



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Управление качеством»

Практикум
по дисциплине
«Статистическое управление»

**«Сравнение двух средних в
парных наблюдениях»**

Автор
Сорочкина О.Ю.

Ростов-на-Дону, 2017

Аннотация

Методические указания предназначены для бакалавров очного и заочного отделения направления подготовки 27.03.02 «Управление качеством».

Автор

к.т.н., доцент Сорочкина О.Ю.



Оглавление

| | |
|---|----|
| Общие положения | 4 |
| 1. Применение метода для сравнения двух способов обработки экспериментальных данных | 4 |
| Примеры решения задач | 6 |
| 2. Ошибка второго рода | 7 |
| Используемая литература..... | 9 |
| Задача | 10 |

Общие положения

Парные наблюдения: Два результата наблюдений определенных свойств или характеристик объекта x_i и y_i называются парными, если они получены:

- как результаты наблюдений над одним и тем же объектом i (из совокупности), причем данные наблюдения относятся к различным условиям получения этих наблюдений (например, сравнение двух методов анализа свойств одного и того же объекта);

- как результаты наблюдений над объектами, идентичными во всех отношениях, кроме предполагаемого систематического различия в некотором интересующем аспекте; в отношении значимости этого различия проводят проверку статистической гипотезы (например, сравнение урожайности двух соседних участков, засеянных семенами различных сортов).

Во втором случае эффективность проверки гипотез зависит от степени уверенности в отсутствии каких-либо других систематических различий между объектами, кроме некоторого возможного различия, в отношении которого проверяют гипотезу.

1. Применение метода для сравнения двух способов обработки экспериментальных данных

Метод проверки статистической гипотезы может быть применен с целью подтвердить различие двух способов обработки. Результаты наблюдений x_i получены одним способом обработки, а результаты наблюдений y_i - некоторым другим способом. Две серии результатов наблюдений не являются независимыми, поскольку каждому x_i первой серии (первый способ обработки) ставится в соответствие y_i второй серии (второй способ обработки). Термин «способ обработки» понимают в широком смысле. При выявлении возможного систематического расхождения два сравниваемых способа обработки могут относиться к двум методам испытаний, к двум измерительным устройствам или к двум лабораториям.

Условия применения метода

Для корректного применения метода необходимо выполнение следующих двух условий:

- последовательность разностей $d_i = x_i - y_i$ является выборкой независимой случайной величины;

- распределение величин $d_i = x_i - y_i$ является нормальным или близким к нормальному.

Расчетные формулы и правила принятия решения

| Статистические данные | Расчетные формулы |
|---|--|
| Объем выборки $n =$ Суммы результатов наблюдений: $\sum x_i = \sum y_i$ Сумма разностей: $\sum d_i$ Сумма квадратов разностей: $\sum d_i^2$ Заданное значение (среднее случайных разностей парных наблюдений): d_0 Число степеней свободы: $\vartheta = n - 1$ Выбранный уровень значимости: $\alpha =$ | $\bar{d} = \frac{1}{n} (\sum x_i - \sum y_i) = \frac{1}{n} \sum d_i$ $s_d^2 = \frac{1}{n-1} [\sum d_i^2 - \frac{1}{n} (\sum d_i)^2] =$ $\sigma_d = \sqrt{s_d^2} =$ $A_1 = [t_{1-\alpha}^{(\vartheta)} / \sqrt{n}] \sigma_d$ $A_2 = [t_{1-\alpha/2}^{(\vartheta)} / \sqrt{n}] \sigma_d$ |
| Правило принятия решения 1 Двусторонняя критическая область: Гипотезу о том, что среднее совокупности разностей равно d_0 (нулевая гипотеза H_0), отвергают, если $ \bar{d} - d_0 > A_2.$ 2 Односторонняя критическая область: а) Гипотезу о том, что среднее совокупности разностей равно d_0 (нулевая гипотеза H_0), отвергают, если $\bar{d} < d_0 - A_1.$ б) Гипотезу о том, что среднее совокупности разностей равно d_0 (нулевая гипотеза H_0), отвергают, если $\bar{d} > d_0 + A_1.$ | |

Примечание - $t_{1-\alpha}^{(\vartheta)}$ - квантиль уровня $1 - \alpha$ статистики Стьюдента с (ϑ) степенями свободы. Значения $t_{1-\alpha}^{(\vartheta)} / \sqrt{n}$ приведены в таблице 1.

Статистическое управление

 Таблица 1 - Значения отношения $t_{1-\alpha(\vartheta)}/\sqrt{n}$ для $\vartheta = n - 1$

| $\vartheta = n - 1$ | Двусторонняя гипотеза | | Односторонняя гипотеза | | $\vartheta = n - 1$ | Двусторонняя гипотеза | | Односторонняя гипотеза | |
|---------------------|-----------------------|----------------------|------------------------|---------------------|---------------------|-----------------------|----------------------|------------------------|---------------------|
| | $t_{0,975}/\sqrt{n}$ | $t_{0,995}/\sqrt{n}$ | $t_{0,95}/\sqrt{n}$ | $t_{0,99}/\sqrt{n}$ | | $t_{0,975}/\sqrt{n}$ | $t_{0,995}/\sqrt{n}$ | $t_{0,95}/\sqrt{n}$ | $t_{0,99}/\sqrt{n}$ |
| 1 | 8,985 | 45,013 | 4,465 | 22,501 | 21 | 0,443 | 0,604 | 0,367 | 0,537 |
| 2 | 2,434 | 5,730 | 1,686 | 4,021 | 22 | 0,432 | 0,588 | 0,358 | 0,523 |
| 3 | 1,591 | 2,920 | 1,177 | 2,270 | 23 | 0,422 | 0,573 | 0,350 | 0,510 |
| 4 | 1,242 | 2,059 | 0,953 | 1,676 | 24 | 0,413 | 0,559 | 0,342 | 0,498 |
| 5 | 1,049 | 1,646 | 0,823 | 1,374 | 25 | 0,404 | 0,547 | 0,335 | 0,487 |
| 6 | 0,925 | 1,401 | 0,734 | 1,188 | 26 | 0,396 | 0,535 | 0,328 | 0,477 |
| 7 | 0,836 | 1,237 | 0,670 | 1,060 | 27 | 0,388 | 0,524 | 0,322 | 0,467 |
| 8 | 0,769 | 1,118 | 0,620 | 0,966 | 28 | 0,380 | 0,513 | 0,316 | 0,458 |
| 9 | 0,715 | 1,028 | 0,580 | 0,892 | 29 | 0,373 | 0,503 | 0,310 | 0,449 |
| 10 | 0,672 | 0,956 | 0,546 | 0,833 | 30 | 0,367 | 0,494 | 0,305 | 0,441 |
| 11 | 0,635 | 0,897 | 0,518 | 0,785 | 40 | 0,316 | 0,422 | 0,263 | 0,378 |
| 12 | 0,604 | 0,847 | 0,494 | 0,744 | 50 | 0,281 | 0,375 | 0,235 | 0,337 |
| 13 | 0,577 | 0,805 | 0,473 | 0,708 | 60 | 0,256 | 0,341 | 0,214 | 0,306 |
| 14 | 0,554 | 0,769 | 0,455 | 0,678 | 70 | 0,237 | 0,314 | 0,198 | 0,283 |
| 15 | 0,533 | 0,737 | 0,438 | 0,651 | 80 | 0,221 | 0,293 | 0,185 | 0,264 |
| 16 | 0,514 | 0,708 | 0,423 | 0,626 | 90 | 0,208 | 0,276 | 0,174 | 0,248 |
| 17 | 0,497 | 0,683 | 0,410 | 0,605 | 100 | 0,197 | 0,261 | 0,165 | 0,235 |
| 18 | 0,482 | 0,660 | 0,398 | 0,586 | 200 | 0,139 | 0,183 | 0,117 | 0,165 |
| 19 | 0,468 | 0,640 | 0,387 | 0,568 | 500 | 0,088 | 0,116 | 0,074 | 0,104 |
| 20 | 0,455 | 0,621 | 0,376 | 0,552 | ∞ | 0 | 0 | 0 | 0 |

Примеры решения задач

Приведенные в таблице 2 данные собраны в процессе исследований, спланированных с целью определить, зависит ли скорость изнашивания шеек коленчатого вала двигателя внутреннего сгорания от типа материала металлических вкладышей подшипников скольжения этого вала.

Таблица 2 - Износ шеек коленчатых валов в течение заданной наработки, измеренный в сотысячных долях дюйма

| Номер вала i | Износ вала | | Разность $d_i = x_i - y_i$ |
|----------------|--------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| | Медно-свинцовые вкладыши x_i | Алюминиевые вкладыши y_i | |
| 1 | 3,5 | 1,5 | 2,0 |
| 2 | 2,0 | 1,3 | 0,7 |
| 3 | 4,7 | 4,5 | 0,2 |
| 4 | 2,8 | 2,5 | 0,3 |
| 5 | 6,5 | 4,5 | 2,0 |
| 6 | 2,2 | 1,7 | 0,5 |
| 7 | 2,5 | 1,8 | 0,7 |
| 8 | 5,8 | 3,3 | 2,5 |
| 9 | 4,2 | 2,3 | 1,9 |

Статистическое управление

| Номер вала i | Износ вала | | Разность $d_i = x_i - y_i$ |
|----------------|--------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| | Медно-свинцовые вкладыши x_i | Алюминиевые вкладыши y_i | |
| Сумма | 34,2 | 23,4 | 10,8 |

| Статистические данные | Вычисления |
|---|---|
| Объем выборки $n = 9$ Суммы результатов наблюдений: $\sum x_i = 34,2; \sum y_i = 23$ Сумма разностей: $\sum d_i = 10,8$ Сумма квадратов разностей: $\sum d_i^2 = 19,22$ Заданное значение: $d_0 = 0$ Число степеней свободы: $\vartheta = n - 1 = 9 - 1 = 8$ Выбранный уровень значимости: $\alpha = 0,01$ | $\bar{d} = \frac{1}{9}(34,2 - 23,4) = 1,2$ $s_d^2 = \frac{1}{8}19,22 - \frac{1}{9}(10,8)^2 = 0,7825$ $\sigma_d = \sqrt{0,7825} = 0,8846$ $t_{0,995/\sqrt{n}} = t_{0,995/\sqrt{9}} = 1,118$ $A_2 = \left[t_{1-\alpha/2}(\vartheta) / \sqrt{n} \right] \sigma_d = 1,118 \cdot 0,8846 = 0,99$ |
| Выводы Сравнение среднего совокупности с заданным значением 0: Проверка двусторонней гипотезы: $ \bar{d} - d_0 = 1,2 > 0,99.$ Гипотезу равенства скоростей изнашивания шеек коленчатого вала двигателя в случае подшипников с различными вкладышами (медно-свинцовые и алюминиевые) отвергают на 1 %-м уровне значимости. | |

2. Ошибка второго рода

Вероятность отклонения нулевой гипотезы, когда она верна, равна уровню значимости α . Отклонение нулевой гипотезы, когда она верна, называется ошибкой первого рода, и поэтому выбор значения α ограничивает риск такой ошибки.

С другой стороны, можно совершить ошибку второго рода, то есть проверить нулевую гипотезу, когда она неверна. Вероятность 1 - β отклонения нулевой гипотезы, когда она неверна, называется мощностью критерия статистической проверки гипотезы. Вероятность ошибки второго рода в таком случае равна β .

Для заданной выборки n и ошибки первого рода вероятность β за-

висит не только от истинного среднего D наблюдаемых разностей $d_i = x_i - y_i$, для которых устанавливают различные альтернативные гипотезы, но также и от стандартного отклонения σ_d этих разностей. Это стандартное отклонение неизвестно, и, если n мало, выборка может обеспечить только плохую оценку. В результате невозможно устанавливать верхний предел вероятности ошибки второго рода.

На графиках показаны зависимости между мощностью $1 - \beta$ критерия проверки гипотез и истинным средним совокупности, деленным на соответствующее стандартное отклонение (D/σ_d) для случая односторонней гипотезы $H_0: D \leq 0$, различных значений n и уровней значимости 0,05 и 0,01 соответственно.

На основании этих графиков можно сделать следующие заключения:

1) Мощность критерия проверки гипотез однозначно определяется истинным средним D совокупности разностей, измеренных в единицах стандартного отклонения σ_d , уровнем значимости α и объемом выборки.

2) Функция мощности является монотонно возрастающей функцией истинного среднего совокупности разностей. Она также монотонно возрастает с ростом объема выборки и уровня значимости α при условии, что $D > 0$ и α отличается от 0 и 1.

3) Для уровня значимости 0,05 и при объеме выборки 50 достигается мощность 0,95, если истинное среднее разностей превышает половину стандартного отклонения разностей. Для $n = 20$ такая мощность достигается для $D/\sigma_d = 0,78$ и больших значений.

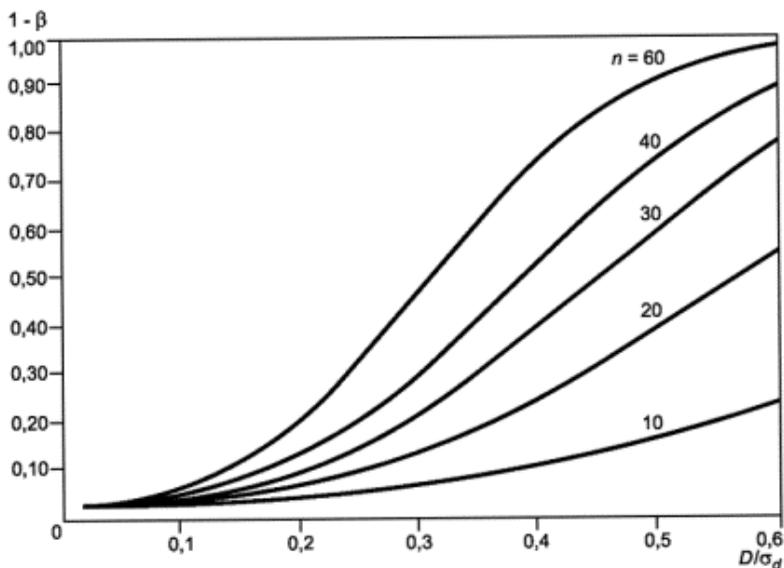


Рисунок 1 - Мощность критерия для одной выборки (односторонний критерий), $\alpha = 0,01$

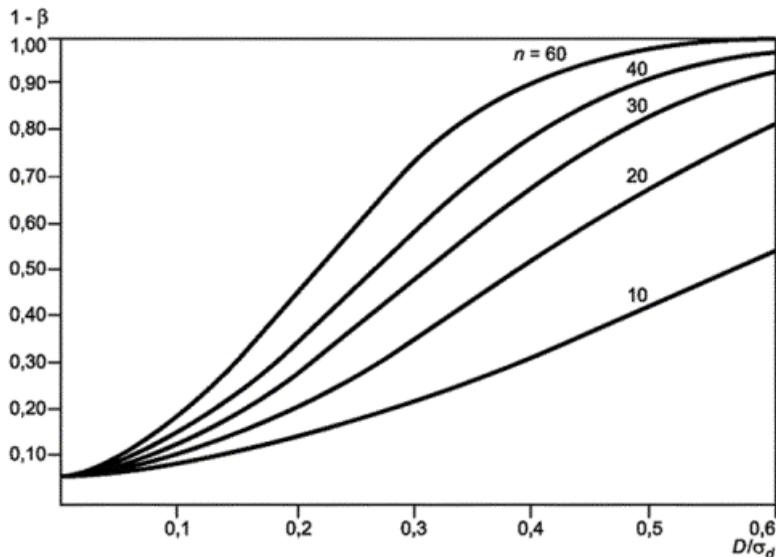


Рисунок 2 - Мощность критерия для одной выборки (односторонний критерий), $\alpha = 0$

Используемая литература

1. ГОСТ Р 50779.0-95 Статистические методы. Основные положения
2. ГОСТ Р 50779.10-2000 Статистические методы. Вероятность и основы статистики. Термины и определения
3. ГОСТ Р 50779.11-2000 (ИСО 3534.2-93) Статистические методы. Статистическое управление качеством. Термины и определения.
4. ГОСТ Р 50779.21-2004 Статистические методы. Правила определения и методы расчета статистических характеристик по выборочным данным. Часть 1. Нормальное распределение
5. ГОСТ Р 50779.23-2005 (ИСО 3301:1975) Статистические методы.

Статистическое управление

АДАЧА

При проведении оценки качества работы испытательных лабораторий 1 и 2, проведены межлабораторные испытания. Результаты приведены в таблице. Проверить гипотезу равенства средних. Оценить мощность критерия.

| вариант | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. | 0,28 | 0,19 | 0,27 | 0,29 | 0,34 | 0,27 | 0,35 | 0,35 | 0,20 | 0,34 | 0,35 | 0,29 |
| | 0,15 | 0,16 | 0,14 | 0,14 | 0,13 | 0,15 | 0,17 | 0,12 | 0,10 | 0,11 | 0,12 | 0,12 |
| 2. | 25,0 | 25,9 | 25,8 | 25,3 | 25,0 | 26,1 | 25,9 | 25,9 | 25,1 | 26,0 | 25,9 | 25,4 |
| | 85,3 | 86,7 | 85,3 | 88,1 | 85,6 | 86,9 | 84,9 | 85,9 | 87,0 | 85,6 | 85,9 | 86,1 |
| 3. | 0,05 | 0,06 | 0,05 | 0,06 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,04 | 0,03 | 0,05 | 0,06 | 0,04 |
| | 22,0 | 22,5 | 22,6 | 22,7 | 22,0 | 22,1 | 22,9 | 22,5 | 22,0 | 22,0 | 22,9 | 22,7 |
| 4. | 256 | 246 | 286 | 246 | 259 | 243 | 254 | 259 | 257 | 249 | 246 | 251 |
| | 0,14 | 0,16 | 0,15 | 0,19 | 0,13 | 0,15 | 0,14 | 0,15 | 0,16 | 0,18 | 0,16 | 0,11 |
| 5. | 1,6 | 1,7 | 1,6 | 1,2 | 1,3 | 1,6 | 1,7 | 1,9 | 1,5 | 1,6 | 1,5 | 1,4 |
| | 1,8 | 1,9 | 1,8 | 1,10 | 1,11 | 1,9 | 1,8 | 1,10 | 1,11 | 1,13 | 1,8 | 1,9 |
| 6. | 0,02 | 0,03 | 0,02 | 0,04 | 0,05 | 0,02 | 0,06 | 0,02 | 0,03 | 0,03 | 0,04 | 0,02 |
| | 0,05 | 0,06 | 0,05 | 0,09 | 0,08 | 0,09 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,09 | 0,09 | 0,10 |
| 7. | 12,26 | 12,29 | 12,29 | 12,27 | 12,28 | 12,23 | 12,25 | 12,26 | 12,29 | 12,28 | 12,29 | 12,25 |
| | 10,25 | 10,29 | 10,23 | 10,28 | 10,26 | 10,29 | 10,25 | 10,23 | 10,26 | 10,26 | 10,29 | 10,24 |
| 8. | 0,4 | 0,2 | 0,5 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 0,2 | 0,5 | 0,6 | 0,8 | 0,4 | 0,2 |
| | 0,9 | 0,4 | 0,8 | 0,6 | 0,4 | 0,9 | 0,8 | 0,7 | 0,5 | 0,5 | 0,9 | 0,8 |
| 9. | 265 | 268 | 269 | 267 | 265 | 266 | 268 | 269 | 267 | 264 | 265 | 265 |
| | 130 | 134 | 130 | 135 | 130 | 139 | 139 | 130 | 136 | 135 | 130 | 137 |
| 10. | 4,5 | 4,8 | 4,2 | 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,0 | 4,5 | 4,9 | 4,6 | 4,7 | 4,1 |
| | 16,02 | 16,08 | 16,09 | 16,08 | 16,07 | 16,09 | 16,02 | 16,01 | 16,03 | 16,10 | 16,08 | 16,7 |

Таблица 2 - Значения квантилей распределения Стьюдента

| v | Значения квантилей распределения Стьюдента при уровне доверия α | | | | | | | | | | | | |
|---|--|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------|------------|------------|--------------|
| | 0,55 | 0,6 | 0,65 | 0,7 | 0,75 | 0,8 | 0,85 | 0,9 | 0,95 | 0,97 5 | 0,99 | 0,995 | 0,999 5 |
| 1 | 0,15 8 | 0,32 5 | 0,51 0 | 0,72 7 | 1,00 0 | 1,37 6 | 1,96 3 | 3,07 8 | 6,31 4 | 12,706 1 | 31,82 7 | 63,65 7 | 636,619 5 |
| 2 | 0,14 2 | 0,28 9 | 0,44 5 | 0,61 7 | 0,81 6 | 1,06 1 | 1,38 6 | 1,88 6 | 2,92 0 | 4,30 3 | 6,965 3 | 9,925 3 | 31,59 8 |
| 3 | 0,13 7 | 0,27 7 | 0,42 4 | 0,58 4 | 0,76 5 | 0,97 8 | 1,25 0 | 1,63 8 | 2,35 3 | 3,18 2 | 4,541 2 | 5,841 2 | 12,92 4 |
| 4 | 0,13 4 | 0,27 1 | 0,41 4 | 0,56 9 | 0,74 1 | 0,94 1 | 1,19 0 | 1,53 3 | 2,13 2 | 2,77 6 | 3,747 6 | 4,604 6 | 8,610 6 |
| 5 | 0,13 2 | 0,26 7 | 0,40 8 | 0,55 9 | 0,72 7 | 0,92 0 | 1,15 6 | 1,47 6 | 2,01 5 | 2,57 1 | 3,365 5 | 4,032 5 | 6,869 5 |
| 6 | 0,13 1 | 0,26 5 | 0,40 4 | 0,54 3 | 0,71 8 | 0,90 6 | 1,13 4 | 1,44 0 | 1,94 3 | 2,44 7 | 3,143 7 | 3,707 7 | 5,959 7 |
| 7 | 0,13 0 | 0,26 3 | 0,40 2 | 0,54 9 | 0,71 1 | 0,89 6 | 1,11 9 | 1,41 5 | 1,89 5 | 2,36 5 | 2,998 5 | 3,499 5 | 5,408 5 |
| 8 | 0,13 0 | 0,26 2 | 0,39 9 | 0,54 6 | 0,70 6 | 0,88 9 | 1,10 8 | 1,39 7 | 1,86 0 | 2,30 6 | 2,896 6 | 3,355 6 | 5,041 6 |
| 9 | 0,12 9 | 0,26 1 | 0,39 8 | 0,54 3 | 0,70 3 | 0,88 3 | 1,10 0 | 1,38 3 | 1,83 3 | 2,26 2 | 2,821 2 | 3,250 2 | 4,781 2 |

Статистическое управление

| v | Значения квантилей распределения Стьюдента при уровне доверия α | | | | | | | | | | | | |
|----|--|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------|-------|------------|
| | 0,55 | 0,6 | 0,65 | 0,7 | 0,75 | 0,8 | 0,85 | 0,9 | 0,95 | 0,97 5 | 0,99 | 0,995 | 0,999 5 |
| 10 | 0,12 9 | 0,26 0 | 0,39 7 | 0,54 2 | 0,70 0 | 0,87 9 | 1,09 3 | 1,37 2 | 1,81 2 | 2,22 8 | 2,764 | 3,169 | 4,587 |
| 11 | 0,12 9 | 0,26 0 | 0,39 6 | 0,54 0 | 0,69 7 | 0,87 6 | 1,08 8 | 1,36 3 | 1,79 6 | 2,20 1 | 2,718 | 3,106 | 4,437 |
| 12 | 0,12 8 | 0,25 9 | 0,39 5 | 0,53 9 | 0,69 5 | 0,87 3 | 1,08 3 | 1,35 6 | 1,78 2 | 2,17 9 | 2,681 | 3,055 | 4,318 |
| 13 | 0,12 8 | 0,25 9 | 0,39 4 | 0,53 8 | 0,69 4 | 0,87 0 | 1,07 9 | 1,35 0 | 1,77 1 | 2,16 0 | 2,650 | 3,012 | 4,221 |
| 14 | 0,12 8 | 0,25 8 | 0,39 3 | 0,53 7 | 0,69 2 | 0,86 8 | 1,07 6 | 1,34 5 | 1,76 1 | 2,14 5 | 2,624 | 2,977 | 4,140 |
| 13 | 0,12 8 | 0,25 8 | 0,39 3 | 0,53 6 | 0,69 1 | 0,86 6 | 1,07 4 | 1,34 1 | 1,75 3 | 2,13 1 | 2,602 | 2,947 | 4,173 |
| 16 | 0,12 8 | 0,25 8 | 0,39 2 | 0,53 5 | 0,69 0 | 0,86 5 | 1,07 1 | 1,33 7 | 1,74 6 | 2,12 0 | 2,583 | 2,921 | 4,015 |
| 17 | 0,12 8 | 0,25 7 | 0,39 2 | 0,53 4 | 0,68 9 | 0,86 3 | 1,06 9 | 1,33 3 | 1,74 0 | 2,11 0 | 2,567 | 2,898 | 3,965 |
| 18 | 0,12 7 | 0,25 7 | 0,39 2 | 0,53 4 | 0,68 8 | 0,86 2 | 1,06 7 | 1,33 0 | 1,73 4 | 2,10 1 | 2,552 | 2,878 | 3,922 |
| 19 | 0,12 7 | 0,257 | 0,39 1 | 0,53 3 | 0,68 8 | 0,86 1 | 1,06 6 | 1,32 8 | 1,72 9 | 2,09 3 | 2,539 | 2,861 | 3,883 |
| 20 | 0,12 7 | 0,2a 7 | 0,39 1 | 0,53 3 | 0,68 7 | 0,86 0 | 1,06 4 | 1,32 5 | 1,72 5 | 2,08 6 | 2,528 | 2,845 | 3,850 |
| 21 | 0,12 7 | 0,25 7 | 0,39 1 | 0,53 2 | 0,68 6 | 0,85 9 | 1,06 3 | 1,32 3 | 1,72 1 | 2,08 0 | 2,518 | 2,831 | 3,819 |
| 22 | 0,12 7 | 0,25 6 | 0,39 0 | 0,53 2 | 0,68 6 | 0,85 8 | 1,06 1 | 1,32 1 | 1,71 7 | 2,07 4 | 2,508 | 2,819 | 3,792 |
| 23 | 0,12 7 | 0,25 6 | 0,39 0 | 0,53 2 | 0,68 5 | 0,85 8 | 1,06 0 | 1,31 9 | 1,71 4 | 2,06 9 | 2,500 | 2,807 | 3,767 |
| 24 | 0,12 7 | 0,25 6 | 0,39 0 | 0,53 1 | 0,68 5 | 0,85 7 | 1,05 9 | 1,31 8 | 1,71 1 | 2,06 4 | 2,492 | 2,797 | 3,745 |
| 25 | 0,12 7 | 0,25 6 | 0,39 0 | 0,53 1 | 0,68 4 | 0,85 6 | 1,05 8 | 1,31 6 | 1,70 8 | 2,06 0 | 2,485 | 2,787 | 3,725 |
| 26 | 0,12 7 | 0,25 6 | 0,39 0 | 0,53 1 | 0,68 4 | 0,85 6 | 1,05 8 | 1,31 5 | 1,70 6 | 2,05 6 | 2,479 | 2,779 | 3,707 |
| 27 | 0,12 7 | 0,25 6 | 0,38 9 | 0,53 1 | 0,68 4 | 0,85 5 | 1,05 7 | 1,31 4 | 1,70 3 | 2,05 2 | 2,473 | 2,771 | 3,690 |
| 28 | 0,12 7 | 0,25 6 | 0,33 9 | 0,53 0 | 0,68 3 | 0,85 5 | 1,05 6 | 1,31 3 | 1,70 1 | 2,04 8 | 2,467 | 2,763 | 3,674 |
| 29 | 0,12 7 | 0,25 6 | 0,38 9 | 0,53 0 | 0,68 3 | 0,85 4 | 1,05 5 | 1,31 1 | 1,69 9 | 2,04 5 | 2,462 | 2,756 | 3,659 |
| 30 | 0,12 7 | 0,25 6 | 0,38 9 | 0,53 0 | 0,68 3 | 0,85 4 | 1,05 5 | 1,31 0 | 1,69 7 | 2,04 2 | 2,457 | 2,750 | 3,646 |

Статистическое управление

| ν | Значения квантилей распределения Стьюдента при уровне доверия α | | | | | | | | | | | | |
|----------|--|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------|-------|------------|
| | 0,55 | 0,6 | 0,65 | 0,7 | 0,75 | 0,8 | 0,85 | 0,9 | 0,95 | 0,97 5 | 0,99 | 0,995 | 0,999 5 |
| 40 | 0,12 6 | 0,25 5 | 0,38 8 | 0,52 9 | 0,68 1 | 0,85 1 | 0,05 0 | 1,30 3 | 1,68 4 | 2,02 1 | 2,423 | 2,704 | 3,551 |
| 60 | 0,12 6 | 0,25 4 | 0,38 7 | 0,52 7 | 0,67 9 | 0,84 8 | 0,04 6 | 1,29 6 | 1,67 1 | 2,00 0 | 2,390 | 2,660 | 3,460 |
| 120 | 0,12 6 | 0,25 4 | 0,38 6 | 0,52 6 | 0,67 7 | 0,84 5 | 0,04 1 | 1,28 9 | 1,65 8 | 1,98 0 | 2,358 | 2,617 | 3,373 |
| ∞ | 0,12 6 | 0,25 3 | 0,38 5 | 0,52 4 | 0,67 4 | 0,84 2 | 0,03 6 | 1,28 2 | 1,64 5 | 1,96 0 | 2,326 | 2,576 | 3,291 |