ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ЦЕНТР ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Управление качеством»

МОДЕЛИ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО АНАЛИЗА В ПРОЕКТИРОВАНИИ

Методические указания к практическим занятиям
по дисциплине «Теория принятия решений»

Авторы:
Димитров Валерий Петрович
Зубрилина Елена Михайловна

Ростов-на-Дону, 2014

Аннотация

Методические указания предназначены для студентов направления 221700 «Стандартизация и метрология», изучающих дисциплину «Теория принятия решений». Приводится методика экстремального анализа в проектировании. Приводятся индивидуальные задания и методика решения задач.

Авторы

Заведующий кафедрой «Управление качеством» ДГТУ д.т.н., профессор Димитров Валерий Петрович

Доцент кафедры «Управление качеством» ДГТУ, к.т.н, Зубрилина Елена Михайловна

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение

Экстремальный анализ имеет целью нахождение наиболее выгодного варианта действий, эффективного решения за счет анализа множества возможных ситуаций и выявления экстремальных их них.

В математике под экстремальными значениями принято понимать максимум или минимум (от латинского *maximum* или *minimum* - наибольшее и наименьшее) некоторой функции на определенном отрезке (в области) ее существования. На рис. 1 функция $y = f(x)$ имеет максимумы в точках x_1 и x_3, а в точке x_2 - минимум.

Рис. 1. Экстремальные значения функции $y = f(x)$

На рисунке видно, что функция может иметь несколько экстремальных точек. Задачей экстремального анализа в экономике является: нахождение всех таких точек (например, максимального или минимального курса валют, подъема или спада производства и т. п.), либо поиск абсолютного максимума или минимума (наивысшего курса из всех его максимумов за определенный промежуток времени, наивысшего уровня рентабельности производства).

В транспортном строительстве целями экстремального анализа являются: минимизация финансовых или материальных затрат, сроков строительства, простоев техники; либо максимизация прибыли, темпов строительства, уровня рентабельности производства и.т.п.

Поиск экстремального значения какого-либо процесса, динамики показателей производственной деятельности, может осуществляться различными методами, например, математической статистики, статистического прогнозирования, дифференциального исчисления и др.

В данной работе делается акцент на нахождение экстремального значения некоторой экономической функции с применением классических методов дифференциального исчисления. При этом в методическом плане следует выделить две компоненты:
1. построение (формулирование) самой экономической функции, отражающей сущность оптимизируемой системы (объекта),
2. нахождение ее экстремального значения.

1. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Рассмотрим наиболее распространенные классы задач, решаемых методами экстремального анализа.

1. На практике часто возникает задача равномерной загрузки техники, минимизации потерь от простоев машин. Подобную ситуацию можно проследить на примере комплектования заготовительно-транспортного подразделения, предназначенного для погрузки и транспортировки песка из карьера на объект строительства.

Постановка задачи экстремального анализа может быть сформулирована следующим образом: *независимо от того, за счет каких простоев строительная организация будет нести потери, суммарные потери должны быть минимальными.*

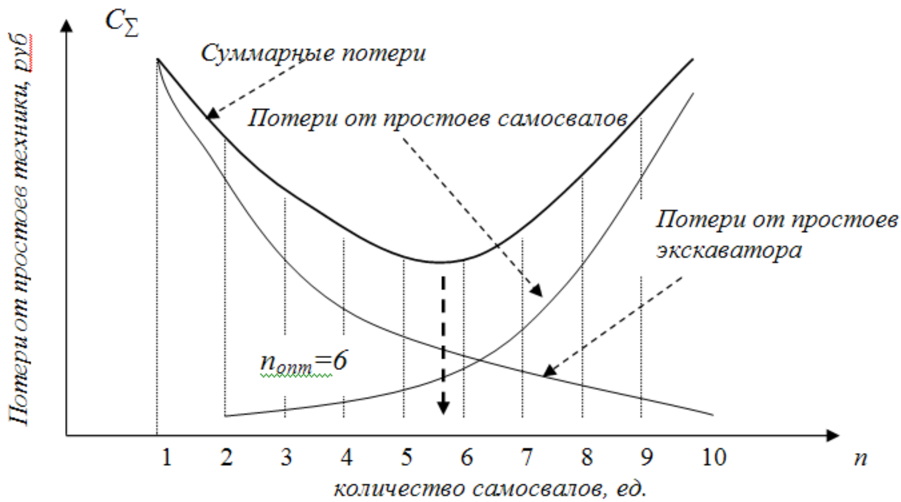

Рис. 2. Влияние количества самосвалов в подразделении на стоимость потерь от простоев техники

Очевидно, что потери от простоев экскаватора, самосвалов и суммарные потери зависят от количества самосвалов в подразделении. При малом числе самосвалов они не будут простаивать в ожидании погрузки, однако будет простаивать экскаватор (рис.2). Наоборот, при большом количестве самосвалов экскаватор не будет иметь простоев, но самосвалы будут создавать очередь на погрузку и потери будут расти от этих простоев. В результате кривая суммарных потерь вначале имеет тенденцию спада, а затем подъема. Ее экстремальное (минимальное) значение и будет определять оптимальное количество самосвалов, которое равно 6 единицам (задачи подобного рода часто не дают целочисленного решения, поэтому полученное количество самосвалов находят по правилам округления чисел).

Математическая постановка задачи имеет следующее выражение:

$$C_{\Sigma} = P_э C_э + Y_{сам} C_{сам} \to min, \qquad (1)$$

где $P_э$ – вероятность простоев экскаватора; $Y_{сам}$ – среднее количество машин в очереди в час; $C_э$ и $C_{сам}$ – соответственно, стоимости машино-смен экскаватора и самосвала.

Подобная задача решается с применением моделей массового обслуживания.

2. При расчете оптимального темпа строительства транспортных объектов приходится решать двойственную задачу: низкий темп работ требует меньших затрат на строительные машины и заработную плату рабочих (за счет их небольшой численности), но создает риск несвоевременного завершения строительства и применения заказчиком штрафных санкций. Наоборот, привлечение дорогостоящей техники (или увеличение ее численности) увеличивает стоимость строительства, но уменьшает риск штрафных санкций. Более того, досрочная сдача объекта в эксплуатацию дает экономический эффект (дополнительную прибыль). Отсюда задача выбора оптимального темпа строительства ($V_{опт}$) сводится к нахождению такого темпа работ, при котором суммарные издержки строительной организации от уплаты штрафов и дополнительных затрат на строительство будут минимальными (рис.3).

Математическая постановка задачи представляет собой целевую функцию, в которой минимизируются общие издержки строительной организации ($C_и^\Sigma$), представляющие собой сумму затрат на обеспечение принятого темпа работ (C_V) и штрафов за несвоевременную сдачу объекта ($C_ш$):

$$C_и^\Sigma = C_V + C_ш \rightarrow min. \quad (2)$$

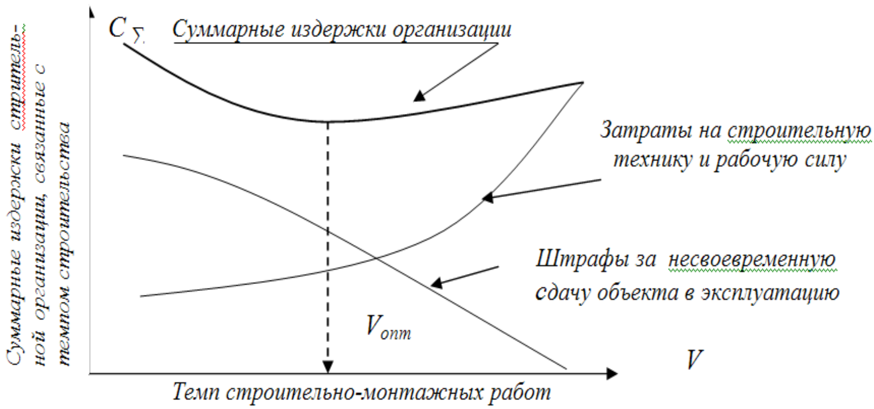

Рис.3. Задача оптимизации темпа строительства транспортного объекта

3. Обеспечение строительства материалами и конструкциями требует создания производственных запасов. Повышенные запасы гарантируют ритмичность строительства, но требуют больших затрат на создание и эксплуатацию складского хозяйства. В то же время, при повышенных запасах становятся меньше расходы на их создание, поскольку крупная разовая поставка материалов дешевле, чем частые поставки мелкими партиями. Здесь имеет место та же постановка задачи, в которой целевая функция представляет собой сумму расходящихся частных функций:

$$Cз^\Sigma = C_{сз} + C_{хр} \rightarrow min, \quad (3)$$

где $C_{сз}$ и $C_{хр}$ – соответственно, затраты на создание запасов и их хранение.

Графическая интерпретация задачи представлена на рис. 4.

В зависимости (3) все элементы являются функциями одной переменной – величины запаса N. Для нахождения оптимального решения следует записать зависимости $C_{сз} = f(N)$, $C_{хр} = \varphi(N)$, затем продифференцировать полученную зависимость по (N):

$\frac{dC^{\Sigma}з}{dN}$ *=0.* Решив полученное уравнение относительно *N,* можно найти оптимальную величину запаса. Данная задача решается с помощью моделей управления запасами.

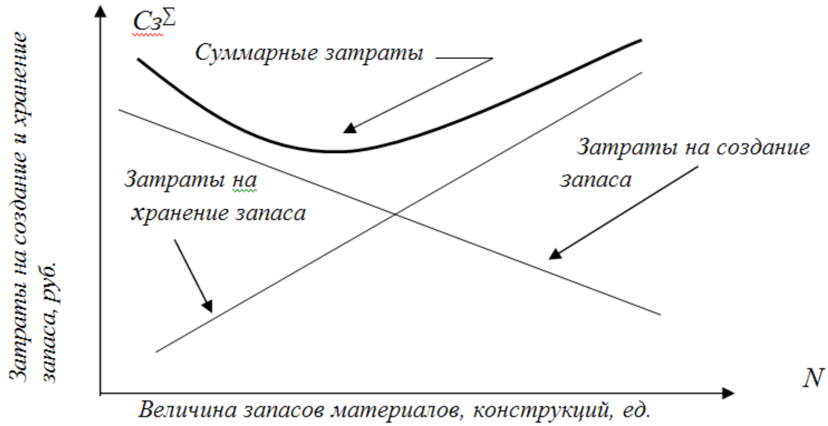

Рис.4. Соотношение затрат на создание и хранение производственных запасов

Рассмотренные примеры относятся к классам задач, в которых целевая функция позволяет найти оптимальное решение путем ее дифференцирования по некоторому критерию. Но, как уже отмечалось, в экстремальном анализе могут использоваться методы статистики.

На рис. 5 показан динамический ряд изменения курса валюты по годам (пример имеет абстрактный характер). Необходимо оценить тенденцию изменения курса. Если использовать метод простых скользящих средних, являющийся достаточно грубым статистическим приемом, то наблюдается устойчивая тенденция снижения курса.

При использовании данного метода могут быть «пропущены» отдельные важные для экономического анализа мелкие «волны» и «изгибы» в тренде. Метод «взвешенных скользящих средних» позволяет получить более точную картину. Например, на рис. 5 на линии *в* прослеживается тенденция роста курса с достижением максимума в 2012 году, после чего имеет место спад.

Рассмотренные классы задач не исчерпывают всего многообразия ситуаций в транспортном строительстве, оптимизируемых с помощью методов экстремального анализа. Наиболее сложным моментом в решении задач с использованием экстремального анализа является построение математической модели (целевой функции), которую предстоит дифференцировать. Последующее сводится к выполнению обычной вычислительной процедуры классической математики.

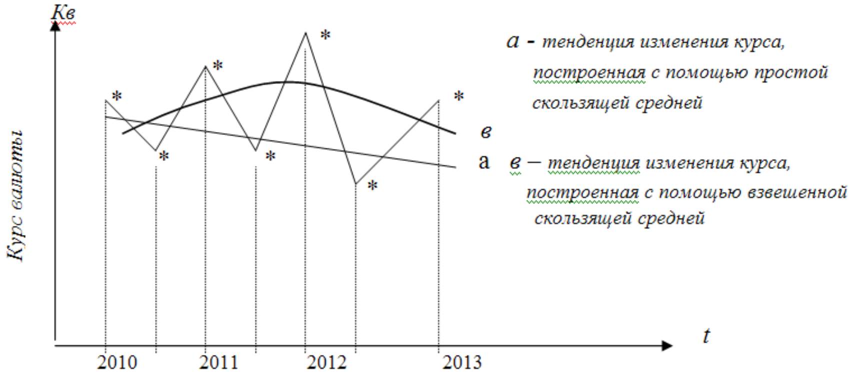

Рис. 5. Сглаживание динамического ряда с помощью простой скользящей средней и взвешенной скользящей средней (выравнивание по параболе)

2 ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО АНАЛИЗА В ПРОЕКТИРОВАНИИ

Пример 1. Требуется определить рациональный радиус действия асфальтобетонного завода, исходя из условия обеспечения минимальной стоимости 1 м^2 асфальтобетонного покрытия.

Решение

Асфальтобетонный завод может иметь два варианта размещения на трассе строящейся дороги:

а) в начале трассы с выдачей смеси по принципу «от себя» с последующим перемещением на новое место (рис. 6. а);

в) в середине трассы с выдачей асфальтобетонной смеси в обе стороны дороги на расстояние R_a с последующим перемещением на новое место, удаленное на расстояние 2 R_a.

Вторая схема предпочтительнее из соображения экономии средств на демонтаж, перемещение оборудования АБЗ и монтаж его на новом месте работы (указанные затраты весьма существенны, чтобы их игнорировать).

Для решения задачи примем обозначения:

R_a - протяженность участка дороги, обеспечиваемая асфальтобе-

тонной смесью с одного месторасположения АБЗ (радиус действия завода), км;
$C_п$ – стоимость перемещения АБЗ, отнесенная к 1 м^2 готового асфальтобетонного покрытия, руб./м^2;
$C_{тр}$ – затраты на транспортировку асфальтобетонной смеси на расстояние $R_a/2$ в количестве, необходимом для устройства 1 м^2 покрытия, руб/м^2;
$C_{дм}$ - суммарная стоимость демонтажа и монтажа оборудования завода, руб.;
$Q_{АБЗ}$ – масса оборудования АБЗ, т.

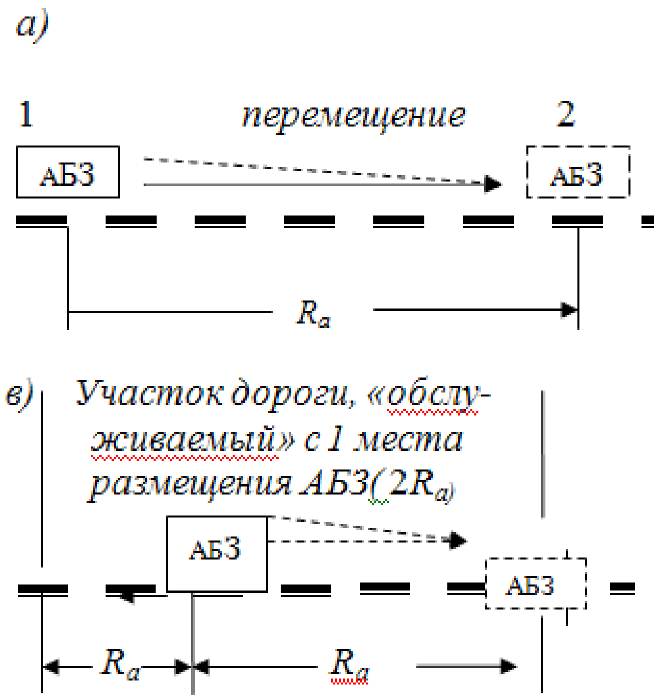

Рис. 6. Расчетные схемы для определения оптимального радиуса использования АБЗ

Если тип АБЗ известен, то математическая постановка определения оптимального радиуса действия завода может быть выражена зависимостью:

$$C_{1м^2} = C_М + C_п + C_{тр} \rightarrow min. \qquad (4)$$

Стоимость материалов $C_М$ не зависит от R_a .

Стоимость перемещения завода на новое место можно описать зависимостью:

$$C_п = \frac{C_{дм} + Q_{АБЗ} KRaC_{1ткм}}{1000 b_n KRa}, \qquad (5)$$

где $b_п$ - ширина дорожного асфальтобетонного покрытия, м.; K - коэффициент, зависящий от расчетной схемы работы АБЗ (для первой схемы, показанной на рис.6.а, $K = 1$; для второй схемы $K = 2$).

$C_{1ткм}$ – стоимость 1 тонно-километра перевозки оборудования АБЗ.

Средняя стоимость транспортировки асфальтобетонной смеси, необходимой для устройства 1 м^2 покрытия, имеет выражение:

$$C_{тр} = \frac{Ra}{2S} C^1 ткм, \qquad (6)$$

где C^1 $ткм$ - стоимость 1 ткм асфальтобетонной смеси, руб.; S - площадь покрытия, которая может быть устроена из 1 тонны асфальтобетонной смеси.

Используя зависимости (5) и (6), получим значение целевой функции:

$$C_{1м^2} = C_M + \frac{C_{дм} + Q_{АБЗ} KRaC_{1ткм}}{1000 b_n KRa} + \frac{Ra}{2S} C^1 ткм \to min. \qquad (7)$$

Продифференцируем полученную зависимость по переменной R_a и приравняем дифференциал нулю:

$$\frac{dC^1{}_{м2}}{dRa} = -\frac{C_{дм}}{1000 b_n KRa^2} + \frac{C^1{}_{ткм}}{2S} = 0. \qquad (8)$$

Решив уравнение (8) относительно R_a, получим:

$$R_{a\ опт} = \sqrt{\frac{2SC_{дм}}{1000 C^1{}_{ткм} b_n K}}. \qquad (9)$$

Допустим, в рассматриваемом примере: $C_{дм}$ =12,5 млн. руб; $S = 4$ м^2/т; $b_п$ = 7,5 м; $K = 1$; $C^1{}_{ткм}$ = 0,02 тыс. руб.

Подставив исходные данные в формулу (9), получим:

$$R_{a\ опт} = \sqrt{\frac{2\times4\times12500}{1000\times0{,}02\times7{,}5\times1}} = 25{,}8\ км.$$

Если принять для расчета вторую схему (*К* =2), получим

$$R_{a\ опт} = 18{,}26\ км.$$

Рассмотренный пример свидетельствует о том, что наиболее важным и сложным вопросом решения технико-экономических задач с применением моделей экстремального анализа является построение самой модели. Это может сделать только специалист в области дорожного строительства, знакомый с технологическим процессом устройства асфальтобетонного покрытия. Это утверждение можно подтвердить другим примером.

Пример 2 Известно, что при устройстве покрытия из горячей асфальтобетонной смеси должен строго выдерживаться температурный режим смеси: ее температура в начале укладки должна быть равной 130-150^{o}С, а окончания укладки – 60 - 90 ^{o}С. Температура выдачи смеси на АБЗ находится в пределах 170 - 180 ^{o}С. Это влияет на время транспортировки смеси от АБЗ до объекта работ. Требуется рассчитать максимальное расстояние транспортировки асфальтобетонной смеси от асфальтобетонного завода по технологическим условиям.

Решение

Расчет предельно допустимого расстояния перевозки смеси по температурным требованиям ($R_{a\ пред}$) можно выполнить по зависимости:

$$R_{a\ пред} = \sqrt{\frac{(t^{o}{}_{АБЗ} - t^{o}{}_{НУ})V}{60\theta}}, \qquad (10)$$

где $t^{o}{}_{АБЗ}$ и $t^{o}{}_{НУ}$ - соответственно температура выдачи смеси на АБЗ и температура начала ее укладки на линии, град.; Θ - скорость остывания смеси во время ее перевозки, град/мин; V – скорость движения автомобилей с асфальтобетонной смесью, км/ч; 60 – коэффициент перевода скорости движения из км/ч в км/мин.

Допустим, температура выдачи смеси на АБЗ составляет 170^{o}, скорость ее остывания равна 1 град./мин, температура начала укладки установлена 120^{o}, скорость движения самосвалов равна 35 км/ч. По зависимости (10) получим:

$$R_{a\ пред} = \sqrt{\frac{(170-120)\times35}{60\times1}} = 29{,}2км.$$

Сравнивая значения $R_{a\ опт}$ и $R_{a\ пред}$, можно сделать вывод, что радиус действия АБЗ, рассчитанный по экономическому критерию, вполне приемлем. Если $R_{a\ пред} < R_{a\ опт}$, радиус действия завода должен быть принят равным $R_{a\ пред}$. В противном случае на участок дороги за пределами $R_{a\ пред}$ будет поставляться переохлажденная смесь, непригодная для укладки, а строительная организация будет нести убытки.

Рассмотренные примеры убеждают в том, что использование математических методов и моделей должно быть творческим: результаты расчетов на моделях необходимо сравнивать с результатами, полученными с учетом технологических, организационных и иных критериев. Более того, решения нередко принимаются с учетом нескольких критериев.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Димитров В.П., Борисова Л.В. Введение в теорию принятия решений / В.П. Димитров, Л.В. Борисова. : Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2013 – 85 с.

2. Петровский А.Б. Теория принятия решений / А.Б. Петровский. М.: ИД «Академия», 2009 – 250 с.

3. Системный анализ и принятие решений: учебное пособие / С.А. Баркалов, И.С. Суровцев, А.И. Половинкина ; науч.ред. В.Н. Бурков. – Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2010. – 652 с.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Цель экстремального анализа
2. Математическая постановка задачи
3. Сглаживание динамического ряда с помощью простой скользящей средней и взвешенной скользящей средней
4. Расчетные схемы для определения оптимального радиуса