi\left(\frac{t-\bar{t}}{\sigma}\right);$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}, \quad (3.2)$$

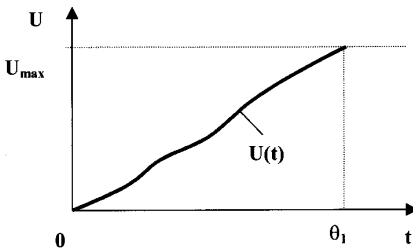


Рис. 3.2. Зависимость степени повреждения объекта  $U$  от наработки  $t$  в случае постепенного (износного) отказа

где  $\bar{t}$  - средняя наработка до отказа;  $\sigma$  - среднее квадратическое отклонение наработки до отказа;

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad - \text{ функция Лапласа.}$$

ция Лапласа.

К постепенным отказам относятся отказы, связанные с процессами изнашивания, коррозии, усталости и ползучести материалов.

**Внезапные отказы** возникают в результате сочетания неблагоприятных факторов и случайных внешних воздействий, превышающих возможности объекта к их восприятию. Внезапные отказы характеризуются скачкообразным характером зависимости



степени повреждения объекта от наработки при  $t > T_B$ , где  $T_B$  - время (наработка), соответствующее возникновению причины, вызывающей внезапный отказ (рис.3.3). Скорость процесса повреждения при внезапном отказе

$$\gamma(t) = \frac{dU(t)}{dt} \rightarrow \infty \quad \text{при } t > T_B.$$

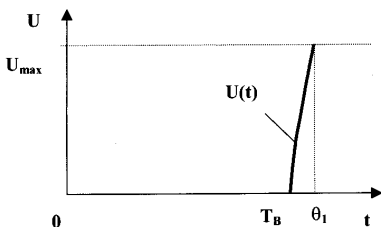


Рис. 3.3. Зависимость степени повреждения объекта  $U$  от наработки  $t$  в случае внезапного отказа

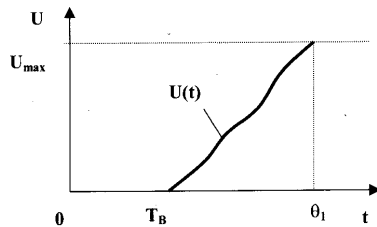


Рис. 3.4. Зависимость степени повреждения объекта  $U$  от наработки  $t$  в случае сложного отказа

**Основным признаком внезапного отказа** является независимость интенсивности отказов  $\lambda$  от наработки объекта, т. е. вероятность отказа на малом интервале  $\Delta t$  наработки объекта, следующем за рассматриваемым моментом  $t$ , зависит только от длины этого интервала, но не зависит от предыдущей наработки объекта (не связана с постепенным накоплением повреждений). Интенсивность отказов  $\lambda$  выступает, таким образом, как смешанная мера интенсивности случайных внешних воздействий, которым подвергается объект при эксплуатации, и способности объекта противостоять этим воздействиям. Для моделирования внезапных отказов используют экспоненциальный закон распределения (2.11).

Отказ, который включает особенности двух предыдущих, называется **сложным отказом** (рис.3.4).

Скорость процесса повреждения  $\gamma$  при сложном отказе является конечной (не стремящейся к  $\infty$ ) величиной при  $t > T_B$ , где  $T_B$  - время (наработка), соответствующее возникновению внезапной причины, инициировавшей постепенное развитие процесса, приводящего к отказу.

*Пример сложного отказа:* недопустимые ударные воздействия на станок внезапного характера (прерывистое резание в условиях резкого колебания припуска), возникшие в случайный момент  $T_v$ , инициировали процесс возникновения и развития усталостной трещины (зародышем трещины мог явиться локальный дефект материала детали). Постепенное развитие трещины будет происходить по мере дальнейшей нормальной эксплуатации станка; скорость этого процесса  $\gamma$  - конечная величина. В момент  $\theta_1$  усталостная трещина достигает критического размера и происходит поломка детали (отказ функционирования).

К **полным отказам** относятся отказы, после которых использование объекта по назначению невозможно (для восстанавливаемых объектов – невозможно до проведения восстановления).

**Частичные отказы** - отказы, после возникновения которых объект может быть использован по назначению, но с меньшей эффективностью или когда вне допустимых пределов находятся значения не всех, а одного или нескольких выходных параметров.

**Независимый отказ** - отказ, не обусловленный другими отказами или повреждениями объекта.

**Зависимый отказ** - отказ, обусловленный другими отказами или повреждениями объекта.

**Устойчивые отказы** - отказы, которые можно устранить только путем восстановления (ремонта).

Отказы, устраняемые без операций восстановления путем регулирования или саморегулирования, относятся к **самоустраняющимся**.

**Сбой** - самоустраняющийся отказ или однократный отказ, устраняемый незначительным вмешательством оператора.

**Перебегающий отказ** - многократно возникающий самоустраняющийся отказ одного и того же характера.

**Явный отказ** - отказ, обнаруживаемый визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования при подготовке объекта к применению или в процессе его применения по назначению.

**Скрытый отказ** - отказ, не обнаруживаемый визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования, но выявляемый при прове-

вания или специальными методами диагностики.

Большинство параметрических отказов относятся к категории скрытых.

**Конструктивный отказ** - отказ, возникший по причине, связанной с несовершенством или нарушением установленных правил и (или) норм проектирования и конструирования.

**Производственный отказ** - отказ, возникший по причине, связанной с несовершенством или нарушением установленного процесса изготовления или ремонта, выполняемого на ремонтном предприятии.

**Эксплуатационный отказ** - отказ, возникший по причине, связанной с нарушением установленных правил и (или) условий эксплуатации.

Причиной конструктивных, производственных и эксплуатационных отказов является наличие соответствующих дефектов (см. раздел 3.1).

**Деградационный отказ** - отказ, обусловленный естественным процессом старения, изнашивания, коррозии и усталости при соблюдении всех установленных правил и (или) норм проектирования, изготовления и эксплуатации.

**Искусственные отказы** вызываются преднамеренно, например, с исследовательскими целями, с целью необходимости прекращения функционирования и т.п.

Отказы, происходящие без преднамеренной организации их наступления в результате направленных действий человека (или автоматических устройств), относят к категории **естественных отказов**.

### 3.3. Математическая модель надежности объекта

Для анализа различных вариантов потери объектом работоспособности при эксплуатации целесообразно вначале представить этот процесс в общем виде как абстрактную математическую модель /2/.

Каждый объект характеризуется некоторой совокупностью выходных параметров  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , которые определяют его состояние и являются случайными функциями времени (наработки объекта). Поэтому надежность объекта как общая характеристика его состояния также меняется во времени.

Состояние объекта в данный момент времени (наработки) можно трактовать как точку  $X(t)$  в  $n$ -мерном фазовом пространстве его выходных параметров с координатами  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , а процесс потери объектом работоспособности (изменения технического состояния объекта) во времени может быть представлен как однопараметрическое семейство точек (параметр – время или наработка), т.е. как кривая линия в  $n$  – мерном фазовом пространстве. Можно ввести также понятие о случайной вектор-функции  $\bar{X}(t)$  с компонентами  $\{ X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t) \}$ . Начало вектора  $\bar{X}(t)$  находится в начале координат, а конец описывает во времени случайную кривую - фазовую траекторию. В начальный момент времени  $t = 0$  значения компонент вектора  $\bar{X}(t)$  равны начальным значениям выходных параметров объекта.

В  $n$ -мерном фазовом пространстве можно выделить связное множество  $G$  - **область работоспособности** объекта. Границы этого множества определяются предельными допустимыми значениями выходных параметров объекта  $(X_{imin}, X_{imax})$ . Дополнение множества  $G$  до универсального множества всех возможных значений выходных параметров объекта  $U$  представляет собой **область отказов**  $G_{от}$ . Принадлежность данного состояния (точки в фазовом пространстве)  $X(t)$  области  $G$  означает, что объект находится в работоспособном состоянии; принадлежность точки  $X(t)$  границе области  $G$  (или переход через эту границу в область  $G_{от}$ ) означает отказ объекта.

В качестве примера рассмотрим представленные на рис. 3.5 две реализации процесса потери работоспособности узла «вал - опоры» при параметрических отказах, вызванных износом подшипников /2/, когда предъявляются требования к точности вращения вала по двум основным параметрам:  $X_1 = e$  - радиальное биение вала (эксцентриситет вращения) и  $X_2 = \varphi$  - угол перекоса оси вала.

Начальное состояние объекта характеризуется значениями  $e_0$  и  $\varphi_0$  и зависит от технологии изготовления и сборки узла и определяется соответствующими допусками. Отказ наступит, если любой из выходных параметров превзойдет допустимое значение  $e_{max}$  или  $\varphi_{max}$ , указанное в эксплуатационной документации.

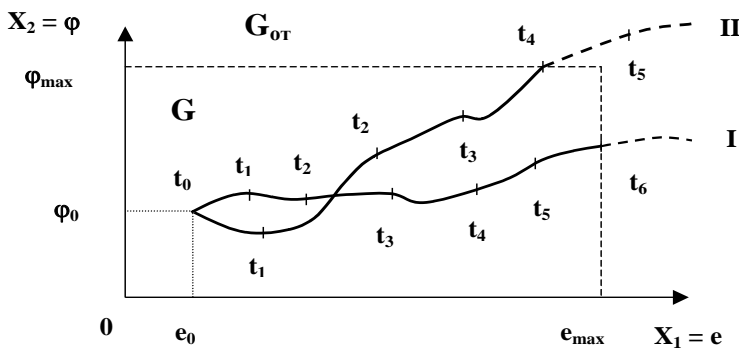


Рис. 3.5. Изменение радиального биения  $e$  и угла перекоса оси вала  $\varphi$  при износе его подшипников

При износе подшипников изменяются как  $e$ , так и  $\varphi$ , причем в зависимости от величины и характера внешних нагрузок (равномерность усилий на передний и задний подшипники), условий эксплуатации и других факторов траектории случайного процесса  $X(t)$  в рассматриваемом двумерном фазовом пространстве выходных параметров объекта (плоскость) для различных экземпляров объектов могут иметь различный вид.

Реализация I случайного процесса  $X(t)$  характерна для случая, когда износ переднего и заднего подшипника относительно равномерен, и поэтому угол перекоса оси вала  $\varphi$  меняется незначительно, а основную роль в потере работоспособности рассматриваемого узла играет радиальное биение вала  $e$ .

Реализация по типу II имеет место при неравномерном износе подшипников, когда работоспособность данного узла лимитируется выходным параметром  $\varphi$ .

На траекториях отмечены точки через равные промежутки времени, показывающие, что процесс потери работоспособности объекта при реализации по типу II идет быстрее. Отказ экземпляра II объекта наступает в момент  $t_4$ , а для экземпляра I объекта отказ наступает в момент  $t_6 > t_4$ .

Рассматривая модель надежности объекта как эволюцию системы во времени в фазовом пространстве, акад. Б.В. Гнеденко /17/ для оценки в общем виде показателей надежности пред-

ложил использовать понятие функционала.

Считается, что функционал  $\Phi$  определен на процессе, если каждой случайной реализации (траектории) этого процесса  $X(t)$  ставится в соответствие некоторое число  $\Phi[X(t)]$ . Это число характеризует роль данной траектории в потере объектом работоспособности. Тот или иной показатель надежности  $\varphi$  определяется как математическое ожидание этого функционала, т.е.

$$\varphi = M\{\Phi[X(t)]\}. \quad (3.3)$$

Например, если функционал  $\Phi$  равен случайной длительности пребывания фазовой траектории процесса потери работоспособности объекта в области  $G$ , т.е.  $\Phi = \theta_1$  – наработка до отказа, то  $M[\Phi] = \bar{t}$  – средняя наработка до отказа.

Если же функционал  $\Phi$  принять равным 1 при  $X(t) \in G$  и равным нулю при  $X(t) \notin G$ , то  $M[\Phi] = P(t)$  – вероятность безотказной работы.

Рассмотрим область работоспособности объекта (рис.3.6) в представлении  $n$ -мерного фазового пространства на плоскости ( $n=2$ ) /2/.

Границы области  $G$  зависят от уровня требований к объекту. Более высокие требования к его выходным параметрам сужают область работоспособности. Например, область работоспособности прецизионного металлорежущего станка по параметрам, непосредственно влияющим на точность обработки, намного уже, чем область работоспособности станка нормальной точности. На рис. 3.6 показаны две области работоспособности:  $G_1$  – для нормального уровня требований к объекту и  $G_2$  – для повышенного уровня требований.

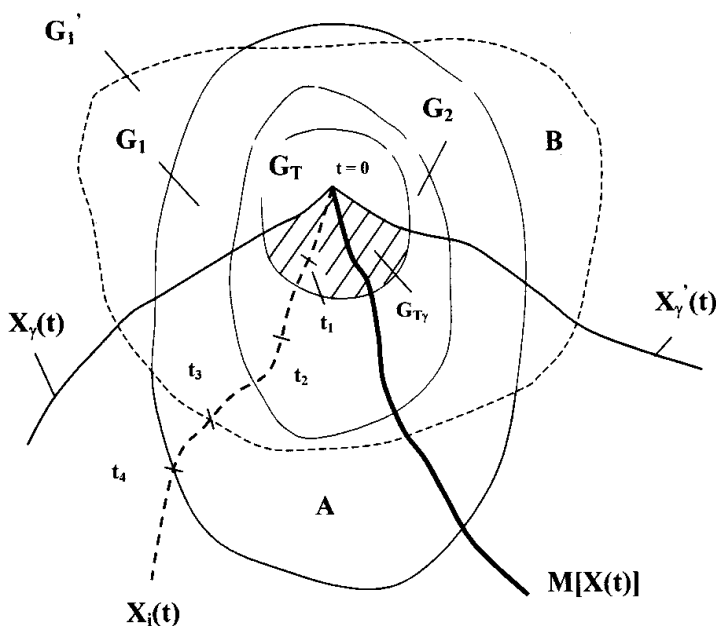


Рис. 3.6. Области работоспособности и состояний объекта

Следует также различать **действительную область работоспособности**  $G$ , которая реально определяет требуемую работоспособность объекта, и **расчетную область работоспособности**  $G'$ , которая определяется требованиями документации к отдельным параметрам. Между этими областями в общем случае имеется различие, обусловленное тем, что при оценке работоспособности сложного объекта во многих случаях трудно назначить предельные значения отдельных параметров, выход из которых будет означать неработоспособность объекта в целом. Кроме того, часто критерий отказа устанавливается по косвенным показателям (расход смазки, уровень шума и вибраций и т.п.), которые дают весьма приближенную оценку действительной работоспособности.

В зависимости от соотношения границ областей действительной и расчетной работоспособности могут существовать: **область неиспользованных возможностей**  $A$ , когда по требова-

ниям документации объект считается потерявшим работоспособность, хотя может еще нормально функционировать, и **область неучтенных параметров**  $B$ , когда согласно требованиям документации можно применять по назначению объект, который в действительности перешел в неработоспособное состояние.

Процесс потери объектом работоспособности характеризуется фазовой траекторией случайного процесса  $X(t)$ . Для  $i$ -й реализации этой траектории ( $i$ -го экземпляра объекта)  $X_i(t)$  считается, что в момент  $t_3$  произошел отказ по требованиям, установленным в документации; действительный отказ  $i$ -го экземпляра объекта произошел в момент  $t_4$ .

Вероятностными характеристиками протекания случайного процесса потери работоспособности объекта во времени в представлениях  $n$ -мерного фазового пространства являются:

- **математическое ожидание случайного процесса** потери работоспособности  $M[X(t)]$ , которое дает оценку того, как будет протекать процесс в среднем;

- **гамма-процентная область работоспособности**  $G_\gamma$  - область, в которую реализации процесса попадают с вероятностью  $\gamma \cdot 100\%$ . Границы этой области очерчены реализациями  $X_\gamma(t)$  и  $X_\gamma(t)$  - верхней и нижней границами гамма-процентной области работоспособности. Поскольку уровень  $\gamma$  выбирается достаточно высоким (обычно  $\gamma=0,9 \dots 0,99$ ), считается, что отдельные реализации  $X_i(t)$  проходят вне области  $G_\gamma$  только в экстремальных условиях эксплуатации или в случаях, когда объект имеет дефекты.

**Область состояний**  $G_T$  - область в фазовом пространстве, в которой находятся все реализации случайного процесса  $X_i(t)$  к моменту времени (наработке)  $t=T$ .

**Гамма-процентная область состояний**  $G_{T\gamma}$  - область в фазовом пространстве, в которой находятся  $\gamma \cdot 100\%$  всех реализаций случайного процесса  $X_i(t)$  к моменту времени (наработке)  $t=T$ .

Возможны различные варианты отношений между областью работоспособности  $G$  и областью состояний  $G_T$  объекта (рис. 3.7).

Если  $G_T \subset G$  (рис. 3.7,а), то объект считается устойчивым к отказам, так как вероятность отказа  $F(t)=0$  (вероятность безотказной работы  $P(t)=1$ ). В этой области характеристикой безотказности объекта является запас надежности  $K_n > 1$  (см. разд. 2.4).



Случай, когда области  $G$  и  $G_T$  соприкасаются (рис. 3.7,б), является предельным по устойчивости к отказам; запас надежности  $K_H=1$ .

Если  $G_T \not\subset G$  (рис. 3.7,в), т.е. области  $G$  и  $G_T$  пересекаются, то объект считается неустойчивым к отказам. В этой области запас надежности объекта считается исчерпанным, т.е.  $K_H < 1$ , и наиболее информативным показателем безотказности является вероятность безотказной работы  $P(t) < 1$ .

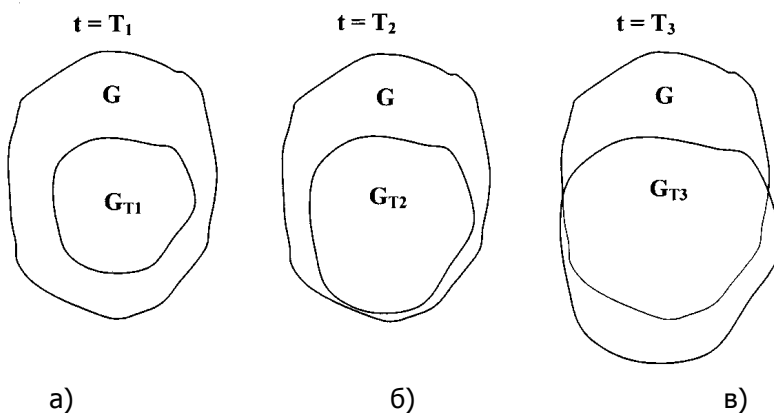


Рис.3.7. Варианты отношений между областью работоспособности  $G$  и областью состояний  $G_T$  объекта ( $T_1 < T_2 < T_3$ )

## 4. НАДЕЖНОСТЬ РАБОТЫ ОБЪЕКТОВ ДО ПЕРВОГО ОТКАЗА. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ БЕЗОТКАЗНОСТИ

### 4.1. Формирование закона изменения выходного параметра объекта во времени

В соответствии с ранее рассмотренной схемой возникновения отказа (см.рис.3.1), изменение выходных параметров объекта, приводящее к отказу, является результатом протекания процессов изменения свойств или состояния материалов, которые приводят к накоплению повреждений. Различные виды и степень повреждения материалов влияют на выходные параметры объекта, т.е. определяют его надежность.

Однако закон изменения выходного параметра объекта во времени  $X(t)$  может как соответствовать, так и существенно отличаться от определяющего его закона изменения степени повреждения материала во времени  $U(t)$ , так как между ними имеется функциональная зависимость  $X = f(U) / 2$ . Закон  $U(t)$  связан с физикой явлений, происходящих в материалах объекта на микроуровне; закон  $X = f(U)$ , в основном определяемый структурой, назначением и принципом действия объекта, отражает процессы, протекающие на макроуровне.

Функциональная зависимость выходного параметра объекта  $X$  от степени повреждения материала  $U$  имеет, как правило, детерминированный (неслучайный) характер или ее стохастическая природа проявляется очень слабо.

Рассмотрим примеры функциональных связей  $X=f(U)$ .

1. Наиболее типичной является линейная зависимость (рис.4.1).

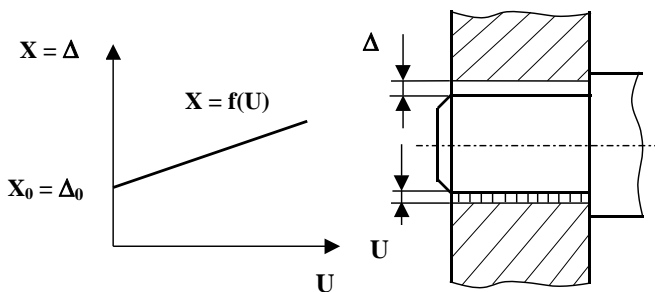


Рис.4.1. Линейная зависимость выходного параметра  $X$  от степени повреждения  $U$

Например, при износе подвижного сопряжения выходной параметр  $X$  (радиальный зазор  $\Delta$ ), как правило, непосредственно увеличивается с ростом износа  $U$ , т. е.  $\Delta = \Delta_0 + k \cdot U$ , где  $\Delta_0 = X_0$  - начальный зазор в сопряжении;  $k = 1$  - передаточный коэффициент (для конического сопряжения  $k = (\cos \alpha)^{-1}$ , где  $\alpha$  - угол наклона образующей конуса).

2. Примером нелинейной функциональной связи  $X=f(U)$  (рис.4.2) может служить зависимость динамической составляющей окружной силы в подвижном сопряжении двух зубчатых колес  $P_d$  (выходной параметр  $X$ ) при наличии изнашивания, увеличивающего боковой зазор в передаче, так как сила соударения двух упругих тел нелинейно зависит от величины зазора, что может быть получено из решения соответствующих дифференциальных уравнений динамики.

3. В ряде случаев закон  $X = f(U)$  может иметь зону нечувствительности с последующим резким изменением выходного параметра  $X$ . Примером может служить влияние степени коррозии резервуара на его способность воспринимать необходимое давление помещенной в нем среды (рис.4.3). Вначале коррозия не влияет на выходной параметр  $X=P$  - давление в резервуаре, но после любого локального повреждения стенки на критическую глубину  $U_{кр} \approx \delta$  ( $\delta$  - толщина стенки резервуара) герметичность резервуара нарушается, значение выходного параметра резко падает, и наступает отказ функционирования объекта.

## Основы теории надежности

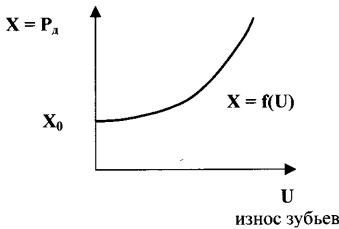


Рис.4.2. Зависимость динамической составляющей окружной силы в подвижном сопряжении двух зубчатых колес от износа зубьев

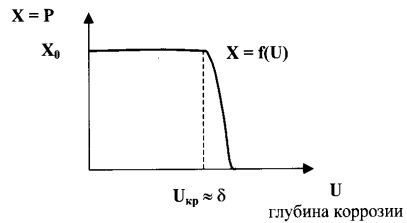


Рис. 4.3. Зависимость давления в резервуаре от глубины коррозии

Аналогичный характер имеет зависимость коэффициента трения  $\eta$  (выходной параметр) подшипника скольжения, работающего со смазкой (рис.4.4). В определенном диапазоне величины диаметрального зазора в подвижном сопряжении обеспечивается режим гидродинамического трения, и значение коэффициента трения минимально. В процессе изнашивания подшипника (особенно интенсивно изнашивание протекает в моменты пуска или реверса, когда жидкостное трение нарушается, и сопряженные поверхности вступают в непосредственный контакт) диаметральный зазор растет и, наконец, повреждение подшипника принимает такое критическое значение  $U_{кр}$ , когда поддерживающий масляный клин не формируется (становится неустойчивым), происходит переход в область граничного трения с соответствующим резким возрастанием коэффициента трения.

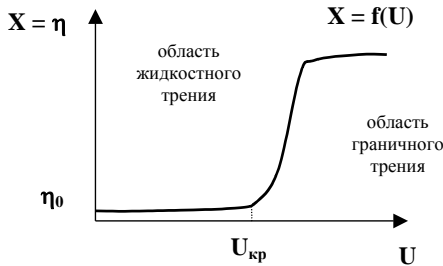


Рис. 4.4. Зависимость коэффициента трения от величины износа для подшипника, работающего со смазкой

Таким образом, в общем случае временная зависимость выходного параметра объекта определяется как

$$X = f(U) = f[U(t)], \quad (4.1)$$

где обычно функция  $U(t)$  является случайной, а функция  $f(U)$  описывает зависимость, имеющую детерминированный характер.

В случае, когда на выходной параметр  $X$  влияет  $k$  видов повреждений, имеющих различные законы изменения во времени (например, точность обработки на станке зависит от износа всех основных звеньев кинематической цепи и износа инструмента, необратимых деформаций базовых деталей, вызванных старением, и т. д.)

$$X = f[U_1(t), U_2(t), \dots, U_k(t)]. \quad (4.2)$$

Для сложного объекта, имеющего  $n$  выходных параметров, на каждый из которых влияют  $k$  повреждающих процессов

$$\begin{aligned} X_1 &= f_1[U_1(t), U_2(t), \dots, U_k(t)]; \\ X_2 &= f_2[U_1(t), U_2(t), \dots, U_k(t)]; \end{aligned} \quad (4.3)$$

.....

$$X_n = f_n[U_1(t), U_2(t), \dots, U_k(t)],$$

где  $U_i(t)$  – степень  $i$ -го повреждения.

Схема формирования закона изменения выходного параметра во времени  $X(t)$  при наличии нелинейной зависимости  $X = f(U)$  (см.рис.4.2) показана на рис. 4.5.

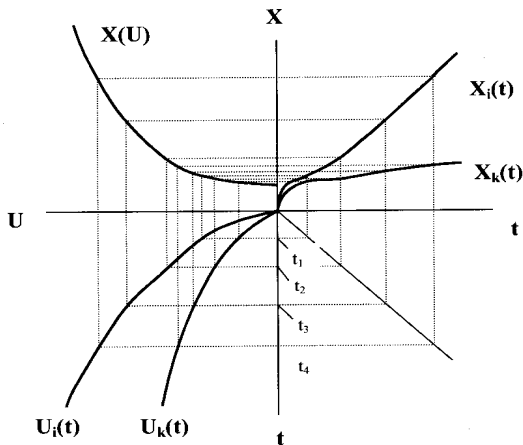


Рис.4.5. Схема формирования закона изменения выходного параметра объекта во времени

Из построения на схеме двух реализаций случайного процесса изменения выходного параметра объекта во времени  $X_i(t)$  и  $X_k(t)$  видно, что эти реализации более существенно отличаются друг от друга, чем определяющие их реализации случайного процесса повреждения материала для двух экземпляров объекта  $U_i(t)$  и  $U_k(t)$ . Это связано с нелинейным характером детерминированной функции  $X = f(U)$ , формирующей закон изменения выходного параметра, и должно быть учтено при построении модели отказа.

## 4.2. Общая схема формирования отказа объекта

Рассмотрим общую схему формирования отказа объекта [2], отражающую вероятностный характер процессов, приводящих к отказу, на всех этапах работы объекта (рис.4.6). Вначале имеет место рассеивание начальных значений выходного параметра (параметров) объекта  $X(t)$ , характеризуемое функцией  $f_a(a)$  плотности распределения случайной величины  $A=X(0)$  - начального значения выходного параметра  $X(t)$  при  $t=0$  ( $\bar{a} = M A$  - математическое ожидание случайной величины  $A$ ). Наличие рассеивания начальных значений выходного параметра связано с погрешностями изготовления и протеканием быстротекущих процессов (вибрация, упругая деформация и т. п.), влияние которых проявляется сразу же, в начале применения объекта по назначе-

нию. Влияние процессов средней скорости и медленно протекающих процессов на значения выходных параметров объекта в общем случае сказывается через какое-то время задержки  $T_B$ , которое также является случайной величиной, характеризуемой некоторым законом плотности распределения  $f_{TB}(t_B)$ . Для внезапных (сложных) отказов время задержки соответствует времени возникновения случайного неконтролируемого внешнего воздействия, вызывающего отказ (инициирующего постепенно развивающийся повреждающий процесс, приводящий к отказу).

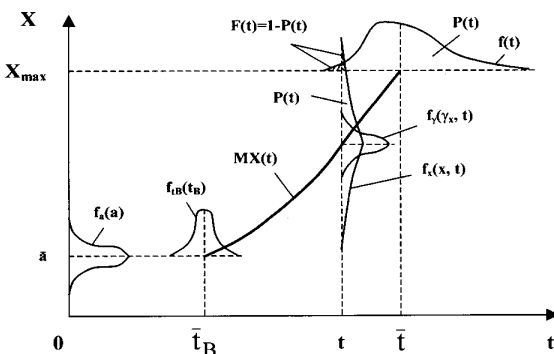


Рис.4.6. Общая схема формирования отказа

Процесс изменения выходного параметра  $X(t)$  при  $t > T_B$  характеризуется скоростью изменения выходного параметра  $\Gamma_X = dX/dt$ , которая также является случайной величиной, характеризуемой функцией плотности распределения  $f_\gamma(\gamma_X, t)$ , в общем случае зависящей от параметра  $t$  - времени (наработки объекта).

В текущий момент времени (наработки)  $t$  рассеивание случайной величины  $X$  характеризуется функцией плотности распределения  $f_X(x, t)$ , зависящей от параметра  $t$ . Вероятность отказа объекта в рассматриваемый момент времени (наработки)

$$F(t) = \int_{X_{\max}}^{\infty} f_X(x, t) dx.$$

Вероятность безотказной работы

$$P(t) = 1 - F(t) = \int_0^{X_{\max}} f_X(x, t) dx = \int_t^{\infty} f(t) dt, \quad (4.4)$$

где  $f(t)$  - функция плотности распределения случайной величины  $\theta_1$  - наработки объекта до отказа.

Данная схема в общем виде описывает процесс возникновения отказа и при частных значениях входящих параметров может отражать те или иные случаи, характерные для рассматриваемого конкретного вида объектов и особенностей их применения. Если  $T_B = 0$ , то получаем типичную схему формирования постепенного параметрического отказа, который при резком возрастании значений выходного параметра  $X$  по достижении уровня  $X_{\max}$  может перейти в отказ функционирования (привести к поломке объекта). Если в процессе формирования отказа основную роль играет случайная неконтролируемая внешняя причина, проявляющаяся в момент  $T_B \neq 0$ , а затем процесс повреждения развивается с высокой скоростью ( $\Gamma_x \rightarrow \infty$ ), то получим модель формирования внезапного отказа.

### 4.3. Модели постепенных отказов

#### 4.3.1. Начальное значение выходного параметра равно нулю ( $A=X(0)=0$ )

Рассматриваемая модель (рис.4.7) также будет соответствовать случаю, когда начальное рассеивание значений выходного параметра объекта незначительно и его можно не принимать во внимание.

Рассмотрим наиболее распространенный случай, когда выходной параметр объекта является линейной функцией времени (наработки)

$$X(t) = \Gamma_x t. \quad (4.5)$$

Скорость изменения выходного параметра  $\Gamma_x$  зависит от большого числа случайных факторов (эксплуатационные нагрузки, режимы и условия эксплуатации), поэтому наиболее характерен случай, когда она подчиняется нормальному закону распределения с плотностью

$$f_{\gamma}(\gamma_x) = \frac{1}{\sigma_{\gamma} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(\gamma_x - \bar{\gamma}_x)^2}{2\sigma_{\gamma}^2} \right] \quad (4.6)$$

и интегральной функцией распределения



$$F(\gamma_x) = P(\Gamma_x < \gamma_x) = \int_0^{\gamma_x} f_\gamma(z) dz = 0,5 + \Phi\left(\frac{\gamma_x - \bar{\gamma}_x}{\sigma_\gamma}\right), \quad (4.7)$$

где  $\bar{\gamma}_x$  - математическое ожидание скорости изменения выходного параметра;  $\sigma_\gamma$  - среднее квадратическое отклонение скорости изменения выходного параметра.

Случайная величина  $\theta_1$  - наработка объекта до отказа - является детерминированной монотонно убывающей функцией случайного аргумента  $\Gamma_x$  (считается, что отказ наступает при достижении выходным параметром  $X$  предельного значения  $X_{\max}$ )

$$\theta_1 = \frac{X_{\max}}{\Gamma_x} \quad \text{или для текущих значений наработки и скорости из-}$$

менения выходного параметра  $t = \varphi(\gamma_x) = \frac{X_{\max}}{\gamma_x}$  ( $\gamma_x$  - значе-

ние скорости изменения выходного параметра, соответствующее отказу в момент  $t$ ).

Задача заключается в отыскании закона распределения непрерывной случайной величины  $\theta_1$  при известном законе распределения  $\Gamma_x$ . В теории вероятностей для определения функции плотности распределения монотонной функции случайного аргумента  $t = \varphi(\gamma_x)$  применяется формула /18/

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = -\frac{d}{dt} [P(\theta_1 \geq t)] = f_\gamma[\psi(t)]|\psi'(t)|, \quad (4.8)$$

где  $\psi(t)$  – функция, обратная к  $\varphi(\gamma_x)$ , т.е.  $\psi(t) = \gamma_x = \frac{X_{\max}}{t}$ ;

$$|\psi'(t)| = \left| \frac{d\psi(t)}{dt} \right| = \frac{X_{\max}}{t^2}.$$

Подставляя все это в (4.8), получаем:

$$f(t) = \frac{X_{\max}}{t^2 \sigma_\gamma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\left(\frac{X_{\max}}{t} - \bar{\gamma}_x\right)^2}{2\sigma_\gamma^2}\right]. \quad (4.9)$$

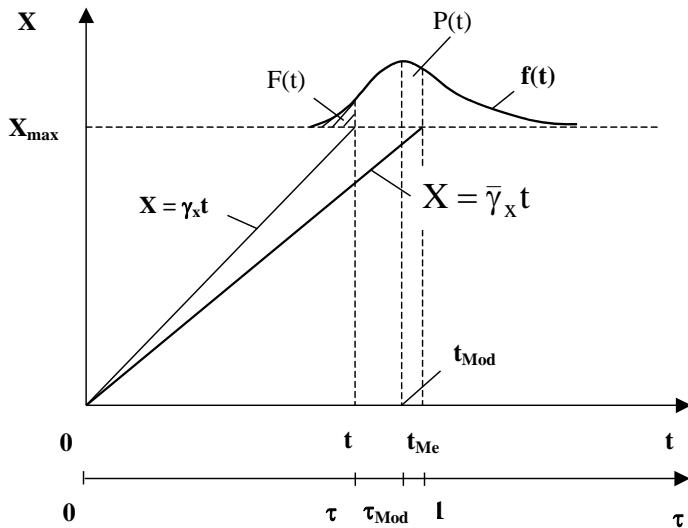


Рис. 4.7. Модель постепенного отказа при нулевом начальном значении выходного параметра

Последнюю формулу можно представить в виде

$$f(t) = \frac{t_{Me}}{t^2 \delta \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t_{Me} - t)^2}{2\delta^2 t^2}\right], \quad (4.10)$$

где  $\delta = \frac{\sigma \gamma}{\bar{\gamma}_x}$  — коэффициент вариации скорости изменения выходного параметра;  $t_{Me} = \frac{X_{max}}{\bar{\gamma}_x}$  — наработка до отказа, соответствующая средней скорости изменения выходного параметра.

В дальнейшем покажем, что  $t_{Me}$  является медианой закона распределения случайной величины  $\theta_1$  — наработки объекта до отказа, т.е.  $P(t_{Me}) = F(t_{Me}) = 0,5$ . Отметим также, что для законов распределения с небольшой асимметрией значения медианы и

математического ожидания (средней наработки до отказа) практически совпадают.

Для удобства преобразований введем безразмерную наработку до отказа  $T = \frac{\theta_1}{t_{Me}}$  (для текущих значений  $\tau = \varphi(t) = \frac{t}{t_{Me}}$ ).

Это случайная величина с плотностью распределения (см. формулу 4.8)

$$g(\tau) = -\frac{dP(\tau)}{d\tau} = -\frac{d}{d\tau}[P(T \geq \tau)] = f[\psi(\tau)]\psi'(\tau), \quad (4.11)$$

где  $\psi(\tau)$  - функция, обратная к  $\varphi(t) = \frac{t}{t_{Me}}$ , т.е.

$$\psi(\tau) = t = \tau t_{Me};$$

$$|\psi'(\tau)| = \left| \frac{d\psi(\tau)}{d\tau} \right| = t_{Me}.$$

Подставляя это в (4.11), после преобразований получаем

$$g(\tau) = \frac{1}{\tau^2 \delta \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(1-\tau)^2}{2\delta^2 \tau^2} \right]. \quad (4.12)$$

Эта формула удобна тем, что включает в себя единственный безразмерный параметр  $\delta$  - коэффициент вариации скорости изменения выходного параметра X объекта.

Из условия  $\frac{dg(\tau)}{d\tau} = 0$  можно получить значение аргумента, при котором функция плотности распределения достигает максимума (моду распределения):

$$\tau_{Mod} = \frac{\sqrt{1+8\delta^2} - 1}{4\delta^2} < 1$$

или

$$t_{Mod} = t_{Me} \left( \frac{\sqrt{1+8\delta^2} - 1}{4\delta^2} \right) < t_{Me}. \quad (4.13)$$

Из (4.13) следует, что законы распределения (4.10), (4.12) являются асимметричными - левая ветвь кривой функции плотности распределения круче правой, что обеспечивает зону вы-

сокой безотказности в области малых значений наработки. Этот вывод важен при оценке надежности объектов, к которым предъявляются высокие требования безотказности. Применение в модели отказа объекта другого симметричного, например нормального, закона распределения дает более высокие значения вероятности отказа в этой области, что приводит к заниженным оценкам ресурса объекта.

Для определения вероятности отказа проинтегрируем функцию (4.12):

$$F(t) = F(\tau) = \int_0^{\tau} g(\tau) d\tau = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} \int_0^{\tau} \frac{1}{\tau^2} \exp\left[-\frac{(1-\tau)^2}{2\delta^2\tau^2}\right] d\tau.$$

Вводя новую переменную  $z = \frac{1-\tau}{\delta\tau}$  ( $dz = -\frac{1}{\delta\tau^2} d\tau$ ), получим

$$F(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 0,5 - \Phi(z)$$

или

$$F(\tau) = 0,5 - \Phi\left(\frac{1-\tau}{\delta\tau}\right). \quad (4.14)$$

Переходя в последней формуле к натуральным значениям наработки, получаем

$$F(t) = 0,5 - \Phi\left(\frac{t_{Me} - t}{\delta t}\right). \quad (4.15)$$

Вероятность безотказной работы

$$P(t) = 1 - F(t) = 0,5 + \Phi\left(\frac{t_{Me} - t}{\delta t}\right). \quad (4.16)$$

Из формул (4.15)-(4.16) следует, что  $P(t_{Me}) = F(t_{Me}) = 0,5$ , т.е.  $t_{Me}$  является медианой закона распределения, о чем упоминалось ранее.

Формулу (4.16) можно написать в другом виде, подставив в нее выражения для  $t_{Me}$  и  $\delta$ , т.е. вернуться к исходным данным задачи:

$$P(t) = 0,5 + \Phi \left( \frac{X_{\max} - \bar{\gamma}_x t}{\sigma_\gamma t} \right). \quad (4.17)$$

Последнюю формулу можно получить также, учитывая, что скорость изменения выходного параметра имеет нормальное распределение (4.6):

$$\begin{aligned} P(t) = P(\Gamma_x < \gamma_x) &= \int_0^{\gamma_x} f_\gamma(\gamma) d\gamma = \int_0^{\bar{\gamma}_x} f_\gamma(\gamma) d\gamma + \int_{\bar{\gamma}_x}^{\gamma_x} f_\gamma(\gamma) d\gamma = \\ &= 0,5 + \Phi \left( \frac{\gamma_x - \bar{\gamma}_x}{\sigma_\gamma} \right) = 0,5 + \Phi \left( \frac{\frac{X_{\max} - \bar{\gamma}_x t}{\sigma_\gamma} - \bar{\gamma}_x}{\sigma_\gamma} \right) = 0,5 + \Phi \left( \frac{X_{\max} - \bar{\gamma}_x t}{\sigma_\gamma t} \right). \end{aligned}$$

#### 4.3.2. Модель постепенного отказа с учетом рассеивания начальных значений выходных параметров объекта

Более полная модель постепенного отказа объекта учитывает и начальное рассеивание значений выходного параметра в момент времени (наработки)  $t = 0$  (рис. 4.8). В общем случае линейный закон изменения выходного параметра объекта имеет вид

$$X = A + \Gamma_x t, \quad (4.18)$$

где  $A = X(0)$  - начальное значение выходного параметра объекта, которое является непрерывной случайной величиной (случайный характер величины  $A$  обусловлен погрешностями изготовления и влиянием быстротекающих процессов).

Для случайной величины  $A$  можно принять нормальный закон распределения с функцией плотности

$$f_a(a) = \frac{1}{\sigma_a \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(a-\bar{a})^2}{2\sigma_a^2}}, \quad (4.19)$$

где  $\bar{a}$  - математическое ожидание случайной величины  $A$ ;  $\sigma_a$  - среднее квадратическое отклонение случайной величины  $A$ .

Случайная величина  $\theta_1$  - наработка до отказа - является детерминированной функцией двух случайных аргументов  $A$  и  $\Gamma_x$  ( $\Gamma_x$  - скорость изменения выходного параметра объекта, которая является случайной величиной, распределенной по нормальному

закону (4.6))

$$\theta_1 = \frac{X_{\max} - A}{\Gamma_x} .$$

Непосредственное отыскание закона распределения случайной величины  $\theta_1$  затруднено, так как функция  $\theta_1$  в общем случае не является монотонной, поэтому несколько изменим подход к анализу модели и рассмотрим закон распределения выходного параметра объекта  $X$  в какой-то текущий момент времени (наработки)  $t$ . На основе этого распределения определим вероятность безотказной работы объекта  $P(t)$ , определение которой собственно и является целью анализа модели отказа.

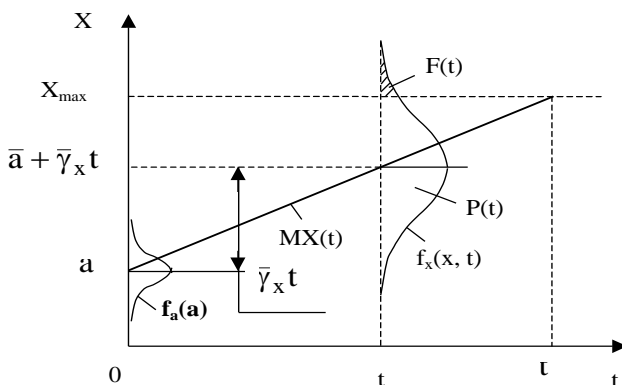


Рис. 4.8. Модель постепенного отказа с учетом рассеивания начальных параметров объекта

Из теории вероятностей известно, что линейная функция (4.18) двух независимых случайных величин, распределенных по нормальному закону, также имеет нормальное распределение с параметрами

- математическое ожидание  $MX = \bar{x} = \bar{a} + \bar{\gamma}_x t$  ;
- дисперсия  $DX = \sigma_x^2 = \sigma_a^2 + t^2 \sigma_\gamma^2$  .

Функция плотности распределения выходного параметра объекта  $X$  в момент времени (наработки)  $t$

$$f_x(x, t) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}}.$$

Вероятность безотказной работы объекта в рассматриваемый момент времени (наработки)  $t$  равна вероятности того, что значение выходного параметра  $X$  объекта в этот момент не выйдет за предел  $X_{\max}$

$$\begin{aligned} P(t) = 1 - F(t) = P(X < X_{\max}) &= \int_{-\infty}^{X_{\max}} f_x(x, t) dx = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{X_{\max}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}} dx = \\ &= \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\bar{x}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}} dx + \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \int_{\bar{x}}^{X_{\max}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}} dx. \end{aligned}$$

Произведя замену переменной  $z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma_x}$  ( $z_{\max} = \frac{X_{\max} - \bar{x}}{\sigma_x}$ ),

получаем:

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 e^{-\frac{z^2}{2}} dz + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{z_{\max}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 0,5 + \Phi(z_{\max}) = 0,5 + \Phi\left(\frac{X_{\max} - \bar{x}}{\sigma_x}\right).$$

Подставив в последнее равенство параметры распределения  $\bar{x}$  и  $\sigma_x$ , получим:

$$P(t) = 0,5 + \Phi\left(\frac{X_{\max} - \bar{a} - \bar{\gamma}_x t}{\sqrt{\sigma_a^2 + t^2 \sigma_\gamma^2}}\right). \quad (4.20)$$

Эта формула является более общей по сравнению с формулой (4.17) предыдущего раздела, так как формула (4.17) получается из (4.20) при  $\bar{a} = 0$  и  $\sigma_a = 0$ .

Частные случаи рассматриваемой модели:

1. Рассеивание процесса  $X(t)$  во времени мало ( $\sigma_\gamma \rightarrow 0$ ;  $\Gamma_x = \bar{\gamma}_x = \text{const}$ ).

В этом случае наработка объекта до отказа  $\theta_1$  распределена по нормальному закону, который полностью определяется пара-

метрами закона распределения начального значения выходного параметра  $A$  и средней скоростью изменения выходного параметра  $\bar{\gamma}_x$ . Вероятность безотказной работы

$$P(t) = 0,5 + \Phi\left(\frac{X_{\max} - \bar{a} - \bar{\gamma}_x t}{\sigma_a}\right) = 0,5 + \Phi\left(\frac{\frac{X_{\max} - \bar{a}}{\bar{\gamma}_x} - t}{\frac{\sigma_a}{\bar{\gamma}_x}}\right) = 0,5 + \Phi\left(\frac{\bar{t} - t}{\sigma}\right),$$

где  $\bar{t} = \frac{X_{\max} - \bar{a}}{\bar{\gamma}_x} = M\theta_1$  - средняя наработка до отказа;

$\sigma = \sigma_a / \bar{\gamma}_x$  - среднее квадратическое отклонение наработки до отказа.

Функция плотности распределения случайной величины  $\theta_1$  - наработки объекта до отказа:

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t - \bar{t})^2}{2\sigma^2}\right], \text{ т.е. нормальное распреде-}$$

ление.

2. Изменение выходного параметра  $X$  на рассматриваемом интервале времени (наработки)  $(0, t)$  не наблюдается (накопленные повреждения не приводят к изменению выходного параметра), но начальное рассеивание велико.

В этом случае  $F(t)$  оценивает вероятность получения дефектного изделия, которое изначально неработоспособно, а  $P(t)$  - вероятность получения годного изделия, которое со 100%-ной вероятностью будет работоспособно на рассматриваемом интервале:

$$P(t) = 0,5 + \Phi\left(\frac{X_{\max} - \bar{a}}{\sigma_a}\right). \quad (4.21)$$

3. *Пример.* Пусть выходным параметром  $X$  является точность позиционирования стола фрезерного станка с ЧПУ (рис.4.9). Установлен симметричный допуск на значение выходного параметра  $X$ :

$X_{\min} \leq X \leq X_{\max}$  - объект работоспособен;

$X < X_{\min}$  или  $X > X_{\max}$  - объект неработоспособен.

Средняя скорость изменения выходного параметра  $\bar{\gamma}_x = 0$ ,



но  $\sigma_\gamma \neq 0$ , т.е. влияние повреждающих процессов проявляется лишь в увеличении со временем дисперсии выходного параметра без смещения центра группирования  $\bar{a} = (X_{\min} + X_{\max})/2$  (износ обеих сторон профиля ходового винта механизма подачи станка равномерен).

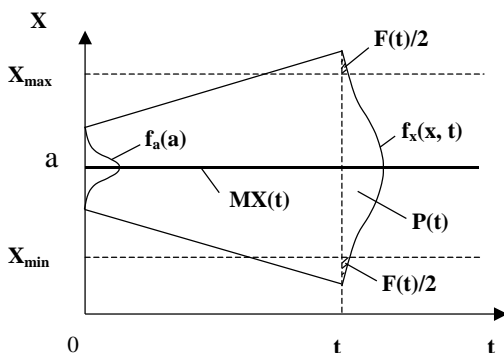


Рис. 4.9. Модель отказа при наличии симметричного допуска на значение выходного параметра

Вероятность безотказной работы для рассматриваемой модели отказа

$$P(t) = 2\Phi \left( \frac{X_{\max} - \bar{a}}{\sqrt{\sigma_a^2 + t^2 \sigma_\gamma^2}} \right). \quad (4.22)$$

В каждый момент времени (наработки)  $t$  закон распределения выходного параметра  $X(t)$  нормальный с параметрами

$$MX(t) = \bar{a} = \text{const};$$

$$\sigma(t) = \sqrt{\sigma_a^2 + t^2 \sigma_\gamma^2} = \text{var}.$$

#### 4.4. Моделирование внезапных отказов на основе экспоненциального закона надежности

Как уже указывалось ранее (см. гл.3), причина возникновения внезапного отказа не связана с изменением состояния объекта во времени, вызванным постепенным накоплением повре-

ждений, а вероятность возникновения внезапного отказа на некотором интервале (времени) наработки зависит только от длины этого интервала и интенсивности отказов. Причиной внезапного отказа является случайное сочетание неблагоприятных неконтролируемых факторов и внешних воздействий, превышающее возможности объекта к их восприятию. Характеристикой уровня случайных внешних воздействий, которым может подвергаться объект при эксплуатации, и возможностей объекта к их восприятию является интенсивность отказов  $\lambda(t)$ , которая в случае внезапных отказов является постоянной величиной  $\lambda(t)=\lambda=const$ , что является основным признаком внезапного отказа.

Применение основного признака внезапного отказа к основной формуле надежности (2.10) дает экспоненциальный закон надежности (рис. 4.10,а)

$$P(t) = e^{-\lambda t}; \quad F(t) = 1 - P(t) = 1 - e^{-\lambda t}; \quad f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad (4.23)$$

широко используемый для моделирования внезапных отказов.

Характеристиками экспоненциального закона надежности являются:

1) математическое ожидание (первый начальный момент, средняя наработка до отказа):

$$\bar{t} = M\theta_1 = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \lambda \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt = -t e^{-\lambda t} \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda}; \quad (4.24)$$

2) дисперсия (второй центральный момент, квадрат среднего квадратического отклонения)

$$D(\theta_1) = M(\theta_1^2) - [M\theta_1]^2 = \int_0^{\infty} t^2 f(t) dt - \frac{1}{\lambda^2} = \lambda \int_0^{\infty} t^2 e^{-\lambda t} dt - \frac{1}{\lambda^2} =$$

$$= -t^2 e^{-\lambda t} \Big|_0^{\infty} + 2 \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt - \frac{1}{\lambda^2} = 0 + \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}. \quad (4.25)$$

Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{D(\theta_1)} = \frac{1}{\lambda} = \bar{t}. \quad (4.26)$$

Учитывая (4.24), формулу для вероятности безотказной работы можно представить в виде

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{t}{\frac{1}{\lambda}}}. \quad (4.27)$$

Разлагая последнюю формулу в ряд Маклорена

$$P(t) = P(0) + \frac{dP(0)}{dt}t + \frac{d^2P(0)}{dt^2} \frac{t^2}{2!} + \frac{d^3P(0)}{dt^3} \frac{t^3}{3!} + \dots = 1 - \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} - \dots$$

и ограничиваясь двумя членами разложения, получаем линейную аппроксимацию экспоненциального закона, которую можно применять для расчетов в зоне высокой безотказности  $P(t) \geq 0,9$  (рис. 4.10,б):

$$P_0(t) = 1 - \lambda t = 1 - \frac{t}{\frac{1}{\lambda}}. \quad (4.28)$$

Функция плотности распределения для аппроксимированного закона

$$f_0(t) = -\frac{dP_0(t)}{dt} = \lambda = \frac{1}{\frac{1}{\lambda}},$$

т.е. в зоне высокой безотказности (малые значения наработки) можно считать, что случайная величина  $\theta_1$  - наработка объекта до отказа - распределена равномерно с плотностью  $\lambda = \text{const}$ .

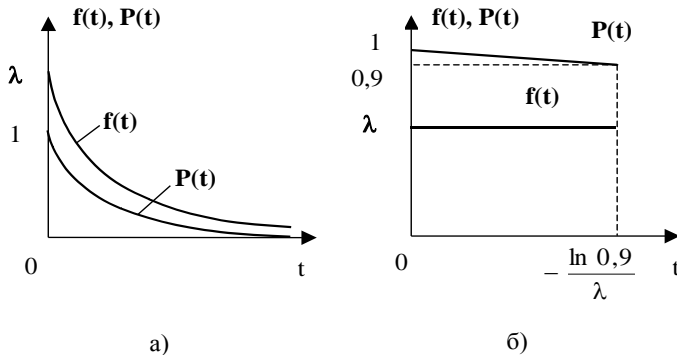


Рис. 4.10. Экспоненциальный закон надежности (а) и его аппроксимация в зоне высокой безотказности (б)

Поскольку причина возникновения внезапного отказа связана не с изменением состояния объекта, а с неблагоприятным сочетанием действующих факторов, то для построения модели внезапного отказа необходимо оценить обстановку, которая может привести к отказу и оценить вероятность этого события.

Построение модели внезапного отказа связано с анализом условий эксплуатации объекта, режимов его работы, возможностей возникновения экстремальных нагрузок и активного влияния внешней среды на работоспособность объекта.

Рассмотрим типичные модели внезапных отказов.

*Модель внезапного устойчивого отказа  
невосстанавливаемого объекта*

Рассмотрим модель внезапного устойчивого отказа невосстанавливаемого объекта, когда на допустимые значения выходного параметра установлен допуск  $\delta$ , ограниченный предельными верхним  $X_H$  и нижним  $X_L$  уровнями значений выходного параметра, выход из которых означает отказ объекта (рис. 4.11). В отличие от постепенных отказов, случайный процесс  $X(t)$ , характеризующий изменение состояния объекта во времени, не является детерминированной функцией случайных аргументов, имеющей определенную тенденцию изменения в сторону прогрессивного ухудшения качественных выходных параметров объекта, обусловленного накоплением деградационных повреждений. Процесс  $X(t)$  в случае внезапных отказов представляет собой стационарный случайный процесс, характеристики которого (математическое ожидание  $MX(t) = \text{const}$ , дисперсия  $DX(t) = \text{const}$ , функция плотности распределения выходного параметра  $f_x(x, t) = f_x(x)$ ) не зависят от времени (наработки объекта)  $t$ . Колебания  $X_i(t)$  и  $X_k(t)$  отдельных реализаций этого процесса для  $i$ -го и  $k$ -го экземпляров объекта обусловлены переменностью условий и режимов эксплуатации, случайным характером эксплуатационных нагрузок и внешних воздействий на объект. Моменты  $\theta_{1i}$  и  $\theta_{1k}$  выхода отдельных реализаций за пределы допуска на выходной параметр фиксируются как отказы соответствующих экземпляров объектов.

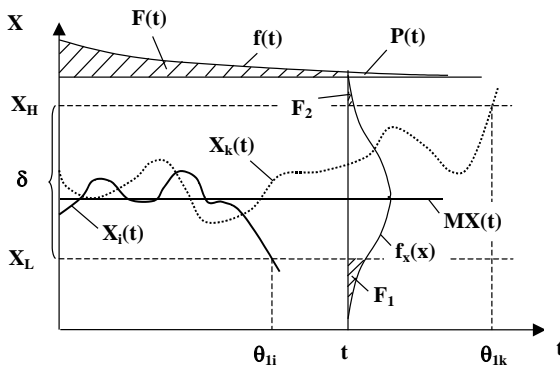


Рис. 4.11. Модель внезапного устойчивого отказа невосстанавливаемого объекта

В силу стационарности процесса  $X(t)$  в каждый момент времени (наработки)  $t$  условная вероятность выхода определенной реализации процесса  $X_k(t)$  за пределы допуска  $\delta$ , определяемая при условии, что в этот момент данная реализация существует (отказ соответствующего  $k$ -го экземпляра объекта не возник), является постоянной величиной

$$F_x = F_1 + F_2 = \int_{-\infty}^{X_L} f_x(x) dx + \int_{X_H}^{\infty} f_x(x) dx = \text{const} \neq F(t) .$$

Но эта вероятность не равна вероятности отказа объекта  $F(t)$ , являющейся возрастающей функцией времени (наработки), так как распределение  $f_x(x)$  не учитывает, что часть реализаций случайного процесса  $X(t)$  (например, реализация  $X_i(t)$ ) прекратили свое существование к рассматриваемому моменту.

Случайная величина  $\theta_1$  - наработка объекта до отказа распределена по экспоненциальному закону (4.23). Статистической оценкой интенсивности отказов  $\lambda$  является величина

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \theta_{1i}} ,$$

где  $n$  - общее количество испытанных объектов (объектов, для которых фиксировались моменты отказов).

*Модель возникновения перемежающегося отказа  
(простейший поток отказов восстанавливаемого объекта)*

Рассмотрим восстанавливаемый объект, подверженный внезапным отказам (сбоям), образующим поток случайных событий (рис.4.12,а). В этом случае периоды работоспособности объекта длительностью  $\theta_i$  чередуются с периодами восстановления (самовосстановления) работоспособного состояния длительностью  $\xi_i$ , следующими за соответствующим  $i$ -м отказом объекта (выходом процесса изменения выходного параметра объекта  $X(t)$  за пределы допуска  $\delta$ ).

Вообще под потоком событий (в частности, отказов) понимается последовательность однородных событий, происходящих одно за другим в какие-то моменты времени или наработки  $t_i$  (рис. 4.12,б). Если эти моменты строго определены какой-то закономерностью, будет иметь место регулярный поток событий (отказов). Если же эти моменты случайны, имеет место поток случайных событий (отказов). В частном случае стационарности процесса  $X(t)$  имеет место простейший (пуассоновский) поток случайных событий, обладающий свойствами стационарности, ординарности и отсутствия последствий.

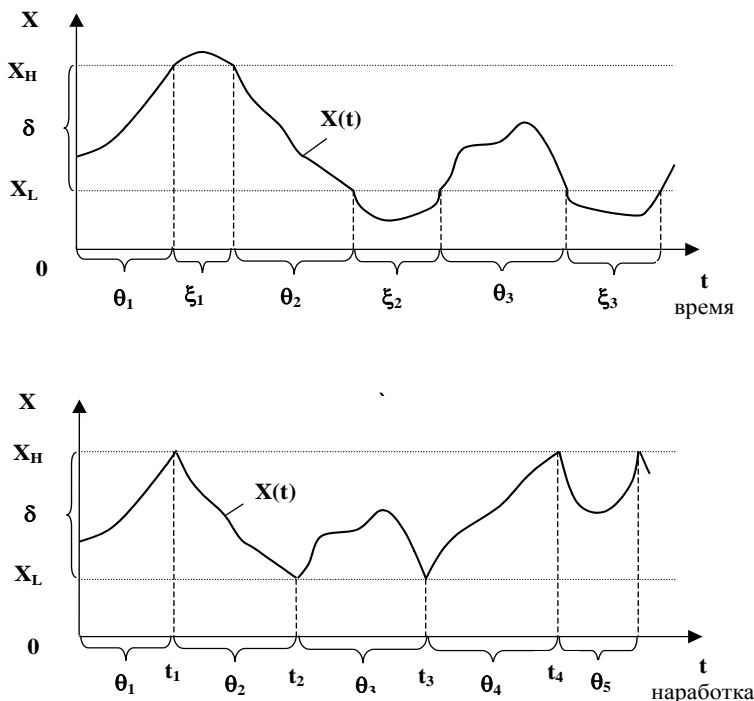


Рис. 4.12. Поток внезапных отказов восстанавливаемого объекта

**Стационарным потоком случайных событий** называется поток, в котором вероятность попадания некоторого числа событий на интервал времени (наработки)  $\tau$  зависит только от длины этого интервала и не зависит от того, где на оси времени (наработки) расположен этот интервал. Параметр стационарного потока отказов является постоянной, не зависящей от времени величиной  $\omega(t) = \omega = \text{const}$ .

**Ординарным потоком случайных событий** называется поток, характеризующийся тем, что вероятность попадания на элементарный малый интервал времени (наработки)  $\Delta t$  двух и более событий пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью попадания одного события.

**Потоком без последствий** называется поток событий, характеризующийся тем, что для любых двух конечных непересекающихся интервалов времени (наработки)  $\tau_1$  и  $\tau_2$  число событий, попадающих на один из них, не зависит от числа событий, попадающих на другой. Свойство отсутствия последствий означает, что протекание потока после любого момента времени (наработки) не зависит от того, как протекал поток до этого момента.

Для простейшего (пуассоновского) потока отказов число отказов, имеющих место на интервале наработки длиной  $\tau$ , является случайной величиной, распределенной по закону Пуассона. При этом вероятность попадания  $m$  отказов на интервал наработки длиной  $\tau$  составляет

$$P_m(\tau) = \frac{(\omega\tau)^m e^{-\omega\tau}}{m!}, \quad (4.29)$$

а наработка между отказами имеет экспоненциальное распределение

$$P(t) = P(\theta_i \geq t) = e^{-\omega t},$$

где параметр потока отказов  $\omega$  имеет смысл интенсивности отказов.

Средняя наработка на отказ в случае простейшего (пуассоновского) потока

$$T = \frac{1}{\omega}.$$

Потоки отказов могут быть простыми, когда происходят отказы одинаковых или однородных составных частей объектов, и сложными, представляющими собой сумму  $n$  простых потоков, соответствующих определенным видам отказов разнородных составных частей объектов (механические, электромеханические, электронные, гидравлические и др.). Ведущая функция сложного потока отказов (математическое ожидание числа отказов объекта за суммарную наработку  $t$ ) равна сумме ведущих функций составляющих простых потоков:

$$\Omega(t) = \sum_{i=1}^n \Omega_i(t).$$

Дифференцируя последнее равенство по  $t$ , получим



$\omega(t) = \sum_{i=1}^n \omega_i(t)$ , т.е. параметр сложного потока отказов равен сумме параметров составляющих простых потоков.

#### 4.5. Одновременное проявление внезапных и постепенных отказов

Во многих случаях, когда объект подвержен постепенным (износным) отказам, одновременно существует опасность потери работоспособности также по причине внезапных отказов. При этом возможны следующие схемы одновременного проявления постепенных и внезапных отказов [2].

*Совместное и независимое действие процессов, приводящих к постепенным и внезапным отказам*

При этом случайное событие А - безотказность объекта в течение некоторого времени (наработки) t - представляет собой произведение (совмещение) двух случайных событий: события А<sub>п</sub> - безотказность объекта по постепенным (износным) отказам - и события А<sub>в</sub> - безотказность объекта по внезапным отказам, т. е. А = А<sub>п</sub> · А<sub>в</sub>.

Так как события А<sub>п</sub> и А<sub>в</sub> независимы, то для нахождения вероятности события А (вероятности безотказной работы объекта) можно применить теорему умножения вероятностей независимых случайных событий  $P(A) = P(A_p) \cdot P(A_v)$  или  $P(t) = P_p(t) \cdot P_v(t)$ , где P<sub>п</sub>(t) и P<sub>в</sub>(t) - вероятности безотказной работы объекта по постепенным и внезапным отказам, соответственно. Вероятности безотказной работы P<sub>п</sub>(t) и P<sub>в</sub>(t) можно определить, если известны вид и параметры соответствующих законов распределения случайной величины – наработки объекта до отказа.

Так, если для постепенных отказов принята модель, рассмотренная в п. 4.3.2, для которой вероятность безотказной работы рассчитывается по формуле (4.20), а внезапные отказы моделируются экспоненциальным законом распределения (4.23), то

$$P(t) = \left[ 0,5 + \Phi \left( \frac{X_{\max} - \bar{a} - \bar{\gamma}_x t}{\sqrt{\sigma_a^2 + t^2 \sigma_\gamma^2}} \right) \right] e^{-\lambda t} . \quad (4.30)$$

Из рис. 4.13 следует, что в начальный период времени

(наработки) основное влияние на вероятность безотказной работы объекта оказывают внезапные отказы, а затем все большее значение начинают приобретать постепенные отказы.

*Последовательное действие двух причин, приводящих к отказу. Модель сложного отказа, вызванного усталостными повреждениями материалов*

В некоторых случаях физика отказа настолько сложна, что содержит в себе элементы как постепенных (износных), так и внезапных отказов, т.е. наблюдается сложный отказ. Например, весьма распространенный случай выхода из строя деталей машин по причине усталостных повреждений материала поверхностных слоев или тела детали (валы, подшипники качения, детали передач зацеплением и др.) связан с зарождением и последующим развитием усталостной трещины в зоне местной концентрации напряжений или начального повреждения материала детали, обусловленного производственным дефектом.

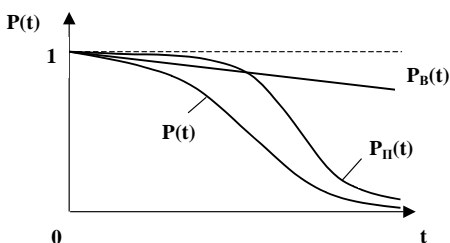


Рис. 4.13. Совместное и независимое действие процессов, приводящих к постепенным и внезапным отказам

Период времени до зарождения микротрещины характеризуется признаками внезапного отказа (зарождение микротрещины является следствием случайного повышения эксплуатационной нагрузки, вызванного внешними неконтролируемыми причинами), а

процесс развития усталостной трещины характеризуется признаками постепенного отказа. Процессы зарождения микротрещины и усталостного разрушения действуют последовательно. Сначала должна проявиться причина (событие  $\bar{A}_B$  - внезапное зарождение микротрещины), затем - следствие (событие  $\bar{A}_П$  - постепенный рост усталостной трещины до критического размера, соответствующего отказу).

Событие  $\bar{A}$  (отказ объекта):  $\bar{A} = \bar{A}_B \cdot \bar{A}_П$ , причем события

$\bar{A}_B$  и  $\bar{A}_\Pi$  являются зависимыми. По теореме умножения вероятностей зависимых случайных событий вероятность отказа объекта

$$P(A) = P(\bar{A}_B) \cdot P(\bar{A}_\Pi | \bar{A}_B)$$

или

$$1 - P(A) = [1 - P(A_B)] [1 - P(A_\Pi | \bar{A}_B)], \quad (4.31)$$

где  $P(A) = P(t)$  - вероятность безотказной работы объекта, отнесенная к рассматриваемому моменту времени (наработки)  $t$ ;  $P(A_B) = P_B(t)$  - вероятность незарождения микротрещины, отнесенная к рассматриваемому моменту  $t$ ;  $P(A_\Pi | \bar{A}_B) = P_\Pi(t)$  - условная вероятность недостижения усталостной трещиной критического размера в момент  $t$ , определяемая при условии, что микротрещина возникла.

Отметим, что точный подход к решению данной задачи требует нахождения композиции законов распределения, соответствующих процессу-причине и процессу-следствию; при этом функция плотности распределения случайной наработки объекта до отказа составит

$$f(t) = f_B(t) * f_\Pi(t) = \int_0^t f_B(z) f_\Pi(t-z) dz,$$

где  $f_B(t) = -\frac{dP_B(t)}{dt}$  и  $f_\Pi(t) = -\frac{dP_\Pi(t)}{dt}$  - функции плотности

распределения случайного времени (наработки) до возникновения микротрещины и случайного времени (наработки) от зарождения микротрещины до достижения ею критического размера, соответственно.

Однако такой подход к решению задачи сопряжен с математическими трудностями. Поэтому, считая в первом приближении, что вероятности  $P_\Pi(t)$  и  $P_B(t)$  определяются по формулам (4.20) и (4.23), на основании формулы (4.31) получим:

$$P(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right) \left[0,5 - \Phi\left(\frac{X_{\max} - \bar{a} - \bar{\gamma}_x t}{\sqrt{\sigma_a^2 + t^2 \sigma_\gamma^2}}\right)\right]. \quad (4.32)$$

В последнем равенстве параметры распределения для рассматриваемой модели сложного отказа, обусловленного усталостными повреждениями, имеют смысл:

$X_{\max}$  - критическая величина усталостной трещины, достижение которой ведет к разрушению детали;

$\bar{a}$  - средняя начальная величина микротрещины;

$\bar{\gamma}_x$  - средняя скорость роста усталостной трещины;

$\sigma_a$  - среднее квадратическое отклонение начальной величины микротрещины;

$\sigma_\gamma$  - среднее квадратическое отклонение скорости роста усталостной трещины;

$\lambda$  - среднее число микротрещин, зарождающихся в единицу времени (наработки).

Формула (4.32) содержит 6 параметров, оценки значений которых могут быть получены только на основе экспериментальных данных, что весьма затруднено. Поэтому на практике для моделирования сложных отказов, в частности, отказов, возникающих вследствие усталостных повреждений, чаще всего используют двухпараметрический закон Вейбулла–Гнеденко (рис. 4.14). Функция плотности распределения случайной наработки до отказа для этого закона имеет вид

$$f(t) = \frac{mt^{m-1}}{T_1} e^{-\frac{t^m}{T_1}}, \quad (4.33)$$

где  $m$  - параметр формы распределения ( $m > 0$ );  $T_1$  - параметр масштаба ( $T_1 > 0$ ).

Вероятность безотказной работы

$$P(t) = e^{-\frac{t^m}{T_1}}. \quad (4.34)$$

Интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \frac{mt^{m-1}}{T_1}. \quad (4.35)$$

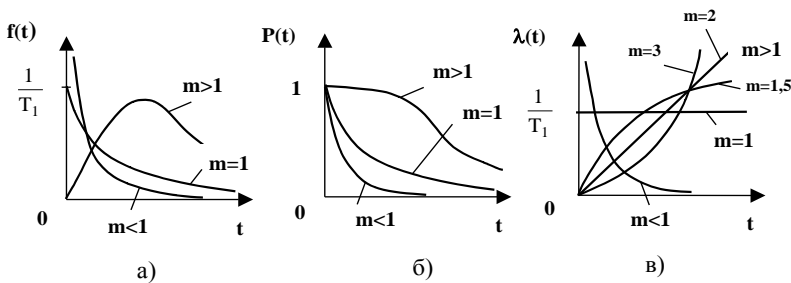


Рис. 4.14. Закон распределения Вейбулла-Гнעדенко:

а – функция плотности распределения;

б – вероятность безотказной работы; в – интенсивность отказов

Характеристики закона распределения Вейбулла-Гнעדенко:  
 а) математическое ожидание (средняя наработка до отказа)

$$M\theta_1 = \bar{t} = T_1^{1/m} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right), \quad (4.36)$$

где  $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{x-1} dt$  - гамма-функция (табулирована);

б) дисперсия (квадрат среднего квадратического отклонения)

$$D\theta_1 = \sigma^2 = T_1^{2/m} \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \left[ \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) \right]^2 \right\}. \quad (4.37)$$

Следует отметить, что в отличие от ранее рассмотренных законов распределения (нормального, экспоненциального), закон Вейбулла-Гнעדенко не содержит в явном виде, в качестве параметров, характеристик распределения, что создает определенные трудности в практическом использовании этого закона для моделирования отказов. Основное преимущество закона Вейбулла-Гнעדенко заключается в его гибкости и способности отражать самые разнообразные причины отказов как внезапного, так и постепенного характера.

В ряде случаев используют трехпараметрическое распределение Вейбулла /19/, содержащее дополнительный параметр  $c$  - параметр положения (сдвига по оси времени). Выражения функции плотности распределения, вероятности безотказной работы и интенсивности отказов для этого закона получаются из соответствующих формул (4.33)-(4.35) заменой  $t$  на  $(t - c)$ .

Частные случаи закона распределения Вейбулла-Гнеденко:

а) при  $m = 1$  - экспоненциальный закон:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad ; \quad P(t) = e^{-\lambda t} ,$$

где  $\lambda = \frac{1}{T_1}$  - интенсивность отказов.

В этом случае параметр масштаба  $T_1$  имеет смысл средней наработки до отказа:  $T_1 = \bar{t}$ .

б) при  $m = 2$  - закон Релея, часто используемый для моделирования отказов аппаратных средств систем управления и обычно представимый в виде:

$$f(t) = \frac{t}{\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \quad ; \quad P(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} ,$$

где  $2\sigma^2 = T_1$ .

#### 4.6. Снижение уровня сопротивляемости объекта внезапным отказам вследствие процесса старения материалов

Рассмотрим случай, когда процесс старения материалов снижает уровень сопротивляемости объекта внезапным отказам, вызванным неконтролируемыми внешними причинами (рис. 4.15). Эффект от процесса старения материалов наблюдается, начиная с некоторого времени (наработки)  $t_0$ . При этом предельное значение выходного параметра объекта, соответствующее возникновению отказа, изменяется во времени по закону:

$$X_{\max}(t) = X_{\max}(0) \quad \text{при} \quad t < t_0 \quad ;$$

$$X_{\max}(t) = X_{\max}(0) - k(t - t_0) \quad \text{при} \quad t \geq t_0 \quad (k = \operatorname{tg} \alpha) .$$

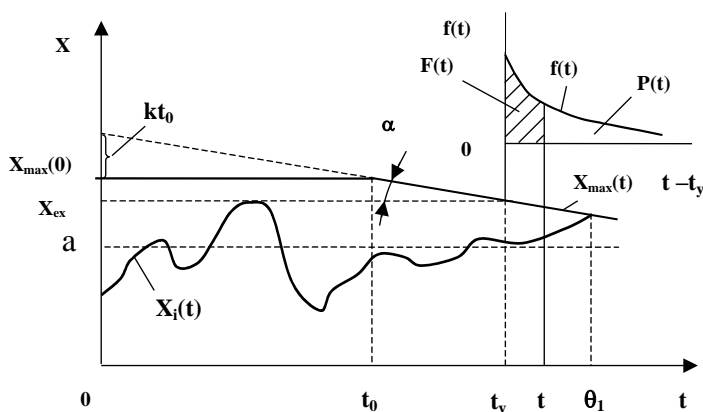


Рис. 4.15. Снижение уровня сопротивляемости объекта внезапным отказам вследствие процесса старения материалов

Случайный процесс изменения выходного параметра объекта  $X(t)$  считаем стационарным, не имеющим тенденции к направленному изменению, т.е.  $M[X(t)] = \bar{a} = \text{const}$  (центр группирования не смещается) и  $D[X(t)] = \text{const}$  (рассеяние процесса не меняется со временем). При этом предельное эксплуатационное значение выходного параметра  $X_{ex}$ , обусловленное переменностью внешних воздействий, режимов и условий эксплуатации, стабильно во времени.

До момента  $t_y = \frac{X_{max}(0) - X_{ex}}{k} + t_0$  (установленная наработка до отказа), определяемого условием  $X_{max}(t_y) = X_{ex}$ , отказ объекта возникнуть не может, т.е. вероятность безотказной работы  $P(t) = 1$  и вероятность отказа  $F(t) = 0$  при  $t < t_y$ .

После достижения момента  $t_y$  возникает возможность внезапного устойчивого отказа (на рис. 4.15 случайная реализация процесса  $X_i(t)$  для  $i$ -го экземпляра объекта достигает предельного значения в момент  $\theta_1$ ). Для моделирования этого отказа можно применить двухпараметрический экспоненциальный закон (экспоненциальный закон с порогом чувствительности) с параметром сдвига  $t_y$ :

$$P(t) = P(\theta_1 \geq t) = \exp[-\lambda(t - t_y)] \quad \text{при } t \geq t_y. \quad (4.38)$$

## 5. НАДЕЖНОСТЬ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ОБЪЕКТОВ. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДОЛГОВЕЧНОСТИ

### 5.1. Основные особенности исследования долговечности объектов

Рассмотренные в главе 4 модели возникновения постепенных отказов объектов под воздействием быстропротекающих процессов повреждения и процессов средней скорости характеризовали одно из свойств, входящих в понятие надежность, - безотказность, т.е. свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или наработки. Перейдем к моделям, характеризующим другое свойство, входящее в понятие надежность, - долговечность, т.е. свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта. При этом наряду с быстропротекающими повреждающими процессами и процессами средней скорости придется учитывать влияние медленных процессов, приводящих к снижению работоспособности объекта (изнашивание подвижных сопряжений, коррозия, ползучесть металлов и др.). Кроме того, придется учитывать, что за счет технического обслуживания и ремонта объект может полностью или частично восстанавливать значения своих выходных качественных параметров и утраченный ресурс. При моделировании долговечности объектов, так же, как и при моделировании безотказности, в общем случае исходим из того, что объект характеризуется совокупностью  $n$  выходных параметров  $X_1, X_2, \dots, X_n$  и его область работоспособности описывается в  $n$ -мерном фазовом пространстве. В том случае, когда  $X_1, X_2, \dots, X_n$  рассматриваются как независимые параметры, область работоспособности по каждому параметру и ход процесса потери работоспособности  $X(t)$  целесообразно изображать в координатах  $X - t$ , где значение  $X_{\max}$  ограничивает область работоспособности объекта по данному параметру. Суждение о потере объектом работоспособности по всем  $n$  параметрам можно сделать, используя



методы оценки надежности систем (см.гл.6).

Рассмотрим два случая, соответствующие двум основным методам эксплуатации машин /2/:

1) машина функционирует в течение назначенного периода;

2) машина работает до отказа.

В обоих случаях периоды непрерывной работы объекта  $T_{oj}$  чередуются с периодами восстановления  $\xi_j$ , в течение которых осуществляются мероприятия по техническому обслуживанию и ремонту.

## **5.2. Схема потери объектом работоспособности при эксплуатации с установленным периодом непрерывной работы**

Рассмотрим случай (рис. 5.1), когда задано время непрерывной работы объекта  $T_0$ , в течение которого не производится его техническое обслуживание и ремонт. Это может быть время до подналадки станка или длительность смены (технологические машины), длительность рейса (транспортные машины), межремонтный период или другой период, определяемый функциональным назначением и особенностями эксплуатации объекта.

Пусть  $X$  - один из выходных качественных параметров рассматриваемого объекта (точность работы, производительность, КПД и др.), а допуск на изменение выходного параметра  $\delta$  определяет границы области работоспособности объекта.

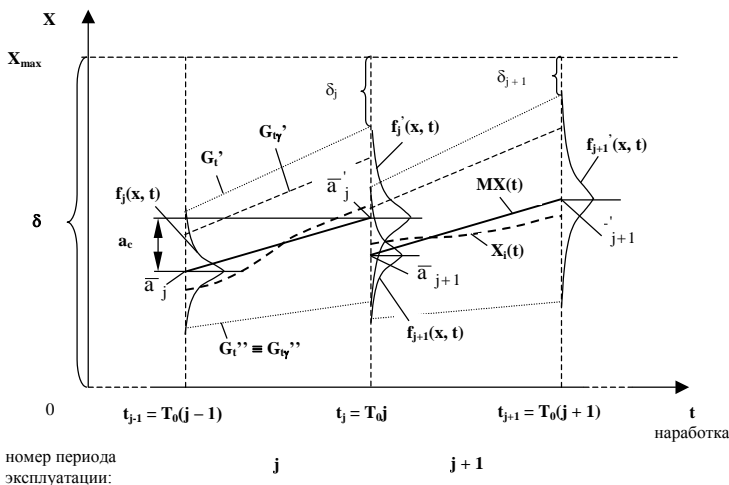


Рис. 5.1. Схема потери объектом работоспособности при эксплуатации с установленным периодом непрерывной работы  $T_0$

Рассмотрим два последовательных периода эксплуатации объекта с номерами  $j$  и  $j + 1$ . К началу  $j$ -го периода эксплуатации рассеивание выходного параметра  $X$  объекта характеризуется функцией плотности распределения  $f_j(x, t)$ , которую ввиду большого числа участвующих в ее формировании факторов, можно считать функцией плотности нормального распределения вероятностей

$$f_j(x, t) = n(x, \bar{a}_j, \sigma_{xj}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{xj}} e^{-\frac{(x-\bar{a}_j)^2}{2\sigma_{xj}^2}}, \quad (5.1)$$

параметрами которой (в общем случае зависящими от наработки объекта) являются:

$\bar{a}_j$  - математическое ожидание (центр группирования) начального значения выходного параметра объекта на  $j$ -м периоде эксплуатации;

$\sigma_{xj}$  - среднее квадратическое отклонение начального значения выходного параметра объекта на  $j$ -м периоде эксплуатации.

Рассеивание начального значения выходного параметра  $X$  относительно центра группирования на  $j$ -м периоде эксплуатации обусловлено погрешностями изготовления и настройки объекта и влиянием быстропротекающих процессов (вибрации, упругие деформации) при работе на различных режимах. Все эти факторы действуют независимо друг от друга. На основании теоремы о сложении дисперсий независимых случайных величин получим

$$\sigma_{xj} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_{Hj}^2 + \sigma_{Bj}^2} ,$$

где  $\sigma_a$  - среднее квадратическое отклонение начального значения выходного параметра  $X$  объекта, обусловленное погрешностями изготовления;  $\sigma_{Hj}$  - среднее квадратическое отклонение начального значения выходного параметра  $X$  объекта на  $j$ -м периоде эксплуатации, обусловленное погрешностями настройки;  $\sigma_{Bj}$  - среднее квадратическое отклонение начального значения выходного параметра  $X$  объекта на  $j$ -м периоде эксплуатации, обусловленное влиянием быстропротекающих процессов.

В течение  $j$ -го периода эксплуатации влияние повреждающих процессов средней скорости проявляется в смещении центра группирования на величину  $a_c$  (на схеме математическое ожидание процесса изменения выходного параметра объекта  $MX(t)$  условно принято линейно зависящим от наработки в пределах рассматриваемого периода эксплуатации) и в увеличении рассеивания выходного параметра. К концу  $j$ -го периода эксплуатации функция плотности распределения выходного параметра представляет собой функцию плотности нормального распределения вероятностей

$$f'_j(x, t) = n(x, \bar{a}'_j, \sigma'_{xj}) \quad (5.2)$$

с параметрами:

- математическое ожидание  $\bar{a}'_j = \bar{a}_j + a_c = \bar{a}_j + \bar{\gamma}_x T_0$  ;

- среднее квадратическое отклонение  $\sigma'_{xj} = \sqrt{\sigma_{xj}^2 + T_0^2 \sigma_\gamma^2}$  ,

где  $\bar{\gamma}_x$  и  $\sigma_\gamma$  - средняя скорость изменения выходного параметра и среднее квадратическое отклонение скорости изменения выходного параметра, соответственно.

Запас надежности объекта к концу  $j$ -го периода эксплуата-

ции, определяемый как отношение максимального допустимого значения выходного параметра к его максимальному эксплуатационному значению (см. разд. 2.4), составит

$$K_H = \frac{X_{\max}}{X_{ex}} = \frac{\delta}{\delta - \delta_j} > 1, \quad (5.3)$$

где  $\delta_j$  - удаленность верхней границы области состояний объекта  $G_t'$  от верхней границы области работоспособности объекта по выходному параметру  $X$ .

При наличии запаса надежности  $K_H > 1$  надежность объекта по постепенным (износным) повреждениям считается обеспеченной, однако, в реальных условиях эксплуатации всегда существует опасность досрочной потери объектом работоспособности вследствие внезапных отказов, вызванных внешними воздействиями и не связанными с техническим состоянием объекта.

Для неограниченных распределений, в частности нормального, границы области состояний объекта  $G_t'$  и  $G_t''$  могут определяться условно, например, по правилу «шести сигм», что в случае нормального закона распределения соответствует вероятности попаданий отдельных реализаций случайного процесса  $X_i(t)$  в эту область, равной 0,9986 ( $i$  - номер случайной реализации, соответствующий определенному экземпляру из множества однотипных объектов). Более предпочтительным является установление гамма-процентной области состояний с границами  $G_{ty}'$  и  $G_{ty}''$ , в которую отдельные реализации  $X_i(t)$  будут попадать с определенной контролируемой вероятностью  $\gamma \cdot 100\%$ .

К началу следующего ( $j+1$ ) - го периода эксплуатации, в результате проведения мероприятий по техническому обслуживанию и ремонту (при необходимости), характеристики объекта будут частично восстановлены, что проявляется в смещении центра группирования значений выходного параметра от предельного уровня  $X_{\max}$  и уменьшении рассеивания, т.е.  $\bar{a}_{j+1} < \bar{a}_j$  и  $\sigma_{x(j+1)} < \sigma_{xj}$ , но полностью восстановить эти характеристики невозможно ( $\bar{a}_{j+1} > \bar{a}_j$  и  $\sigma_{x(j+1)} > \sigma_{xj}$ ), так как при продолжительной эксплуатации объекта начинают проявляться последствия медленно протекающих процессов повреждения, приводящих к уменьшению запаса надежности ( $\delta_{j+1} < \delta_j$ ).

Прогрессивное ухудшение характеристик, определяющих работоспособность объекта, будет происходить со временем (с увеличением  $j$ ) в результате следующих причин /2/:

- увеличение  $\sigma_{vj}$  в результате роста зазоров в сопряжениях, изменения жесткости, параметров демпфирования и других характеристик, влияющих на быстропротекающие процессы;

- увеличение  $\sigma_{nj}$  в результате износа и деградации материалов настроечных органов;

- увеличение  $\bar{\gamma}_x$  и  $\sigma_\gamma$  в результате повышения тепловыделения из-за роста коэффициента трения, возрастания нагрузок, повышения степени загрязненности контактирующих поверхностей, искажения первоначальной формы сопряжений, деградации основных и эксплуатационных материалов и других явлений, связанных с длительной работой машин.

В результате совместного действия отмеченных факторов, начиная с некоторой наработки, определяемой достижением верхней границей области состояний объекта  $G_t'$  предельного уровня  $X_{max}$ , запас надежности объекта исчерпывается ( $K_n = 1$ ) и появляется реальная опасность ресурсных отказов (рис. 5.2).

**Установленный ресурс объекта**  $t_{py}$  по выходному параметру  $X$  при рассматриваемом методе эксплуатации определяется как ближайшая кратная  $T_0$  наработка, при которой еще сохраняется запас надежности. Аналогично устанавливается **назначенный ресурс** объектов, предельные состояния которых считаются недопустимыми, так как приводят к большим экономическим потерям, угрожают безопасности человека или приводят к вредному воздействию на окружающую среду (см. разд.2.6).

**Гамма-процентный ресурс объекта**  $t_{py}$  по выходному параметру  $X$  определяется как ближайшая кратная  $T_0$  наработка, при которой верхняя граница гамма-процентной области состояний  $G_{ty}'$  еще не достигает предельного уровня  $X_{max}$ .

**Средний ресурс объекта**  $\bar{t}_p$  по выходному параметру  $X$  определяется как ближайшая кратная  $T_0$  наработка, при которой математическое ожидание процесса изменения выходного параметра  $MX(t)$  еще не достигает предельного уровня  $X_{max}$ .

Начиная с момента  $t_{py}$  (отказы объекта до этого времени считаются недопустимыми, хотя всегда существует некоторая вероятность потери работоспособности по внезапному отказу

- внешней причине, вызванной, например, нарушением установленных условий эксплуатации) или  $t_{py}$  (отказы допустимы с контролируемой вероятностью  $(1 - \gamma) \cdot 100\%$ ), объект уже реально нуждается в ремонте для полного или частичного восстановления утраченной работоспособности.

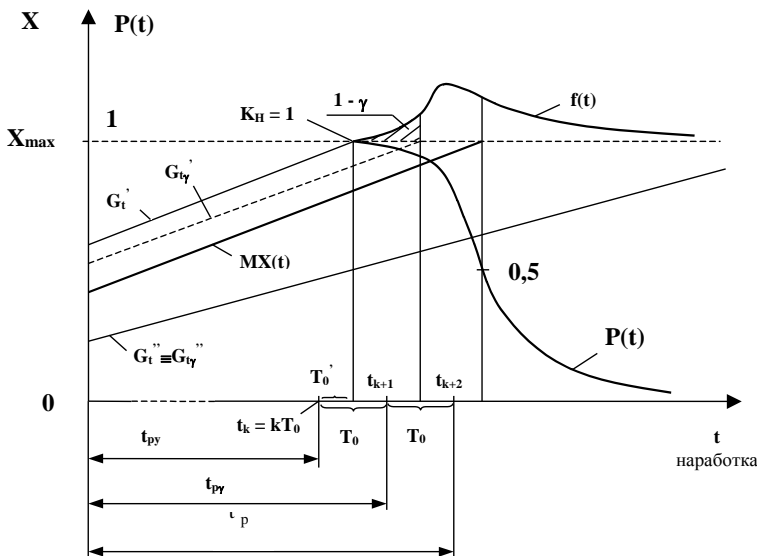


Рис. 5.2. Общая схема определения ресурса объекта при эксплуатации с установленным периодом непрерывной работы

Если по каким-либо причинам эксплуатация объекта должна быть продолжена и после достижения ресурса  $t_{py}$  (или  $t_{py}$ ), то можно принять одно из следующих решений:

1) уменьшить время непрерывной работы до значений  $T_0' < T_0$ , при которых  $K_H \geq 1$  (вероятность отказа меньше  $1 - \gamma$ );

2) снизить режимы работы объекта так, чтобы к концу очередного периода  $T_0$  сохранился запас надежности объекта или вероятность отказа не превысила допустимого уровня (при снижении режимов работы уменьшаются средняя скорость изменения выходного параметра  $\bar{\gamma}_X$  и характеристики рассеивания процесса  $X(t)$ );

3) допустить увеличение опасности отказа объекта, уси-

лив контроль за его функционированием.

Следует отметить, что все эти меры являются временными, так как приводят к понижению эффективности работы объекта (уменьшается производительность, увеличиваются затраты на обслуживание).

Рассмотренный метод эксплуатации машин имеет то неоспоримое преимущество, что он дает возможность заранее планировать мероприятия по техническому обслуживанию и ремонту. Однако в первые периоды эксплуатации, когда запас надежности объекта еще достаточно велик, эти мероприятия носят в основном профилактический характер. Возможности объекта по непрерывной работе в этих случаях используются не полностью, что и составляет основной недостаток рассмотренного метода эксплуатации.

### 5.3. Схема потери объектом работоспособности при эксплуатации с работой до отказа

Для ряда машин не предусматривается регламентированного периода непрерывной работы. В этом случае эксплуатация ведется до отказа или до наработки, соответствующей заданной вероятности безотказной работы. После этого производится подналадка (регулировка) машины и другие виды технического обслуживания вплоть до ремонта, которые восстанавливают работоспособность машины, и она может вновь нормально функционировать. Для исключения нежелательных последствий отказа часто назначают более строгое условное предельно допустимое значение выходного параметра  $X_{yc}$ , достижение которого конкретной реализацией  $X_i(t)$  случайного процесса изменения выходного параметра  $i$ -го экземпляра объекта условно фиксируется как отказ (рис. 5.3).

При таком методе эксплуатации периоды непрерывной работы объекта  $T_{0j}$  неодинаковы и являются случайными величинами:  $T_{0j} = \theta_j$  или  $T_{0j} = \theta_{ycj}$ , где  $\theta_j$  ( $\theta_{ycj}$ ) - наработка объекта до  $j$ -го реального (условного) отказа, соответственно.

Средняя длительность  $j$ -го периода эксплуатации  $\bar{T}_{0j}$  определяется временем достижения математическим ожиданием процесса  $MX(t)$  значения  $X_{yc}$ . Это время имеет тенденцию к уменьшению при длительной эксплуатации машины, что связано с влия-

нием медленно протекающих процессов повреждения. По тем же причинам уменьшается период  $(T_{0j})_{\min}$  - время  $j$ -го периода эксплуатации, в течение которого отказы считаются невозможными с вероятностью  $\gamma$ .

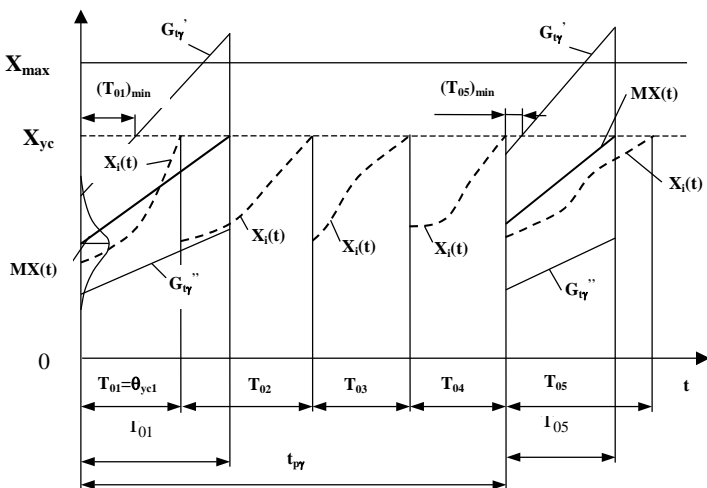


Рис.5.3. Схема определения ресурса объекта при эксплуатации с работой до отказа

Длительность  $j$ -го периода эксплуатации конкретного  $i$ -го экземпляра объекта определяется временем достижения соответствующей реализацией случайного процесса изменения выходного параметра  $X_i(t)$  условного предельно допустимого значения  $X_{yc}$ .

Гамма-процентный ресурс объекта по выходному параметру  $X$  при рассматриваемом методе эксплуатации назначается по одному из условий:

$$\bar{T}_{0j} > \bar{T}_{0\text{доп}} \quad \text{или} \quad \omega_j < \omega_{\text{доп}} ;$$

$$(T_{0j})_{\min} > (T_{0j})_{\min \text{ доп}} ,$$

где  $\bar{T}_{0\text{доп}} = \frac{1}{\omega_{\text{доп}}}$  - минимальное допустимое значение

средней длительности периода эксплуатации объекта ( $\omega_{\text{доп}}$  - максимальное допустимое значение параметра потока отказов);  $(T_{0j})_{\min \text{ доп}}$  - минимальное допустимое значение длительности



периода эксплуатации, в течение которой отказы недопустимы с вероятностью  $\gamma$  (запас надежности объекта  $K_n > 1$ ).

Например, на рис. 5.3 принято, что одно из этих условий перестает выполняться на пятом периоде эксплуатации, а гамма-процентный ресурс объекта равен суммарной наработке объекта за предшествующие 4 периода эксплуатации. Дальнейшая эксплуатация объекта в принципе допустима, но считается нецелесообразной из-за низкой эффективности применения, обусловленной близостью предельного состояния.

В частном случае, когда уменьшения значений  $\bar{T}_{Oj}$  не наблюдается (или оно крайне мало в данном масштабе времени), получаем простейший поток отказов восстанавливаемого объекта с параметром  $\omega = \frac{1}{T_{Oj}} = \text{const}$ . Этот случай, соответствующий пе-

риоду нормальной эксплуатации (см. рис. 2.5), когда уровень накопленных износных повреждений еще не настолько высок, чтобы существенно отразиться на техническом состоянии объекта, обычно имеет место тогда, когда имеется характерный для объекта и трудно устранимый вид внезапного отказа, который, однако, не приводит к тяжелым последствиям, а работоспособность объекта легко восстанавливается. Этот вид внезапного отказа определяет уровень параметра потока отказов в период нормальной эксплуатации. Например, для металлорежущего оборудования это могут быть поломки мелкоразмерного инструмента и деталей предохранительных устройств, заклинивание деталей на подающих лотках станков-автоматов и т.п. При дальнейшей эксплуатации объекта (возрастании суммарной наработки) из-за влияния медленно протекающих процессов повреждения параметр потока отказов начинает монотонно возрастать, происходит переход к заключительному периоду эксплуатации, характеризующемуся прогрессивным ухудшением технического состояния объекта.

Преимущество данного метода эксплуатации по сравнению с методом эксплуатации с установленной длительностью периода непрерывной работы заключается в более полном использовании области работоспособности объекта и его потенциальных возможностей по безотказной работе в каждом периоде эксплуатации.

Недостатками метода являются:

- трудность планирования технического обслуживания и ремонта из-за значительных колебаний периодов непрерывной работы  $T_{0j}$ ;
- необходимость постоянного наблюдения за состоянием объекта с целью своевременного определения моментов выхода реализаций  $X_i(t)$  из допустимых пределов;
- большая вероятность возникновения реального отказа, так как в течение каждого периода эксплуатации используется весь запас надежности объекта, а скорость изменения выходного параметра после достижения реализацией  $X_i(t)$  уровня  $X_{yc}$  может быть весьма высок.

## 6. НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ

### 6.1. Системы как объект надежности и их основные свойства

Опыт создания и применения современной техники, в частности, средств технологического оснащения, показывает, что неопределенность потребительских свойств новых изделий, их неустойчивость не являются единственной трудностью при обосновании проектных решений и выборе технологических методов, осуществляемых на этапе создания новых технических средств. Принципиальное значение на этой стадии жизненного цикла технических средств имеет недостаточно четкое знание потребностей, которые будут реализованы на этапе применения (эксплуатации), неизвестное взаимное влияние процессов применения различных взаимодействующих технических средств, процессов обеспечения их необходимыми ресурсами (материальными, энергетическими, информационными и др.), техническим обслуживанием, ремонтом и т. п.

Таким образом, приобретает самостоятельное значение исследование различных механизмов, действующих на этапе применения (эксплуатации) создаваемых технических средств, с учетом прогноза их потребительских свойств, условий эксплуатации и других характеристик. Эти исследования проводят с использованием методов математического моделирования. При этом технические средства и связи между ними рассматривают как некоторую систему, изучаемую на основе ее математической модели. Результаты системного анализа учитывают при прогнозировании потребностей, выборе стратегии применения и обеспечения эксплуатации рассматриваемых технических средств.

Основные понятия «система», «элемент системы» были определены нами ранее (см. разд.1.1). Одним из классов систем являются технологические системы.

**Технологическая система** - это совокупность функционально взаимосвязанных средств технологического оснащения (оборудование, оснастка), предметов производства и исполнителей, предназначенная для выполнения в регламентированных условиях производства заданных технологических процессов в соответствии с требованиями нормативно-технической докумен-

тации.

У систем как объектов исследования различают три группы свойств, каждую из которых используют в самостоятельном аспекте исследования /1/:

**1. Взаимодействие с окружающей средой** (контуры обмена, «входы» и «выходы» системы). В первую очередь представляет интерес так называемый целевой контур обмена, характеризующий процесс удовлетворения потребности (выходной эффект, получаемый от системы). Для технологических систем, в частности, целевым является контур обмена потребляемых ресурсов (материальных, энергетических, трудовых, информационных) на конечный результат - готовую продукцию. Кроме целевого контура при исследовании систем могут рассматриваться и другие контуры обмена: контур обеспечения работоспособности, контур контроля за функционированием и др.

**2. Внутреннее строение** («структура»), под которой понимают совокупность элементов и множество устойчивых связей между ними. Понятие «структура системы» охватывает все, что определяет логику ее функционирования, позволяет формально описать, смоделировать функционирование системы и на основе этого прогнозировать ее поведение. Детальность рассмотрения структуры системы зависит от цели исследования. В простейших случаях можно ограничиться описанием целевого контура. В более сложных случаях приходится моделировать и другие контуры обмена, учитывать их иерархию, наличие в структуре системы органов (лиц), принимающих решения и т.п.

**3. Общесистемные интегральные качества** («поведение») системы, которые в общем случае (для сложных систем) могут не выражаться через свойства входящих в систему элементов (эмерджентные свойства):

- **потребительская ценность** системы (А - качество, способность системы). А-качество определяется целевым контуром и является исходным при введении понятия «эффективность». Эффективность обычно трактуют как выгодность целевого обмена (близость достигаемого результата предельно выгодному);

- **самоорганизация** (В - качество). Этим качеством обладают системы большой сложности, способные самопроизвольно изменять свой внутренний порядок, организованность, структуру, параметры, ориентацию пове-

способности системы в сложной изменяющейся обстановке. Самоорганизующаяся система обнаруживает ряд способностей (и соответствующих уровней развития), принципиально важными из которых являются способность к распознаванию ситуаций, адаптации, самообучению, наличие свободы выбора решений и др.;

- **управляемость** (С - качество), т. е. способность системы подчиняться управляющим воздействиям;

- **устойчивость** (Р - качество). Устойчивость может объединять различные свойства: прочность, стойкость к воздействию возмущающих внешних факторов, защищенность, надежность, живучесть и др. Иногда выделяют информационную устойчивость (I - качество) как самостоятельную группу свойств систем.

Технологическая система как объект надежности может находиться в одном из следующих технических состояний: исправное, неисправное, работоспособное, неработоспособное и предельное. Технологическая система работоспособна, если она обеспечивает изготовление продукции с показателями качества и ритмом выпуска (производительностью), установленными нормативно-технической документацией при регламентированных затратах материальных, энергетических и трудовых ресурсов.

Типичные критерии отказа (нарушения работоспособности) технологических систем:

1) несоответствие показателей качества продукции установленным требованиям;

2) снижение производительности ниже установленного уровня;

3) прекращение функционирования технологической системы, вызванное отказом одного из элементов или внешними факторами (например, прекращение энергоснабжения);

4) превышение нормативов по трудоемкости, энергоемкости, расходу материалов, запасных частей и т.п.

Элементы систем с позиций анализа надежности обладают следующими особенностями:

- элемент выделяется в зависимости от поставленной задачи и может быть достаточно сложным по конструкции;

- показатели надежности элемента относятся к нему в целом, а не к его составным частям;

- возможно восстановление работоспособности элемента независимо от других элементов системы.

Выходные параметры элементов системы по их влиянию на формирование выходного параметра  $X_{\Sigma}$  системы в целом могут быть разделены на три группы (рис.6.1):

$X_1$  - изменение выходного параметра элемента оказывает влияние только на работоспособность самого элемента;

$X_2$  - параметр участвует в формировании одного или нескольких выходных параметров системы в целом; его изменения должны учитываться в совокупности с изменениями параметров данной категории других элементов системы;

$X_3$  - параметр влияет на работоспособность других элементов системы; его изменение для отдельных частей системы аналогично изменению внешних условий работы.

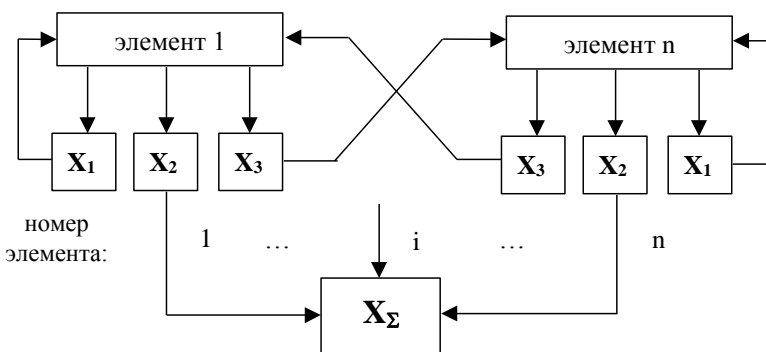


Рис. 6.1. Выходные параметры элементов систем

Следует отметить, что каждый выходной параметр элемента системы может обладать одновременно несколькими из перечисленных свойств.

С точки зрения надежности системы могут иметь следующие *виды структур* [2]:

**1. Расчлененная структура.** Показатели надежности элементов систем с расчлененной структурой формируются независимо и могут быть заранее определены, так как отказы элементов в таких системах рассматриваются как случайные события, неза-

висимые от состояния других элементов системы. Все элементы расчлененных систем имеют только выходные параметры типа  $X_1$ , т.е. влияющие лишь на работоспособность самого элемента.

**2. Связанная структура.** Такой вид структуры имеют системы, в которых отказы отдельных элементов являются случайными событиями, вероятность которых зависит от состояния других элементов (элементы имеют выходные параметры типа  $X_3$ ). В таких системах рассматривать элементы изолированно друг от друга и определять для них показатели надежности нельзя. Необходимо рассматривать систему в целом, а также учитывать участие каждого элемента, имеющего выходные параметры типа  $X_2$ , в формировании выходных параметров системы в целом.

**3. Комбинированная структура.** Системы с комбинированной структурой можно рассматривать как расчлененные, состоящие из подсистем со связанной структурой и независимым формированием показателей надежности для каждой из подсистем.

Следует отметить, что для технологических систем, применяемых в машиностроении, наиболее характерен комбинированный вид структуры.

## 6.2. Расчет надежности систем с расчлененной структурой

При возможности расчленения сложной системы на отдельные элементы, для каждого из которых можно определить показатели надежности, для расчета надежности системы используются структурные схемы - модели надежности систем. Чаще всего структурная схема системы, построенная для решения задач надежности, не совпадает с функциональной схемой системы или конструктивной схемой соединения ее элементов. Модель надежности системы строится на основе анализа влияния определенного вида отказов элементов на надежность системы в целом.

В качестве примера, поясняющего разницу между конструктивной схемой и моделью надежности, рассмотрим подсистему из двух масляных фильтров (рис. 6.2), которые для повышения надежности гидросистемы могут быть подключены последовательно или параллельно /20/.

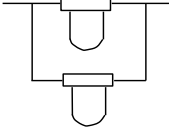
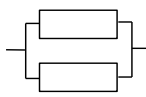
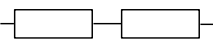
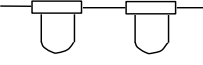
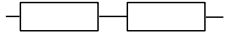
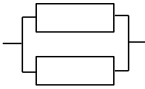
Конструктивная схема	Структурная схема	
	засорение сетки	разрыв сетки
		
		

Рис. 6.2. Конструктивная и структурная схемы при разных видах отказов

Отказ фильтра может произойти в результате двух основных причин - засорения сетки или ее разрыва. В случае засорения сетки структурная схема соответствует конструктивной. Последовательное соединение фильтров в этом случае только снизит надежность системы, так как отказ любого из фильтров приведет к отказу системы (необходимый поток жидкости не будет проходить через систему).

При отказе фильтров по разрыву сетки структурная схема противоположна конструктивной. При параллельном конструктивном соединении отказ любого фильтра будет означать отказ системы, так как при разрыве сетки поток жидкости пойдет через этот фильтр, и не будет происходить ее фильтрации, что соответствует последовательному соединению элементов на структурной схеме. При последовательном конструктивном включении фильтров, наоборот, разрыв сетки одного из них не будет означать отказа, поскольку второй фильтр продолжит выполнять свои функции, что соответствует параллельному соединению на структурной схеме.



### 6.2.1. Надежность систем с последовательным соединением элементов

Наиболее типичной является модель надежности с последовательным соединением элементов. К таким системам относятся все объекты, у которых отказ хотя бы одного из элементов приводит к потере работоспособности объекта в целом. Например, при отказе любого из элементов привода главного движения станка (электродвигатель, ременная передача, валы, детали передач зацеплением, муфты, вилки переключения и т.д.) происходит отказ функционирования привода. При этом конструктивное соединение элементов не обязательно должно быть последовательным. Рассмотрим последовательную систему, состоящую из  $n$  элементов (рис. 6.3).

С каждым  $i$ -м элементом системы в любой рассматриваемый момент времени (наработки) связаны два противоположных случайных события:

- событие  $A_i$  - работоспособное состояние  $i$ -го элемента; вероятность этого события для элемента расчлененной системы может быть заранее установлена  $P(A_i) = P_i(t) = p_i$  ;

- событие  $\bar{A}_i$  - отказ  $i$ -го элемента; вероятность этого события  $P(\bar{A}_i) = F_i(t) = q_i = 1 - p_i$  .

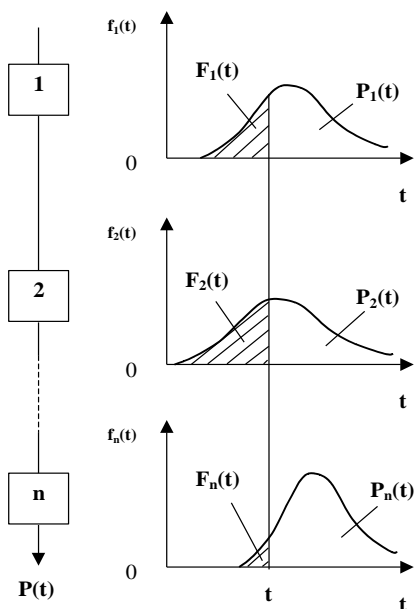


Рис. 6.3. Система с последовательным соединением элементов

Структурная формула для события  $A$  (работоспособное состояние системы в целом):

$$A = A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n = \prod_{i=1}^n A_i .$$

На основании формулы умножения вероятностей независимых в совокупности случайных событий вероятность безотказной работы системы в рассматриваемый момент времени (наработки) составит

$$P(t) = P(A) = \prod_{i=1}^n P(A_i) = \prod_{i=1}^n P_i(t) = \prod_{i=1}^n p_i . \quad (6.1)$$

Во всех случаях  $P(t) \leq \min [P_i(t)]$ .

При экспоненциальном распределении наработки до отказа для каждого из элементов (отказы только внезапные),

т.е.  $P_i(t) = e^{-\lambda_i t}$  ( $\lambda_i$  - интенсивность отказов  $i$ -го элемента),

вероятность безотказной работы системы составит

$$P(t) = e^{-\Lambda t},$$

где  $\Lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i$  - интенсивность отказов системы.

Средняя наработка до отказа системы  $\bar{t} = \frac{1}{\Lambda}$ .

### 6.2.2. Надежность систем с параллельным соединением элементов. Структурное резервирование элементов систем

К системам с параллельной структурой относятся такие, в которых отказ всей системы происходит в случае, когда отказали все элементы системы или определенное число элементов. В системах с параллельной структурой используется принцип структурного резервирования элементов систем (см. разд.6.3). Рассмотрим различные варианты реализации этого принципа.

#### *Постоянное (нагруженное, «горячее») резервирование элементов систем*

При постоянном резервировании (рис. 6.4) резервные элементы постоянно присоединены к основному и с самого начала работы системы подвергаются опасности отказа. Структурные формулы для безотказной работы и отказа для такой системы имеют вид:

$$\Lambda = \Lambda_1 + \Lambda_2 + \dots + \Lambda_n = \sum_{i=1}^n \Lambda_i ;$$

$$\bar{\Lambda} = \bar{\Lambda}_1 \cdot \bar{\Lambda}_2 \cdot \dots \cdot \bar{\Lambda}_n = \prod_{i=1}^n \bar{\Lambda}_i .$$

На основании структурной формулы отказа с использованием формулы умножения вероятностей независимых в совокупности случайных событий, вероятность отказа системы в рассматриваемый момент времени  $t$  составит:

$$F(t) = P(\bar{\Lambda}) = \prod_{i=1}^n P(\bar{\Lambda}_i) = \prod_{i=1}^n q_i = \prod_{i=1}^n (1 - p_i) .$$

Вероятность безотказной работы системы

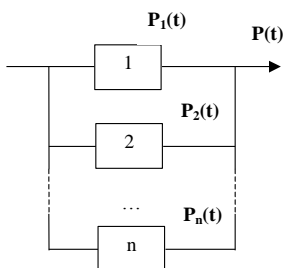


Рис.6.4. Постоянное резервирование элемента системы

$$P(t) = 1 - F(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i). \quad (6.2)$$

Если все элементы системы одинаковы и отказы только внезапные, т.е.  $p_i = e^{-\lambda t}$ , то вероятность безотказной работы системы

$$P(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^n.$$

Функция плотности распределения наработки до отказа системы

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = \lambda n (1 - e^{-\lambda t})^{n-1}.$$

Интенсивность отказов системы

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{\lambda n (1 - e^{-\lambda t})^{n-1}}{1 - (1 - e^{-\lambda t})^n}.$$

Из последней формулы следует, что интенсивность отказов в начальный момент времени (наработки)  $\lambda(0) = 0$  при  $n \geq 2$ , т.е. безотказность параллельных систем при малой наработке весьма высока.

#### *Резервирование замещением (ненагруженное, динамическое, «холодное»)*

При резервировании замещением резервные элементы находятся в отключенном состоянии и не подвергаются опасности отказа до момента включения, наступающего при отказе основного (предшествующего резервного) элемента. В этом случае необходимо специальное контролирующее и переключающее устройство, служащее для обнаружения отказа и включения очередного резервного элемента. Рассмотрим систему с резервированием замещением, состоящую из основного и одного резервного элементов (рис.6.5).

Отказы считаем внезапными, наработка до отказа элементов распределена по экспоненциальному закону. Вероятности

безотказной работы элементов:

$$P_i(t) = P(\theta_i > t) = e^{-\lambda_i t},$$

где  $i = 1, 2$  - номера элементов;  $\theta_i$  - наработка до отказа  $i$ -го элемента.

Функции плотности распределения наработки до отказа элементов:

$$f_i(t) = \lambda_i e^{-\lambda_i t}. \quad (6.3)$$

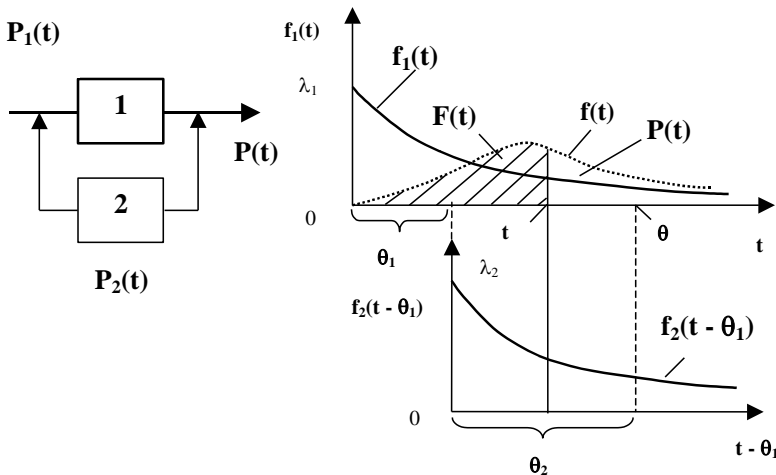


Рис. 6.5. Резервирование замещением

Функция плотности распределения наработки до отказа системы из двух элементов  $f(t)$  является сверткой функций  $f_1(t)$  и  $f_2(t)$ . Рассмотрим два случая:

а) интенсивности отказов основного и резервного элементов различны  $\lambda_1 \neq \lambda_2$

$$\begin{aligned} f(t) &= \int_0^t f_1(x) f_2(t-x) dx = \int_0^t \lambda_1 e^{-\lambda_1 x} \lambda_2 e^{-\lambda_2(t-x)} dx = \\ &= \lambda_1 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-(\lambda_1 - \lambda_2)x} \Big|_0^t = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \left( e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t} \right). \end{aligned}$$

Вероятность безотказной работы системы

$$\begin{aligned}
 P(t) &= 1 - \int_0^t f(x) dx = 1 - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \left( \frac{1}{\lambda_2} e^{-\lambda_2 t} \Big|_t^0 - \frac{1}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \Big|_t^0 \right) = \\
 &= \frac{\lambda_2 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_1 e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} = e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}). \quad (6.4)
 \end{aligned}$$

Средняя наработка до отказа системы

$$\bar{t} = M\theta = M\theta_1 + M\theta_2 = \bar{t}_1 + \bar{t}_2 = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2};$$

б) основной и резервный элементы имеют одинаковую интенсивность отказов

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$$

$$f(t) = \int_0^t \lambda^2 e^{-\lambda x} e^{-\lambda(t-x)} dx = \lambda^2 t e^{-\lambda t}.$$

Вероятность безотказной работы системы из двух одинаковых элементов

$$P(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt = 1 - \lambda^2 \int_0^t t e^{-\lambda t} dt = e^{-\lambda t} (1 + \lambda t). \quad (6.5)$$

Обобщение последней формулы для системы из  $n$  одинаковых элементов, полученное применением  $(n-1)$ -кратной свертки функции плотности распределения (6.3), имеет вид

$$P(t) = e^{-\lambda t} \left[ 1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} + \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \dots + \frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!} \right] = e^{-\lambda t} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(\lambda t)^j}{j!}. \quad (6.6)$$

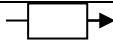
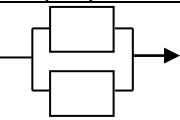
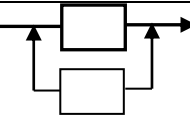
Средняя наработка до отказа системы из  $n$  одинаковых элементов  $\bar{t} = \frac{n}{\lambda}$ .

Если необходимо учесть влияние отказов контролирующего и переключающего устройства на надежность системы с замещением элементов, правые части формул (6.4)-(6.6) должны быть умножены на функцию надежности этого устройства.

В табл. 6.1 приведены расчетные данные сравнительной оценки эффективности способов постоянного резервирования и

резервирования замещением (элементы одинаковы). Сравнение этих данных показывает, что резервирование замещением является более эффективным способом повышения безотказности элементов систем, чем постоянное резервирование, причем относительное увеличение вероятности безотказной работы особенно велико при больших значениях наработки.

Таблица 6.1  
Сравнительная оценка эффективности способов постоянного резервирования и резервирования замещением

Наработка $t$	Вероятность безотказной работы		
	один элемент	постоянное резервирование	резервирование замещением
	 $P(t) = e^{-\lambda t}$	 $P(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^2$	 $P(t) = e^{-\lambda t}(1 + \lambda t)$
$0,5t_1^*$	0,60653	0,84518	0,90980
$t_1$	0,36788	0,60042	0,73576
$2t_1$	0,13534	0,25235	0,40601
$3t_1$	0,04979	0,09710	0,19915

\*  $t_1 = 1/\lambda$  - средняя наработка до отказа одного элемента

#### *Облегченный резерв*

При облегченном резерве резервные элементы до момента включения находятся в облегченном режиме работы, характеризуемом пониженным значением интенсивности отказов. Для случая, когда все элементы (основной и резервные) одинаковы, и отказы имеют внезапный характер (наработка до отказа элементов распределена по экспоненциальному закону), акад. Гнеденко Б.В. /17/ получена приближенная формула, справедливая при высоких значениях вероятности безотказной работы (малых  $\lambda t$ ):

$$P(t) \approx 1 - \frac{\lambda \cdot (\lambda + \lambda_1) \cdot (\lambda + 2\lambda_1) \cdot \dots \cdot [\lambda + (n-1)\lambda_1]}{n!} \cdot t^n, \quad (6.7)$$

где  $\lambda$  - интенсивность отказов в рабочем режиме;  $\lambda_1$  - интенсивность отказов в облегченном режиме ( $\lambda_1 < \lambda$ ).

*Частичное резервирование (системы «r из n»)*

Частным случаем параллельной системы является система из  $n$  параллельно соединенных элементов, которая отказывает при числе отказавших элементов, большем или равном  $r$ . Если в такой системе все элементы одинаковы, т.е. вероятность безотказной работы элемента в течение некоторой наработки  $t$   $P(A_i) = p$  и вероятность отказа  $P(\bar{A}_i) = q = 1 - p$  для всех  $i=1, 2, \dots, n$ , то для расчета вероятностей событий можно применить схему Бернулли (биномиальное распределение) [21]. Тогда вероятность того, что в течение наработки  $t$  в системе будет  $k$  отказов (или  $(n - k)$  работоспособных элементов) составит

$$F_k(t) = P_{n-k}(t) = C_n^k p^{n-k} q^k,$$

где  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  - число сочетаний из  $n$  элементов по  $k$ .

Вероятность безотказной работы системы:

$$P(t) = \sum_{k < r} P_{n-k}(t) = \sum_{k=0}^{r-1} P_{n-k}(t) = \sum_{k=0}^{r-1} C_n^k p^{n-k} q^k. \quad (6.8)$$

*Мажоритарное резервирование*

Разновидностью структурного резервирования является мажоритарное резервирование (с использованием «голосования»). Этот способ применяется в системах управления и линиях передачи данных; он основан на использовании дополнительного элемента - мажоритарного или кворум-элемента. Этот элемент производит сравнение сигналов от параллельно включенных элементов, выполняющих одну и ту же функцию, и передает на выход системы сигнал, поступающий от большинства элементов (рис. 6.6).



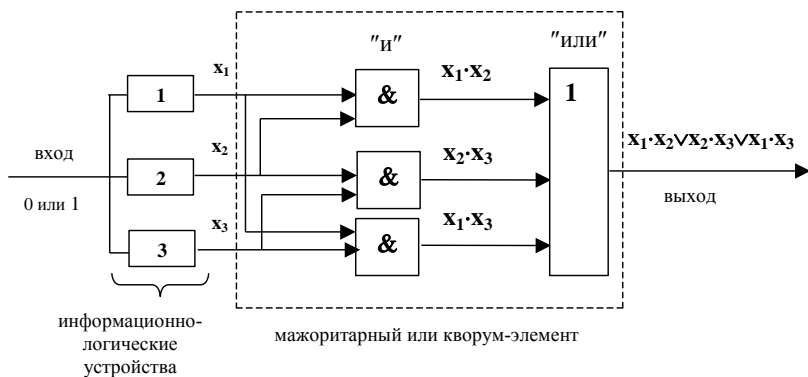


Рис. 6.6. Мажоритарное резервирование «два из трех»

Главное достоинство этого способа резервирования – обеспечение надежности при любых видах отказов. Например, при отсутствии кворум-элемента и отказах типа «обрыв» (на выходе отказавшего информационно-логического устройства постоянно сигнал равен 0) постоянное резервирование повышает надежность системы, а при отказах типа «замыкание» (на выходе отказавшего информационно-логического устройства постоянно сигнал равен 1) надежность систем с параллельно подключенными элементами наоборот ниже, чем у одного устройства без резерва, и опасность отказа возрастает. Подключение кворум-элемента устраняет эту опасность, так как обеспечивает правильную передачу сигнала с входа на выход при отказе любого вида одного устройства из трех.

### 6.2.3. Расчет надежности систем со структурой, не сводящейся к схемам последовательного или параллельного соединения

Рассмотрим технологическую систему, элементами которой являются четыре металлорежущих станка 1-4, включенных в две параллельно соединенные цепи, объединенные промежуточным транспортно-накопительным устройством 5, способным, в случае необходимости, передавать заготовки, прошедшие обработку на станках 1, 3, с одной параллельной цепи на другую. Модель

надежности технологической системы по целевому контуру обмена (вид отказов: отказы функционирования) представлена на рис. 6.7,а.

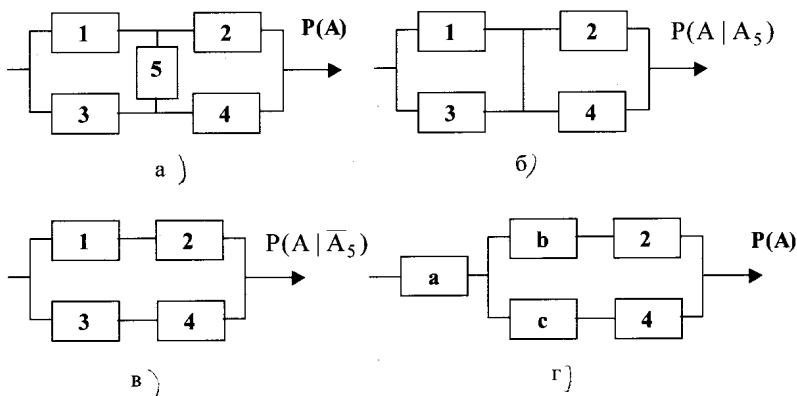


Рис.6.7. Модель надежности технологической системы:  
а - исходная структурная схема; б - структурная схема при реализации

гипотезы  $A_5$ ; в - структурная схема при реализации гипотезы  $\bar{A}_5$ ;

г - структурная схема после преобразования «треугольник-звезда»

Вероятности безотказной работы элементов системы в течение времени  $t$  считаем известными  $P(A_i) = p_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 5$ ).

Рассматриваемая система имеет структуру, не сводящуюся к схемам последовательного или параллельного соединения. Расчет надежности таких систем предполагает использование специальных методов преобразования структуры. Рассмотрим два таких метода.

#### *Преобразование структуры разложением по базовому элементу*

Будем рассматривать две противоположные гипотезы:

1) гипотеза  $A_5$  - элемент 5 системы сохраняет работоспособность в течение времени  $t$ ;

2) гипотеза  $\bar{A}_5$  - элемент 5 системы отказал в течение времени  $t$ .

Случайное событие  $A$  - работоспособное состояние системы в целом в течение времени  $t$  - может осуществиться только вместе с одной из этих гипотез, т.е.

$$A = A_5 \cdot A + \bar{A}_5 \cdot A \cdot$$

Вероятность безотказной работы системы, отнесенная к моменту времени  $t$ , равна (формула полной вероятности):

$$P(t) = P(A) = P(A_5)P(A|A_5) + P(\bar{A}_5)P(A|\bar{A}_5) = p_5 P(A|A_5) + (1 - p_5)P(A|\bar{A}_5). \quad (6.9)$$

При условии реализации первой гипотезы структура системы имеет вид, представленный на рис. 6.7,б, т.е. представляет собой две последовательно соединенные цепи из двух параллельно включенных элементов. Условная вероятность безотказной работы системы, определяемая при условии реализации первой гипотезы, составит

$$P(A|A_5) = [1 - (1 - p_1)(1 - p_3)][1 - (1 - p_2)(1 - p_4)] \cdot$$

Аналогично, при условии реализации второй гипотезы структура системы имеет вид, представленный на рис. 6.7,в, т.е. представляет собой две параллельно соединенные цепи из двух последовательно включенных элементов. Условная вероятность безотказной работы системы, определяемая при условии реализации второй гипотезы, составит

$$P(A|\bar{A}_5) = 1 - (1 - p_1 p_2)(1 - p_3 p_4) = p_1 p_2 + p_3 p_4 - p_1 p_2 p_3 p_4 \cdot$$

На основании формулы (6.9) вероятность безотказной работы системы составит

$$P(t) = p_5 [1 - (1 - p_1)(1 - p_3)][1 - (1 - p_2)(1 - p_4)] + (1 - p_5)(p_1 p_2 + p_3 p_4 - p_1 p_2 p_3 p_4). \quad (6.10)$$

*Преобразование структурной схемы системы эквивалентной заменой треугольника звездой*

Рассмотрим метод преобразования моделей надежности систем эквивалентной заменой «треугольник - звезда», аналогичный методу, применяемому в электротехнике при анализе электрических принципиальных схем (рис.6.8).

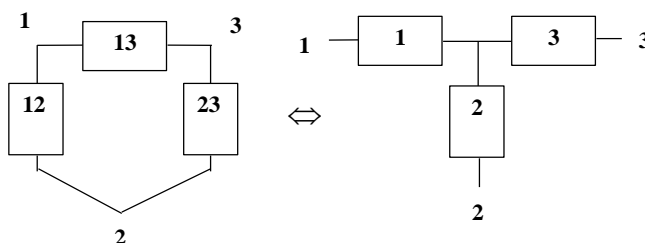


Рис. 6.8. Преобразование структурной схемы системы эквивалентной заменой треугольника звездой

Структурная формула случайного события  $\bar{A}_{12}^*$  - отказ в системе между узлами 1 и 2 - имеет вид:

$$\bar{A}_{12}^* = \bar{A}_{12} \cdot (\bar{A}_{13} + \bar{A}_{23}) = \bar{A}_1 + \bar{A}_2. \quad (6.11)$$

для схемы «треугольник»

для схемы «звезда»

Аналогично:

$$\bar{A}_{23}^* = \bar{A}_{23} \cdot (\bar{A}_{13} + \bar{A}_{12}) = \bar{A}_2 + \bar{A}_3; \quad (6.12)$$

$$\bar{A}_{13}^* = \bar{A}_{13} \cdot (\bar{A}_{12} + \bar{A}_{23}) = \bar{A}_1 + \bar{A}_3, \quad (6.13)$$

где  $\bar{A}_{ij}$  ( $\bar{A}_i$ ) - случайные события - отказы соответствующих элементов схем «треугольник» («звезда»),  $i, j = 1, 2, 3$ .

Используя формулу сложения вероятностей совместимых случайных событий  $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$ , на основании формул (6.11)-(6.13) можно составить систему из трех уравнений (вероятности отказов  $q_i$  ( $q_{ij}$ ) отдельных элементов предполагаются известными, так как системы имеют расчлененную структуру):

$$q_{12}(q_{13} + q_{23} - q_{13}q_{23}) = q_1 + q_2 - q_1q_2; \quad (6.14)$$

$$q_{23}(q_{12} + q_{13} - q_{12}q_{13}) = q_2 + q_3 - q_2q_3; \quad (6.15)$$

$$q_{13}(q_{12} + q_{23} - q_{12}q_{23}) = q_1 + q_3 - q_1q_3. \quad (6.16)$$

Пренебрегая в левой части уравнений (6.14)-(6.16) тройными произведениями вероятностей отказов  $q_iq_jq_k$ , а в правой части - двойными произведениями  $q_iq_j$ , получим:

$$q_{12}q_{13} + q_{12}q_{23} = q_1 + q_2; \quad (6.17)$$

$$q_{13}q_{23} + q_{12}q_{23} = q_2 + q_3; \quad (6.18)$$

$$q_{12}q_{13} + q_{13}q_{23} = q_1 + q_3 \cdot \quad (6.19)$$

Решая систему уравнений (6.17)-(6.19) относительно  $q_i$ , получим формулы преобразования «треугольник – звезда»:

$$q_1 = q_{12}q_{13} ; \quad (6.20)$$

$$q_2 = q_{12}q_{23} ; \quad (6.21)$$

$$q_3 = q_{13}q_{23} \cdot \quad (6.22)$$

Формулы обратного преобразования «звезда - треугольник»:

$$q_{12} = \sqrt{\frac{q_1q_2}{q_3}} ; \quad (6.23)$$

$$q_{23} = \sqrt{\frac{q_2q_3}{q_1}} ; \quad (6.24)$$

$$q_{13} = \sqrt{\frac{q_1q_3}{q_2}} \cdot \quad (6.25)$$

Вернемся к рассмотрению модели надежности технологической системы, структурная схема которой изображена на рис. 6.7,а. После применения преобразования «треугольник - звезда» к подсистеме, состоящей из элементов 1, 3, 5, структура системы приобретет вид схемы параллельно-последовательного соединения, показанной на рис. 6.7,г. Вероятности безотказной работы элементов  $a, b, c$  преобразованной схемы равны:

$$p_a = 1 - q_a = 1 - q_1q_3 = 1 - (1 - p_1)(1 - p_3) ;$$

$$p_b = 1 - q_b = 1 - q_1q_5 = 1 - (1 - p_1)(1 - p_5) ;$$

$$p_c = 1 - q_c = 1 - q_3q_5 = 1 - (1 - p_3)(1 - p_5) \cdot$$

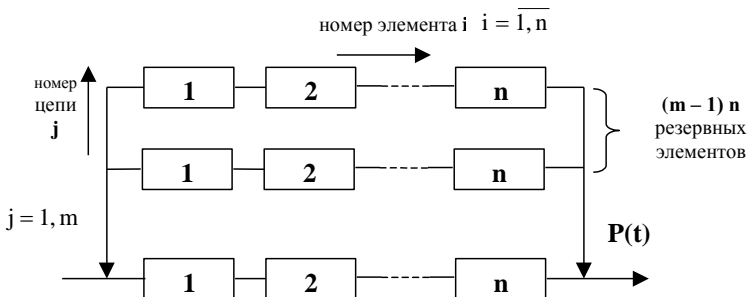
Вероятность безотказной работы системы (формула является приближенной с учетом упрощений, принятых при переходе к системе уравнений (6.17)-(6.19):

$$P(t) \approx p_a [1 - (1 - p_b p_2)(1 - p_c p_4)] = p_a (p_b p_2 + p_c p_4 - p_b p_c p_2 p_4) \cdot$$

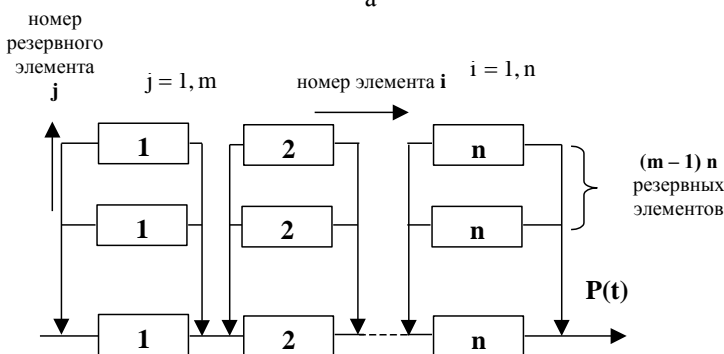
#### 6.2.4. Резервирование общее и раздельное

Рассматривая систему, состоящую из  $n$  последовательно соединенных элементов, можно предложить несколько вариантов ее резервирования.

**Общее резервирование** (рис. 6.9,а) предполагает, что при отказе любого элемента основной цепи включается резервная цепь, которая полностью заменяет основную.



а



б

Рис. 6.9. Общее (а) и раздельное (б) резервирование систем

Вероятность безотказной работы  $j$ -й цепи

$$P_j(t) = \prod_{i=1}^n P_{ij}(t) ,$$

где  $P_{ij}(t)$  - вероятность безотказной работы  $i$ -го элемента  $j$ -й цепи, отнесенная к рассматриваемому моменту времени  $t$ .

Вероятность безотказной работы системы из  $m$  параллельных цепей (для простоты анализа резервирование считаем

нагруженным)

$$P(t) = 1 - \prod_{j=1}^m [1 - P_j(t)] = 1 - \prod_{j=1}^m \left[ 1 - \prod_{i=1}^n P_{ij}(t) \right]. \quad (6.26)$$

Если все элементы имеют одинаковую безотказность, т.е.  $P_{ij}(t) = p$ , то

$$P(t) = 1 - (1 - p^n)^m. \quad (6.27)$$

*Пример 1.* Вероятность безотказной работы системы с общим резервированием при  $n=4$ ;  $m=3$ ;  $p=0,8$  составит:  $P(t) = 1 - (1 - 0,8^4)^3 = 0,7942$ . При отсутствии резерва вероятность безотказной работы последовательной системы из  $n=4$  элементов при  $p=0,8$  составит:

$$P(t) = p^n = 0,8^4 = 0,4096.$$

**Раздельное резервирование** (рис. 6.9,б) обеспечивает возможность включения очередного резервного элемента при отказе любого элемента основной цепи. Разновидностью раздельного резервирования является **скользящее резервирование**, когда резервный элемент (элементы) может заменить любой отказавший элемент основной цепи.

При раздельном резервировании вероятность безотказной работы  $i$ -го элемента с учетом  $m - 1$  резервных элементов (резервирование считаем нагруженным) составит:

$$P_i(t) = 1 - \prod_{j=1}^m [1 - P_{ij}(t)].$$

Вероятность безотказной работы системы с раздельным резервированием

$$P(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t) = \prod_{i=1}^n \left\{ 1 - \prod_{j=1}^m [1 - P_{ij}(t)] \right\}. \quad (6.28)$$

Если все элементы имеют одинаковую безотказность, т.е.  $P_{ij}(t) = p$ , то

$$P(t) = [1 - (1 - p)^m]^n. \quad (6.29)$$

*Пример 2.* Вероятность безотказной работы системы с раздельным резервированием при  $n=4$ ;  $m=3$ ;  $p=0,8$  составит:

$$P(t)=[1-(1-0,8)^3]^4 = 0,9684.$$

Сравнение результатов расчетов, приведенных в примерах 1 и 2, показывает, что отдельное резервирование обеспечивает более высокий уровень безотказности по сравнению с общим резервированием при одном и том же количестве резервных элементов (кратности резервирования). Следует отметить, однако, что отдельное резервирование приводит к усложнению всей системы, вызванному необходимостью применения большого числа контролируемых и переключающих устройств, что на практике снижает эффект от его применения.

Применяют также **смешанное резервирование** - комбинацию общего резервирования отдельных цепей с отдельным резервированием наиболее ответственных и наименее надежных элементов. Сравнение вариантов резервирования в этом случае можно произвести аналогичными методами.

### 6.3. Резервирование как метод обеспечения надежности технологических систем на стадии их создания

**Резервирование** - применение дополнительных средств и (или) возможностей с целью сохранения работоспособности (повышения надежности) объекта.

Виды резервирования:

**1. Структурное резервирование** - резервирование с применением резервных элементов структуры объекта. Структурное резервирование реализуется введением в систему резервных (избыточных) элементов, которые при абсолютной надежности элементов исходной системы не являются функционально необходимыми. При структурном резервировании элементов (или цепей) системы показатели надежности повышаются дискретно (скачками). Различные варианты структурного резервирования рассмотрены в п. 6.2.2-6.2.3.

**2. Функциональное резервирование** - резервирование с применением функциональных резервов. При этом способе резервирования система строится таким образом, что заданная функция может выполняться различными способами и (или) техническими средствами. Например, в некоторых устройствах ЧПУ станками функция интерполяции траекторий движения рабочих



органов может выполняться программными средствами и аппаратно, с помощью специального устройства - интерполятора (линейно-кругового, параболического и др.).

**3. Временное резервирование** - резервирование с применением резервов времени. Резервы времени могут быть использованы для устранения отказов, технического обслуживания и пр. Резерв времени в технологических системах может быть обеспечен различными способами:

а) увеличением оперативного времени (за счет уменьшения времени на обслуживание, планируемых простоев, повышения сменности работы и др.);

б) созданием запаса производительности;

в) приданием системе свойства функциональной инерционности. *Функциональная инерционность* - свойство системы, характеризующее ее способность допускать перерывы в работе без потери выходного эффекта. Функциональная инерционность технологической системе может быть придана применением межоперационных накопителей (буферирование).

**4. Информационное резервирование** - резервирование с применением резервов информации. Реализуется введением избыточных кодов и символов при передаче, обработке и отображении информации (например, дополнительные единицы информации, позволяющие обнаруживать и устранять ошибки в передаче информации: корректирующие коды, контрольные суммы, проверки на четность и др.).

**5. Нагрузочное резервирование** - резервирование с применением нагрузочных резервов. Суть принципа нагрузочного резервирования (параметрической избыточности) состоит в расширении области работоспособности объекта; при этом область состояний объекта удаляется от границ области работоспособности, определяемых предельными допустимыми значениями выходных параметров объекта. Это реализуется за счет создания запасов прочности, износостойкости (увеличение допусков на износ, увеличение площади опорных поверхностей, применение износостойких материалов и др.), жесткости, виброустойчивости, теплостойкости и т.п. Нагрузочное резервирование позволяет непрерывно повышать надежность систем до необходимого уровня за счет повышения работоспособности и устойчивости к отказам отдельных элементов систем. В системах со связанной

или комбинированной структурой для установления этого уровня необходимо рассматривать работу всей системы с учетом взаимодействия ее элементов и подсистем и участия отдельных элементов и подсистем в формировании выходных параметров системы в целом.

## 7. ИСПЫТАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ

### 7.1. Виды испытаний

**Испытание /23/** - экспериментальное определение (оценивание) и (или) контроль количественных и (или) качественных характеристик свойств объекта испытаний как результат воздействия на него, при его функционировании, при моделировании объекта и (или) воздействий.

Угруппенная классификация испытаний на надежность приведена в табл. 7.1. Определения основных понятий, относящихся к отдельным видам испытаний на надежность, приведены ниже.

Таблица 7.1

Классификация испытаний на надежность

Признак классификации	Виды испытаний
Цель испытаний	Определительные, контрольные, исследовательские (граничные, климатические и др.)
Испытываемое свойство надежности	Испытания на безотказность, долговечность (ресурсные), ремонтпригодность, сохраняемость, комплексные испытания
Этапы разработки изделия	Доводочные, предварительные, приемочные
Уровень проведения	Ведомственные, межведомственные, государственные
Степень интенсификации процесса	Нормальные, ускоренные (сокращенные и форсированные)
Влияние на возможность последующего использования	Разрушающие, неразрушающие
Вид объекта испытаний	Испытания изделия (натурные), макета, модели
Место проведения	Лабораторные (стендовые), полигонные, эксплуатационные
Метод получения результатов	Экспериментально-статистические, расчетно-экспериментальные

Вид воздействия	Механические, электрические, акустические, термические, гидравлические (пневматические), радиационные, электромагнитные, магнитные, биологические, химические, климатические и др.
-----------------	--

**Определительные испытания** - испытания, проводимые для определения значений характеристик объекта с заданными значениями точности и (или) достоверности.

**Контрольные испытания** - испытания, проводимые для контроля качества объекта. Среди контрольных обычно различают приемо-сдаточные и типовые испытания. Контрольные испытания готовой продукции, проводимые при приемочном контроле, называются приемо-сдаточными. К типовым испытаниям относятся контрольные испытания продукции, проводимые с целью оценки эффективности и целесообразности вносимых изменений в конструкцию, рецептуру или технологический процесс.

**Исследовательские испытания** - испытания, проводимые для изучения определенных характеристик свойств объектов. Исследовательские испытания, проводимые для определения зависимости между предельно допустимыми значениями параметров объекта и значениями параметров режимов эксплуатации, называются **граничными**.

**Доводочные испытания** - исследовательские испытания, проводимые в процессе разработки изделий с целью оценки влияния вносимых в них изменений для достижения требуемых показателей качества.

**Предварительные испытания** - контрольные испытания опытных образцов (партий) изделий с целью определения возможности их предъявления на приемочные испытания.

**Приемочные испытания** - это контрольные испытания опытных образцов (партий) изделий, а также изделий единичного производства, проводимые соответственно для решения вопроса о целесообразности постановки на производство этих изделий или передачи их в эксплуатацию.

К **нормальным** относятся испытания, методы и условия

проведения которых обеспечивают получение необходимого объема информации о характеристиках свойств объекта в такой же интервал времени, как и в предусмотренных условиях эксплуатации. **Ускоренные испытания** - испытания, методы и условия проведения которых обеспечивают получение необходимой информации в более короткий срок, чем при нормальных испытаниях. **Сокращенные испытания** - испытания, проводимые по сокращенной программе без интенсификации процессов, вызывающих отказы и повреждения. **Форсированные испытания** - ускоренные испытания, основанные на интенсификации деградационных процессов, приводящих к отказам.

**Разрушающие испытания** - испытания с применением разрушающих методов контроля, которые могут нарушить пригодность объекта к использованию по назначению. **Неразрушающие испытания** - испытания с применением неразрушающих методов контроля.

Испытаниям могут подвергаться как натурные опытные или серийные образцы изделий и систем, так и их макеты и модели. **Натурные испытания** - испытания объекта в условиях, соответствующих условиям его использования по прямому назначению с непосредственным оцениванием или контролем определяемых характеристик свойств объекта. **Макет для испытаний** - изделие, представляющее собой упрощенное воспроизведение объекта испытаний или его части и предназначенное для испытаний. **Модель для испытаний** - изделие, процесс, явление, математическая модель, находящееся в определенном соответствии с объектом испытаний и (или) воздействиями на него, и способное замещать его в процессе испытаний.

К **лабораторным** (стендовым) относятся испытания, проводимые в лабораторных условиях на испытательном стенде, т.е. на техническом устройстве, предназначенном для установки объекта испытаний в заданных положениях, создания воздействий, съема информации и осуществления управления процессом испытаний и (или) объектом испытаний. **Полигонные** испытания проводятся на испытательном полигоне, т.е. на месте, предназначенном для проведения испытания в условиях, близких к условиям эксплуатации объекта, и обеспеченном необходимыми средствами испытаний. К **эксплуатационным** относятся испытания,

проводимые для определения (оценки) показателей надежности в заданных режимах и условиях эксплуатации.

## 7.2. Определительные испытания

Результатом определительных испытаний на надежность являются количественные значения показателей надежности объектов, установленные с заданной точностью и (или) достоверностью.

Определительные испытания классифицируют по следующим признакам:

**1. По характеру оценок показателей надежности** различают:

- испытания с целью определения **точечных оценок** средних значений показателей надежности (средняя наработка до отказа, средний ресурс, среднее время восстановления и пр.); точечной оценкой определяемого показателя в этих испытаниях является среднее арифметическое значение показателя, наблюдаемое при испытаниях выборки из партии однородных объектов;

- испытания с целью определения **доверительного интервала** возможных значений показателя надежности, который с заданной доверительной вероятностью покрывает математическое ожидание этого показателя;

**2. По исходным данным** различают:

- **прямые испытания**, основанные на использовании информации об отказах объекта;

- испытания, основанные на использовании **косвенных признаков отказа** (перегрев, уровни вибрации, шума и пр.);

**3. По планам испытаний.**

**План испытаний** – правила, устанавливающие объем выборки, порядок проведения испытаний и критерии их прекращения.

Планы испытаний имеют условные буквенные обозначения по типу /13, 22/:

## Основы теории надежности

$[ N$	$X$	$X ]$
$\underbrace{\hspace{2em}}$	$\underbrace{\hspace{2em}}$	$\underbrace{\hspace{2em}}$
признак объема выборки	признак восста- навли- ваемости объекта	признак окончания испытания

Расшифровка признаков восстанавливаемости объекта испытаний:

U - объекты невозстанавливаемые и незаменяемые в случае отказа;

R - невозстанавливаемые, но заменяемые в случае отказа новыми идентичными отказавшим экземплярами объекты;

M - восстанавливаемые в случае отказа объекты.

Расшифровка признаков окончания испытания:

T - устанавливается время или наработка;

$T_{\Sigma}$  - устанавливается суммарная наработка всех объектов;

N - до отказа всех испытываемых объектов;

r - устанавливается число отказавших объектов;

(r, T) - испытание прекращается при числе отказавших объектов r или по достижении наработки T каждого работоспособного объекта, независимо от того, какое условие выполнено раньше;

(r,  $T_{\Sigma}$ ) - испытание прекращается при числе отказавших объектов r или по достижении суммарной наработки всех испытываемых объектов  $T_{\Sigma}$ , независимо от того, какое условие выполнено раньше;

$(r_1, n_1), (r_2, n_2) \dots (r_{k-1}, n_{k-1})$ ,  $r_k$  - после  $r_1$  отказов снимают  $n_1$  работоспособных объектов и т. д. до достижения  $r_k$  отказов;

$(T_1, n_1), (T_2, n_2) \dots (T_{k-1}, n_{k-1})$ ,  $T_k$  - после достижения наработки  $T_1$  снимают  $n_1$  работоспособных объектов и т.д. до достижения наработки  $T_k$ ;

z - каждый объект испытывают в течение наработки  $z_i = \min(t_i, \tau_i)$   $i=1, 2, \dots, N$ ,

где  $t_i$  - наработка до отказа i-го объекта;  $\tau_i$  - наработка до снятия с испытаний работоспособного i-го объекта;

S - принятие решения при последовательных контрольных

испытаниях (см. разд.7.3).

Согласно /13/ возможно 17 вариантов планов испытаний на надежность:

$[N U T]$ ,  $[N U r]$ ,  $[N U N]$ ,  $[N U (r, T)]$ ,  $[N R T]$ ,  $[N R r]$ ,  $[N R (r, T)]$ ,  $[N M T]$ ,  $[N M T_{\Sigma}]$ ,  $[N M r]$ ,  $[N M (r, T_{\Sigma})]$ ,  $[N U (r_1, n_1), (r_2, n_2) \dots (r_{k-1}, n_{k-1}), r_k]$ ,

$[N U (T_1, n_1), (T_2, n_2) \dots (T_{k-1}, n_{k-1}), T_k]$ ,  $[N U z]$ ,  $[N U S]$ ,  $[N R S]$ ,  $[N M S]$ .

Для определительных испытаний наиболее употребляемыми являются планы  $[N U T]$ ,  $[N U r]$ ,  $[N U N]$ ,  $[N R T]$ ,  $[N R r]$ .

При планировании определительных испытаний определяют объем наблюдений и длительность испытаний. При этом задаются показатели достоверности результатов (доверительная вероятность) и их точность (предельная величина относительной погрешности оценки исследуемого показателя надежности).

Методы планирования разработаны для каждого из планов.

**План  $[N U N]$ .** Для определения объема наблюдений (объема выборки  $N$ ) при оценке средних показателей надежности (средняя наработка до отказа, средний ресурс и т.п.) считаются известными следующие исходные данные:

- относительная ошибка оценки соответствующего показателя надежности  $\delta$ ;

- односторонняя доверительная вероятность оценки  $\beta$ ;

- предполагаемый коэффициент вариации  $V = \sigma/\bar{x}$ ;

- вид закона распределения исследуемой случайной величины (наработка до отказа, ресурс, срок службы и т.п.).

Относительная ошибка  $\delta$  представляет собой меру точности оценки показателя надежности и составляет

$$\delta = \left| \frac{\Pi - \Pi^*}{\Pi} \right| ,$$

где  $\Pi$  - оценка показателя надежности;  $\Pi^*$  - односторонняя доверительная граница показателя надежности (наиболее далеко отстоящая от  $\Pi$ ).

Относительную ошибку  $\delta$  выбирают из ряда: 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; одностороннюю доверительную вероятность  $\beta$  - из ряда: 0,8; 0,9; 0,95; 0,99.



Минимальный объем наблюдений  $N$  для оценки средних показателей надежности определяется /22/:

а) для экспоненциального закона распределения с плотностью  $f(x) = e^{-\lambda t}$  из выражения

$$\frac{2N}{\chi_{1-\beta, 2N}^2} = \delta + 1, \quad (7.1)$$

где  $\chi_{1-\beta, 2N}^2$  - квантиль распределения хи-квадрат с  $2N$  степенями свободы, соответствующая вероятности  $1 - \beta$ .

Это трансцендентное уравнение, допускающее только численные решения, которые табулированы (табл. 7.2 при  $V = 1$ ).

Таблица 7.2

Объем наблюдений для распределения Вейбулла и экспоненциального распределения (при  $V = 1$ )

$\delta$	$\beta$	N для плана [N U N] при распределении Вейбулла при V, равном									
		0,4	0,5	0,6	0,8	1	1,2	1,5	1,8	2	3
0,05	0,80	50	65	100	200	315	500	650	800	1000	-
	0,90	100	200	250	500	650	1000	-	-	-	-
	0,95	150	250	400	650	1000	-	-	-	-	-
	0,99	315	500	800	1000	-	-	-	-	-	-
0,10	0,80	13	25	32	50	100	150	200	250	315	400
	0,90	32	50	65	125	200	315	400	500	500	1000
	0,95	50	80	100	200	400	650	800	800	800	1000
	0,99	100	150	200	400	650	800	1000	-	-	-
0,15	0,80	6	10	15	25	40	80	80	125	125	200
	0,90	15	25	32	65	80	150	200	250	315	500
	0,95	25	40	50	100	150	200	315	400	500	800
	0,99	40	65	100	200	315	500	800	1000	-	-
0,20	0,80	5	8	10	20	25	40	50	65	80	125
	0,90	10	15	20	40	50	80	125	150	200	315
	0,95	15	25	32	50	100	150	200	250	250	400
	0,99	25	40	65	125	150	250	315	400	500	1000

Прогнозируемая продолжительность испытаний  $t$  может быть определена из выражения /14/

$$Q(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T}},$$

где  $T$  - ожидаемая средняя наработка до отказа;  $Q(t)$  - минимальная вероятность отказа объекта за время испытаний.

$$t = -T \ln[1 - Q(t)];$$

б) для распределения Вейбулла с плотностью

$$f(t) = b\lambda t^{b-1} \exp[-\lambda t^b]$$

из выражения

$$\frac{2N}{\chi_{1-\beta, 2N}^2} = (\delta + 1)^b. \quad (7.2)$$

Решения уравнения (7.2) приведены в табл. 7.2.

в) для нормального распределения с плотностью

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}}$$

из выражения

$$\frac{t_{\beta, N-1}}{\sqrt{N}} = \frac{\delta}{V}, \quad (7.3)$$

где  $t_{\beta, N-1}$  - квантиль распределения Стьюдента с  $N-1$  степенями свободы, соответствующая вероятности  $\beta$ .

Решения уравнения (7.3) табулированы и для определения  $N$  можно воспользоваться табл. 7.3.

Таблица 7.3  
Объем наблюдений для нормального распределения

δ	β	N для плана [N U N] при нормальном распределении при V, равном				
		0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
0,05	0,80	4	6	13	20	25
	0,90	8	15	25	40	65
	0,95	13	25	40	65	100
	0,99	25	50	100	150	200
0,10	0,80	-	3	5	8	10
	0,90	3	5	8	13	15
	0,95	5	8	13	20	25
	0,99	8	15	25	32	50
0,15	0,80	-	-	3	4	5
	0,90	-	3	4	6	8
	0,95	3	5	6	10	13
	0,99	5	8	13	15	25
0,20	0,80	-	-	-	-	3
	0,90	-	-	4	5	6
	0,95	-	4	5	6	8
	0,99	4	6	8	10	15

Следует отметить, что испытания по плану [N U N] требуют значительного времени (особенно при экспоненциальном законе распределения) и количества изделий.

**План [N U r].** Число объектов наблюдений N для оценки  $\gamma$ -процентных показателей надежности (или вероятности безотказной работы  $P(t)$ ) определяется из выражения /22/

$$\gamma(r+1)F_{\beta}(m_1, m_2) = (1-\gamma)(N-r), \quad (7.4)$$

где  $F_{\beta}(m_1, m_2)$  - квантиль распределения Фишера с  $m_1$  и  $m_2$  степенями свободы, соответствующая вероятности  $\beta$ ;  $m_1=2(r+1)$ ;  $m_2=2(N-r)$ .

Для нахождения N необходимы следующие исходные данные:

- односторонняя доверительная вероятность  $\beta$ ;
- регламентированная вероятность  $\gamma$  (или предполагаемое значение  $P(t)$ );

- установленное число отказов (или предельных состояний)
- г. Решения уравнения (7.4) табулированы и приведены в табл. 7.4.

Таблица 7.4  
Объем наблюдений для плана [N U r]

$\gamma$ или $P(t)$	$\beta$	N для плана [N U r] при оценке $\gamma$ -процентных показателей надежности при r, равном											
		0	1	2	3	4	5	6	8	10	20	40	50
0,80	0,80	8	8	13	20	25	32	40	50	65	125	200	-
	0,90	10	10	15	25	32	40	40	50	65	125	-	-
	0,95	13	13	20	32	40	40	50	65	80	125	-	-
	0,99	20	20	25	32	40	50	50	65	80	150	-	-
0,90	0,80	15	15	32	40	50	65	80	100	125	200	-	-
	0,90	20	20	32	50	65	80	80	100	150	200	-	-
	0,95	20	25	40	50	65	80	100	125	150	-	-	-
	0,99	32	32	50	80	80	100	125	125	150	-	-	-
0,95	0,80	32	32	50	80	100	125	150	150	200	-	-	-
	0,90	50	50	65	100	100	125	150	200	-	-	-	-
	0,95	50	65	80	125	150	200	-	-	-	-	-	-
	0,99	65	65	100	150	150	200	-	-	-	-	-	-

Примечание. Прочерк означает, что испытанию подлежит вся партия изделий.

Если по результатам наблюдений за N объектами получено значение вероятности безотказной работы больше заданного, то число отказов (предельных состояний) r пересчитывают по табл. 7.4 для найденного значения P(t) и наблюдения продолжают.

**План [N U T].** Число объектов наблюдений N для оценки средних показателей надежности при нормальном распределении может быть определено по табл. 7.5 /22/ при следующих исходных данных:

- относительная ошибка  $\delta$ ;
- односторонняя доверительная вероятность  $\beta$ ;
- предполагаемый коэффициент вариации V;
- предполагаемая величина  $\kappa = T/\bar{t}$  - отношение продолжительности наблюдения к оцениваемому среднему значению ис-

следуемого показателя надежности.

Если по результатам наблюдений за  $N$  объектами получено значение  $k$  меньше заданного, то число  $N$  пересчитывают для найденного значения  $k$  и наблюдения продолжают.

Данные табл. 7.5 могут быть также использованы для определения продолжительности наблюдения  $T$  при заданном числе объектов наблюдений  $N$ . При этом исходными данными являются:

- относительная ошибка  $\delta$ ;
- односторонняя доверительная вероятность  $\beta$ ;
- предполагаемый коэффициент вариации  $V$ ;
- число объектов наблюдения  $N$ ;
- предполагаемое среднее значение исследуемого показателя надежности  $t_{ср}$ .

Продолжительность наблюдений  $T$  вычисляют по формуле  $T = kt_{ср}$ , где величину  $k$  определяют по табл. 7.5.

Таблица 7.5

Объем наблюдений для плана  $[N U T]$  при нормальном распределении

к	V	N для плана $[N U T]$ при нормальном распределении											
		$\delta = 0,05$			$\delta = 0,1$			$\delta = 0,15$			$\delta = 0,2$		
		$\beta$			$\beta$			$\beta$			$\beta$		
		0,90	0,95	0,99	0,90	0,95	0,99	0,90	0,95	0,99	0,90	0,95	0,99
0,6	0,1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	0,2	-	-	-	-	-	-	100	-	-	500	800	-
	0,3	1000	-	-	315	500	1000	125	250	500	80	125	500
0,8	0,1	-	-	-	315	500	1000	125	200	400	80	125	250
	0,2	250	400	800	65	100	200	25	40	100	15	25	50
	0,3	250	400	800	65	100	200	32	50	100	15	25	50
0,9	0,1	65	100	200	15	25	50	-	10	20	-	-	13
	0,2	80	125	250	20	32	65	-	15	32	-	-	20
	0,3	150	250	500	40	65	125	15	25	50	-	13	32

Примечание. Прочерк означает, что испытанию подлежит вся партия изделий.

Рассмотрим примеры определения объема и длительности наблюдений при планировании определительных испытаний на надежность.

*Пример 1.* Для плана  $[N U N]$  определить число объектов наблюдений, чтобы с односторонней доверительной вероятностью  $\beta = 0,90$  относительная ошибка  $\delta$  в определении среднего ресурса не превышала  $0,10$ . Ресурс распределен нормально с коэффициентом вариации  $V = 0,2$ .

*Решение.* По табл.7.3 для  $V=0,20$ ,  $\beta=0,90$  и  $\delta=0,10$  находим  $N=8$ .

По результатам наблюдений за объектами получен коэффициент вариации  $V = 0,30$ .

Так как  $0,30 > 0,20$ , необходим дополнительный объем испытаний. Для  $V = 0,30$ ;  $\beta = 0,90$  и  $\delta = 0,10$  по табл. 7.3 находим  $N = 15$ . Следовательно, под наблюдение необходимо дополнительно поставить 7 объектов.

*Пример 2.* Для плана  $[N U r]$  определить число объектов наблюдений  $N$ , чтобы с односторонней доверительной вероятностью  $\beta = 0,80$  определить 90%-ный ресурс объектов. Установленное число предельных состояний  $r = 5$ .

*Решение.* По табл.7.4 для  $\gamma=0,90$ ;  $\beta=0,80$  и  $r=5$  находим  $N=65$ .

*Пример 3.* Для плана  $[N U T]$  определить продолжительность наблюдений  $T$  за 25 объектами, чтобы с односторонней доверительной вероятностью  $\beta = 0,95$  относительная ошибка  $\delta$  в определении средней наработки до отказа не превышала  $0,15$ . Нарботка до отказа распределена нормально с коэффициентом вариации  $V = 0,3$ ; предположительно средняя наработка до отказа  $t_{cp} = 400$  ч.

*Решение.* Для заданных  $N=25$ ;  $\beta=0,95$ ;  $\delta=0,15$  и  $V=0,3$  по табл.7.5 находим  $k=0,9$ . Тогда  $T=k t_{cp}=0,9 \cdot 400=360$  ч.

### 7.3. Контрольные испытания

**Контрольные испытания** - испытания, проводимые для контроля качества объекта. По результатам контрольных испытаний устанавливают соответствие между фактическими показателями надежности контролируемого объекта (партии объектов) и нормативными показателями надежности и принимается решение о приемке или браковке.

Методы и планы контроля показателей надежности регламентированы /12, 13/. План контрольных испытаний задан, если

установлены:

- количество испытываемых образцов (объем наблюдений);
- стратегия проведения испытаний (с восстановлением и (или) заменой отказавших изделий, без восстановления и (или) замены отказавших изделий);
- правила прекращения испытаний и принятия решения о соответствии или несоответствии изделий заданным требованиям по уровню надежности.

Контрольные испытания на надежность классифицируют по следующим признакам:

1. В зависимости от **способа получения исходных данных** методы контроля показателей надежности подразделяют на расчетные, экспериментальные и расчетно-экспериментальные.

**Расчетные методы** основаны на вычислении показателей надежности изделия по справочным данным о надежности его составных частей с учетом функциональной структуры изделия и видов разрушения, по данным о надежности изделий-аналогов, по результатам экспериментальной оценки надежности, по данным о свойствах материалов элементов изделий и нагрузок на них, механизме отказа и другой информации, имеющейся к моменту расчета надежности.

**Экспериментальные методы** основаны на использовании статистических данных, полученных при испытаниях изделий на надежность, или данных опытной или подконтрольной эксплуатации.

**Расчетно-экспериментальные методы** основаны на вычислении показателей надежности по исходным данным, определяемым экспериментальными методами. Исходными данными для расчетно-экспериментальных методов контроля служат:

- информация о надежности изделия, полученная в ходе предшествующих испытаний, эксплуатации;
- экспериментальные значения единичных показателей надежности, определяющих контролируемый комплексный показатель надежности;
- экспериментальные значения показателей надежности составных частей изделия, полученные при их автономных (поэлементных) испытаниях, а также в составе другого изделия;
- экспериментальные значения параметров нагрузки, износоустойчивости и прочности изделия и его составных частей;

- экспериментальные данные об изменении параметров, характеризующих работоспособное состояние изделия.

2. По **методу контроля** различают:

- испытания, основанные на **одноступенчатом методе контроля** (решение о соответствии или несоответствии уровня надежности партии изделий принимается по результатам испытаний заранее определенного числа изделий или заданной наработки, т.е. на основании обработки заранее запланированного объема информации);

- испытания, основанные на **последовательном методе контроля** (объем наблюдений, необходимых для принятия решения о соответствии и несоответствии, не может быть заранее установлен и является случайной величиной);

- испытания, основанные на **комбинированном методе контроля** /12/, представляющем собой сочетание одноступенчатого и последовательного методов.

Одноступенчатым методом целесообразно пользоваться при жестком ограничении времени, отводимого на испытания; последовательным методом – при ограничении количества объектов испытаний. Особенно эффективно использование последовательного метода при контроле восстанавливаемых объектов.

3. По **виду контролируемого показателя надежности** планы контроля разделяются на два типа:

- *планы контроля показателя типа  $P$  - вероятность* (вероятность безотказной работы, вероятность восстановления, коэффициент готовности и т. п.); при контроле показателя типа  $P$  знание закона распределения наработки не обязательно;

- *планы контроля показателя типа  $T$  - наработка* (наработка до отказа, ресурс, срок службы, срок хранения и т.п.); при контроле показателя типа  $T$  знание закона (включая параметры) распределения контролируемого показателя обязательно.

### **7.3.1. Испытания при одноступенчатом методе контроля**

В основе построения планов испытаний лежит процедура проверки статистических гипотез при одноступенчатом анализе (рис. 7.1).



Гипотезы:

 $H_1$ : несоответствие  
(изделия бракованные)

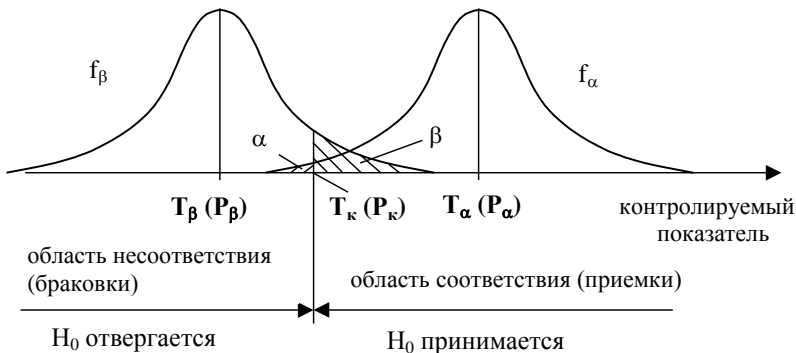
 $H_0$ : соответствие изделий заданным  
требованиям надежности  
(изделия годные)


Рис. 7.1. Проверка статистических гипотез при одноступенчатом методе контроля

Исходными данными при выборе планов контроля являются:

 $\alpha$  - риск поставщика (вероятность ошибки 1-го рода), т.е. вероятность того, что при испытаниях бракуется партия годных (имеющих приемочный уровень надежности) изделий;

 $\beta$  - риск потребителя (вероятность ошибки 2-го рода), т.е. вероятность того, что при испытаниях будет принята партия негодных (имеющих браковочный уровень надежности) изделий;

 $P_\alpha(t)$  или  $T_\alpha$  - приемочное значение контролируемого показателя;

 $P_\beta(t)$  или  $T_\beta$  - браковочное значение контролируемого показателя;

 $f_\alpha$  и  $f_\beta$  - функции плотности распределения контролируемого показателя надежности для изделий, имеющих приемочный (гипотеза  $H_0$  верна) и браковочный (гипотеза  $H_1$  верна) уровни надежности, соответственно.

 Значения  $P_\beta(t)$  (или  $T_\beta$ ) должны соответствовать минимальным значениям показателя надежности, заданным в стандартах или ТУ на изделие. В этом случае величины  $\alpha$ ,  $P_\alpha(t)$  (или  $T_\alpha$ ) могут

быть в одностороннем порядке установлены разработчиком и изготовителем без согласования с заказчиком. Согласно /12/ величина разрешающего коэффициента  $D = T_{\alpha}/T_{\beta}$  может составлять 1,5 ... 5,0.

При планировании контрольных испытаний с использованием одноступенчатого метода контроля определяется объем наблюдений и критическое значение контролируемого показателя  $T_k$  (или  $P_k$ ), определяемое соотношением между  $\alpha$  и  $\beta$  и выражаемое предельным числом отрицательных исходов испытания или суммарной наработкой испытуемых изделий.

*Планы контроля типа P.* Для построения плана контроля необходимо определить количество независимых наблюдений  $N$  и приемочное число отрицательных исходов  $c_{\alpha}$  из системы двух уравнений:

$$\sum_{i=0}^{c_{\alpha}} C_N^i P_{\alpha}^{N-i} (1 - P_{\alpha})^i = 1 - \alpha ; \quad (7.5)$$

$$\sum_{i=0}^{c_{\alpha}} C_N^i P_{\beta}^{N-i} (1 - P_{\beta})^i = \beta . \quad (7.6)$$

Уравнение (7.5) составлено на основе того, что в выборке объема  $N$  из партии годных изделий число отрицательных исходов испытаний не превысит  $c_{\alpha}$  с вероятностью  $(1 - \alpha)$ . Аналогично, уравнение (7.6) есть математическая формулировка условия, заключающегося в том, что в выборке объема  $N$  из партии негодных изделий число отрицательных исходов испытаний не превысит  $c_{\alpha}$  с вероятностью  $\beta$ .

Решения системы уравнений (7.5)-(7.6) приведены в табл.7.6.

## Основы теории надежности

Таблица 7.6  
 Планирование одноступенчатого контроля показателя  
 типа P ( $\alpha=\beta=0,05$ )

$P_\alpha(t)$	$P_\beta(t)$	$c_\alpha$	N	$P_\alpha(t)$	$P_\beta(t)$	$c_\alpha$	N
0,988	0,996	22	7843	0,950	0,910	31	463
	0,995	12	3886		0,900	22	312
	0,994	8	2402		0,890	17	230
	0,993	6	1688		0,880	14	180
	0,992	5	1312		0,870	11	138
	0,991	4	1015		0,860	10	120
	0,990	4	913		0,850	8	93
	0,980	2	313		0,800	5	50
	0,970	1	157		0,750	4	35
	0,960	1	117		0,650	6	31
0,995	0,990	22	3135	0,600	5	24	
	0,980	5	523	0,550	4	18	
	0,970	3	256	0,500	3	13	
	0,960	2	156	0,400	2	8	
	0,950	2	124	0,300	1	5	
	0,940	1	78				
	0,930	1	66				
0,990	0,980	22	1566	0,880	0,800	38	245
	0,970	8	480		0,750	20	114
	0,960	5	261		0,700	11	57
	0,950	4	182		0,650	8	38
	0,940	3	128		0,600	6	27
	0,930	2	88		0,550	5	20
	0,920	2	77		0,500	4	15
	0,910	2	69		0,400	4	16
	0,900	2	61		0,300	2	6
	0,890	1	42				
	0,880	1	38				

0,980	0,960	22	783	0,850	0,750	40	203
	0,950	12	386		0,700	21	97
	0,940	8	238		0,650	13	55
	0,930	6	167		0,600	9	36
	0,920	5	129		0,550	7	26
	0,910	4	100		0,500	6	21
	0,900	4	89		0,400	4	13
	0,890	3	69		0,300	3	9
	0,880	3	63	0,800	0,650	32	118
	0,870	3	58		0,600	20	68
	0,860	2	43		0,550	14	45
	0,850	2	40		0,500	10	30
	0,800	1	22		0,400	6	17
	0,750	1	17		0,300	4	10

Контроль осуществляется следующим образом: организуется  $N$  независимых наблюдений, продолжительность которых равна наработке  $t$ , для которой задана вероятность, и в каждом наблюдении фиксируют результат: положительный или отрицательный исход.

После  $N$ -го наблюдения результаты испытаний положительные (гипотеза  $H_0$  принимается), если  $r < c_\alpha$ , и отрицательны, если  $r \geq c_\alpha$  ( $r$  - наблюдаемое число отрицательных исходов). Испытания могут быть прекращены раньше (с отрицательным исходом) после того, как  $r$  превысит  $c_\alpha$ .

Верхняя доверительная граница для показателя типа  $P$  при отрицательном исходе испытания с вероятностью  $(1 - \alpha)$  не больше приемочного значения  $P_\alpha$ . Нижняя доверительная граница для показателя типа  $P$  при положительном исходе испытания с вероятностью  $(1 - \beta)$  не меньше браковочного значения  $P_\beta$ .

*Пример.* Для контроля надежности партии невосстанавливаемых изделий заданы два уровня вероятности безотказной работы, соответствующие наработке  $t=20$  ч: приемочный уровень  $P_\alpha=0,98$  и браковочный уровень  $P_\beta=0,96$ , а также риски  $\alpha=\beta=0,05$ . Определить план контроля по одноступенчатому методу.

*Решение.* По табл.7.6 для заданных  $P_\alpha$  и  $P_\beta$  находим  $N=783$  и  $c_\alpha=22$ . Это означает, что для контроля нужно поставить на испытания выборку из 783 изделий и испытывать их в течение 20

час. каждое. Испытания прекращают либо после возникновения 23-го отказа с отрицательным исходом, либо по окончании испытаний 783-го изделия с положительным исходом, если к тому времени число отказов было меньше или равно 22.

*Планы контроля типа Т.* Эти планы контроля строятся в зависимости от вида функции распределения соответствующей контролируемой случайной величины (времени или наработки).

При экспоненциальном распределении предельное число отрицательных исходов  $r_{np}$  и предельная суммарная наработка определяются из уравнений:

$$\frac{T_{\alpha}}{T_{\beta}} = \frac{\chi_{\beta, 2r_{np}}^2}{\chi_{1-\alpha, 2r_{np}}^2} ; \quad (7.7)$$

$$\frac{t_{\max}}{T_{\alpha}} = \frac{1}{2} \chi_{1-\alpha, 2r_{np}}^2 . \quad (7.8)$$

Рассчитанные по этим выражениям планы контроля приведены в табл. 7.7.

Таблица 7.7

Планирование одноступенчатого контроля показателя типа Т при экспоненциальном распределении

$\alpha$	$T_{\alpha}/T_{\beta}$ при $\beta$ , равном			$r_{np}$	$t_{\max}/T_{\alpha}$
	0,05	0,10	0,20		
0,05	58,820	45,450	31,250	1	0,052
	13,330	10,990	8,403	2	0,356
	7,692	6,493	5,235	3	0,817
	5,682	4,878	4,032	4	1,366
	4,651	4,065	3,413	5	1,970
	3,350	2,958	2,570	8	3,981
	2,898	2,618	2,309	10	5,425
	2,631	2,396	2,137	12	6,944
	2,445	2,242	2,012	14	8,464
	2,369	2,178	1,961	15	9,246
	2,096	1,961	1,779	20	13,200
	1,942	1,815	1,669	25	17,300
	1,835	1,721	1,597	30	21,500

## Основы теории надежности

0,10	28,570	21,740	15,380	1	0,105
	8,928	7,299	5,650	2	0,532
	5,714	4,831	3,891	3	1,102
	4,444	3,831	3,164	4	1,745
	3,769	3,289	2,762	5	2,432
	2,525	2,283	2,012	10	6,221
	2,127	1,953	1,760	15	10,300
	1,915	1,792	1,626	20	14,520
	1,792	1,672	1,538	25	18,840
	1,706	1,602	1,486	30	23,230
0,20	13,510	10,310	7,246	1	0,223
	5,747	4,717	3,636	2	0,824
	4,098	3,472	2,785	3	1,535
	3,378	2,907	2,404	4	2,297
	2,967	2,590	2,174	5	3,089
	2,155	1,949	1,718	10	7,289
	1,872	1,724	1,553	15	11,680
	1,780	1,608	1,460	20	16,170
	1,628	1,520	1,398	25	20,720
	1,565	1,468	1,362	30	25,320

Испытания прекращаются, как только будет достигнута одна из этих величин.

При испытаниях без восстановления или замены отказавших изделий новыми объем выборки должен быть не менее предельного числа отрицательных исходов  $r_{пр}$ .

При испытаниях с восстановлением или заменой объем выборки может быть любым. Допускается уменьшение (увеличение) продолжительности испытаний при пропорциональном увеличении (уменьшении) количества испытываемых образцов с единственным условием: обеспечить требуемую суммарную наработку  $t_{max}$ .

Если продолжительность испытаний  $t_i$  задана, все образцы работают одновременно, а отказавшие заменяются (или полностью восстанавливаются), то необходимое количество образцов (объем выборки) определяется по формуле

$$N = \frac{t_{max}}{t_i} \quad (7.9)$$

Если отказавшие изделия не заменяются и не восстанавли-

ваются, количество образцов для достижения той же суммарной наработки при той же общей продолжительности испытаний следует увеличить до

$$N \approx \frac{t_{\max}}{t_{\text{и}}} + \frac{t_{\max}}{T_{\alpha}} = \frac{t_{\max}}{T_{\alpha}} \left( \frac{T_{\alpha}}{t_{\text{и}}} + 1 \right). \quad (7.10)$$

В ходе испытаний определяется суммарная наработка  $t_{\Sigma}$ :  
при испытаниях без восстановления или замены

$$t_{\Sigma} = (N - r)t + \sum_{j=1}^r t_j, \quad (7.11)$$

где  $r$  - текущее число отказов, соответствующее наработке  $t$  каждого работоспособного изделия, отсчитанной от начала испытаний;  $t_j$  - наработка  $j$ -го из  $r$  отказавших изделий, отсчитанная от начала испытаний;

- при испытаниях с восстановлением или заменой

$$t_{\Sigma} = \sum_{i=1}^N t_i, \quad (7.12)$$

где  $t_i$  - суммарная наработка  $i$ -го изделия за время испытаний.

Если первым достигается предельное число отрицательных исходов  $r_{\text{пр}}$  (суммарная наработка  $t_{\Sigma} < t_{\max}$ ), то результаты испытаний отрицательны; если достигается суммарная наработка  $t_{\Sigma} = t_{\max}$ , а количество отрицательных исходов, соответствующих этой наработке,  $r < r_{\text{пр}}$  - результаты положительны.

Верхняя доверительная граница для показателя типа  $T$  у изделий, признанных в соответствие с результатами контроля по плану, выбранному по табл. 7.7, несоответствующими заданным требованиям, с доверительной вероятностью  $1 - \alpha$  не больше приемочного значения  $T_{\alpha}$ . Нижняя доверительная граница для показателя типа  $T$  у изделий, признанных по результатам контроля с помощью тех же планов соответствующими заданным требованиям, с доверительной вероятностью  $1 - \beta$  не меньше браковочного значения  $T_{\beta}$ .

### 7.3.2. Испытания при последовательном методе контроля

В основе построения планов испытаний лежит процедура проверки статистических гипотез при последовательном анализе (рис. 7.2).

Построение планов последовательного контроля и процедура принятия решений при последовательном анализе основаны на вычислении **отношения правдоподобия** (статистики Вальда)

$$L = \frac{P_1}{P_0} ,$$

где  $P_1$  - вероятность получения выборочных значений при условии, что верна гипотеза  $H_1$  (несоответствие изделий заданным требованиям надежности);  $P_0$  - вероятность получения выборочных значений при условии, что верна гипотеза  $H_0$  (соответствие изделий заданным требованиям надежности).

Порядок принятия решений при последовательном анализе:

1) если  $L \leq \frac{\beta}{1-\alpha}$  - принять гипотезу  $H_0$  (изделия признаются годными);

2) если  $L \geq \frac{1-\beta}{\alpha}$  - принять гипотезу  $H_1$  (изделия бракуются);

3) если  $\frac{\beta}{1-\alpha} < L < \frac{1-\beta}{\alpha}$  - продолжить испытания (количество полученной при испытаниях информации недостаточно для вынесения решения о соответствии или несоответствии изделий требованиям надежности по контролируемому показателю).



Гипотезы:

 $H_1$ : несоответствие  
(изделия бракованные)

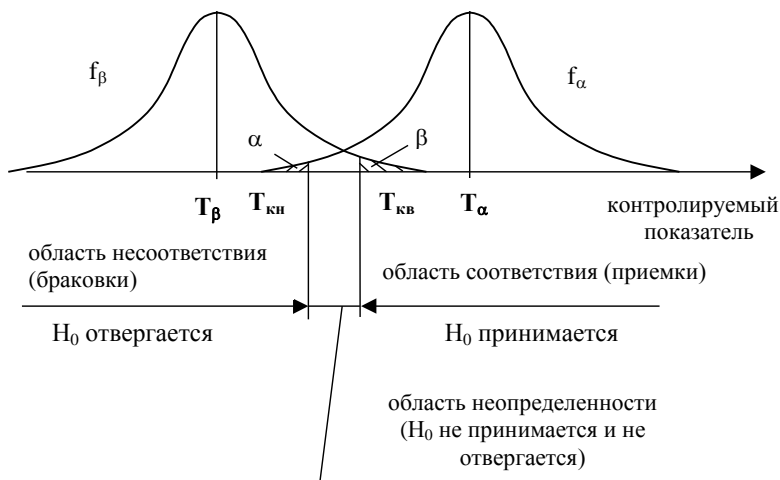
 $H_0$ : соответствие изделий заданным  
требованиям надежности  
(изделия годные)


Рис. 7.2. Проверка статистических гипотез при последовательном методе контроля показателей типа Т

Рассмотрим построение плана последовательного контроля (рис.7.3) показателя надежности типа Т (наработка) для случая, когда наработка до отказа распределена по экспоненциальному закону (один из вариантов планов контрольных испытаний, регламентированных стандартом /12/). Стандартом /13/ предусмотрены также планы контрольных испытаний для нормального и логарифмически нормального распределений наработки, распределения Вейбулла и др.

Для случая экспоненциального распределения наработки до отказа функции плотности распределения описываются формулами:

- для группы изделий, соответствующих установленным требованиям по надежности (верна гипотеза  $H_0$ )

$$f_{\alpha}(t) = \frac{1}{T_{\alpha}} e^{-\frac{t}{T_{\alpha}}} ; \quad (7.13)$$

- для группы изделий, не соответствующих установленным требованиям по надежности (верна гипотеза  $H_1$ )

$$f_{\beta}(t) = \frac{1}{T_{\beta}} e^{-\frac{t}{T_{\beta}}} . \quad (7.14)$$

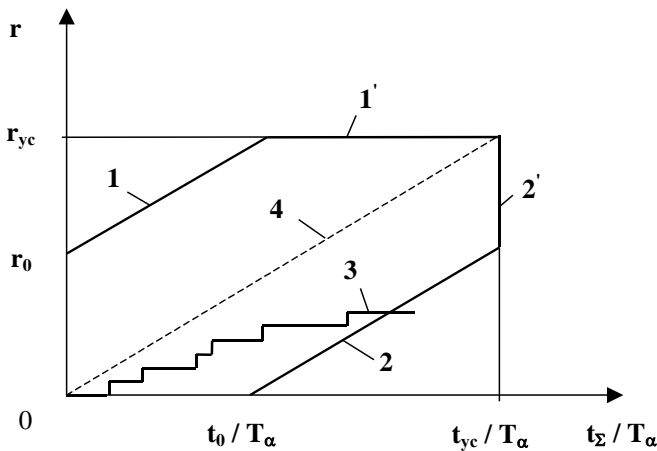


Рис. 7.3. План последовательного контроля показателя типа Т:  
 1, 1' — линия несоответствия (браковки); 2, 2' — линия соответствия (приемки); 3 — график испытания; 4 — линия усечения

Вероятность появления  $r$  отказов в течение суммарной наработки  $t_{\Sigma}$  может быть подсчитана по формуле распределения Пуассона:

$$P_r(t_{\Sigma}) = \left(\frac{t_{\Sigma}}{T}\right)^r e^{-\frac{t_{\Sigma}}{T}} \frac{1}{r!} , \quad (7.15)$$

где  $T$  — средняя наработка до отказа (на отказ — для восста-

навливаемых объектов).

Вероятность получения  $r$  отказов при условии, что верна гипотеза  $H_1$  (несоответствие изделий заданным требованиям надежности):

$$P_1 = \left( \frac{t_\Sigma}{T_\beta} \right)^r e^{-\frac{t_\Sigma}{T_\beta}} \frac{1}{r!} . \quad (7.16)$$

Вероятность получения  $r$  отказов при условии, что верна гипотеза  $H_0$  (соответствие изделий заданным требованиям надежности):

$$P_0 = \left( \frac{t_\Sigma}{T_\alpha} \right)^r e^{-\frac{t_\Sigma}{T_\alpha}} \frac{1}{r!} . \quad (7.17)$$

Отношение правдоподобия

$$L = \frac{P_1}{P_2} = \left( \frac{T_\alpha}{T_\beta} \right)^r e^{-\left( \frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha} \right) t_\Sigma} . \quad (7.18)$$

Условие приемки  $L \leq \frac{\beta}{1-\alpha}$  дает

$$\left( \frac{T_\alpha}{T_\beta} \right)^r e^{-\left( \frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha} \right) t_\Sigma} \leq \frac{\beta}{1-\alpha} . \quad (7.19)$$

Логарифмируя (7.19), получаем

$$r \ln \left( \frac{T_\alpha}{T_\beta} \right) - \left( \frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha} \right) t_\Sigma \leq \ln \frac{\beta}{1-\alpha} ,$$

откуда после преобразований получаем условие соответствия:

$$r \leq \frac{\ln \frac{\beta}{1-\alpha}}{\ln(T_\alpha/T_\beta)} + \frac{T_\alpha - T_\beta}{T_\beta \ln(T_\alpha/T_\beta)} \frac{t_\Sigma}{T_\alpha} . \quad (7.20)$$

Замена знака  $\leq$  на  $=$  в неравенстве (7.20) дает уравнение линии соответствия 2 на плане последовательного контроля

(см. рис. 7.3).

Условие браковки  $L \geq \frac{1-\beta}{\alpha}$  дает

$$\left(\frac{T_\alpha}{T_\beta}\right)^r e^{-\left(\frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha}\right)t_\Sigma} \geq \frac{1-\beta}{\alpha}. \quad (7.21)$$

Логарифмируя (7.21), после преобразований получаем условие несоответствия:

$$r \geq \frac{\ln \frac{1-\beta}{\alpha}}{\ln(T_\alpha/T_\beta)} + \frac{T_\alpha - T_\beta}{T_\beta \ln(T_\alpha/T_\beta)} \frac{t_\Sigma}{T_\alpha}. \quad (7.22)$$

Заменой знака  $\geq$  на  $=$  в неравенстве (7.22) можно получить уравнение линии несоответствия 1 на плане последовательного контроля.

Усечение плана осуществляется по одноступенчатому методу. Уравнение линии усечения 4 на плане последовательного контроля:

$$r = \frac{T_\alpha - T_\beta}{T_\beta \ln(T_\alpha/T_\beta)} \frac{t_\Sigma}{T_\alpha}. \quad (7.23)$$

Уравнение дополнительной линии соответствия 2' на плане последовательного контроля:

$$\frac{t_{yc}}{T_\alpha} = \frac{(1-\alpha)\ln \frac{1-\alpha}{\beta} - \alpha \ln \frac{1-\beta}{\alpha}}{T_\alpha/T_\beta - 1 - \ln(T_\alpha/T_\beta)}. \quad (7.24)$$

Уравнение дополнительной линии несоответствия 1' на плане последовательного контроля:

$$r_{yc} = \frac{T_\alpha - T_\beta}{T_\beta \ln(T_\alpha/T_\beta)} \frac{t_{yc}}{T_\alpha}. \quad (7.25)$$

При испытаниях без восстановления или замены отказавших изделий минимальный объем выборки  $N_{\min} = r_{yc}$ . При испытаниях с восстановлением или заменой объем выборки может быть любым.

При наличии отрицательных исходов графиком последова-

тельных испытаний является ступенчатая линия 3 (см. рис. 7.3), сумма отрезков которой, параллельных оси  $t_{\Sigma} / T_{\alpha}$ , равна отношению суммарной наработки испытываемых образцов в момент времени  $t$  испытаний к значению  $T_{\alpha}$ , а сумма отрезков, параллельных оси  $r$ , равна числу отрицательных исходов (отказов) к моменту  $t$ .

При отсутствии отрицательных исходов графиком последовательных испытаний является прямая линия с началом в начале координат, совпадающая с осью  $t_{\Sigma} / T_{\alpha}$ . При этом суммарная наработка испытываемых образцов в момент времени  $t$  испытаний составит  $t_{\Sigma} = N t$ .

При испытаниях с восстановлением или заменой суммарная наработка в момент времени  $t$  испытаний составит

$$t_{\Sigma} = Nt - \sum_{j=1}^r \tau_j ,$$

где  $\tau_j$  – длительность восстановления работоспособности  $j$ -го из  $r$  отказавших образцов изделия или длительность замены  $j$ -го из отказавших образцов.

При испытаниях без восстановления или замены суммарная наработка в момент времени  $t$  испытаний может быть подсчитана по формуле (7.11).

Результаты испытания положительны, если график испытаний достигает линии соответствия (ступенчатая ломаная линия 3 на рис. 7.3), и отрицательны, если график достигает линии несоответствия. Если конечная точка графика испытаний находится в области неопределенности между линиями соответствия и несоответствия, то испытания должны быть продолжены (количество полученной при испытаниях информации недостаточно для вынесения решения о соответствии или несоответствии изделий требованиям надежности по контролируемому показателю).

## 7.4. Ускоренные испытания

Ускоренными называются испытания, методы и условия проведения которых обеспечивают получение необходимого объема информации в более короткий срок, чем в предусмотренных условиях и режимах эксплуатации. Ускоренные испытания бывают сокращенными и форсированными.

**Сокращенные испытания** - ускоренные испытания без интенсификации процессов, вызывающих отказы или повреждения. В сокращенных испытаниях уменьшение сроков получения показателей надежности достигается за счет прогнозирования поведения объекта испытаний на период, больший, чем продолжительность испытаний.

**Форсированные испытания** - ускоренные испытания, основанные на интенсификации процессов, вызывающих отказы или повреждения. При форсированных испытаниях проводится преднамеренное увеличение скорости утраты работоспособности изделия.

Ускоренные испытания разрабатываются с целью сокращения сроков проведения испытания по сравнению с нормальными испытаниями, т.е. испытаниями, методы и условия проведения которых обеспечивают получение необходимого объема информации в такой же срок, как и в предусмотренных НТД условиях и режимах эксплуатации для данного изделия /23/.

Основной характеристикой ускоренных испытаний является **коэффициент ускорения** - число, показывающее, во сколько раз продолжительность ускоренных испытаний меньше продолжительности испытаний, проведенных в предусмотренных условиях и режимах эксплуатации (нормальных испытаний).

Коэффициент ускорения может исчисляться по наработке и по календарному времени. *Коэффициент ускорения по наработке* - отношение наработки изделия в нормальных испытаниях к наработке в ускоренных испытаниях. *Коэффициент ускорения по календарному времени* - отношение календарного времени нормальных испытаний к календарному времени ускоренных испытаний.

При разработке ускоренных испытаний для конкретного вида изделий необходимо в первую очередь установить принцип ускоренных испытаний, затем на основании сформулированного принципа выбрать метод и режим ускоренных испытаний /22/.

**Принцип ускоренных испытаний** - совокупность теоретических и экспериментально обоснованных закономерностей или допущений, на использовании которых основано проведение испытаний с сокращением их продолжительности. **Метод ускоренных испытаний** - совокупность правил применения принципов ускоренных испытаний для по-

сти определенных групп или видов изделий. **Режим ускоренных испытаний** - режим, предусмотренный применяемым принципом и методом ускоренных испытаний и обеспечивающий сокращение продолжительности испытаний.

Режим ускоренных испытаний может быть нормальным (для сокращенных испытаний), форсированным (для форсированных испытаний), комбинированным при чередовании нормального и форсированного режимов (при форсированных испытаниях).

*Нормальный режим* - режим, при котором значения его параметров находятся в пределах, установленных в технической документации для нормальной эксплуатации испытуемого изделия. Частным случаем нормального режима является номинальный режим испытания, соответствующий установленным параметрам внешних воздействий, принимаемых обычно за начало отсчета допустимых отклонений.

*Форсированный режим* - режим испытаний, обеспечивающий увеличение интенсивности процессов утраты работоспособности по сравнению с нормальным режимом. Форсированный режим может достигаться за счет изменения одного или одновременно нескольких форсирующих факторов.

**Форсирующим фактором** называется составляющая режима испытаний, изменение параметров которой по сравнению с режимом нормальных испытаний приводит к интенсификации процессов, вызывающих отказ или повреждение. В качестве форсирующего фактора используют усилие (момент), скорость (частоту), температуру, влажность среды, абразивность среды, химическую агрессивность среды и т.д.

Показатели надежности, полученные по результатам ускоренных испытаний, можно пересчитать для нормального режима при условии, что физические процессы разрушения при форсированных и ускоренных испытаниях одинаковы. Поэтому режимы ускоренных испытаний и форсирующий фактор могут изменяться при ускорении процесса испытаний только до определенного предела, называемого *предельной нагрузкой*. Такой нагрузкой является предельно допустимый уровень форсирующего фактора, обеспечивающий максимально возможную степень форсирования испытаний при сохранении идентичности картины разрушения в условиях ускоренных и нормальных испытаний и выполнении предпосылок, положенных в основу выбранного принципа

ускоренных испытаний.

Результаты нормальных и ускоренных испытаний будут сопоставимы, если при соблюдении идентичности природы разрушения получаемые значения показателей надежности будут одинаковы, т.е.

$$R(t_H) = R(t_Y), \quad (7.26)$$

где  $R(t_H)$ ,  $R(t_Y)$  - показатели надежности при нормальном и ускоренном режимах соответственно.

При экспоненциальном распределении для вероятности безотказной работы условие (7.26) запишется в виде

$$e^{-\lambda_H t_H} = e^{-\lambda_Y t_Y}, \quad (7.27)$$

где  $\lambda_H$ ,  $\lambda_Y$  - интенсивность отказов в нормальном и ускоренном режимах испытаний соответственно.

Если коэффициент ускорения по наработке  $k_Y = t_H/t_Y$ , то из (7.27) получаем, что интенсивность отказов в нормальном режиме должна составлять

$$\lambda_H = \lambda_Y/k_Y. \quad (7.28)$$

Для распределения Вейбулла с плотностью  $f(t) = b\lambda t^{b-1} \exp[-\lambda t^b]$  условие равной вероятности безотказной работы при нормальном и ускоренном режимах испытаний (7.26) принимает вид

$$R(t_H) = e^{-\lambda_H t_H^{b_H}} = R(t_Y) = e^{-\lambda_Y t_Y^{b_Y}}. \quad (7.29)$$

Отметим, что в этих выражениях параметр масштаба  $\lambda$  (или  $T_1 = 1/\lambda$ , см. разд.4.5, формулы (4.33)-(4.35)) не является интенсивностью отказов; интенсивность отказов при распределении Вейбулла является функцией времени (наработки) и описывается формулой (4.35).

Из условия (7.29) следует, что параметр масштаба в нормальном режиме должен составлять

$$\lambda_H = \lambda_Y \frac{t_Y^{b_Y}}{t_H^{b_H}} = \lambda_Y \frac{t_Y^{b_Y - b_H}}{k_Y^{b_H}}. \quad (7.30)$$

Если ускоренные испытания проводятся с целью определения средней наработки, которая для распределения Вейбулла



$$\bar{t} = \Gamma(1 + 1/b) \lambda^{1/b}, \quad (7.31)$$

то из условия  $\bar{t}_H = k_y \bar{t}_y$  будем иметь

$$\Gamma(1/b_H) / b_H \lambda_H^{1/b_H} = k_y \Gamma(1/b_y) / b_y \lambda_y^{1/b_y} \quad (7.32)$$

(использовано одно из свойств гамма-функции:  $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ ).

Отсюда параметр масштаба в нормальном режиме при испытаниях с целью определения средней наработки до отказа (среднего ресурса) в случае распределения Вейбулла должен составлять

$$\lambda_H = \left[ \frac{\Gamma(1/b_H)}{\Gamma(1/b_y)} \right]^{b_H} \left( \frac{b_y}{k_y b_H} \right)^{b_H} \lambda_y^{b_H/b_y}. \quad (7.33)$$

К основным принципам ускоренных испытаний относятся /22/:

- уплотнение рабочих циклов;
- экстраполяция по времени;
- усечение спектра нагрузок;
- учащение рабочих циклов;
- принцип сравнения;
- экстраполяция по нагрузке;
- принцип «доламывания»;
- принцип «запросов».

**Уплотнение рабочих циклов** применяется при испытании изделий, которые в эксплуатации имеют большие перерывы в работе. На сокращении этих перерывов основано ускорение испытаний. Примером использования принципа уплотнения рабочих циклов могут служить испытания машин с сезонной загрузкой. В этом случае, сокращая или совсем ликвидируя известные перерывы в эксплуатации, связанные с ночным временем, нерабочими климатическими периодами и т.п., можно добиться значительного коэффициента ускорения по календарному времени.

**Экстраполяция по времени** основана на гипотезе о возможности достаточно достоверной оценки закономерностей процесса накопления повреждений по начальным этапам процесса. При этом испытания в нормальном режиме проводятся лишь на некотором начальном участке работы изделия, включающем вы-

ход в стационарный режим повреждения, измеряется параметр, определяющий накопленное повреждение, а затем эти результаты экстраполируются до перехода в неработоспособное (предельное) состояние. Экстраполяция проводится графически или аналитически.

Практически при всяком детерминированном изменении накопленного повреждения  $\eta$  (например, величины износа) во времени  $t$  путем соответствующего преобразования координат стационарный процесс его накопления можно отобразить в линеаризованном виде.

Вывравнивание методом наименьших квадратов в этом случае сводится к отысканию коэффициентов  $a$  и  $b$  уравнения линейной регрессии

$$\eta = at + b . \quad (7.34)$$

Значение этих коэффициентов определяется на основе результатов испытаний по значениям повреждения  $\eta_i$  (величины накопленного износа), соответствующим определенным моментам времени  $t_i$ .

При этом искомые коэффициенты уравнения (7.34) могут быть определены по формулам:

$$\begin{aligned} a &= \left( m \sum_i t_i \eta_i - \sum_i t_i \sum_i \eta_i \right) / \left[ m \sum_i t_i^2 - \left( \sum_i t_i \right)^2 \right] ; \\ b &= \left( \sum_i \eta_i \sum_i t_i^2 - \sum_i t_i \sum_i t_i \eta_i \right) / \left[ m \sum_i t_i^2 - \left( \sum_i t_i \right)^2 \right] , \end{aligned} \quad (7.35)$$

где  $m$  - число парных значений  $t_i$  и  $\eta_i$ .

Для каждого момента времени  $t_i$  вычисляется статистическая оценка дисперсии  $S_{\eta}^2(t_i)$  по формуле

$$S_{\eta}^2(t_i) = \frac{1}{m_i - 1} \sum_{j=1}^{m_i} [\eta_j(t_i) - \bar{\eta}(t_i)]^2 . \quad (7.36)$$

где  $m_i$  - число экспериментальных точек, полученных в момент времени  $t_i$ , (число реализации процесса);  $j$  - порядковый но-

мер экспериментальных точек, полученных в момент времени  $t_i$  ( $1 < j \leq m_i$ );  $\bar{\eta}(t_i)$  - оценка математического ожидания (среднее арифметическое) процесса  $\eta(t)$ , определяемая по всем реализациям процесса, наблюдаемым в момент  $t_i$ , т.е.

$$\bar{\eta}(t_i) = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{m_i} \eta_j(t_i) .$$

Для стационарного процесса повреждения (изнашивания) результаты испытаний по дисперсии выравняются квадратической зависимостью вида

$$S_{\eta}^2(t) = a + a_1 t + a_2 t^2 .$$

Если величина  $a_2 t^2$  в пределах изучаемого интервала времени оказывается незначительной по сравнению с  $a_1 t$ , то последним слагаемым можно пренебречь. Если  $a_1 t \ll a_2 t^2$ , то считают, что процесс характеризуется доминирующим влиянием начального качества образцов. Экстраполяция для такого процесса может быть осуществлена на основе испытаний как минимум нескольких образцов.

Для эргодического процесса оценка ресурса может быть получена испытаниями даже одного образца, но достаточно большой продолжительности.

Практически можно считать, что экстраполяция по времени дает удовлетворительную оценку долговечности при продолжительности испытаний не менее 40...70% ресурса изделия. Этот принцип может применяться для изделий, процессы исчерпания ресурса которых достаточно хорошо изучены. Вообще, проблема экстраполяции по времени требует решения в каждом конкретном случае трех основных задач /22/:

1) выбора уравнения состояния, достаточно надежно описывающего экспериментальные результаты в области изменения параметров испытаний;

2) исследования поведения выбранного уравнения вне области эксперимента, что сводится к определению оценки точности прогнозирования;

3) выбора объема экспериментальных данных, обеспечивающих надежный прогноз на заданный срок службы.

Так, в результате многочисленных исследований, проведенных в нашей стране и за рубежом, для прогнозирования длительной прочности конструкционного металла на сроки службы более 100 тыс. час. рекомендована температурно-временная зависимость типа

$$T_p = aT^2\sigma^{-n}\exp(b - c\sigma) ,$$

где  $a$ ,  $n$ ,  $b$ ,  $c$  - параметры-константы, отражающие индивидуальные особенности материала;  $T$  - абсолютная температура;  $\sigma$  - напряжение.

**Усечение спектра нагрузок** заключается в отбрасывании определенной части нагрузок, не оказывающих заметного повреждающего воздействия на объект испытаний. Большинство реальных машин и их элементов подвержены в условиях эксплуатации воздействию определенного спектра случайных или периодически повторяющихся нагрузок. Точное воспроизведение этого спектра нагрузок представляет значительные технические трудности, поэтому в большинстве случаев проводят статистический анализ повторяемости нагрузок различных уровней в эксплуатационном спектре нагружения объекта и составляют программный блок нагрузок, имитирующий с той же степенью приближения спектр эксплуатационных нагрузок.

При испытаниях изделия многократно воспроизводят программный блок нагрузок, а ресурс, полученный в результате программных испытаний, считают оценкой ресурса изделия в эксплуатационных условиях. Недостаток такого подхода - большая длительность испытаний для изделий высокой надежности. С целью сокращения длительности программных испытаний в определенных случаях может быть использован принцип усечения спектра нагрузок.

Частным случаем усечения спектра нагрузок является использование из всего рабочего цикла, состоящего из пуска, установившегося движения и останова, только двух элементов - пуска и останова. Целесообразность применения этого принципа основана на свойствах некоторых механизмов сохранять высокую износостойкость при установившемся движении, которое характеризуется гидродинамическим трением. Во время пуска или останова наблюдается граничное или даже сухое трение, приводящее к значительному износу рабочих поверхностей.

Исходя из предположения, что установившееся движение не приводит к существенному износу, в испытаниях воспроизводят режим пусков и остановов. Ресурс при этом пересчитывают по следующей формуле, пренебрегая временем пусков и остановов:

$$T_p = N \bar{t}_z ,$$

где  $N$  - число пусков-остановов;  $\bar{t}_z$  - средняя продолжительность интервала между пусками, определяемая по данным эксплуатации или расчетным методом с учетом функционального назначения испытываемого объекта.

Испытания по этому принципу дают несколько завышенную оценку ресурса, но в большинстве случаев вполне приемлемую для практического использования.

Форсирование пусками-остановами применяется при ускоренных испытаниях коробок передач, муфт сцепления, электродвигателей и других механизмов и агрегатов, работающих в циклических режимах эксплуатации.

**Принцип учащения рабочих циклов** основан на увеличении частоты циклического нагружения или скорости движения под нагрузкой испытываемого элемента изделия. Предполагается, что долговечность изделия, выраженная в количестве циклов до предельного состояния, не зависит от частоты приложения нагрузки. При этом коэффициент ускорения определяется заранее из выражения

$$k_y = f_y / f_n ,$$

где  $f_y$ ,  $f_n$  - частота приложения нагрузки соответственно при ускоренных и нормальных испытаниях.

Принцип учащения рабочих циклов используется при стендовых испытаниях изделий и их элементов. Коэффициент ускорения ограничивается скоростными возможностями испытательного оборудования, а иногда и возникновением сопутствующих процессов (например, повышением температуры), искажающих прямой переход к нормальным условиям по частотам.

Модификацией принципа учащения рабочих циклов является проведение испытаний подвижных сопряжений деталей машин на изнашивание при повышенных скоростях скольжения  $v$ .

Выражая ресурс по износу в виде накопленного пути трения  $L$  и считая в первом приближении, что  $L_y = L_n$  (это условие может

быть корректно применено к процессу изнашивания лишь в очень ограниченном диапазоне изменения скоростей скольжения), можно определить коэффициент ускорения:  $k_y = V_y/V_n$ .

Для практической реализации этого принципа необходимо сохранение параметров, определяющих физические условия трения, в тех же пределах, что и при нормальных испытаниях. Так, для поддержания заданного температурного режима необходимо в ускоренных испытаниях использовать охлаждение поверхностей трения. Кроме того, увеличение частоты вращения, например, для подшипников скольжения может замедлить процесс изнашивания благодаря переходу от граничного к гидродинамическому трению.

Вообще, применение принципа учащения рабочих циклов требует экспериментального обоснования режимов ускоренных испытаний во избежание получения несопоставимых результатов.

**Принцип сравнения** основан на проведении испытаний изделия в форсированном режиме и пересчете полученных результатов с помощью известных данных по эксплуатации аналогичных изделий.

В зависимости от имеющейся информации оценка надежности изделий производится тремя способами:

1) сравнением долговечности двух изделий по результатам только форсированных испытаний;

2) сравнением долговечности изделий, испытываемых в форсированном режиме, с результатами испытаний в этом режиме изделия-аналога и данными его эксплуатации;

3) пересчетом результатов испытаний изделий в форсированном режиме применительно к нормальному режиму по имеющейся зависимости ресурса от уровня нагрузки.

Первый способ применяется в чисто сравнительных испытаниях двух изделий при выявлении более долговечного из них. При этом считается, что изделие, проработавшее больше в форсированном режиме, имеет больший ресурс и в нормальных условиях. Это правомерно при условии, что зависимости ресурса от уровня форсирующего фактора для сравниваемых изделий не пересекутся в интервале от номинального до форсированного уровней форсирующего фактора.

Второй способ предполагает наличие информации о долговечности изделия-аналога в форсированном и нормальном

режимах. Определяемый из этой информации коэффициент ускорения для аналога умножается на значение наработки до предельного состояния, полученной при испытании нового изделия в форсированном режиме. Такая оценка производится в предположении, что физические свойства, определяющие зависимость ресурса от уровня форсирующего фактора, у нового изделия и изделия-аналога близки. Этот способ наиболее приемлем для испытания новых изделий массового производства, по которым имеется обширная информация о надежности предыдущих модификаций.

Третий способ основан на пересчете результатов форсированных испытаний посредством имеющейся зависимости ресурса изделия от нагрузки.

**Принцип «доламывания»** является достаточно универсальным принципом ускорения испытаний, который применяется при ресурсных испытаниях элементов машин и конструкций на усталость, изнашивание и длительную прочность.

Для пояснения этого принципа в применении к задачам ускоренной оценки ресурса изделия при некотором эксплуатационном режиме нагружения представим себе, что мы имеем несколько однотипных изделий с различными наработками при эксплуатационном режиме нагружения. В общем случае эти изделия в результате различной продолжительности эксплуатации получают различную степень повреждения в зависимости от той доли, которую составляет их эксплуатационная наработка от всего ресурса при том же эксплуатационном режиме нагружения. Однако, не зная ресурса изделия при эксплуатационном нагружении, невозможно оценить эту долю в предположении о линейном суммировании повреждений, когда доля вносимого в единицу времени повреждения постоянна и не зависит от начала отсчета по шкале времени.

Принцип «доламывания» предполагает для оценки степени повреждения объекта испытаний за время эксплуатационной наработки подвергнуть объект испытаний воздействию форсированного режима нагружения и на этом режиме довести объект до предельного состояния («доломать» его).

В результате «доламывания» объекта оценивается его остаточный ресурс на форсированном режиме. Путем сравнения полученного остаточного ресурса объекта с полным ресурсом

нового (без предварительной эксплуатационной наработки) объекта того же типа на форсированном режиме нагружения оценивается степень повреждения (степень истощения ресурса) объекта за время его эксплуатационной наработки. Если полный ресурс объектов испытаний на форсированном режиме нагружения не известен, необходимо несколько новых объектов из той же партии испытать на этом режиме до предельного состояния и оценить таким образом средний ресурс объектов при форсированной нагрузке, что не займет много времени при правильном выборе коэффициента форсирования нагрузки.

**Принцип «запросов»** применяется при ускоренных испытаниях изделий машиностроения, отказ которых обуславливается постепенным накоплением изношенных повреждений, проявляющихся в монотонном изменении уровня контролируемого выходного параметра (износа лимитирующего элемента, производительности, расхода энергии и др.).

Ускоренные ресурсные испытания по принципу запросов предназначены для ориентировочной оценки ресурса испытываемого образца изделия до достижения заданного предельного износа или оценки износа, соответствующего заданной наработке изделия в нормальном режиме. Под износом здесь понимается изменение любого параметра, характеризующего степень постепенной утраты испытываемым изделием ресурса. Износ отсчитывается от начала испытаний.

Принцип «запросов» применим для объектов со стационарным и нестационарным изнашиванием в нормальном режиме. Наиболее эффективно использование данного метода для нестационарного изнашивания, когда интенсивность изнашивания (или скорость размерного износа) зависит от величины накопленного износа. При наличии информации о стационарности изнашивания объекта в эксплуатации целесообразнее использование методов сокращенных испытаний (ускоренных испытаний, не связанных с форсированием режимов).

Испытания по принципу «запросов» проводятся при последовательном ступенчатом чередовании нормального и форсированного режимов в процессе испытаний каждого образца. В процессе испытаний устанавливается зависимость интенсивности изнашивания в нормальном режиме от уровня накопленного изделием износа при условии, что эта зависимость, полученная



по результатам ступенчатых испытаний, справедлива для процесса изнашивания в нормальном режиме в интервале от момента окончания приработки до накопления предельного износа. Ускоренное получение всего необходимого ряда уровней накопленного износа обеспечивается испытаниями на ступенях с форсированным режимом (форсированных ступенях).

Достоверность результатов испытаний кроме прочих факторов (погрешности измерений и т.п.) определяется правильностью выбора вида функции изменения интенсивности изнашивания от уровня накопленного изделием износа (или соответствующей функции накопления износа от времени). В процессе обработки результатов испытаний возможна корректировка с целью выбора функции, отличной от предварительно выбранной и приводящей к меньшей по сравнению с ней погрешностью результатов.

При испытаниях по данному методу в качестве нормального режима на соответствующих ступенях применяют любой режим, по отношению к которому оценивается ресурс изделия: постоянный режим, режим с циклическим или стационарным случайным изменением уровня внешних нагрузочных воздействий и др. Параметры нормального режима должны задаваться нормативно-технической документацией, отражающей требования к надежности изделия. При отсутствии таких требований параметры нормального режима назначают в соответствии с требованиями работы изделия в эксплуатации по общим правилам выбора режимов нормальных ресурсных испытаний.

Форсированный режим должен быть выбран таким, чтобы скорость изнашивания на каждой ступени с нормальным режимом (нормальной ступени) при данном значении износа (или в данном диапазоне износа) не зависела от того, при каком режиме был накоплен этот износ - форсированном или нормальном.

К возможным причинам невыполнения этого требования относятся следующие:

а) форсированный режим обладает свойством избирательности по отношению к отдельным элементам изделия, что приводит к изменению относительного распределения износа:

- между отдельными деталями и узлами изделия;
- между поверхностями трения сопряжения;
- по отдельным участкам одной и той же поверхности

трения и т.п.;

б) форсированный режим приводит к значительным изменениям физико-химического состояния поверхностей трения по отношению к условиям работы в нормальном режиме или изменениям, совершенно не свойственным таким условиям, например, пластическому деформированию поверхностных слоев, шаржированию абразивных частиц на поверхности трения, образованию дополнительных вторичных структур и др.

Отсутствие последствия режима в отношении скорости изнашивания на последующей нормальной ступени можно подтвердить непосредственно в процессе испытаний нескольких образцов изделия по настоящему методу. С этой целью испытания двух образцов строятся так, что износ, накопленный в одном из образцов в нормальном режиме после первой форсированной ступени, достигается другим образцом путем испытаний только в нормальном режиме. При этом скорость изнашивания в нормальном режиме после форсированной ступени для одного образца сопоставляется с аналогичной скоростью изнашивания для второго образца.

Испытания каждого испытуемого образца методом запросов начинают с приработочной ступени, проводимой в режиме, установленном для приработки данного изделия. После окончания ступени производят измерение приработочного износа.

## 8. МЕТОДЫ СБОРА И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ О НАДЕЖНОСТИ РЕЖУЩИХ ИНСТРУМЕНТОВ

Стойкость режущих инструментов определяется двумя основными показателями: качеством инструмента и условиями эксплуатации. Эти показатели в свою очередь зависят от большого числа факторов, к которым относятся: уровень технологии на инструментальных заводах, качество инструментальных материалов, состояние оборудования на заводах - потребителях инструмента; колебания физико-механических характеристик обрабатываемых материалов и геометрии режущих инструментов в условиях производства и т.п. Поэтому стойкость режущих инструментов может изменяться в достаточно широких пределах и в общем случае является непрерывной случайной величиной /24/.

По этой причине для обработки экспериментальных данных, полученных с целью оценки реальной стойкости инструмента, необходимо применять теорию вероятностей и математическую статистику. Когда в условиях производства осуществляются сравнительные испытания работоспособности инструментов или когда необходимо оценить реальную стойкость на станках-автоматах или автоматических линиях, необходимо знать не только среднеарифметическую, но и гарантированную стойкость инструмента. Для этого необходимо определить статистические характеристики стойкости партии режущих инструментов, оценить резко выделяющиеся экспериментальные данные, построить кривую распределения стойкости, найти ее параметры, выбрать теоретическую функцию распределения и рассчитать характеристики надежности в соответствии с полученными результатами экспериментальных исследований стойкости.

Исходными данными для статистической обработки результатов исследования стойкости инструментов являются полученные при выбранных режимах резания реализации износа в лабораторных или в производственных условиях при работе до полного износа или до выбранного критерия затупления  $h_{кр}$ .

Для сверл, например,  $h_{кр}$  вычисляется по формуле /24/

$$h_{кр} = 0,15 + 0,03d, \quad (8.1)$$

где  $d$  - диаметр сверла в мм.

Для уверенного суждения о характере износа необходимо

располагать не менее, чем 20-25 реализациями, т.е. необходимо иметь данные по износу такого количества инструментов (  $N$  ).

## 8.1. Последовательность статистической обработки результатов стойкостных испытаний

### 8.1.1. Построение вариационного ряда стойкости инструментов

По графикам "износ-время" (рис.8.1) для каждого из  $N$  инструментов находятся значения стойкости  $T_1, T_2, T_3, \dots, T_N$ , которые соответствуют выбранному критерию затупления. Стойкость может быть выражена в минутах, количеством обработанных деталей, в метрах пути резания и др.

В табл.8.1 приведены в качестве примера данные об износе 20 сверл диаметром 13 мм из быстрорежущей стали P18; критерий затупления  $h_3=0,15+0,03d$ ; обрабатывались глухие отверстия глубиной 35 мм в стали 45 (HB170-198). Режимы резания:  $V=27,7$  м/мин,  $S=0,28$  мм/об.

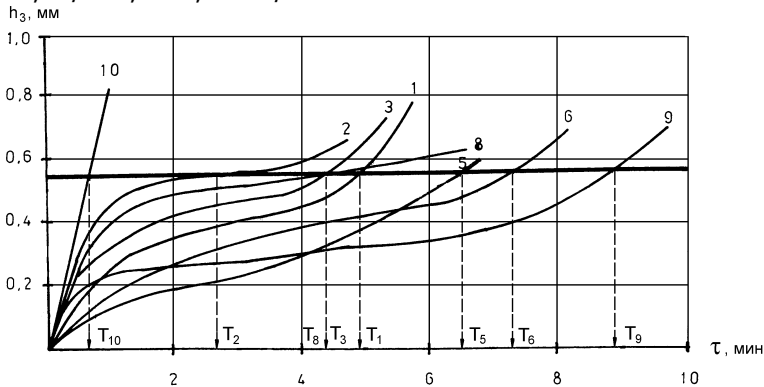


Рис. 8.1. Износ партии сверл диаметром 13,0 мм из быстрорежущей стали P18 при обработке стали 45 ( $V = 44,8$  м/мин;  $S = 0,85$  мм/об; охлаждение - 10%-ная эмульсия)

Значения стойкости, полученные из графиков износа, располагаются в порядке их возрастания (вариационный ряд) (табл.8.2).

### 8.1.2. Расчет статистических характеристик стойкости партии инструментов

Находим среднеарифметическую стойкость инструмента, т.е. среднее время работы до отказа ( по данным табл. 8.2):

$$T_{cp} = \sum_{i=1}^N T_i / N , \quad (8.2)$$

где N - количество инструментов;  $T_i$  - стойкость i-го инструмента.

$T_{cp}$  для партии сверл диаметром 13 оказалось равным  $T_{cp}=406$  отверстий.

Рассеивание стойкости инструментов как в лабораторных, так и производственных условиях может быть значительным в зависимости от различных факторов, поэтому необходимо объективно оценить величину дисперсии и коэффициента вариации.

Таблица 8.1

Данные по износу партии сверл диаметром 13,0 мм из быстрорежущей стали P18

№ п/п	Износ сверл по задней поверхности $h_{max}$ после сверления отверстий								
	20	40	60	100	140	200	300	400	500
1	0,2	0,23	0,23	0,23	0,27	0,3	0,4	0,42	0,50
2	0,16	0,17	0,21	0,27	0,29	0,46	0,47	0,51	0,62
3	0,15	0,15	0,15	0,17	0,17	0,33	0,38	0,58	0,67
4	0,09	0,13	0,13	0,20	0,22	0,38	0,42	0,4	0,67
5	0,08	0,13	0,13	0,16	0,16	0,28	0,30	0,50	0,57
6	0,08	0,15	0,13	0,18	0,20	0,28	0,38	0,52	0,51
7	0,06	0,09	0,1	0,15	0,16	0,30	0,40	0,48	0,50
8	0,11	0,17	0,25	0,25	0,28	0,59	0,6-	0,64	0,67
9	0,12	0,13	0,13	0,18	0,20	0,30	0,47	0,54	0,61
10	0,1	0,14	0,14	0,18	0,18	0,25	0,49	0,51	0,58
11	0,09	0,12	0,16	0,20	0,25	0,45	0,46	0,62	0,71
12	0,09	0,09	0,09	0,15	0,20	0,32	0,35	0,53	0,59
13	0,19	0,20	0,2	0,22	0,25	0,6	0,62	0,67	0,93
14	0,12	0,16	0,2	0,22	0,32	0,45	0,51	0,60	0,72
15	0,13	0,14	0,17	0,23	0,3	0,45	0,45	0,64	0,67

16	0,12	0,12	0,12	0,18	0,2	0,38	0,40	0,70	0,77
17	0,12	0,13	0,13	0,17	0,18	0,25	0,43	0,49	0,59
18	0,1	0,12	0,12	0,13	0,22	0,56	0,58	0,59	0,63
19	0,1	0,11	0,11	0,3	0,3	0,45	0,51	0,58	0,69
20	0,15	0,18	0,2	0,25	0,51	0,58	0,58	0,63	0,64

Таблица 8.2  
 Вариационный ряд стойкости сверл диаметром 13,0 мм  
 из быстрорежущей стали P18

Номера сверл $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стойкость $T_i$ , шт.отв.	260	312	324	328	340	344	350	382	384	386
Номера сверл $i$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Стойкость $T_i$ , шт.отв.	392	408	436	452	456	482	488	496	536	564

Дисперсия стойкости определяется по среднему квадратическому отклонению и по коэффициенту вариации стойкости. Если во время процесса испытаний стойкости были получены значения стойкости  $T_1, T_2, \dots, T_i$ , то среднее квадратическое отклонение стойкости определяется по формуле

$$S = \sqrt{\frac{\sum (T_i - T_{cp})^2}{N - 1}}, \quad (8.3)$$

где  $N$  - количество исследуемых инструментов;  $T_i$  - стойкость инструмента;  $T_{cp}$  - среднее арифметическое значение стойкости, полученное по формуле (8.1).

Для партии сверл диаметром 13,0 мм исходные данные и расчетное значение  $S$  приведены в табл. 8.3.

Таблица 8.3  
Исходные данные для расчета S и V партии сверл  
диаметром 13,0 мм из стали P18

Номер сверла	$T_i$ , шт. отв.	$T_{cp}$ , шт. отв.	$T_i - T_{cp}$	$(T_i - T_{cp})^2$	S	$V_T$
1	260	406	-146	21316	84	0,26
2	312		-94	8816		
3	324		-82	6724		
4	328		-78	6086		
5	340		-66	4356		
6	344		-62	3844		
7	350		-66	4356		
8	382		-24	576		
9	384		-22	484		
10	386		-20	400		
11	392		-14	196		
12	408		-2	4		
13	436		-30	900		
14	452		-46	2116		
15	456		50	2500		
16	481		76	5776		
17	488		82	6724		
18	496		90	8100		
19	536		130	16900		
20	564		158	24964		

Для сравнительного анализа отклонений значения стойкости инструмента более удобно использовать коэффициент вариации, который вычисляется по формуле  $V_T = S/T_{cp}$ . (8.4)

Например, для партии сверл диаметром 13 мм из быстрорежущей стали P18 величина коэффициента вариации равна  $V_T = 84 / 406 = 0,26$ .

### 8.1.3. Оценка резко выделяющихся данных

Во время испытаний в связи с колебаниями геометрии инструмента, физико-механических характеристик обрабатываемого материала, из-за ошибок измерений износа и по другим причинам отдельные данные могут быть менее достоверными, так как они значительно отличаются от других данных этой же серии испытаний. В этих случаях необходимо определить, принадлежат ли эти результаты данной выборке или нет.

Один из методов отбрасывания резко выделяющихся, ошибочных данных [25] состоит в том, что максимальное значение стойкости  $T_{\max}$  из вариационного ряда сравнивается с некоторым критическим значением стойкости  $T_0$ . Если  $T_{\max}$  превосходит критическое значение  $T_0$ , то  $T_{\max}$  не принадлежит этой серии испытаний, из которой было выбрано значение  $T_{\max}$ .

Значение критической стойкости  $T_0$  выбирается таким образом, чтобы вероятность не превзойти это значение равнялась выбранной доверительной вероятности  $P$  ( $P = 0,9; 0,95; 0,975; 0,99$ ), т.е. она должна отвечать уровню значимости  $q = 1 - P$  ( $q = 0,1; 0,01$  и т.д.):

$$P(T_{\max} < T_0) = P(T_{\max} < T_{cp} + S g_0) = P = 1 - q, \quad (8.5)$$

где  $g_0$  – определенный коэффициент для выбранных  $q$  и  $N$ , который берется из табл.1 (Прил.1) [25].

Из (8.5) видно, что если  $T_{\max} < T_{cp} + S g_0$ , то справедливо следующее равенство:

$$\frac{T_{\max} - T_{cp}}{S} < g_0. \quad (8.6)$$

Обозначая  $(T_{\max} - T_{cp}) / S = g$ , получаем  $g < g_0$ .

Выражение (8.6) показывает, что если  $T_{\max}$  не превышает критического значения, т.е.  $g < g_0$ , то  $T_{\max}$  не является грубой ошибкой опыта. Ясно, что если

$$g > g_0, \quad (8.7)$$

то  $T_{\max}$  является грубой ошибкой, и это значение необходимо отбросить.

Если повторить приведенные рассуждения относительно  $T_{\min}$ , получим, что если

$$(T_{cp} - T_{\min}) / S < g_0, \quad (8.8)$$



то  $T_{\min}$  не является грубой ошибкой.

В случае, когда

$$g = (T_{\text{cp}} - T_{\min}) / S > g_0, \quad (8.9)$$

то  $T_{\min}$  – грубая ошибка, и это значение необходимо отбросить.

Оценим экстремальные значения стойкости партий сверл диаметром 13 мм для  $T_{\max}$ :

$$g = (T_{\max} - T_{\text{cp}}) / S; \quad g = (564 - 405) / 84 = 1,88.$$

$T_{\max}$  и  $T_{\text{cp}}$  взяты из табл. 8.3. По табл.1 приложение 1 находим значение  $g_0$  для количества исследуемых инструментов  $N = 20$  и принятого уровня значимости  $q=0,05$ ; оказалось, что  $g_0=2,623$ . Так как  $g=1,88 < g_0$ , то  $T_{\max} = 564$  не является грубой ошибкой.

Для  $T_{\min}$ , используя данные табл.8.3, находим значение  $g'$ :

$$g' = \frac{T_{\text{cp}} - T_{\min}}{S} = \frac{406 - 260}{84} = 1,73.$$

Для  $N=20$  и  $q = 0,05$  ( $P = 0,95$ ) из табл.1 )см. прил.1) находим значение  $g_0 = 2,623$ .

Так как  $g' = 1,73 < g_0$ , то  $T_{\min} = 260$  не является грубой ошибкой.

Примечание. Если при оценке  $T_{\max}$  его значение надо отбросить, то расчет  $T_{\text{cp}}$  и  $S$  повторяется, без этого значения  $T_{\max}$ .

#### 8.1.4. Построение кривой распределения стойкости и вычисление ее параметров

Определяется зона рассеивания стойкости инструментов

$$R = T_{\max} - T_{\min}. \quad (8.10)$$

Для сверл (табл.8.3) имеем :  $R = 564 - 260 = 304$  отверстия.

Зона рассеивания разбивается на интервалы, число  $i$  которых для стойкостных исследований, как установлено практикой /24/, не должно превышать 6-8. В противном случае кривая распределения искажается, что влечет трудности для ее анализа. Принимаем  $i = 6$  и находим ширину интервала  $h = R/i = 304/6 \approx 50$ . Полученные данные записываются в колонку 2 табл.8.4.

Рассчитываются середины каждого интервала

$$T_{i\text{m}} = (T_{i\text{max}} - T_{i\text{min}}) / 2 \quad (8.11)$$

и полученные данные записываются в третью графу табл.8.4.

Подсчитывается число попаданий в каждый интервал значений стойкости инструмента из вариационного ряда, т.е. определяются эмпирические частоты  $m_i$  (табл.8.4, графа 4).

Определяются относительные частоты  $W$  по формуле

$$W = m_i / N, \quad (8.12)$$

где  $m_i$  - частота повторения значений  $T_i$  в интервале  $i$ ;  $N$  - число исследуемых инструментов.

Результаты расчета  $W$  для каждого из 6 выбранных интервалов приведены в графе 5 табл.8.4.

Строится эмпирические полигон и гистограмма распределения. Для построения полигона из средних точек каждого интервала проводят ординаты, пропорциональные  $m_i$  или  $W_i$ , и конечные точки ординат соединяются между собой.

Гистограмма распределения строится следующим образом. На каждом отрезке интервала строится прямоугольник, площадь которого пропорциональна частоте этого интервала. На рис. 8.2 показан полигон (пунктирная линия) и гистограмма (столбчатая диаграмма) распределения стойкости сверл диаметром 13 мм из стали Р 18 ( по данным табл.8.4).

Определяются параметры эмпирического распределения:

- среднее арифметическое значение стойкости  $T_{cp}$  (по формуле 8.2);

- среднее квадратическое значение стойкости  $S$  (по формуле 8.3) или дисперсия  $D = S^2$ .

Кроме значений  $T_{cp}$  и  $S^2$ , кривые распределения характеризуются также асимметрией  $A$  и эксцессом  $E$ .

$$A = \left[ \sum_i^N (T_i - T_{cp})^3 \right] / S^3 ; \quad (8.13)$$

$$E = \left[ \sum_i^N (T_i - T_{cp})^4 \right] / S^4 - 3 \quad (8.14)$$

## Основы теории надежности

Таблица 8.4  
Исходные данные для построения полигона и гистограммы распределения

№ п/п	Интервалы $T_i$	Средина интервала $T_{im}$	Частота $m_i$	Относительная частота $W_i$	$T_{cp}$	S	$T_i - T_{cp}$	$(T_i - T_{cp})^3$	$(T_i - T_{cp})^4$	$\sum_1^N (T_i - T_{cp})^3$	$\sum_1^N (T_i - T_{cp})^4$	Асимметрия	Экцесс
1	260-310	285	1	0,05	406	84	-121	-1771501	214358881	1880350	1042925220	+3,2	+2,09
2	310-360	335	6	0,30			-71	-357911	25411681				
3	360-410	385	5	0,25			-21	-9261	194481				
4	410-460	435	3	0,15			29	24389	709281				
5	460-510	485	3	0,15			79	493039	38950081				
6	510-560	535	2	0,10			129	2146689	27692881				

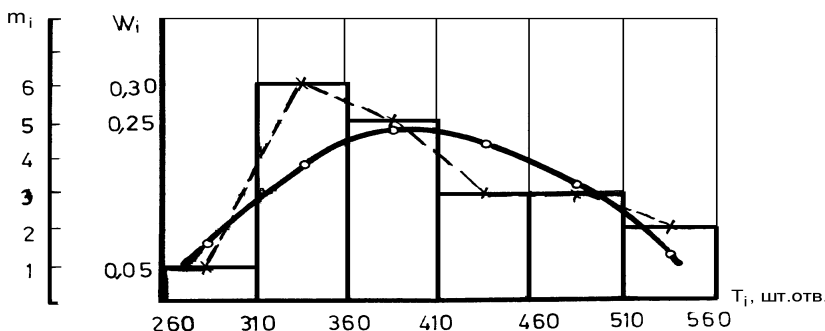


Рис. 8.2. Полигон, гистограмма и выравненная кривая распределения стойкости спиральных сверл диаметром 13,0 мм (по данным табл. 8.4)

Когда  $A = 0$ , кривая симметрична; если  $A > 0$  асимметрия положительна, если  $A < 0$  - асимметрия отрицательна. Эксцесс характеризует положение кривой. Для нормального распределения  $E = 0$ ; если  $E > 0$ , высота кривой находится выше кривой нормального распределения. Результаты расчета  $A$  и  $E$  приведены в графах 8 – 14 табл.8.4. Положительные значения  $A = +3,2$  и  $E = +2,09$  указывают, что относительно кривой нормального распределения полученная кривая смещена влево ( $A > 0$ ) и располагается выше кривой нормального распределения.

Определяются неизвестные характеристики теоретического распределения по результатам эксперимента. Теоретическое распределение (функция плотности) случайных исследуемых величин ( в нашем случае стойкость) характеризуется следующими основными параметрами: математическим ожиданием  $M_x$  (центром группирования) и дисперсией  $D_x$ . Ранее были получены значения  $T_{cp}$  и  $S^2$ . Известно [17], что если  $N$  стремится к бесконечности, то можно принять:

$$a = T_{cp} \approx M_x, \quad (8.15)$$

$$S^2 \approx \sigma^2 = D_x. \quad (8.16)$$

### 8.1.5. Подбор теоретической функции для эмпирического распределения

Для анализа процесса износа режущих инструментов наиболее часто применяются нормальное распределение, гамма-распределение и распределение Вейбулла - Гнеденко, и эмпирическая кривая корректируется по одной из указанных кривых.

Если гистограммы показывают, что стойкость инструмента по данным эксперимента подчиняется нормальному закону распределения, то выравнивание эмпирической кривой производится в следующей последовательности.

Найденные параметры - математическое ожидание и дисперсия - необходимо подставить в функцию плотности вместо теоретических значений

$$f(T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(T-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad (8.17)$$

где  $a = M_x = T_{cp}$  - математическое ожидание;  $\sigma^2 = D_x = S^2$  - дисперсия.

Вычисляются вероятности каждого интервала

$$P(t_i) = \frac{h}{S} f(T). \quad (8.18)$$

Перемножая эти вероятности на число испытаний  $N$ , получаем теоретические значения случайных величин, по которым строим выровненную кривую. Теоретические значения частот определяем по формуле

$$m_i = P(t_i) N. \quad (8.19)$$

Для проверки согласия эмпирического распределения с теоретическим используется вероятностная бумага /27/. Если экспериментальные точки на этой бумаге располагаются близко к прямой, то это свидетельствует о согласии опытных данных с законом распределения, для которого построена вероятностная бумага.

Сравнение теоретических и экспериментальных функций распределения можно произвести по критерию Пирсона  $\chi^2$  /17, 26/:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(m_i - m_i')^2}{m_i'} . \quad (8.20)$$

После определения критерия  $\chi^2$  определяется число степеней свободы  $k$

$$k = n - r - 1 , \quad (8.21)$$

где  $n$  - число сравниваемых частот,  $r$  - число параметров теоретической функции ( $r=2$  - для нормального закона и гамма-распределения).

*Примечание.* Если производится статистическая обработка результатов экспериментальных исследований стойкости двух партий одинаковых режущих инструментов, изготовленных, например, по разным технологическим процессам, оснащенных неодинаковыми режущими материалами и др., т.е. в случаях, когда необходимо оценить статистическую значимость разницы в качестве двух партий инструментов, используют критерий Стьюдента

$$t = \frac{|T_1 - T_2|}{\sqrt{N_1 S_1^2 + N_2 S_2^2}} \sqrt{\frac{N_1 N_2 (N_1 + N_2 - 2)}{N_1 + N_2}} ,$$

(8.22)

где  $T_1$ ,  $S_1$  и  $N_1$  – соответственно средние стойкость, дисперсия и количество испытанных инструментов одной партии;  $T_2$ ,  $S_2$  и  $N_2$  - те же параметры для другой партии инструментов. Если при выбранной доверительной вероятности  $P$  и числе степеней свободы  $K=N_1+N_2-2$  окажется, что табличное число критерия  $t_q$  больше расчетного  $t$ , то различие в средних значениях стойкостей несущественно.

### **8.1.6. Примеры выравнивания эмпирических распределений стойкости режущих инструментов и расчета характеристик надежности**

*Выравнивание эмпирического распределения результатов исследования стойкости сверл (табл.8.2) по нормальному закону.*

Плотность вероятности стойкости сверл определяется уравнением

$$f(T_i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(T_i-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad (8.23)$$

где  $a = M_x = T_{cp}$  - математическое ожидание;  $\sigma^2 = S^2 = D_x$  - дисперсия.

Тогда

$$f(T) = \frac{1}{84\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(T_i-406)^2}{2 \cdot 84^2}}. \quad (8.24)$$

Обозначим

$$\frac{T_{im} - T_{cp}}{\sigma} = t, \quad (8.25)$$

где  $T_{im}$  - средняя точка интервала;  $T_{cp}$  - средняя арифметическая величина стойкости,  $\sigma$  - среднее квадратическое отклонение. Учитывая (8.25), можно представить уравнение (8.23) в следующем виде:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}. \quad (8.26)$$

Для коррекции эмпирической кривой komponуем табл.8.5, используя для этого графы 1-4 и 8 табл.8.4. Вычисляем вспомогательные величины  $t=(T_{im} - T_{cp})/\sigma$  (графа 6 табл. 8.5) и, используя табл.2 (см. прил.1), определяем в соответствии с формулой (26) плотности вероятностей нормального распределения для каждого интервала  $f(t)$  (графа 7 табл.8.5).

Вероятность каждого интервала (графа 9) определяется по формуле (8.18):

$$P(t_i) = \frac{h}{S} f(t),$$

где  $h/S = 50/84 = 0,6$  - относительная ширина интервала.

*Примечание.* При расчете вероятностей предполагается, что все значения интервалов располагаются в середине интервала. Теоретические значения частот (графа 10) определяются по формуле (8.19)  $m_i = p(t_i)N$ , где  $p(t_i)$  - данные графы 9,  $N$  - число испытаний.

Отмечая теоретические частоты  $m_i$  на ординатах в

средних точках интервалов и соединяя полученные точки плавной кривой, получаем искомую теоретическую кривую плотности вероятностей стойкости сверл (сплошная кривая на рис.8.2).

*Выравнивание эмпирического распределения стойкости метчиков из углеродистых и легированных сталей*

В производственных условиях Ростовского завода "Сантехарматура" исследовали влияние трибоэлектрических процессов на стойкость метчиков в условиях работы на агрегатных станках. Инструменты работали в обычных оправках (I) и с разорванной цепью термотока (II) /28/.

Стандартные метчики M16×1, M18 ×1 и M27×1,5 из стали У12А (степень точности Е по ГОСТу 3266-60), а также метчики M12×1,75 из стали 9ХС (степень точности Н) устанавливались в обычных оправках и в оправках, обеспечивавших разрыв цепи тока. Те и другие оправки крепились в двухшпиндельных головках агрегатных станков. Скорость резания при работе метчиками M12 составляла 8,9 м/мин, M16 – 8,8 м/мин, M18 - 10 ÷ 16 м/мин и M27 - 9,3 ÷ 18,5 м/мин. Точность нарезаемых резьб соответствовала 3-му классу при шероховатости поверхности резьбы не ниже 4-го класса. Резьбы нарезались в получаемых литьем под давлением заготовках из латуни ЛС 59-1Л ( $\sigma_{\text{в}} = 200$  МПа; НВ 70;  $\delta = 20\%$ ).



Таблица 8.5  
Выравнивание эмпирического распределения стойкости сверл

№ п/п	Интервалы $T_i$	Середина интервала $T_{im}$	Частота $m_i$	$T_{im} - T_{cp}$	$t = \frac{T_{im} - T_{cp}}{\sigma}$	$f(t)$	$\frac{h}{S} = \frac{50}{84}$	Вероятности интервалов $P(t) = \frac{h}{S} f(t)$	Теоретические частоты $m_i = P(t) \cdot N$
1	260-310	285	1	- 121	-1,44	0,1415	0,595	0,0843	1,69
2	310-360	335	6	- 71	-0,845	0,2780		0,166	3,32
3	360-410	385	5	- 21	-0,25	0,3867		0,23	4,60
4	410-460	435	3	29	0,345	0,3761		0,229	4,48
5	460-510	485	3	79	0,94	0,2565		0,158	3,16
6	510-560	535	2	129	1,54	0,1219		0,073	1,45

В качестве критерия затупления метчиков принимали максимальный износ по задним поверхностям зубьев на заборном конусе (метчики снимались с испытаний, если проходная сторона резьбового калибра-пробки не ввинчивалась в отверстие, что соответствовало затуплению по задним поверхностям  $h_3 = 0,9 \pm 1,5$  мм). Измерения износа метчиков проводились через одинаковые периоды работы и после окончательного затупления. Было установлено, что максимальная величина износа задних поверхностей метчиков, работающих в оправках с изолирующим элементом, меньше, чем у метчиков, работающих в оправках обычного исполнения.

Эффективность влияния изоляции метчиков на их стойкость по сравнению с резанием в обычных условиях оценивалась не только по средним значениям стойкости партий инструментов, но и на основе анализа функций распределения стойкости метчиков и характеристик надежности инструмента. Статистическая обработка результатов позволила составить вариационные ряды стойкости  $T_i$  исследованных метчиков (в количестве нарезанных отверстий) и приближенно оценить закон распределения их стойкости. Последняя задача решалась нанесением результатов опытов на вероятностную бумагу нормального распределения /26/. Распределение стойкости метчиков,

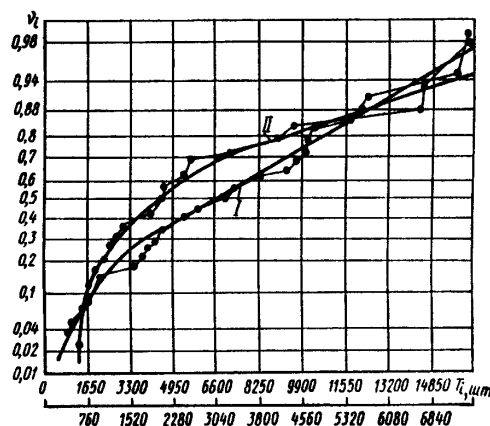


Рис. 8.3. Функция распределения стойкости метчиков M18x1 на вероятностной бумаге нормального распределения; I – резание в оправках обычного исполнения; II – то же с разорванной цепью термотока (верхняя шкала по оси стойкости для кривой II, нижняя – для кривой I)

нанесением результатов опытов на вероятностную бумагу нормального распределения /26/. Распределение стойкости метчиков,

работавших в обычных условиях и с разорванной цепью термотока, подчиняется  $\gamma$ -распределению. Об этом свидетельствует характерное отклонение опытных точек от прямой линии в области малых частот (рис. 8.3), типичное для  $\gamma$ -распределения.

На рис. 8.3 в качестве примера представлены эмпирические функции распределения стойкости  $F_3(T)$  метчиков М 18  $\times$  1, вычисленные по формуле /17/:

$$F_3(T) = \nu_i = \frac{i - 0,5}{N}, \quad (8.27)$$

где  $N$  – общее число испытанных инструментов;  $i$  – порядковый номер;  $\nu_i$  – накопленные частоты.

В табл. 8.6 даны значения стойкости партий метчиков (в количестве нарезанных отверстий), работавших в обычных ( I ) и с разорванной цепью термотока (II) оправках.

## Основы теории надежности

 Таблица 8.6  
 Распределение стойкости метчиков

M 12x1,75				M 16x1				M 18x1			
I		II		I		II		I		II	
$v_i$	$T_i$	$v_i$	$T_i$	$v_i$	$T_i$	$v_i$	$T_i$	$v_i$	$T_i$	$v_i$	$T_i$
0,015	1845	0,02	2164	0,036	1700	0,0367	1050	0,017	514	0,024	1359
0,046	2042	0,06	2603	0,107	2200	0,107	1935	0,05	542	0,071	1442
0,076	2050	0,10	2938	0,178	2320	0,178	1965	0,08	742	0,120	1641
0,106	2512	0,14	3112	0,250	2450	0,250	3387	0,12	817	0,165	2092
0,136	2523	0,18	3390	0,320	3042	0,320	3562	0,15	948	0,214	2376
0,166	2562	0,22	3550	0,390	3107	0,390	4900	0,18	1567	0,260	2440
0,197	2755	0,26	4400	0,465	4350	0,465	5150	0,22	1738	0,310	2750
0,227	2938	0,30	5237	0,535	4600	0,535	6347	0,25	1835	0,357	3065
0,258	3288	0,34	5241	0,610	5150	0,610	7100	0,28	1940	0,405	4269
0,290	3400	0,38	5324	0,680	6215	0,680	9909	0,32	2025	0,450	4280
0,318	3750	0,42	5859	0,750	6430	0,750	10450	0,35	2190	0,500	4575
0,350	3775	0,46	6323	0,820	7260	0,820	12000	0,38	2200	0,550	4625
0,380	3861	0,50	6690	0,895	9900	0,895	19650	0,42	2415	0,595	4652
0,410	4162	0,54	6845	0,960	11200	0,964	21557	0,45	2750	0,640	5432
0,440	4537	0,58	7092					0,48	3190	0,630	5650
0,470	4800	0,62	7480					0,52	3192	0,740	7440
0,500	5022	0,66	7530					0,55	3420	0,790	9175
0,530	5460	0,70	8121					0,58	3461	0,830	9750
0,560	5532	0,74	8317					0,62	3835	0,880	14640
0,590	5935	0,78	8781					0,65	4370	0,930	14755
0,620	5968	0,82	9240					0,69	4500	0,980	16500
0,650	6290	0,86	10481					0,72	4625		
0,680	6766	0,90	11312					0,75	4630		
0,710	6982	0,94	11450					0,78	4675		
0,740	7397	0,98	13972					0,82	4800		
0,770	7421							0,85	5470		
0,800	7650							0,88	5620		
0,830	7875							0,92	5700		
0,870	7941							0,95	7370		
0,895	8062							0,985	7585		
0,925	1109										
0,955	7										
0,985	1130										
	2										
	1250										
	0										

С учетом данных табл. 8.6 на вероятностной бумаге нормального распределения произведено выравнивание эмпирических функций по  $\gamma$ -распределению, плотность вероятности которого определяется выражением /27/

$$f(T) = \frac{1}{\Gamma(r)} m^r T^{r-1} e^{-mT}, \quad (8.28)$$

где  $m$  и  $r$  - параметры  $\gamma$ -распределения;  $\Gamma(r)$  - гамма-функция;  $T$  - стойкость.

Параметры  $r$  и  $m$  могут быть найдены, если известны эмпирические средние стойкости партий инструментов и дисперсии вариационных рядов опытных данных:

$$m = \frac{T_{cp}}{S}; \quad r = \frac{T_{cp}^2}{S^2}, \quad (8.29)$$

где  $T_{cp}$  - средняя стойкость и  $S^2$  - дисперсия, определяемые количеством обработанных отверстий.

Рассчитанные по формулам (8.29) параметры  $\gamma$ -распределения приведены в табл.8.7 ( I и II - то же, что и в табл.8.6), а значения функций  $f(T)$ , согласно зависимости (8.38), - на рис. 8.4 и в табл.8.12.

Таблица 8.7  
Параметры  $\gamma$  - распределения стойкости метчиков

Размеры метчиков	Оправки	$T_{cp}$	$S$	$r$	$m \cdot 10^{-4}$
M12x1,75	I	5455	2731	4	7,32
	II	6698	3065	4,77	7,13
M16x1	I	4994	2993	2,95	5,85
	II	7783	6374	1,49	1,92
M18x1	I	3290	1949	2,76	8,65
	II	5850	4591	1,62	2,78

Примечание.  $S$  – среднее квадратическое значение стойкости.

Максимум зависимости (8.28) находится дифференцированием (8.28) по  $T$  и приравниванием нулю производной  $df(T)/dT$  :

$$\frac{m^r}{\Gamma(r)} e^{-mT} [-mT^{r-1} + (r-1)T^{r-2}] = 0, \quad (8.30)$$

откуда

$$(r-1)/T=m \quad \text{или} \quad T = T_0 = \frac{r-1}{m}. \quad (8.31)$$

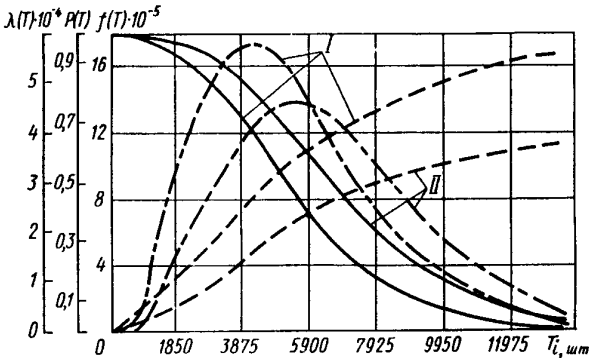


Рис. 8.4. Характеристики надежности метчиков M12x1,75; частота отказов

$f(T)$  - штрихпунктирные линии; функция надежности  $P(T)$  - сплошные и интенсивность отказов  $\lambda(T)$  - штриховые (I и II - то же, что в табл. 8.7 и на рис. 8.3)

После подстановки (8.31) в (8.28) найдем максимальное значение  $f(T)$ :

$$f(T_0) = \frac{m^r}{\Gamma(r)} \left(\frac{r-1}{m}\right)^{r-1} e^{1-r}. \quad (8.32)$$

*Примечание.* Если стойкость партии инструментов подчиняется закону Вейбулла-Гнеденко, то выравнивание эмпирического распределения выполняется аналогично, но надо использовать формулу плотности вероятности для распределения Вейбулла, причем эти вероятности также рассчитываются для середины каждого интервала.

### 8.1.7. Оценка правильности выбора теоретической функции распределения

Проверка правильности выбора теоретической функции распределения по полученным экспериментальным данным может быть выполнена по критериям согласия или с помощью вероятностной бумаги.

#### 8.1.7.1. Применение критериев согласия

После сглаживания эмпирической кривой необходимо определить вероятность того, что исследуемая эмпирическая кривая соответствует выбранному теоретическому закону. Предполагается, что исследуемая эмпирическая кривая находится в соответствии с теоретической, если вероятность совпадения более 0,05. Если эта вероятность менее принятого уровня ( 0,05; 0,01), то отклонения являются большими и необходимо искать другую теоретическую кривую. В случае, когда несколько теоретических кривых имеют отклонения, то принимается кривая с максимальной вероятностью совпадения.

#### *Критерий Пирсона*

Для большого числа испытаний наилучшие результаты дает критерий Пирсона по сравнению с другими критериями. Критерий Пирсона надо применять в тех случаях, когда теоретические значения параметров распределения неизвестны:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{i=N} \frac{(m_i - m'_i)^2}{m'_i} , \quad (8.33)$$

где  $\chi^2$  - критерий Пирсона,  $m_i$  – экспериментальная частота;  $m'_i$  - теоретическая частота,  $N$  – число испытаний.

Для оценки правильности применения кривой нормального распределения стойкости сверл диаметром 13 мм (см. табл. 8.4 и 8.5) составим табл.8.8.

Таблица 8.8  
Исходные данные для определения критерия Пирсона  
(партия сверл диаметром 13 мм; N = 20)

№ п/ п	Экспери- менталь- ные частоты, $m_i$	Теоретиче- ские частоты $m_i' = p_i(t) N$	$m_i - m_i'$	$(m_i - m_i')^2$	$\frac{(m_i - m_i')^2}{m_i'}$
1	1	1,69	0,69	0,48	0,281
2	6	3,32	2,68	6,63	1,990
3	5	4,6	0,4	0,16	0,0348
4	3	4,48	-1,48	2,18	0,0340
5	3	3,16	-0,16	0,26	0,477
6	2	1,45	0,55	0,3	0,208

Данные граф 1,2,3 табл.8.8 взяты из табл.8.5; в графах 2 и 3 даны соответственно эмпирические и теоретические частоты, а в графах 4 – 6 – расчетные значения величин, входящих в зависимость (8.33).

Просуммировав данные графы 6 табл. 8.8, получили величину критерия Пирсона

$$\sum_{i=1}^{20} \frac{(m_i - m_i')^2}{m_i'} = 3,15 \equiv \chi^2 .$$

После нахождения значения  $\chi^2$  определяем число степеней свободы  $K=n - r-1$ , где  $n$  – количество сравниваемых частот;  $r$  – число параметров теоретической функции распределения ( $r=2$  для нормального закона). В нашем случае  $n=6$ ,  $r=2$  и  $K=6-2-1=3$ . Из табл.3 (см. прил.1 для  $K=3$  и  $\chi^2=3,15$  выбираем наиболее близкое значение  $p(\chi^2)=0,3916$ . Так как  $0,3916 > 0,05$  – эмпирическая кривая распределения соответствует нормальному закону.

#### *Критерий Колмогорова $\lambda$*

Критерий Колмогорова является одним из лучших, если известны теоретические значения параметров распределения. Этот критерий также применяется и в случаях, когда параметры неизвестны, но в этом случае он дает немного завышенные оценки. Рассмотрим применение критерия для примера из табл.8.5.



## Основы теории надежности

$$\lambda = D_{\max} \sqrt{N}, \quad (8.34)$$

где

$$D_{\max} = (m_{i0} - m'_{i0})_{\max} / N, \quad (8.35)$$

$m_{i0}$  – накопленные эмпирические частоты;  $m'_{i0}$  – накопленные теоретические частоты;  $(m_{i0} - m'_{i0})_{\max}$  – максимальное значение разницы между накопленными эмпирическими и теоретическими частотами;  $N$  – количество исследуемых инструментов (размер выборки).

Необходимые для расчета  $\lambda$  данные представлены в табл.8.9. Графы 1-3 табл.8.9 заимствованы из табл.8.8; в графах 4 и 5 приведены эмпирические и теоретические накопленные частоты как сумма предыдущих частот. Затем находится разница между накопленными частотами (графа 6), максимальные значения этой разницы  $(m_{i0} - m'_{i0})_{\max}$ , определяется  $D_{\max}=2,39/20=0,12$  (графа 7) и вычисляется  $\lambda$  по формуле (8.35).

Таблица 8.9

Определение критерия Колмогорова  
(партия сверл диаметром 13,0 мм,  $N = 20$ )

№ п/п	Экспериментальные частоты $m_i$	Теоретические частоты $m'_i$	Накопленные частоты		$m_{i0} - m'_{i0}$	$D_{\max} = \frac{(m_{i0} - m'_{i0})_{\max}}{N}$	$\lambda = D_{\max} \sqrt{N}$
			$m_{i0}$	$m'_{i0}$			
1	1	1,69	1	1,69	-0,69	$\frac{2,39}{20} = 0,12$	$0,12 \sqrt{20} = 0,536$
2	6	3,32	7	5,01	+1,99		
3	5	4,6	12	9,61	+2,39		
4	3	4,48	15	14,09	+0,91		
5	3	3,16	18	17,25	+0,75		
6	2	1,45	20	18,7	+ 1,3		

Для рассчитанного значения  $\lambda=0,536$  по табл.4 (см. прил.1) находим, что для ближайшего  $\lambda =0,5$  величина  $P(\lambda)=0,9639$ , т.е., с вероятностью в 96 % теоретическая кривая нормального распределения аппроксимирует экспериментальное распределение

ление стойкости партии сверл.

### 8.1.7.2. Применение вероятностной бумаги

Рассмотрим интегральную функцию нормального распределения

$$F(T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^T e^{-\frac{(T-a)^2}{2\sigma^2}} dT . \quad (8.36)$$

Для нормированного и центрированного распределения имеем:

$$F_0(T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^T e^{-\frac{T^2}{2}} dT . \quad (8.37)$$

Из уравнений (8.36) и (8.37) получим:

$$F(T) = F_0\left(\frac{T-a}{\sigma}\right). \quad (8.38)$$

Но

$$\frac{T-a}{\sigma} = U_p \quad (8.39)$$

- квантиль нормального распределения, отвечающая вероятности  $P$  и удовлетворяющая уравнению

$$F_0(U_p) = P . \quad (8.40)$$

Значение  $U_p$  для нормального распределения даны в табл.5 (см. прил.1). В уравнениях (8.38)-(8.40) величины  $a=T_{cp}$  и  $\sigma=S$  - параметры распределения.

Уравнение

$$F_0\left(\frac{T-T_{cp}}{S}\right) = F(T) \equiv P \quad (8.41)$$

есть уравнение прямой линии в координатах "время работы инструмента – функция распределения (накопленная частота, вероятность)". Поэтому, если экспериментальные результаты стойкостных испытаний располагаются близко к прямой линии, то это свидетельствует об их совпадении с законом, для которого была построена вероятностная бумага.

Рассмотрим построение вероятностной бумаги для нормального распределения. По оси ординат будем отмечать значе-

ния функции распределения  $F(T)$  (или накопленные частоты  $v_i$ ) в зависимости от  $T$ .

*Порядок построения вероятностной бумаги для закона нормального распределения:*

- Из серии переменных значений стойкости находится зона рассеивания величины  $T$ :

$$\Delta T = T_{\max} - T_{\min} . \quad (8.42)$$

- Выбираем ширину графика (длина шкалы)  $L$  в мм  $L=200$  мм;

- Определяем масштабный коэффициент шкалы

$$K_T = L / (T_{\max} - T_{\min}) = 200 / (T_{\max} - T_{\min}) . \quad (8.43)$$

- На оси абсцисс отмечаем значения  $T$  с учетом коэффициента шкалы

$$S_T = K_T T = 200 T / (T_{\max} - T_{\min}) . \quad (8.44)$$

- Для построения шкалы  $F(T)$  функции распределения берем значения  $F_{\min} = 0,001$  и  $F_{\max} = 0,999$ . По таблице функции нормального распределения и табл.5 (прил.1) определяем  $U_{p_{\max}}$  и  $U_{p_{\min}}$ :

Для  $P = 0,999$   $U_{p_{\max}} = 3,09$ ; для  $P = 0,001$   $U_{p_{\min}} = -3,09$ .

- По аналогии с (8.42) масштабный коэффициент по оси ординат ( $L=200$  мм)

$$K_F = L / (U_{p_{\max}} - U_{p_{\min}}) = 200 / (3,09 - (-3,09)) = 200 / 6,18 = 32,4 . \quad (8.45)$$

- Величина ординаты может быть рассчитана по зависимости

$$S_F = 32,4 U_p . \quad (8.46)$$

Используя таблицу 5 (прил.1) и уравнение (8.46), определяем  $S_F$  для выбранных значений  $U_p$  (от  $U_p = -3,09$  до  $U_p = +3,09$ ). По оси ординат, напротив соответствующих значений, отмечаем величины функции  $F(T)$ .

Вероятностная бумага позволяет оценить параметры распределения. Для нормального распределения  $a = T_{cp} = M_x$  - математическое ожидание стойкости;  $\sigma = S$  - среднее квадратическое отклонение.

Для определения величины  $a = T_{cp}$  используем уравнение

$$(8.39) \quad \frac{T - a}{\sigma} = U_p . \text{ Если } a = T_{cp}, \text{ то } F(T) = 0,5 \text{ ( см. табл. 5, прил.1).}$$

Иными словами, точка пересечения прямой графика на вероятностной бумаге с линией, соответствующей  $F(T)=0,5$ , проведенной параллельно оси абсцисс, будет соответствовать средней стойкости  $T_{cp} = M_x$ .

Для нахождения  $\sigma$  используем уравнения (8.39) и (8.46):

$$\sigma = (T - a) / U_p = \frac{32,4}{K_T} \operatorname{ctg} \dot{\alpha}, \quad (8.47)$$

где  $\dot{\alpha}$  - угол наклона линии графика относительно оси T.

В приложении 2 приведена вероятностная бумага нормального распределения, построенная по вышеописанной методике с длиной шкалы 200 мм.

*Примеры.* По данным стойкостных исследований сверл диаметром 13 мм (табл.8.3 и 8.4) установить закон распределения стойкости сверл и оценить его параметры, пользуясь вероятностной бумагой нормального распределения. Определим значения эмпирической функции распределения  $F(T)$  (накопленные частоты  $v_i$ ) по формуле (8.27):

$$F(T) = v_i = \frac{i - 0,5}{N},$$

где  $i$  – порядковый номер инструмента в вариационном ряду;  $N$  – общее число испытаний (табл.8.10).

Определяем  $\Delta T$ :

$$\Delta T = T_{\max} - T_{\min} = 304.$$

$$\text{Для } L=200 \text{ мм } K_T = L / \Delta T = 200/304=0,66.$$

Нанося данные граф 2 и 3 из табл.8.10 на график (см.прил.2), видим, что они располагаются вблизи прямой линии, что свидетельствует о соответствии экспериментальных данных теоретическому закону нормального распределения.

Таблица 8.10

Эмпирическая функция распределения стойкости сверл

№ п/п	$T_i$	$F(T) = v_i = \frac{i-0.5}{N}$	№ п/п	$T_i$	$F(T) = v_i = \frac{i-0.5}{N}$
1	260	0,025	11	392	0,525
2	302	0,075	12	408	0,575
3	324	0,125	13	436	0,625

4	328	0,175	14	452	0,675
5	340	0,225	15	456	0,725
6	344	0,275	16	482	0,775
7	350	0,325	17	488	0,825
8	382	0,375	18	496	0,875
9	384	0,425	19	536	0,925
10	386	0,475	20	564	0,975

*Примечание.* Если в серии испытаний стойкости  $T_1, T_2, \dots, T_n$  имеются одинаковые значения, на вероятностной бумаге необходимо отмечать средние арифметические значения  $F(T)$ .

В точке пересечения прямой линии с осью абсцисс, которая проходит через  $F(T)=0,5$ , получаем величину  $a=T_{cp}=406$ . Изменив угол  $\alpha=30^\circ$ , по уравнению (8.47) определяем  $\sigma=32,4 \cdot 1,73/0,66 = 85$ .

Если сравнивать полученные значения  $T_{cp}$  и  $\sigma$  с рассчитанными (графы 6 и 7 табл.8.4), можно видеть, что они одинаковы.

### **8.1.8. Оценка существенности различия средних значений стойкости**

Во время проведения сравнительных исследований стойкости режущих инструментов иногда необходимо объективно оценить качество одинаковых инструментов, например, сверл диаметром 13 мм, но изготовленных из различных инструментальных материалов.

Одним из объективных факторов оценки является сравнение средних величин стойкости двух партий инструментов с целью определения существенного различия между этими величинами по критерию Стьюдента (8.22):

$$t = \frac{|T_1 - T_2|}{\sqrt{N_1 S_1^2 + N_2 S_2^2}} \sqrt{\frac{N_1 N_2 (N_1 + N_2 - 2)}{N_1 + N_2}},$$

где  $T_1 S_1 N_1$  – соответственно средняя стойкость, дисперсия и количество исследуемых инструментов первой партии;  $T_2 S_2 N_2$  – те же данные для второй партии инструментов.

Если окажется, что для выбранного уровня значимости (обычно  $q=5\%$ ) или вероятности  $p=(1- q/100)$  и для количества степеней свободы  $K=N_1+N_2-2$  табличная величина критерия  $t_q$  меньше рассчитанной величины  $t$ , то разница средних величин

стойкости будет существенной; в случае, когда  $t < t_q$ , различие не существенно.

*Пример.* Необходимо оценить существенный характер разницы средних значений стойкости двух партий сверл по 20 штук диаметром 13 мм. Обрабатываемый материал – сталь 45, режимы резания – нормативные, первая партия сверл изготовлена из Р6Ф2К6М5, вторая из Р18.

Для сверл из Р6Ф2К6М5 средняя величина стойкости  $T_1 = 536$  отверстий, среднее квадратическое отклонение  $S_1 = 88$  отверстий; для второй партии соответственно  $T_2=406$ ,  $S_2 = 84$ . Определим  $t$  по формуле (8.22):

$$t = \frac{536 - 406}{\sqrt{20 \cdot 88^2 + 20 \cdot 84^2}} \sqrt{\frac{20 \cdot 20(20 + 20 - 2)}{20 + 20}} = 4,65$$

Вычисляем число степеней свободы  $K = 20+20-2=38$ .

Согласно табл.6 (см. прил.1) для  $K = 38$  и  $p=0,95$  находим, что  $t_q=2,0204$ . Так как  $t = 4,65 > 2,024$ , разница между средними значениями стойкости сверл из Р18 и Р6Ф2К6М5 существенна, что можно объяснить лучшими режущими свойствами быстрорежущей стали Р6Ф2К6М5.

## 8.2. Расчет показателей надежности инструмента

Под надежностью режущего инструмента понимается его способность сохранять без отказов свое качество (режущие свойства) в определенных условиях эксплуатации. Отказы инструментов могут быть окончательными и восстанавливаемыми, постепенными и внезапными. Постепенные отказы возникают в случае плавного изменения тех параметров инструмента, которые определяют его качество. Внезапные отказы определяются неожиданными изменениями параметров инструмента, определяющих его качество, например, в результате поломки.

Надежность режущих инструментов может быть оценена по следующим показателям:

- частота отказов  $a$  (Т) или плотность вероятности стойкости  $f(T)$ ;
- вероятность безотказной работы или функция надежности  $P(T)$ , то есть вероятность того, что во время заданного интервала или в пределах заданного периода стойкости не возникнут отказы инструмента.

Если  $F(T)$  – функция распределения времени работы без отказов  $T$ , то вероятность безотказной работы или функция надежности

$$P(T) = 1 - F(T) ; \quad (8.48)$$

- Среднее время безотказной работы (средняя стойкость) определяется как математическое ожидание случайной величины – стойкости инструмента

$$T_{cp} = M_x = \int_0^{\infty} P(T)dt . \quad (8.49)$$

Среднее время безотказной работы может быть определено по результатам исследования стойкости как среднее арифметическое значение стойкости в партии из  $N$  испытанных инструментов:

$$T_{cp} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} T_i . \quad (8.50)$$

- Интенсивность отказов  $\lambda(T)$  – это условная плотность вероятности отказов инструмента в заданный момент времени  $T$ , определенная при условии, что до этого момента отказов не происходило:

$$\lambda(T) = \frac{f(T)}{1 - F(T)} = \frac{f(T)}{P(T)} . \quad (8.51)$$

- Гарантийная (гамма-процентная) стойкость  $T(P)$  – это период стойкости, во время которого с определенной заданной вероятностью  $P$  (0,9 или 0,95) гарантируется выполнение служебного назначения инструмента в определенных условиях эксплуатации. Гарантийная стойкость может быть вычислена по функции надежности  $P(T)$  при известном законе распределения стойкости и найдена по графику " $P(T)$ - $T$ ".

Определим характеристики надежности инструмента при известном законе распределения стойкости.

*Стойкость режущих инструментов распределяется по нормальному закону, который определяется по уравнениям (8.36 ) и (8.38)*

Используя данные исследования стойкости сверл диаметром 13 мм с нормальными режимами резания (табл.8.4), где распределения стойкости, как было показано выше, подчиняется нормальному закону с параметрами:  $a=T_{cp}=406$ ;  $\sigma=84$ , запишем

функцию распределения стойкости сверл

$$F(T) = F_0 \left( \frac{T - 406}{84} \right). \quad (8.52)$$

1. Вероятность безотказной работы  $P(T)$

В соответствии с уравнением (8.48) имеем

$$P(T) = 1 - F(T) = 1 - F_0 \left( \frac{T - a}{\sigma} \right). \quad (8.53)$$

Так как

$$F_0(-T) = 1 - F_0(T), \quad (8.54)$$

то

$$P(T) = 1 - F_0 \left( \frac{T - a}{\sigma} \right) = F_0 \left( \frac{a - T}{\sigma} \right). \quad (8.55)$$

Подставляя в формулы значения  $T$  из табл.8.4 и используя функции нормального распределения  $F_0(T)$  в соответствии с табл. 5 и 7, прил.1, получаем:

$$T=0: \quad P(0) = 1 - F_0 \left( \frac{0 - 406}{84} \right) = 1 - F_0(-4,83) = F(4,83) = 0,99999;$$

$$T=260: \quad P(260) = 1 - F_0 \left( \frac{260 - 406}{84} \right) = F_0(1,74) = 0,96;$$

$$T=310: \quad P(310) = 1 - F_0 \left( \frac{310 - 406}{84} \right) = F_0(1,12) = 0,87;$$

$$T=360: \quad P(360) = 1 - F_0 \left( \frac{360 - 406}{84} \right) = 0,71;$$

$$T=410: \quad P(410) = 0,48;$$

$$T=460: \quad P(460) = 0,26;$$

$$T=510: \quad P(510) = 0,11;$$

$$T=560: \quad P(560) = 0,03.$$

2. Частота отказов или плотность вероятности стойкости  $f(T)$  определяется по формуле (8.23)

$$f(T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(T-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad \text{а для нормированного центрированного распределения ( формула 8.26)}$$



$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}},$$

$$\text{где } t = \frac{T_i - T_{\text{cp}}}{\sigma} \quad (8.25).$$

Из (8.26) следует, что

$$f(t) = f(-t), \quad (8.56)$$

где

$$f(T) = \frac{1}{\sigma} f\left(\frac{T-a}{\sigma}\right) = \frac{1}{\sigma} f\left(\frac{T_i - T_{\text{cp}}}{\sigma}\right). \quad (8.57)$$

Значения  $f(T)$  приведены в табл.2, прил.1.

Рассчитаем значения  $f(T)$  по формуле (8.57), используя данные табл. 8.4:

$$T=0: \quad f(0) = \frac{1}{84} f\left(\frac{0-406}{84}\right) = \frac{1}{84} f(-4,83) = \frac{1}{84} f(4,83) = 0;$$

$$T=260: \quad f(260) = \frac{1}{84} \left(\frac{260-406}{84}\right) = 1,05 \cdot 10^{-3};$$

$$T=310: \quad f(310) = 2,57 \cdot 10^{-3};$$

$$T=360: \quad f(360) = 4,1 \cdot 10^{-3};$$

$$T=410: \quad f(410) = 4,74 \cdot 10^{-3};$$

$$T=460: \quad f(460) = 3,87 \cdot 10^{-3};$$

$$T=510: \quad f(510) = 2,2 \cdot 10^{-3};$$

$$T=560: \quad f(560) = 0,81 \cdot 10^{-3}.$$

3. Интенсивность отказов в соответствии с зависимостью (8.51)  $\lambda(T) = f(T)/[1-F(T)] = f(T)/P(T)$  определяется для партии сверл, используя расчетные значения для  $f(T)$  и  $P(T)$ :

$$T=260: \quad \lambda(260) = 1,05 \cdot 10^{-3}/0,96 = 1,1 \cdot 10^{-3};$$

$$T=310: \quad \lambda(310) = 2,57 \cdot 10^{-3}/0,87 = 2,96 \cdot 10^{-3};$$

$$T=360: \quad \lambda(360) = 5,8 \cdot 10^{-3};$$

$$T=410: \quad \lambda(410) = 9,9 \cdot 10^{-3};$$

$$T=460: \quad \lambda(460) = 14,9 \cdot 10^{-3};$$

$$T=510: \quad \lambda(510) = 20 \cdot 10^{-3};$$

$$T=560: \quad \lambda(560) = 27 \cdot 10^{-3}.$$

4. Гарантийная стойкость  $T(P)$  при заданной вероятности  $P$  рассчитывается, если известны теоретические функции распределения стойкости. Для нормального распределения:

$$P(T) = 1 - F(T) = 1 - F_0 \left( \frac{T - T_{cp}}{\sigma} \right),$$

откуда

$$F_0 \left( \frac{T - T_{cp}}{\sigma} \right) = 1 - P(T) . \quad (8.58)$$

Но

$$\left( \frac{T(P) - T_{cp}}{\sigma} \right) = U_P \quad \text{и} \quad F_0(U_P) = 1 - P. \quad (8.59)$$

Задаваясь вероятностями  $P=0,9$  и  $P=0,95$ , найдем по (8.59) значения функций и  $U_P$  по табл.5, прил.1:

$$P=0,95: \quad \frac{T(0,95) - 406}{84} = - \quad - \quad 1,645;$$

$$F_0 \left( \frac{T(0,95) - 406}{84} \right) = 0,05 ;$$

$$T(0,95) = 406 - 1,645 \cdot 84 = 268 ;$$

$$P=0,9: \quad \frac{T(0,9) - 406}{84} = - 1,282; \quad F_0 \left( \frac{T(0,9) - 406}{84} \right) = 0,1;$$

$$T(0,9) = 406 - 1,282 \cdot 84 = 290 .$$

Расчетные характеристики надежности сверл (по данным табл. 8.4) сведены в табл.8.11 и показаны на рис. 8.5.

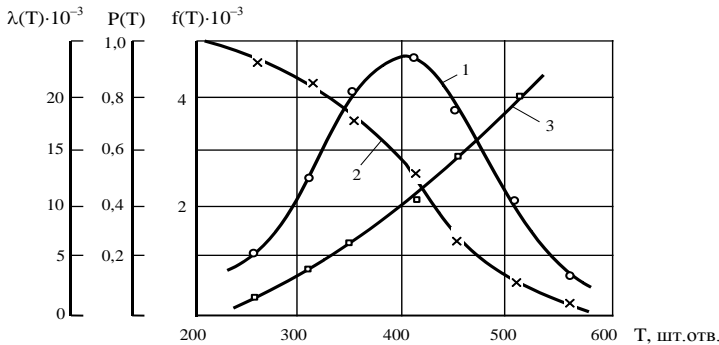


Рис. 8.5. Характеристики надежности спиральных сверл диаметром 13 мм из P18 ( $V = 27,7$  м/мин,  $S = 0,28$  мм/об); кривые: 1 –  $f(T)$ ; 2 –  $P(T)$ ; 3 –  $\lambda(T)$

*Рассеивание стойкости партии инструмента соответствует  $\gamma$ -распределению (рис. 8.3, 8.4, табл. 8.7).*

Частота отказов для  $\gamma$ -распределения рассчитывается по зависимости (8.28), а остальные характеристики – по известным формулам /17, 27/:

Функция надежности

$$P(T) = 1 - F(T) = 1 - \int_0^T f(T) dT = 1 - \frac{m^r}{\Gamma(r)} \int_0^T T^{r-1} e^{-mT} dT. \quad (8.60)$$

Если  $r$  – целое число, то функция надежности для  $\gamma$  – распределения приближенно может быть найдена из выражения /27/:

$$P(T) = e^{-mT} \sum_{k=0}^{r-1} \frac{(mT)^k}{k!}. \quad (8.61)$$

Интенсивность отказов

$$\lambda(T) = \frac{f(T)}{1 - F(T)} = \frac{f(T)}{P(T)} = \frac{m^r T^{r-1}}{\Gamma(r) \sum_{k=0}^{r-1} \frac{(mT)^k}{k!}}. \quad (8.62)$$

Характеристики надежности метчиков М12х1,75, рассчитанные по формулам (8.28), (8.61)-(8.62), показаны на рис.8.4, а для метчиков М16х1 и М18х1 – в табл.8.12 (обозначения партий инструментов цифрами I и II – то же, что и в табл.8.7 и на рис.8.4).

Таблица 8.11

Характеристики надежности спиральных сверл диаметром 13 мм из быстрорежущей стали Р18, рассеивание стойкости которых подчиняется нормальному закону распределения

№ п/п	Интервалы стойкости Т	Расчетные значения $T_i$	$T_{cp}$	$\sigma$	Функция надежности $P(T) = 1 - F_0\left(\frac{T_i - T_{cp}}{\sigma}\right)$	Частота отказов $f(T) = \frac{1}{\sigma} \times x f\left(\frac{T_i - T_{cp}}{\sigma}\right)$	Интенсивность отказов $\lambda(T) = \frac{f(T)}{P(T)}$	Гарантийная стойкость Т(Р)		$\frac{T_i - T_{cp}}{\sigma}$
								Р=0,95	Р=0,9	
1	0-260	0	406	84	0,99999	0	0	268	290	- 4,83
2	260-310	260			0,96	$1,05 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$			- 1,74
3	310-360	310			0,87	$2,57 \cdot 10^{-3}$	$2,96 \cdot 10^{-3}$			- 1,12
4	360-410	360			0,71	$4,1 \cdot 10^{-3}$	$5,8 \cdot 10^{-3}$			
5	410-460	410			0,48	$4,74 \cdot 10^{-3}$	$9,9 \cdot 10^{-3}$			
6	460-510	460			0,26	$3,87 \cdot 10^{-3}$	$14,9 \cdot 10^{-3}$			
7	510-560	510			0,11	$2,20 \cdot 10^{-3}$	$20 \cdot 10^{-3}$			
8	560	560			0,03	$0,81 \cdot 10^{-3}$	$27 \cdot 10^{-3}$			

Гарантийные стойкости  $T(0,9)$  метчиков M16x1 и M18x1 находились по кривым "P(T)–T".

Из представленных данных видно, что использование элементов теории надежности для обработки результатов стойкостных испытаний инструмента позволяет объективно оценить эффективность применения новых быстрорежущих сталей вместо P18 (сверла); специальных электроизолирующих оправок для снижения износа (метчики). Такой подход оказался полезным при проведении исследований стойкости твердосплавных неперетачиваемых пластин из твердых сплавов, облученных электронами высоких энергий; оценке эффективности быстрорежущих сталей сложнлегированных и с повышенным содержанием углерода, а также инструментов с износостойкими покрытиями; для доказательства взаимосвязи между износостойкостью инструментальных материалов и величиной абсолютной термо-ЭДС как физической характеристикой структурно-энергетического состояния материала и др. Некоторые дополнительные данные по расчету характеристик надежности режущих инструментов различных типов /29-32/ представлены на рис.2-5, прил.2.

Таблица 8.12

Характеристики надежности метчиков

Метчики М 16×1									
Интервалы стойкости	Средина интервала	I				II			
		$f(T) \cdot 10^{-5}$	P(T)	$\lambda(T) \cdot 10^{-4}$	T(0,9)	$f(T) \cdot 10^{-5}$	P(T)	$\lambda(T) \cdot 10^{-4}$	T(0,9)

## Основы теории надежности

1050-	2188	13,9	0,8	1,62		9,31	0,9	0,10	
3325	4463	9	6	2,82		8,89	3	1,08	
3326-	6738	14,5	0,5	3,45	18	6,74	0,8	1,07	
5600	9013	7	2	3,79	20	5,02	2	1,04	30
5601-	11288	8,52	0,2	4,00		6	0,6	0,99	00
7875	13563	3,94	5			3,62	3	0,96	
7876-	15838	1,60	0,1			2,56	0,4	0,92	
10150	18113		0			1,79	8	0,89	
10151-	20388		0,0			1,23	0,3	0,86	
12425			4			0,84	6		
12426-							0,2		
14700							7		
14701-							0,1		
16975							9		
16976-							0,1		
19250							4		
19251-							0,1		
21525							0		
T <sub>0</sub> =3285      f(T <sub>0</sub> )=16,06 · 10 <sup>-5</sup>						T <sub>0</sub> =2656;      f(T <sub>0</sub> )=9,62 · 10 <sup>-5</sup>			
Метчики М 18x1									

## Основы теории надежности

500-	1300	22,6	0,9	2,50		11,7	0,9	1,24	20 00
2100	2900	22,2	0	3,92		12,1	5	1,50	
2101-	4500	11,9	0,5	4,70		10,2	0,8	1,58	
3700	6100	5,09	4	5,06	13	7,9	1	1,66	
3701-	7700	1,98	0,2	5,20	30	5,8	0,6	1,58	
5300	9300		5			4,2	5	1,55	
5301-	10900		0,1			2,9	0,4	1,45	
6900	12500		0			2,1	8	1,52	
6901-	14100		0,0			1,4	0,3	1,44	
8500	15700		4			0,98	7	1,78	
8501-							0,2		
10100							7		
10101-							0,2		
11700							0		
11701-							0,1		
13300							4		
13301-							0,1		
14900							0		
14901-							0,0		
16500							6		
$T_0 = 2035; f(T_0) = 24,9 \cdot 10^{-5}$						$T_0=2230; f(T_0) = 12,43 \cdot 10^{-5}$			

Примечание.  $T_0$  – стойкость, при которой значение функции плотности вероятности стойкости  $f(T)$  имеет максимальное значение  $f_{\max}(T) = f(T_0)$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Надежность и эффективность в технике: Справочник: В 10 т. / Ред. совет: В.С. Авдуевский (пред.) и др. – М.: Машиностроение, 1986. Т.1: Методология. Организация. Терминология / Под ред. А.И. Рембезы. - 224 с.
2. Проников А.С. Надежность машин. - М.: Машиностроение, 1978.- 592 с.
3. ГОСТ 27. 001-95 Система стандартов «Надежность в технике». Основные положения.
4. ГОСТ 27. 002-89 Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения.
5. ГОСТ 27. 003-90 Надежность в технике. Состав и общие правила задания требований по надежности.
6. ГОСТ 27. 004-85 Надежность в технике. Системы технологические. Термины и определения.
7. ГОСТ 27. 202-83 Надежность в технике. Технологические системы. Методы оценки надежности по параметрам качества изготавливаемой продукции.
8. ГОСТ 27. 203-83 Надежность в технике. Технологические системы. Общие требования к методам оценки надежности.
9. ГОСТ 27. 204-83 Надежность в технике. Технологические системы. Технические требования к методам оценки надежности по параметрам производительности.
10. ГОСТ 27. 301-95 Надежность в технике. Расчет надежности. Основные положения.
11. ГОСТ 27. 310-95 Надежность в технике. Анализ видов, последствий и критичности отказов. Основные положения.
12. ГОСТ 27. 402-95 Надежность в технике. Планы испытаний для контроля средней наработки до отказа (на отказ). Ч.1. Экспоненциальное распределение.
13. ГОСТ 27. 410-87 Надежность в технике. Методы контроля показателей надежности и планы контрольных испытаний на надежность.
14. Голинкевич Т.А. Прикладная теория надежности. - М.: Высшая школа, 1977.- 159 с.
15. Коршунов Ю.М. Математические основы кибернетики. - М.: Энергия, 1980.- 424 с.
16. Диткин В.А., Прудников А.П. Операционное исчис-



ление: Учеб. пособие для вузов. - М.: Высшая школа, 1975.- 407 с.

17. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. - М.: Наука, 1965.- 524 с.

18. Розанов Ю.А. Случайные процессы. - М.: Наука, 1979.- 184 с.

19. Справочник по надежности: В 3 т./ Под ред. В.Г. Ирсона. - М.: Мир, 1969-1970.

20. Косточкин В.В. Надежность авиационных двигателей и силовых установок. - М.: Машиностроение, 1976.- 248 с.

21. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. - М.: Наука, 1969. – 511 с.

22. Кубарев А.И., Панфилов Е.А., Хохлов Б.И. Надежность машин, оборудования и приборов бытового назначения. - М.: Легпромбытиздат, 1987.- 336 с.

23. ГОСТ 16504-81 Система государственных испытаний продукции. Испытания и контроль качества продукции. Основные термины и определения.

24. Кацев П.Г. Статистические методы исследования режущего инструмента. - М.: Машиностроение, 1968.

25. Шор Я.Б., Кузьмин Ф.И.. Таблицы для анализа и контроля надежности. - М.: Советское радио, 1968.

26. Герцбах И.Б., Кордонский Х.Б. Модели отказов. - М.: Советское радио, 1966.

27. Справочник по надежности. Т.1. / Под ред. Б.Л. Левина. - М.: Мир, 1969.

28. Повышение надежности метчиков в автоматизированном производстве /Рыжкин А.А., Дмитриев В.С., Солоненко В.Г., Матвеев Ю.А.// Станки и инструмент, 1971. №12. - С.19-21.

29. Рыжкин А.А., Матвеев Ю.А. Анализ вероятностных закономерностей стойкости сверл из быстрорежущих сталей // Металлорежущие станки и прогрессивные методы обработки материалов резанием: Сб.ст. / РИСХМ. – Ростов н/Д, 1971. - С.148-157.

30. Рыжкин А.А., Филипчук А.И., Дмитриев В.С. Работоспособность спиральных сверл с коронками твердого сплава // Прогрессивные методы термической обработки в тракторном и сельскохозяйственном производстве: Сб. ст. / РИСХМ. – Ростов н/Д, 1977. - С. 128 – 136.

31. Колев Н.С., Рыжкин А.А., Мачурин Е.С. Стойкость твердосплавных пластин, облученных электронами высоких энергий // Системы автоматического управления металлорежущими станками и технологическими процессами в сельскохозяйственном машиностроении: Сб.ст. / РИСХМ. – Ростов н/Д, 1978. - С.3-7.

32. Рыжкин А.А., Илясов В.В. О связи между износостойкостью и физическими свойствами инструментальных материалов // Вестник машиностроения, 2000, № 12. - С.32-40.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1

#### ТАБЛИЦЫ ДЛЯ АНАЛИЗА И КОНТРОЛЯ НАДЕЖНОСТИ

Таблица 1

Критические значения  $g_0$  для оценки резко выделяющихся данных

$q$				
N	0,10	0,05	0,025	0,01
3	1,406	1,412	1,414	1,414
4	1,645	1,689	1,710	1,723
5	1,791	1,869	1,917	1,955
6	1,894	1,996	2,067	2,130
7	1,974	2,093	2,182	2,265
8	2,041	2,172	2,273	2,374
9	2,097	2,237	2,349	2,464
10	2,146	2,294	2,414	2,540
11	2,190	2,343	2,470	2,606
12	2,229	2,387	2,519	2,663
13	2,264	2,426	2,562	2,714
14	2,297	2,461	2,602	2,759
15	2,326	2,493	2,638	2,800
16	2,354	2,523	2,670	2,887
17	2,380	2,551	2,701	2,871
18	2,404	2,577	2,728	2,903
19	2,426	2,600	2,754	2,932
20	2,447	2,623	2,778	2,959

## Основы теории надежности

21	2,467	2,644	2,801	2,984
22	2,486	2,664	2,823	3,008
23	2,504	2,683	2,843	3,030
24	2,520	2,701	2,862	3,051
25	2,537	2,717	2,880	3,071

$$g = \frac{T_{\max} - T_{cp}}{S}; \quad g' = \frac{T_{cp} - T_{\min}}{S}; \quad P = 1 - q$$

Таблица 2

Плотность вероятности  $f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$  нормированного нормального распределения

 Таблица 2. Плотность вероятности  $f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{t^2}{2}}$  нормированного нормального распределения.

t	Сотые доли для t									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0,3989	3989	3989	3986	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0.1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0.2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0.3	3814	3802	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3712	3697
0.4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0.5	0,3521	3503	3467	3448	3429	3391	3391	3391	3372	3392
0.6	3332	3312	3292	3271	3251	3209	3209	3187	3166	3144
0.7	3123	3101	3079	3056	3034	2989	2989	2966	2943	2920
0.8	2897	2874	2850	2827	2803	2756	2756	2732	2709	2685
0.9	2661	2637	2613	2589	2565	2516	2516	2492	2468	2444
1.0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1.1	2179	2153	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1.2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1.3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1.4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1.5	0,1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1.6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	989	973	957
1.7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1.8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1.9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551

## Основы теории надежности

Окончание табл. 2

t	Сотые доли для t									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.0	0.06540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2.1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2.2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2.3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2.4	0223	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2.5	0,0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2.6	0136	0132	0125	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2.7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2.8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2.9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3.0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3.1	0032	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3.2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3.3	0017	0017	0016	0015	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3.4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3.5	0,0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3.6	0,0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3.7	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003	0003
3.8	0003	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002
3.9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

## Основы теории надежности

 Таблица 3  
 Распределение Пирсона  $\chi^2$ 

$\chi^2$ \ K	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,6065	0,8013	0,9098	0,9686	0,9856	0,9948	0,9982	0,9994	0,998
2	3679	5724	7358	8491	9197	9810	9810	9915	9963
3	2231	3916	5578	7000	8088	9344	9344	9643	9814
4	1353	2625	4060	5494	6767	8571	8571	9114	9473
5	0821	1718	2073	4159	5438	6600	7576	8343	8912
6	0,0998	1116	1991	3062	4232	5398	6272	7399	8153
7	0302	0719	1359	2062	3208	4289	5366	6371	7254
8	0183	0460	0916	1562	2381	3326	4335	5341	6288
9	0111	0293	0611	1091	1736	2527	3423	4373	5321
10	0067	0186	0404	0752	1247	1886	2650	3505	4405
11	0041	0117	0266	0514	0884	1386	2017	2757	3575
12	0025	0074	0174	0348	0620	1006	1512	2133	2851
13	0015	0076	0113	0234	0430	0721	1119	1626	2237
14	0009	0029	0073	0156	0296	0512	0818	1223	1730
15	0006	0018	0047	0104	0203	0360	0591	0909	1321
16	0003	0011	0030	0068	0138	0251	0424	0669	0996
17	0002	0007	0019	0045	0093	0174	0301	0487	0744
18	0001	0004	0012	0029	0062	0120	0212	0352	0550
19	0001	0003	0008	0019	0042	0082	0149	0252	0403
20	0000	0002	0005	0013	0028	0056	0103	0179	0293
21	0000	0001	0003	0008	0018	0038	0071	0126	0211
22	0000	0001	0002	0005	0012	0025	0049	0089	0151
23	0000	0000	0001	0003	0008	0017	0034	0062	0107
24	0000	0000	0001	0002	0005	0011	0022	0043	0076
25	0000	0000	0001	0000	0003	0008	0016	0030	0053
26	0000	0000	0000	0001	0002	0005	0010	0020	0037
27	0000	0000	0000	0001	0001	0003	0007	0014	0026
28	0000	0000	0000	0000	0001	0002	0005	0010	0018
29	0000	0000	0000	0000	0001	0001	0003	0006	0012
30	0000	0000	0000	0000	0000	0001	0002	0004	0009

Таблица 4  
Значения вероятностей  $P(\lambda)$  для критерия Колмогорова  $\lambda$

$\lambda$	$P(\lambda)$	$\lambda$	$P(\lambda)$
0,30	1,0000	1,00	0,2700
0,35	0,9997	1,10	0,1777
0,40	0,9972	1,20	0,1122
0,45	0,9874	1,30	0,0681
0,50	0,9639	1,40	0,0397
0,55	0,9228	1,50	0,0222
0,58	0,8896	1,60	0,0120
0,60	0,8643	1,70	0,0062
0,64	0,8073	1,80	0,0032
0,65	0,7920	1,90	0,0015
0,70	0,7112	2,00	0,0007
0,75	0,6272	2,10	0,0003
0,80	0,5441	2,20	0,0001
0,85	0,4657	2,30	0,0001
0,90	0,3927	2,40	0,0000
0,95	0,3275	2,50	0,0000

Таблица 5  
Квантили нормального распределения  $U_p = U_F$  и коэффициенты  $S_F$

$F(T)=V_i$	$U_p=U_F$	$S_F$ ( $L=200$ )	$F(T)=V_i$	$U_p=U_F$	$S_F$ ( $L=200$ )	$F(T)=V_i$	$U_p=U_F$	$S_F$ ( $L=200$ )
0,001	-3,09	-100	0,14	-1,08	-35	0,86	+1,08	+35
0,002	-2,878	-93	0,16	-0,994	-32,2	0,88	+1,175	+38
0,003	-2,748	-88,8	0,18	-0,9154	-29,6	0,92	+1,405	+45,4
0,004	-2,652	-86	0,20	-0,84	-27,2	0,94	+1,555	+50,3
0,006	-2,512	-81,3	0,25	-0,6745	-21,8	0,95	+1,645	+53,2
0,007	-2,457	-78,4	0,30	-0,5444	-17,8	0,96	+1,751	+56,7
0,008	-2,409	-77,6	0,35	-0,3853	-12,5	0,97	+1,88	+61,0
0,009	-2,366	-76,6	0,40	-0,2533	-8,2	0,98	+2,054	+66,5
0,01	-2,326	-75,5	0,45	-0,1257	-4,1	0,99	+2,326	+75,5
0,02	-2,054	-66,5	0,50	0	0	0,995	+2,576	+83,3
0,03	-1,88	-61,0	0,55	+0,1257	+4,1	0,998	+2,878	+93
0,04	-1,751	-56,7	0,60	+0,2533	+8,2	0,999	+3,09	+100
0,05	-1,645	-53,2	0,65	+0,3853	+12,5			
0,06	-1,555	-50,3	0,70	+0,5244	+17,8			
0,07	-1,476	-47,6	0,75	+0,6744	+21,8			
0,08	-1,405	-45,4	0,80	+0,84	+27,2			
0,10	-1,282	-41,5	0,82	+0,9154	+29,2			
0,12	-1,175	-38	0,84	+0,994	+32,2			



Таблица 6  
Значения критерия Стьюдента  $t_\alpha$

Кол-во степеней свободы	Вероятность P			Кол-во степеней свободы	Вероятность P		
	0,9	0,95	0,99		0,9	0,95	0,99
1	6,31	12,71	63,66	14	1,76	2,15	2,98
2	2,92	4,30	9,33	16	1,75	2,12	2,92
3	2,35	3,18	5,84	18	1,73	2,10	2,88
4	2,13	2,78	4,60	20	1,73	2,09	2,85
5	2,02	2,57	4,03	25	1,71	2,06	2,79
6	1,94	2,45	3,71	30	1,70	2,04	2,75
7	1,90	2,37	3,50	40	1,68	2,03	2,70
8	1,86	2,31	2,36	60	1,67	2,00	2,66
9	1,83	2,26	3,25	120	1,66	1,98	2,62
10	1,81	2,23	3,17				
11	1,80	2,20	3,11				
12	1,78	2,18	3,06				
13	1,77	2,16	3,01				

## Основы теории надежности

Таблица 7  
Таблица функции нормального распределения

$$F_0(T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-z}^T e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

T		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359
0.1	0	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
0.2	0	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0.3	0	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0.4	0	6554	6591	6591	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0.5	0	6915	6950	6985	7019	7088	7088	7123	7157	7190	7224
0.6	0	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7455	7486	7517	7549
0.7	0	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7767	7794	7823	7852
0.8	0	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0.9	0	8159	8186	8212	8238	8264	8284	8315	8340	8365	8389
1.0	0	8413	8438	8361	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621
1.1	0	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1.2	0	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8990	8997	9015
1.3	0.9	0320	0490	0658	0824	0988	1149	1308	1466	1621	1774
1.4	0.9	1924	2073	2226	2364	2507	2647	2785	2922	2056	3189
1.5	0.9	3319	3448	3574	3699	3822	3943	4062	4179	4279	4408
1.6	0.9	4520	4630	4738	4845	4950	5053	5154	5254	5352	5449
1.7	0.9	5543	5637	5728	5818	5907	5994	6080	6164	6246	6327
1.8	0.9	6407	6485	6562	6637	6712	6784	6856	6926	6995	7062
1.9	0.9	7128	7193	7257	7320	7381	7441	7500	7558	7615	7670
2.0	0.9	7725	7778	7831	7882	7932	7982	8036	8077	8124	8169
2.1	0.9	8214	8257	8300	8341	8385	8422	8461	8500	8537	8571
2.2	0.9	8610	8645	8679	8713	8745	8778	8809	8840	8870	8899
2.3	0.9	8928	8956	8983	9010	9036	9061	9086	9111	9134	9163
2.4	0.99	1806	2024	2240	2451	2656	2857	3053	3244	3731	3613

Окончание табл.7

T		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.5	0,99	3790	3963	4132	4297	4457	4614	4766	4915	5060	5291
2.6	0,99	5339	5473	5603	5731	5855	5975	6093	6207	6319	6427
2.7	0,99	6533	6636	6736	6833	6928	7020	7110	7197	7282	7365
2.8	0,99	7445	7523	7599	7673	7744	7814	7880	7948	8012	8076
2.9	0,99	8134	8193	8250	8350	8359	8411	8462	8511	8559	8605
3.0	0,99	8650	8694	8736	8777	8817	8856	8893	8930	8965	8999
3.1	0,999	0324	0646	0957	1260	1553	1836	2112	2370	2636	2886
3.2	0,999	3129	3363	3590	3810	4024	4230	4429	4623	4810	4991
3.3	0,999	5166	5335	5499	5658	5813	5959	6103	6242	6376	6505
3.4	0,999	6631	6752	6869	6982	7091	7197	7299	7398	7493	7585
3.5	0,999	7674	7760	7842	7922	7999	8074	9146	8215	8282	8347

## Приложение 2

Дополнительные данные

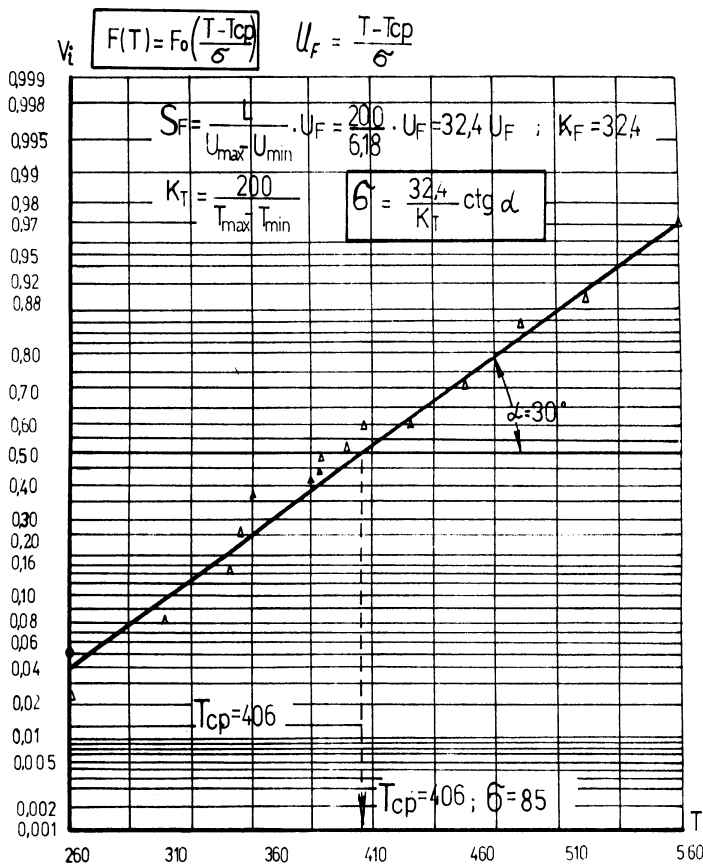


Рис. 1. Вероятностная бумага нормального распределения

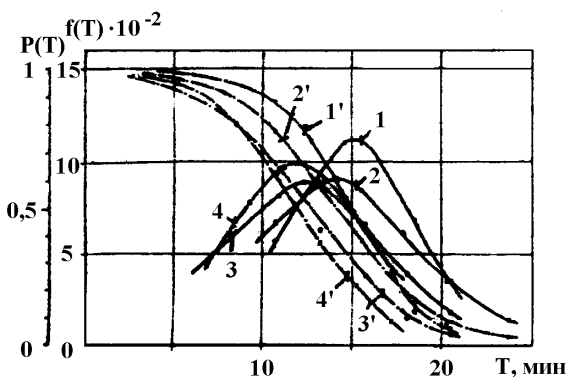


Рис. 2. Функции плотности вероятностей стойкости  $f(T)$  (кривые 1-4) твердосплавных пластин из ВК8 (форма 10114) и надежности  $P(T)$  (кривые 1'-4') при точении стали ШХ15

- 1 и 1' - вариант облучения №3;
  - 2 и 2' - вариант облучения № 2;
  - 3 и 3' - вариант облучения № 1;
  - 4 и 4' - необлученные пластины
- ( $V = 1,6$  м/с;  $S = 0,11 \cdot 10^{-3}$  м/об/. ;  $t = 0,5 \cdot 10^{-3}$  м):

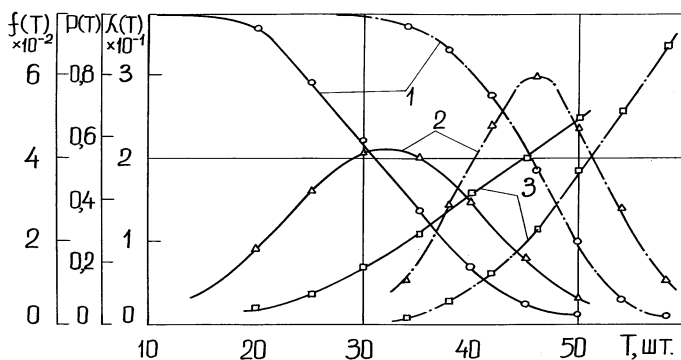


Рис. 3. Характеристики надежности концевых фрез из быстрорежущих сталей диаметром 22 мм при обработке стали

- 18Х2Н4ВА (HRC<sub>3</sub> 36-39);
- $V = 0,28$  м/с;  $S_{\text{мин}} = 1,8 \cdot 10^{-3}$  м/с:
- 1 - функции надежности  $P(T)$ ; 2 – плотности вероятности

## Основы теории надежности

стойкости  $f(T)$ ;  
 3 – интенсивность отказов  $\lambda(T)$ ; сплошные кривые – Р6М5;  
 штрихпунктирные кривые – 10Р6М5

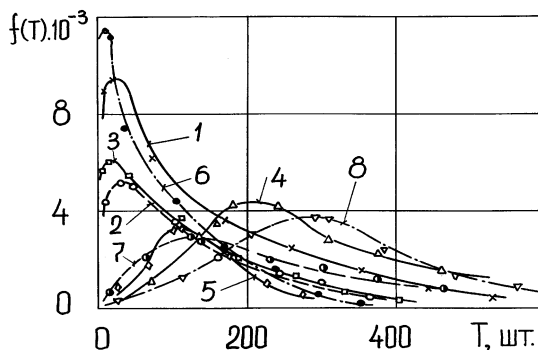
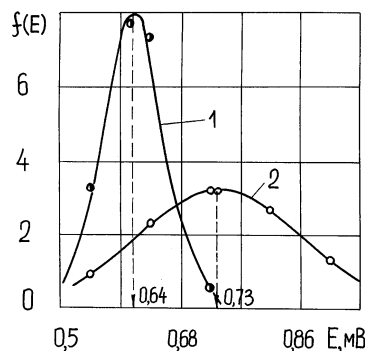


Рис. 4. Плотности вероятностей стойкости  $f(T)$  сверл диаметром 13 мм из разных марок быстрорежущих сталей при обработке глухих отверстий в стали 45:

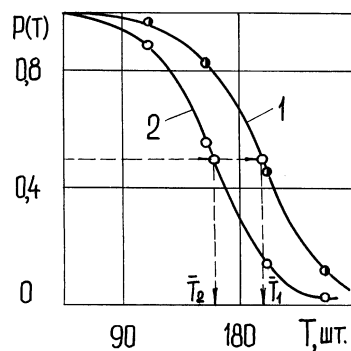
1 - Р6М5; 2 - Р18; 3 - Р9Ф5; 4 - Р6М4Ф4; 5 - Р8МЗФ4; 6 - Р4М4Ф4;

7 - Р12Ф2К8М3; 8 - Р6Ф2К8М5

( $V = 0,36$  м/с;  $S = 0,28 \cdot 10^{-3}$  м/об, охлаждение – 5%-ная эмульсия)



## Основы теории надежности



а)

б)

Рис. 5. Плотности вероятностей относительной термо-ЭДС  $f(E)$  (а) и функции надежности  $P(T)$  (б) спиральных сверл диаметром 14 мм из быстрорежущих сталей: 1 – 10P6M5; 2 – P6M5 (обрабатываемый материал – сталь 45;  $V = 0,55$  м/с;  $S = 0,28 \cdot 10^{-3}$  м/об)