ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ЦЕНТР ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Управление качеством»

ОПТИМИЗАЦИЯ СМО С РЕЗЕРВНЫМ ПРИБОРОМ.

Методические указания к практическим занятиям
по дисциплине «Теория массового обслуживания»

Авторы:
Зубрилина Е.М.
Пастухов А.Г.
Димитров В.П.

Аннотация

Методические указания предназначены для проведения практических работ со студентами, обучающихся по направлению 221400 «Управление качеством». Приводится методика моделирования по схеме марковских случайных процессов, однородных и неоднородных марковских цепей. Приводятся индивидуальные задания и методика решения задач.

Авторы

Доцент кафедры «Управление качеством» ДГТУ, к.т.н, Зубрилина Елена Михайловна

Заведующий кафедрой «Общетехнические дисциплины» БелСХА, д.т.н., профессор Пастухов Александр Геннадьевич

Заведующий кафедрой «Управление качеством» ДГТУ д.т.н., профессор Димитров Валерий Петрович

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ

Цель работы - приобрести компетенции оптимизации системы массового обслуживания с резервным прибором.

Рассмотрим однолинейную систему массового обслуживания с простейшим входящим потоком интенсивности λ, к которой может подключаться резервный прибор (рис. 1).

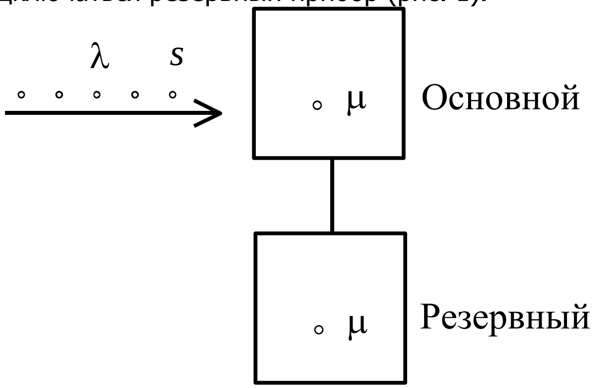

Рис. 1.

Если заявка, находящаяся в некоторый произвольный момент времени t первой в очереди, поступила в систему в момент времени t_0, то величину $s(t) = t - t_0$ будем называть текущим временем ожидания заявки, находящейся первой в очереди. Приборы однотипны. Обслуживание предполагается экспоненциальным с параметром μ на основном и резервном приборах. Дисциплина обслуживания резервным прибором следующая: как только s – текущее время ожидания заявки, находящейся в очереди первой, достигает величины s_0 (s_0 – некоторая положительная константа) подключается резервный прибор и берет на обслуживание заявку, стоящую первой в очереди; после обслуживания одного требования резервный прибор выключается, если текущее время ожидания заявки, которая в этот момент находится первой в очереди, $s<s_0$ и прибор продолжает работать, если $s \geq s_0$.

Рассмотрим случай, когда в описанной выше системе массового обслуживания имеют место потери только двух типов:

1. L_1 – потери от ожидания заявок в очереди;

2. L_2 – потери, связанные с работой резервного прибора (потери на амортизацию резервного прибора).

Пусть $L(s_o)$ - средние суммарные потери системы в единицу времени имеют вид:

$$L(s_0) = L_1(s_0) + L_2(s_0),$$

где $L_1(s_0)$ – средние потери в единицу времени от ожидания заявок в очереди;

$L_2(s_0)$ – среднее значение потерь на амортизацию резервного прибора в единицу времени;

Эти потери зависят от параметра s_0 и оптимизация рассматриваемой системы массового обслуживания сводится к нахождению минимума функции $L(s_0)$ по s_0.

Обозначая $\rho = \dfrac{\mu}{\lambda}$, $x_0 = \lambda s_0$, получим:

$$L(x_0) = \alpha_1 L_1(x_0) + \alpha_2 L_2(x_0), \tag{1}$$

где α_1 -– потери от ожидания заявки в очереди в единицу времени, α_2 - потери в единицу времени от работы резервного прибора.

При $\rho = 1$

$$L_1(x_0) = \frac{2 + 4x_0 + x_0^2}{6 + 2x_0},$$

$$L_2(x_0) = \frac{1}{3 + x_0}, \tag{2}$$

а при $\rho \neq 1$

$$L_1(x_0) = \frac{1}{m}\left\{(1-2\rho)\left[\frac{x_0 e^{(1-\rho)x_0}}{\rho} + \frac{1-e^{(1-\rho)x_0}}{1-\rho}\right] + \right. \qquad (3)$$

$$\left. + \frac{(1-\rho)(1-2\rho)x_0 e^{(1-\rho)x_0}}{2\rho^2} + (1-\rho)e^{(1-\rho)x_0}\,\frac{2\rho - x_0(1-2\rho)}{2\rho^2(1-2\rho)}\right\},$$

$$L_2(x_0) = \frac{(\rho-1)e^{(1-\rho)x_0}}{\rho m},$$

где $m = \rho(2\rho-1) - e^{(1-\rho)x_0}$.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Вывести уравнения для финальных плотностей вероятностей, описывающих поведение указанной выше СМО, условия в нуле и условия нормировки.

2. Получить аналитически решение уравнений для определения вида финальных вероятностей.

3. Получить вид средних суммарных потерь системы вида (2) при ρ=1 и вида (3) при ρ≠1.

4. Построить графики функций $L_1(x_0)$, $L_2(x_0)$, $L(x_0)$ для указанных в таблице 1 значений параметров в соответствии с номером варианта.

Таблица 1 – Значения параметров

№ варианта	$\rho = \frac{\mu}{\lambda}$	b $x_0 \in [0, b]$	d_1 / d_2
1	0,6	[0,30]	0,005
2	0,7	[0,35]	0,006
3	0,8	[0,40]	0,007
4	0,9	[0,45]	0,008
5	1,1	[0,50]	0,009
6	1,2	[0,55]	0,015
7	1,25	[0,60]	0,020
8	1,3	[0,65]	0,025
9	1,35	[0,7]	0,027
10	1,4	[0,75]	0,025

Какой вид имеют указанные функции, если $d_1 << d_2$,

$d_1 >> d_2$, $\dfrac{d_1}{d_2} \to 1$?

5. Решить задачу нахождения оптимального момента включения резервного прибора x_0^{opt}, минимизирующий функцию потерь $L(x_0)$. Привести графики зависимости x_0^{opt} от T $(T = d_1 / d_2)$ для указанных в таблице 2 значений ρ и $T \in (0, a)$ в соответствии с номером варианта.

Таблица 2 – Значения параметров

№ варианта	a	ρ
1	0,04	1,3
2	0,05	1,2
3	0,06	1,1
4	0,07	1,5
5	0,08	0,9
6	0,09	0,8
7	0,1	0,7
8	0,15	0,6
9	0,2	0,65
10	0,25	0,75

Как ведет себя x_0^{opt}, если $d_1 << d_2$, $d_1 >> d_2$, $\dfrac{d_1}{d_2} \to 1$?

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Кирпичников А.П. Методы прикладной теории массового обслуживания / А.П. Кирпичников – Казань. Изд-во Казан. ун-та., 2011. – 199 с.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Приведите примеры задач ТЭА, решаемых методами ТМО.
2. Смоделируйте ситуацию для решения методом ТМО на СТОА.
3. Как определяют число рабочих постов СТОА (основные и дополнительные посты)?

4. Какие основные факторы определяют основное число рабочих постов ТО и ТР?
5. Какие факторы участвуют в определении дополнительного числа рабочих постов СТОА?
6. Какие условия принимаются для определения числа дополнительных постов относительно времени ожидания обслуживания и вероятности занятости постов?
7. Как определять число дополнительных рабочих постов на СТОА на основании методов ТМО?