



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Управление качеством»

Практикум по дисциплине

«Методы анализа временных рядов»

Авторы
Зубрилина Е.М.,
Димитров В.П.,
Золотухина И.А.,
Голубева О.А.

Ростов-на-Дону, 2017

Аннотация

Практикум предназначен для бакалавров направлений 27.03.02 «Стандартизация и метрология» очной/заочной форм обучения.

Авторы

к.т.н., доцент Зубрилина Е.М.,
д.т.н. профессор Димитров В.П.,
старший преподаватель Золотухина И.А.,
к.т.н., доцент Голубева О.А.



Оглавление

1. Цель работы	Ошибка!	Закладка	не
определена.			
1. Порядок выполнения работы	4	
2. Основные положения	4	
3. Пример решения задачи	7	
3.1 Метод скользящего среднего	6	
3.2 Метод взвешенного скользящего среднего	6	
3.3 Метод экспоненциального сглаживания	7	
4. Примеры решения задач	9	
5. Задания для индивидуальной работы	13	
Список литературы	15	
Приложение 1	17	

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Приобрести навыки прогнозирования значений временного ряда, в частности, выделения тренда и учета сезонной составляющей.

2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Изучить теорию.
2. Ознакомиться с примерами решения задачи.
3. Выполнить решение задачи по варианту.

3. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Временной ряд - это последовательность значений некоторого показателя во времени. Временной ряд изменения продаж приведен на рисунке 1.



Рисунок 1.

Анализ временных проводится для выявления тенденций прошлого и прогнозирования будущего. Методы анализа временных рядов осуществляют про-

гноз путем экстраполяции значений отдельной переменной на основе статистических данных за прошлый временной период. *Основное допущение*, которое при этом делается, заключается в том, что происшедшее в прошлом дает хорошее приближение в оценке будущего.

Развитие процессов, реально наблюдаемых в жизни, складывается из некоторой *устойчивой тенденции (тренда)* и некоторой *случайной составляющей*, выражающейся в колебании значений показателя вокруг тренда. На рисунке 2 показано, как могут зависеть объемы продаж одного и того же товара на двух стадиях его жизненного цикла (в начале и в конце продаж).

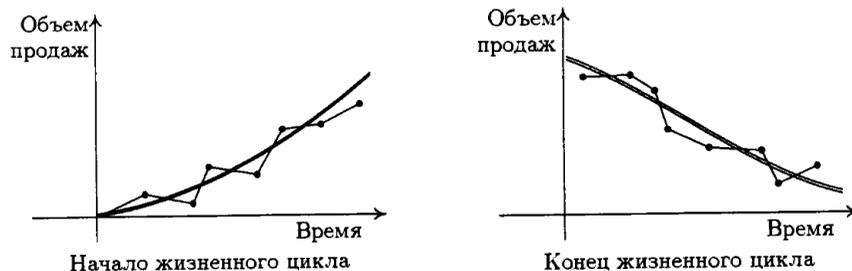


Рисунок 2.

Кривые тренда сглаживают временной ряд значений показателя, выделяя общую тенденцию. Именно выбор кривой тренда во многом определяет результаты прогнозирования.

В большинстве случаев временной ряд, кроме тренда и случайных отклонений от него, характеризуется еще *сезонной* составляющей. Сезонная составляющая — это периодические изменения показателя. Обычная продолжительность сезонной составляющей измеряется днями, неделями или месяцами.

Для анализа временных рядов применяется ряд методов.

3.1 МЕТОД СКОЛЬЗЯЩЕГО СРЕДНЕГО

Сглаживание с помощью скользящих средних основано на том, что в средних величинах взаимно погашаются случайные отклонения. Это происходит вследствие замены первоначальных уровней временного ряда средней арифметической величиной внутри выбранного интервала времени. Полученное значение относится к середине выбранного интервала времени (периода).

Затем период сдвигается на одно наблюдение, и расчет средней повторяется. При этом периоды определения средней берутся все время одинаковыми. Таким образом, в каждом рассматриваемом случае средняя центрирована, т.е. отнесена к срединной точке интервала сглаживания и представляет собой уровень для этой точки.

При сглаживании временного ряда скользящими средними в расчетах участвуют все уровни ряда. Чем шире интервал сглаживания, тем более плавным получается тренд. Сглаженный ряд короче первоначально на $(n-1)$ наблюдений, где n – величина интервала сглаживания.

Для вычисления простого скользящего среднего, используется среднее последних наблюдений фиксированного числа N для оценки следующего значения временно ряда (3.1).

$$\hat{x}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{k-i} \quad (3.1)$$

Для оценки точности прогнозов используются среднее абсолютных отклонений (САО) (3.2) и среднее относительных ошибок (СООП) (3.3), вычисляемые по формулам

$$CAO = \frac{\sum |x_i - \hat{x}_i|}{N}, \quad (3.2)$$

$$COOP = \frac{\sum \frac{|x_i - \hat{x}_i|}{x_i} \times 100\%}{N}, \quad (3.3)$$

где N — количество прогнозов.

3.2 МЕТОД ВЗВЕШЕННОГО СКОЛЬЗЯЩЕГО СРЕДНЕГО

Значение прогноза, полученное методом простого скользящего среднего, лучше всего подходит для данных с небольшими случайными отклонениями от некоторого постоянного или медленно меняющегося значения.

Основной недостаток метода простого скользящего среднего возникает в результате того, что при вычислении прогнозируемого значения самое последнее наблюдение имеет такой же вес (т. е. значимость), как и предыдущие.

Вклад различных моментов времени можно учесть, вводя вес для каждого значения показателя в скользящем интервале. В результате приходим к методу взвешенного скользящего среднего (3.4):

$$\hat{x}_k = \frac{\sum_{i=1}^N w_{k-i} x_{k-i}}{\sum_{i=1}^N w_{k-i}}, \quad (3.4)$$

где w_{k-i} — вес, с которым используется показатель x_{k-i} при расчете.

Вес — это всегда положительное число. В слу-

чае, когда все веса одинаковы, мы возвращаемся к простому скользящему среднему.

В практике технического анализа наибольшее распространение получило линейно взвешенное скользящее среднее (*англ. Linear Weighted Moving Average*), формула расчета которого в общем виде выглядит следующим образом:

$$WMA = \frac{1 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 + \dots + k \cdot x_k}{1 + 2 + 3 + \dots + k} \quad (3.5)$$

где x_k – значение показателя в определённый период времени.

3.3 МЕТОД ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО СГЛАЖИВАНИЯ

Экспоненциальное сглаживание предусматривает постоянное обновление модели за счет наиболее свежих данных. Этот метод основывается на усреднении (сглаживании) временных рядов прошлых наблюдений в нисходящем (экспоненциально) направлении. То есть более поздним событиям присваивается больший вес. Вес присваивается следующим образом: для последнего наблюдения весом будет величина α , для предпоследнего – $(1-\alpha)$, для того, которое было перед ним, – $(1-\alpha)^2$ и т.д.

Очевидно, что в методе взвешенного скользящего среднего существует множество способов задавать значения весов так, чтобы их сумма была равной 1. Один из таких способов называется экспоненциальным сглаживанием. В этой схеме метода взвешенного среднего для любого $t > 1$ прогнозируемое значение \hat{x}_{t+1} вычисляется следующим образом (3.6):

$$\hat{x}_{t+1} = \alpha x_t + (1 - \alpha) \hat{x}_t \quad (3.6)$$

где, x_t - фактический объем продаж за период времени t ,

- \hat{x}_t - прогнозируемый объем продаж, за период времени t .

Рассмотрим некоторые свойства модели экспоненциального сглаживания. Для начала заметим, что если $t > 2$, то в формуле (3.6) t можно заменить на $t-1$ (3.7):

$$\hat{x}_t = \alpha x_{t-1} + (1 - \alpha) \hat{x}_{t-1}$$

Подставив это выражение в первоначальную формулу (3.6), получим:

$$\hat{x}_{t+1} = \alpha x_t + \alpha(1 - \alpha)x_{t-1} + (1 - \alpha)^2 \hat{x}_{t-1} \quad (3.8)$$

Выполняя последовательно аналогичные подстановки, получим следующее выражение для \hat{x}_{t+1} :

$$\begin{aligned} \hat{x}_{t+1} = & \alpha x_t + \alpha(1 - \alpha)x_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 x_{t-2} + \dots + \alpha(1 - \alpha)^{t-1} x_1 + \\ & + (1 - \alpha)^t \hat{x}_1 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Из приведенной формулы видно, что значение \hat{x}_{t+1} является взвешенной суммой всех предыдущих наблюдений (включая последнее наблюдение x_t). Последнее слагаемое этой суммы является не статистическим наблюдением, а «предположением» \hat{x}_1 .

Значение параметра α сильно влияет на функционирование модели прогнозирования, поскольку α представляет собой вес самого последнего наблюдения x_t . Это значит, что следует назначать большее значение α в том случае, когда в модели наиболее прогностическим является именно последнее наблю-

дение. Если же α близко к 0, это означает практически полное доверие к прошлому прогнозу и игнорирование последнего наблюдения.

4. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1.

Имеются данные объемов продаж ящиков с фруктами фирмы ООО «Лето круглый год» по сезонам. Необходимо сделать прогноз о продажах в следующем сезоне, используя простое скользящее среднее по трем узлам, по четырем. Сравнить точность прогнозов и сделать вывод.

Таблица 1

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	57	40	35	33	56	46	45	26	26	53

Построим график объемов продаж по сезонам (рисунок 3).

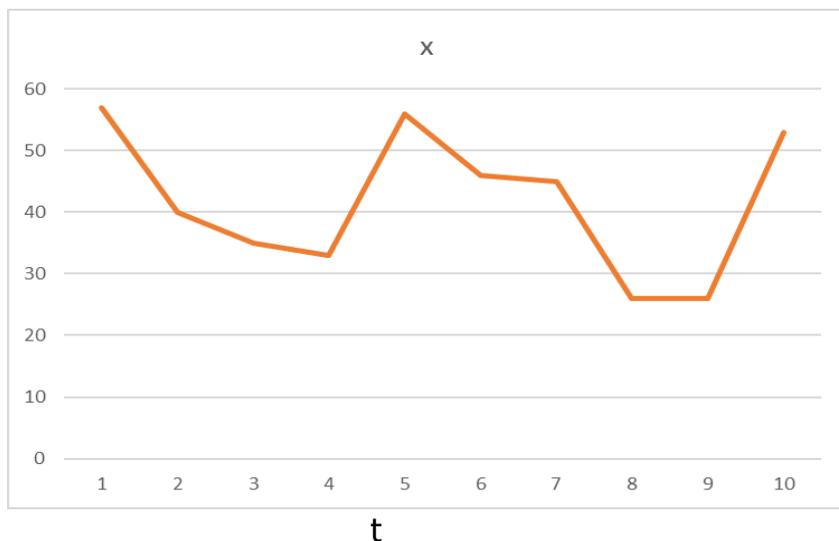


Рисунок 3.

Таблица решения данной задачи имеет следующий вид:

Таблица 2

t	x	прогноз по 3-м узлам	абсолют- ная ошибка	прогноз по 4-м узлам	абсолют ная ошибка
1	57				
2	40				
3	35	44,00	11,00		
4	33	36,00	20,00	41,25	14,75
5	56	41,33	4,67	41,00	5,00
6	46	45,00	0,00	42,50	2,50
7	45	49,00	23,00	45,00	19,00
8	26	39,00	13,00	43,25	17,25
9	26	32,33	20,67	35,75	17,25
10	53	35,00		37,50	
11		CAO=	13,19	CAO=	12,63

Так как, среднее абсолютных отклонений по четырем узлам, меньше среднего абсолютных отклонений по трем узлам ($12,63 < 13,19$), то более достоверным будем считать прогноз по большему количеству данных. Таким образом прогноз на следующий сезон будет равен 37,5 ящиков.

Пример 2.

Авиакомпания прогнозирует перелеты на 12 месяцев по предыдущему периоду. Используя линейно взвешенное скользящее среднее вычислить прогноз на 12 месяцев.

Таблица 3

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
x	123	131	125	127	133	131	122	139	132	120	133

График зависимости количества рейсов по месяцам имеет вид:

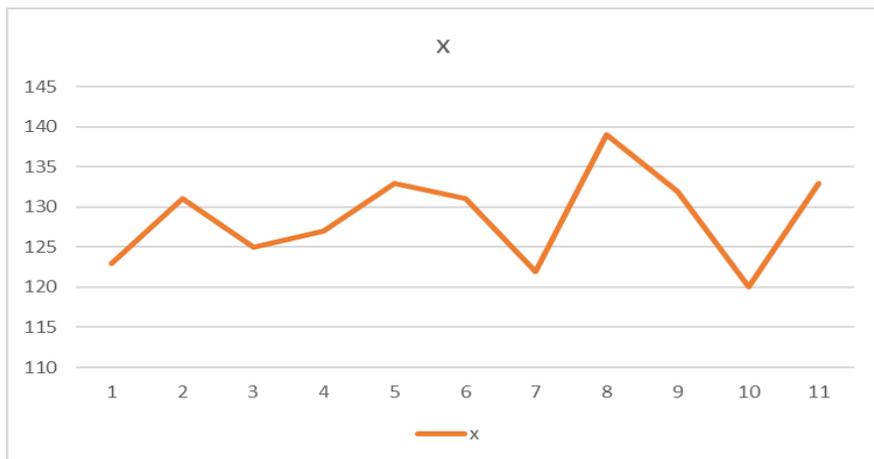


Рисунок. 4

Используя формулу (3.5) вычислим взвешенное скользящее среднее, которое примем за ориентировочный прогноз на 12 месяц:

$$\begin{aligned}
 WMA &= \frac{1 \cdot 123 + 2 \cdot 131 + 3 \cdot 125 + 4 \cdot 127 + 5 \cdot 133 + 6 \cdot 131 + 7 \cdot 122 +}{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11} \\
 &\quad + \frac{8 \cdot 139 + 9 \cdot 132 + 10 \cdot 120 + 11 \cdot 133}{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11} = 129,33
 \end{aligned}$$

Таким образом, ориентировочное количество перелетов в 12 месяце составит 129.

Пример 3.

Используя данные из примера 1 вычислить прогноз на 11 сезон используя метод экспонциального сглаживания. Величина $\alpha=0,2$

Используем формулу (3.7), и принимая \hat{x}_1

средневзвешенному значению, получим следующие значения:

$$\hat{x}_1 = \frac{57 + 40 + 35 + 33 + 56 + 46 + 45 + 26 + 26 + 53}{10} = 41,7$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_{11} = & 0,2 \cdot 53 + 0,2 \cdot (1 - 0,2) \cdot 26 + 0,2 \cdot 0,8^2 \cdot 26 + \\ & + 0,2 \cdot 0,8^3 \cdot 45 + 0,2 \cdot 0,8^4 \cdot 46 + 0,2 \cdot 0,8^5 \cdot 56 + \\ & + 0,2 \cdot 0,8^6 \cdot 33 + 0,2 \cdot 0,8^7 \cdot 35 + 0,2 \cdot 0,8^8 \cdot 40 + \\ & + 0,2 \cdot 0,8^9 \cdot 57 + 0,2 \cdot 0,8^{10} \cdot 41,7 = 38,13 \end{aligned}$$

Таким образом, используя метод экспонциального сглаживания, мы получили прогноз на 11 сезон равный 38,13 ящ.

5. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задача I.

Дан ряд показаний расхода по месяцам холодной воды

некой организации в м.куб. (таблица 6, приложение 1).

1. Выбрать ряд данных по варианту.
2. Построить график зависимости данных от времени t .
3. Сделать прогноз на 16-й период времени, используя простое скользящее среднее по трем узлам, по четырем. Сравнить точность прогнозов и сделать вывод.

Задача II.

Дан ряд значений по объемам продаж жевательной резинки фирмы ООО «Жвачка» в коробках.

1. Выбрать ряд данных по варианту (таблица 4).
2. Построить график зависимости данных от времени t .
3. Используя линейное взвешенное скользящее среднее вычислить прогноз на 1-й квартал следующего года.

Таблица 4

Теория принятия решений

Вариант	1 квартал	2 квартал	3 квартал	4 квартал	1 квартал	2 квартал	3 квартал	4 квартал	1 квартал	2 квартал	3 квартал	4 квартал
1	16	22	18	20	17	22	19	19	18	23	22	20
2	21	27	23	25	22	27	24	24	23	28	27	25
3	18	24	20	22	19	24	21	21	20	25	24	22
4	22	28	24	26	23	28	25	25	24	29	28	26
5	33	39	35	37	34	39	36	36	35	40	39	37
6	41	42	44	39	40	41	42	38	40	44	43	42
7	34	35	37	32	33	34	35	31	33	37	36	35
8	40	41	43	38	39	40	41	37	39	43	42	41
9	44	45	47	42	43	44	45	41	43	47	46	45
10	42	43	45	40	41	42	43	39	41	45	44	43
11	48	49	51	46	47	48	49	45	47	51	50	49
12	47	48	50	45	46	47	48	44	46	50	49	48
13	53	54	56	51	52	53	54	50	52	56	55	54
14	41	42	44	39	40	41	42	38	40	44	43	42
15	30	31	33	28	29	30	31	27	29	33	32	31
16	27	28	30	25	26	27	28	24	26	30	29	28
17	24	25	27	22	23	24	25	21	23	27	26	25
18	32	34	37	35	31	33	36	34	32	35	37	34
19	26	28	31	29	25	27	30	28	26	29	31	28
20	25	27	30	28	24	26	29	27	25	28	30	27
21	23	25	28	26	22	24	27	25	23	26	28	25
22	15	17	20	18	14	16	19	17	15	18	20	17
23	18	20	23	21	17	19	22	20	18	21	23	20
24	22	24	27	25	21	23	26	24	22	25	27	24
25	7	9	12	10	6	8	11	9	7	10	12	9

Задача III.

Цены акций АО «Ника» на бирже за последние полгода приведены в таблице 5.

1. Выбрать ряд данных по варианту (таблица 5).
2. Вычислить прогноз на июль, используя метод экспоненциального сглаживания. (Величина $\alpha=0,2$).

Таблица 5

Теория принятия решений

Вариант	Месяц					
	январь	февраль	март	апрель	май	июнь
	цена, тыс.руб.					
1	15	17	14	14	18	16,5
2	23	25	22,5	22	26	24,5
3	22	24	21,5	21	25	23
4	17	19	16	16	20	18,5
5	11	13	10,5	10	14	12
6	19	21	19	18	22	20,5
7	13	15	12,5	12	16	14
8	24	26	23,5	23	27	25
9	32	34	31,5	31	35	33,5
10	16	18	15,5	15	19	17,5
11	12	14	11	11	15	13,5
12	9	11	8,5	8	12	10
13	31	33	30,5	30	34	32
14	29	31	28,5	28	32	30,5
15	26	28	25,5	25	29	27,5
16	8	10	8	7	11	10
17	14	16	13,5	13	17	15
18	33	35	32,5	32	36	34,5
19	18	20	17,5	17	21	19
20	24	26	23	23	27	25
21	35	37	34,5	34	38	36,5
22	34	36	33,5	33	37	35
23	25	27	25	24	28	26,5
24	27	29	26,5	26	30	28,5
25	38	40	37	37	41	39

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афанасьев В. Н. Анализ временных рядов и прогнозирование : учебник / В. Н. Афанасьев, М. М. Юзбашев. — М. : Финансы и статистика ; ИНФРА-М, 2010 г.

2. Лагутин М. В. Наглядная математическая статистика : учеб. пособие / М. В. Лагутин. — М. : БИНОМ; Лаборатория знаний, 2009 г.

3. Лапыгин Ю. Н. Экономическое прогнозирование : учеб. пособие / Ю. Н. Лапыгин. — М. : Эксмо, 2009 г.

4. Алексинская Т. В. Учебное пособие по решению задач по курсу экономико-математические методы и модели. — Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2002.



Таблица 6

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
вариант 1	17	15	20	14,5	21	17,5	20,5	16,5	18,5	14	19,25	22	16,8	18,8	18,1
вариант 2	173	171	176	92,5	177	157,9	160,9	156,9	158,9	170	167,45	178	94,5	96,8	174,1
вариант 3	225	223	228	118,5	229	204,7	207,7	203,7	205,7	222	216,85	230	120,5	122,8	226,1
вариант 4	9	7	12	10,5	13	10,3	13,3	9,3	11,3	6	11,65	14	12,5	14,8	10,1
вариант 5	18	16	21	15	22	18,4	21,4	17,4	19,4	15	20,2	23	17	19,3	19,1
вариант 6	27	25	30	19,5	31	26,5	29,5	25,5	27,5	24	28,75	32	21,5	23,8	28,1
вариант 7	13	11	16	12,5	17	13,9	16,9	12,9	14,9	10	15,45	18	14,5	16,8	14,1
вариант 8	113	111	116	62,5	117	103,9	106,9	102,9	104,9	110	110,45	118	64,5	66,8	114,1
вариант 9	14	12	17	13	18	14,8	17,8	13,8	15,8	11	16,4	19	15	17,3	15,1
вариант 10	33	31	36	22,5	37	31,9	34,9	30,9	32,9	30	34,45	38	24,5	26,8	34,1
вариант 11	145	143	148	78,5	149	132,7	135,7	131,7	133,7	142	140,85	150	80,5	82,8	146,1
вариант 12	51	49	54	31,5	55	48,1	51,1	47,1	49,1	48	51,55	56	33,5	35,8	52,1
вариант 13	19	17	22	15,5	23	19,3	22,3	18,3	20,3	16	21,15	24	17,5	19,8	20,1
вариант 14	120	118	123	66	124	110,2	113,2	109,2	111,2	117	117,1	125	68	70,3	121,1
вариант 15	73	71	76	42,5	77	67,9	70,9	66,9	68,9	70	72,45	78	44,5	46,8	74,1
вариант 16	16	14	19	14	20	16,6	19,6	15,6	17,6	13	18,3	21	16	18,3	17,1
вариант 17	212	210	215	112	216	193	196	192	194	209	204,5	217	114	116,3	213,1
вариант 18	110	108	113	61	114	101,2	104,2	100,2	102,2	107	107,6	115	63	65,3	111,1
вариант 19	105	103	108	58,5	109	96,7	99,7	95,7	97,7	102	102,85	110	60,5	62,8	106,1
вариант 20	44	42	47	28	48	41,8	44,8	40,8	42,8	41	44,9	49	30	32,3	45,1
вариант 21	32	30	35	22	36	31	34	30	32	29	33,5	37	24	26,3	33,1
вариант 22	106	104	109	59	110	97,6	100,6	96,6	98,6	103	103,8	111	61	63,3	107,1
вариант 23	108	106	111	60	112	99,4	102,4	98,4	100,4	105	105,7	113	62	64,3	109,1
вариант 24	61	59	64	36,5	65	57,1	60,1	56,1	58,1	58	61,05	66	38,5	40,8	62,1
вариант 25	55	53	58	33,5	59	51,7	54,7	50,7	52,7	52	55,35	60	35,5	37,8	56,1

