



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра «Основы конструирования машин»

Практикум
по дисциплине

**«Методология
оптимизационных
проектов»
Часть 1**

Автор
Дьяченко А. Г.

Ростов-на-Дону,
2019

Аннотация

Практикум предназначен для студентов 2 курса магистерской подготовки по направлению 15.04.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» по профилю «Конструирование машин и оборудования», имеющие по программе практические занятия по дисциплине «Методология оптимизационных проектов».

Часть 1 посвящена решению оптимизационных задач методом составления системы линейных уравнений.

Практические занятия содержат теоретическую часть, перечень заданий и порядок их выполнения. Для лучшего усвоения в конце изложенного материала приводится список контрольных вопросов, на которые обучающимся предлагается ответить при защите решённой задачи.

Автор

к.т.н, доцент кафедры «Основы конструирования машин Дьяченко А.Г.





Оглавление

1. Теоретическая часть	4
2. Перечень заданий.	5
3. Порядок выполнения заданий.	10
4. Перечень контрольных вопросов.	17
Список литературы	17

1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.

Целью освоения дисциплины «Методология оптимизационных проектов» является ознакомление магистрантов с определёнными теоретическими знаниями и получение ими практических навыков решения оптимизационных задач математическими методами.

Для достижения цели ставятся следующие задачи:

- изучить теоретические аспекты дисциплины;
- изучить основные критерии оптимизации объектов машиностроения;
- изучить основные способы проведения оптимизации проектируемого объекта;
- изучить методику составления целевой функции;
- изучить основные методы решения оптимизационных задач;

Часть 1 учебно-методического пособия посвящена решению оптимизационной задачи методом линейного программирования.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ЗАДАНИЙ

Задание 1

Завод выпускает два изделия А и В. При этом, для их изготовления используются материалы трех видов. На изготовление одного изделия вида А требуется 3 кг материала первого вида, 2 кг материала второго вида, 3 кг материала третьего вида. На изготовление одного изделия вида В, требуется 4 кг материала первого вида, 2 кг материала второго вида, 3 кг материала третьего вида. Запасы материала первого вида составляют 23 кг, второго вида - 12 кг, третьего вида - 18 кг. Выпуск одного изделия типа А приносит доход 500 усл. руб., одного изделия типа В – 400 усл. руб. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход. Задачу решить графическим методом.

Задание 2

Завод выпускает два изделия А и В. При этом, для их изготовления используются материалы трех видов. На изготовление одного изделия вида А требуется 4 кг материала первого вида, 3 кг материала второго вида, 4 кг материала третьего вида. На изготовление одного изделия вида В, требуется 5 кг материала первого вида, 3 кг материала второго вида, 4 кг материала третьего вида. Запасы материала первого вида составляют 22 кг, второго вида - 14 кг, третьего вида - 17 кг. Выпуск одного изделия типа А приносит доход 600 усл. руб., одного изделия типа В – усл. руб. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход. Задачу решить графическим методом.

Задание 3

Завод выпускает два изделия А и В. При этом, для их изготовления используются материалы трех видов. На изготовление одного изделия вида А требуется 3 кг материала первого вида, 2 кг материала второго вида, 3 кг материала третьего вида. На изготовление одного изделия вида В, требуется 4 кг материала первого вида, 2 кг материала второго вида, 3 кг материала третьего вида. Запасы

материала первого вида составляют 23 кг, второго вида - 12 кг, третьего вида - 18 кг. Выпуск одного изделия типа А приносит доход 700 усл. руб., одного изделия типа В – 900 усл. руб. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход. Задачу решить графическим методом.

Задание 4

Завод выпускает два изделия А и В. При этом, для их изготовления используются материалы трех видов. На изготовление одного изделия вида А требуется 5 кг материала первого вида, 4 кг материала второго вида, 5 кг материала третьего вида. На изготовление одного изделия вида В, требуется 6 кг материала первого вида, 4 кг материала второго вида, 6 кг материала третьего вида. Запасы материала первого вида составляют 28 кг, второго вида - 15 кг, третьего вида - 20 кг. Выпуск одного изделия типа А приносит доход 800 усл. руб., одного изделия типа В – усл. руб. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход. Задачу решить графическим методом.

Задание 5

Завод выпускает два изделия А и В. При этом, для их изготовления используются материалы трех видов. На изготовление одного изделия вида А требуется 6 кг материала первого вида, 7 кг материала второго вида, 8 кг материала третьего вида. На изготовление одного изделия вида В, требуется 5 кг материала первого вида, 5 кг материала второго вида, 5 кг материала третьего вида. Запасы материала первого вида составляют 30 кг, второго вида - 14 кг, третьего вида - 23 кг. Выпуск одного изделия типа А приносит доход 600 усл. руб., одного изделия типа В – 800 усл. руб. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход. Задачу решить графическим методом.

Задание 6

Завод выпускает два изделия А и В. При этом, для их изготовления используются материалы трех видов. На изготовление одного изделия вида А требуется 7 кг материала первого вида, 9 кг материала второго вида, 6 кг материала третьего вида. На изготовление одного изделия вида В, требуется 4 кг материала первого вида, 6 кг материала второго вида, 7 кг материала третьего вида. Запасы материала первого вида составляют 40 кг, второго вида - 16 кг, третьего вида - 28 кг. Выпуск одного изделия типа А приносит доход 500 усл. руб., одного изделия типа В – 700 усл. руб. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход. Задачу решить графическим методом.

Задание 7

Завод выпускает два изделия А и В. При этом, для их изготовления используются материалы трех видов. На изготовление одного изделия вида А требуется 6 кг материала первого вида, 8 кг материала второго вида, 5 кг материала третьего вида. На изготовление одного изделия вида В, требуется 5 кг материала первого вида, 7 кг материала второго вида, 6 кг материала третьего вида. Запасы материала первого вида составляют 45 кг, второго вида - 18 кг, третьего вида - 23 кг. Выпуск одного изделия типа А приносит доход 600 усл. руб., одного изделия типа В – 500 усл. руб. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход. Задачу решить графическим методом.

Задание 8

Завод выпускает два изделия А и В. При этом, для их изготовления используются материалы трех видов. На изготовление одного изделия вида А требуется 4 кг материала первого вида, 6 кг материала второго вида, 8 кг материала третьего вида. На изготовление одного изделия вида В, требуется 4 кг материала первого вида, 5 кг материала второго вида, 5 кг материала третьего вида. Запасы материала

первого вида составляют 50 кг, второго вида - 20 кг, третьего вида - 25 кг. Выпуск одного изделия типа А приносит доход 700 усл. руб., одного изделия типа В – 600 усл. руб. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход. Задачу решить графическим методом.

Задание 9

Завод выпускает два изделия А и В. При этом, для их изготовления используются материалы трех видов. На изготовление одного изделия вида А требуется 6 кг материала первого вида, 5 кг материала второго вида, 8 кг материала третьего вида. На изготовление одного изделия вида В, требуется 5 кг материала первого вида, 3 кг материала второго вида, 4 кг материала третьего вида. Запасы материала первого вида составляют 26 кг, второго вида - 14 кг, третьего вида – 20 кг. Выпуск одного изделия типа А приносит доход 450 усл. руб., одного изделия типа В – 380 усл. руб. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход. Задачу решить графическим методом.

Задание 10

Завод выпускает два изделия А и В. При этом, для их изготовления используются материалы трех видов. На изготовление одного изделия вида А требуется 3 кг материала первого вида, 6 кг материала второго вида, 4 кг материала третьего вида. На изготовление одного изделия вида В, требуется 4 кг материала первого вида, 5 кг материала второго вида, 3 кг материала третьего вида. Запасы материала первого вида составляют 28 кг, второго вида - 30 кг, третьего вида - 27 кг. Выпуск одного изделия типа А приносит доход 500 усл. руб., одного изделия типа В – 600 усл. руб. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход. Задачу решить графическим методом.

Задание 11

Завод выпускает два изделия А и В. При этом, для их изготовления используются материалы трех видов. На изготовление

одного изделия вида А требуется 3 кг материала первого вида, 4 кг материала второго вида, 5 кг материала третьего вида. На изготовление одного изделия вида В, требуется 4 кг материала первого вида, 2 кг материала второго вида, 3 кг материала третьего вида. Запасы материала первого вида составляют 20 кг, второго вида - 24 кг, третьего вида - 25 кг. Выпуск одного изделия типа А приносит доход 700 усл. руб., одного изделия типа В – 600 усл. руб. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход. Задачу решить графическим методом.

Задание 12

Завод выпускает два изделия А и В. При этом, для их изготовления используются материалы трех видов. На изготовление одного изделия вида А требуется 6 кг материала первого вида, 5 кг материала второго вида, 4 кг материала третьего вида. На изготовление одного изделия вида В, требуется 4 кг материала первого вида, 3 кг материала второго вида, 5 кг материала третьего вида. Запасы материала первого вида составляют 25 кг, второго вида - 18 кг, третьего вида - 22 кг. Выпуск одного изделия типа А приносит доход 700 усл. руб., одного изделия типа В – 500 усл. руб. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход. Задачу решить графическим методом.

Задание 13

Завод выпускает два изделия А и В. При этом, для их изготовления используются материалы трех видов. На изготовление одного изделия вида А требуется 5 кг материала первого вида, 5 кг материала второго вида, 4 кг материала третьего вида. На изготовление одного изделия вида В, требуется 3 кг материала первого вида, 6 кг материала второго вида, 4 кг материала третьего вида. Запасы материала первого вида составляют 40 кг, второго вида - 30 кг, третьего вида - 20 кг. Выпуск одного изделия типа А приносит доход 600 усл. руб., одного изделия типа В – 700 усл. руб. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход. Задачу решить графическим методом.

Задание 14

Завод выпускает два изделия А и В. При этом, для их изготовления используются материалы трех видов. На изготовление одного изделия вида А требуется 7 кг материала первого вида, 6 кг материала второго вида, 5 кг материала третьего вида. На изготовление одного изделия вида В, требуется 4 кг материала первого вида, 5 кг материала второго вида, 3 кг материала третьего вида. Запасы материала первого вида составляют 50 кг, второго вида - 40 кг, третьего вида - 15 кг. Выпуск одного изделия типа А приносит доход 300 усл. руб., одного изделия типа В – 400 усл. руб. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход. Задачу решить графическим методом.

Задание 15

Завод выпускает два изделия А и В. При этом, для их изготовления используются материалы трех видов. На изготовление одного изделия вида А требуется 4 кг материала первого вида, 5 кг материала второго вида, 7 кг материала третьего вида. На изготовление одного изделия вида В, требуется 5 кг материала первого вида, 4 кг материала второго вида, 3 кг материала третьего вида. Запасы материала первого вида составляют 40 кг, второго вида - 30 кг, третьего вида - 25 кг. Выпуск одного изделия типа А приносит доход 250 усл. руб., одного изделия типа В – 350 усл. руб. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход. Задачу решить графическим методом.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ

Задание

Завод выпускает два изделия А и В. При этом, для их изготовления используются материалы трех видов. На изготовление одного изделия вида А требуется 3 кг материала первого вида, 2 кг материала второго вида, 3 кг материала третьего вида. На изготовление одного изделия вида В, требуется 4 кг материала первого вида, 2 кг

материала второго вида, 3 кг материала третьего вида. Запасы материала первого вида составляют 22 кг, второго вида – 11 кг, третьего вида - 17 кг. Выпуск одного изделия типа А приносит доход 500 усл. руб., одного изделия типа В – 400 усл. руб. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход. Задачу решить графическим методом.

Пусть переменные и означают количество произведённых изделий А и В, соответственно. Тогда количество израсходованного материала первого вида составит:

$$3x_1 + 4x_2 \text{ (кг)}$$

Количество израсходованного материала второго вида составит:

$$2x_1 + 2x_2 \text{ (кг)}$$

Количество израсходованного материала третьего вида составит:

$$3x_1 + 3x_2 \text{ (кг)}$$

Поскольку произведённое количество изделий не может быть отрицательным, то:

$$x_1 \geq 0 \text{ и } x_2 \geq 0$$

Доход от произведённых деталей составит:

$$500x_1 + 400x_2 \text{ (усл. руб.)}$$

Тогда экономико-математическая модель имеет вид:

$$500x_1 + 400x_2 \rightarrow \max$$

Таким образом, система линейных уравнений будет иметь вид:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \leq 22 \\ 2x_1 + 2x_2 \leq 11 \\ 3x_1 + 3x_2 \leq 17 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Решаем задачу графическим методом.

Проводим оси координат x_1 и x_2 .

Строим прямую $3x_1 + 4x_2 = 22$.

При $x_1 = 0$, $x_2 = 5,5$.

При $x_2 = 0$, $x_1 = \frac{22}{3} \approx 7,3$. Проводим прямую через точки координат $(0;5,5)$ и $(7,3;0)$.

Строим прямую $2x_1 + 2x_2 = 11$.

При $x_1 = 0$, $x_2 = 5,5$.

При $x_2 = 0$, $x_1 = 5,5$.

Проводим прямую через точки $(0;5,5)$ и $(5,5;0)$.

Строим прямую $3x_1 + 3x_2 = 17$.

При $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{17}{3} \approx 5,7$.

При $x_2 = 0$, $x_1 = \frac{16}{2} \approx 8$.

Проводим прямую через точки $(0;5,7)$ и $(8;0)$.

На рис. 1 - прямые $x_1 = 0$, $x_2 = 0$ являются осями координат, а заштрихованная площадь – областью допустимых решений (ОДР).

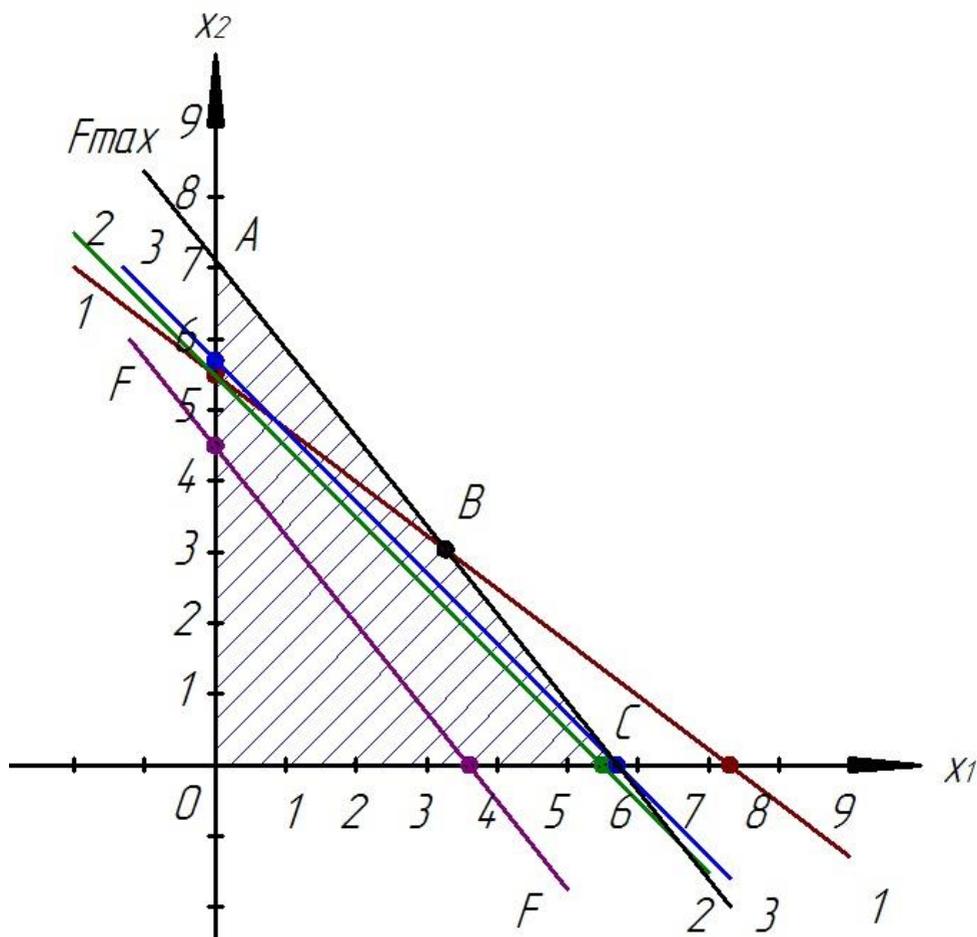


Рисунок 1

Согласно наложенным условиям ограничения: $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$, искомое решение должно находиться в области допустимых решений (ОДР), ограниченное построенными прямыми и координатными осями. Необходимо найти такую точку внутри построенной области, чтобы её координаты удовлетворяли всем уравнениям системы и ограничениям.

Определили, что такой точкой является точка с координатами $(2;2)$, тогда:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 3 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 14 \leq 22 \\ 2x_1 + 2x_2 = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 8 \leq 11 \\ 3x_1 + 3x_2 = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 12 \leq 17 \\ x_1 = 2 \geq 0; x_2 = 2 \geq 0 \end{cases}$$

Получаем четырёхугольник OABC.

Строим произвольную линию уровня целевой функции, например:

$$F = 500x_1 + 400x_2 = 500 \cdot 2 + 400 \cdot 2 = 1800.$$

$$\text{При } x_1 = 0, x_2 = \frac{1800}{400} = 4,5.$$

$$\text{При } x_2 = 0, x_1 = \frac{1800}{500} = 3,6.$$

Проводим прямую через точки $(0;4,5)$ и $(3,6;0)$.

Далее замечаем, что поскольку коэффициенты при x_1 и x_2 целевой функции положительны (500 и 400), то она возрастает при увеличении x_1 и x_2 .

Проводим прямую, параллельную прямой (1), максимально удалённую от неё в сторону возрастания x_1 и x_2 и проходящую хотя бы через одну точку четырёхугольника OABC. Такая прямая проходит через точку C.

Из построения определяем её координаты:

$$x_1 = 5,7; x_2 = 0,$$

Тогда, при подставлении полученных координат в формулу для получения максимальной прибыли, решением задачи будет:

$$F_{\max} = 400x_1 + 300x_2 = 400 \cdot 5,7 + 300 \cdot 0 = 2800 \text{ усл. руб.}$$

Ответ:

$x_1 = 5,7; x_2 = 0; F_{\max} = 2800$ усл. руб. , Тогда, принимаем 6 изделий и получаем окончательно максимальную прибыль

$$F_{\max} = 3000 \text{ усл. руб.}$$

Таким образом, для получения наибольшего дохода, необходимо изготовить 6 изделий из материала А. Доход при этом составит 3000 усл. руб.

4. ПЕРЕЧЕНЬ КОНТРОЛЬНЫХ ВОПРОСОВ.

1. Цели и задачи дисциплины. Актуальность реализуемых в процессе обучения вопросов.
2. Задачи проведения оптимизации конструкции.
3. Методика процесса оптимизации.
4. Обоснование критериев оптимизации.
5. Выбор оптимального критерия.
6. Целевая функция.
7. Методика проведения математической оценки разрабатываемых объектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Д. Ю. Муромцев, В. Н. Шамкин. Методы оптимизации и принятие проектных решений: учеб. пособие: Тамбов: ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015.
2. Д.А. Новиков. Управление проектами: организационные механизмы: учеб. пособие: М.: ПМСО ФТ. 2007.
3. Н.Н. Савченко. Технико-экономический анализ проектных решений: учеб. пособие: М.: Экзамен. 2012.