



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра «Приборостроение и биомедицинская инженерия»

## Практикум

по дисциплине

# «Точность и надежность измерительных устройств»

Авторы  
Коваль Н.С.  
Кудинова Е.А.

Ростов-на-Дону, 2023

## Аннотация

Практикум предназначен для студентов очной формы обучения для направления 12.03.01 «Приборостроение».

## Авторы

канд. техн. наук, доцент кафедры  
«Приборостроение и биомедицинская инженерия»  
Коваль Н. С.

ассистент кафедры «Приборостроение и  
биомедицинская инженерия»  
Кудинова Е.А.





## Оглавление

|  |    |
|--|----|
| Практическое занятие №1. «Расчет характеристик измерительных приборов по структурной схеме».....                   | 4  |
| Практическое занятие №2. «Расчет погрешностей измерительных приборов»  | 11 |
| Практическое занятие №3. «Расчет вероятности попадания погрешности измерительного прибора в заданную область»..... | 18 |
| Практическое занятие №4. «Элементы точностного синтеза механизма».....   | 22 |
| Практическое занятие №5. «Элементы точностного анализа механизма».....   | 27 |
| Перечень использованных информационных ресурсов.....   | 31 |

**Практическое занятие №1****«Расчет характеристик измерительных приборов по структурной схеме»**

**1.1 Цель работы:** ознакомление с методикой расчета характеристик измерительных приборов и приобретение практических навыков расчета чувствительности типовых измерительных звеньев приборов.

**1.2. Основные теоретические сведения.** Измерительный прибор (ИП) можно рассматривать как преобразователь измеряемой физической величины, принимаемой за входной сигнал, в другую физическую величину (выходной сигнал), пригодную для отсчета человеком (оператором) или удобную для дальнейшей переработки без участия человека. Схема прохождения сигналов через измерительный прибор представлена на рис. 1, где, помимо входного и выходного сигналов  $x$  и  $y$ , обозначены внутренние параметры  $q_1, \dots, q_n$ , присущие данному типу ИП, и внешние параметры  $z_1, \dots, z_k$ , отображающие условия, в которых эксплуатируется ИП.

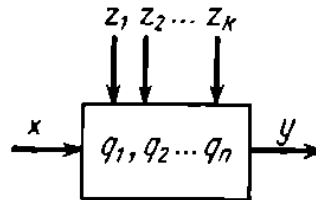


Рисунок 1 – Измерительный прибор как преобразователь обобщенных физических величин:  $x$  – измеряемая величина;  $y$  – выходной сигнал;  $q_1, \dots, q_n$  – внутренние параметры;  $z_1, \dots, z_n$  – внешние параметры.

К внутренним параметрам относятся геометрические размеры деталей ИУ, физические параметры материалов, из которых изготовлены детали, а также внутренние дестабилизирующие воздействия (силы трения и небаланса, термо-э. д.с. и т.п). Внешние параметры – это параметры окружающей среды (атмосферное давление, температура воздуха и т. п.), источников питания, внешних электрических, магнитных и гравитационных полей, переносные линейные и угловые ускорения объекта, на котором установлено ИП, и т.д.

**Статической характеристикой** ИП называют функциональную зависимость между установившимися значениями измеряемой величины  $x$  и выходного сигнала  $y$ :

$$y = f(x) \quad (1)$$

В измерительных приборах с визуальным отсчетом показаний за выходной сигнал принимают линейное или угловое перемещение отсчетного устройства. На рис. 2. дано графическое изображение различных вариантов характеристик ИП.

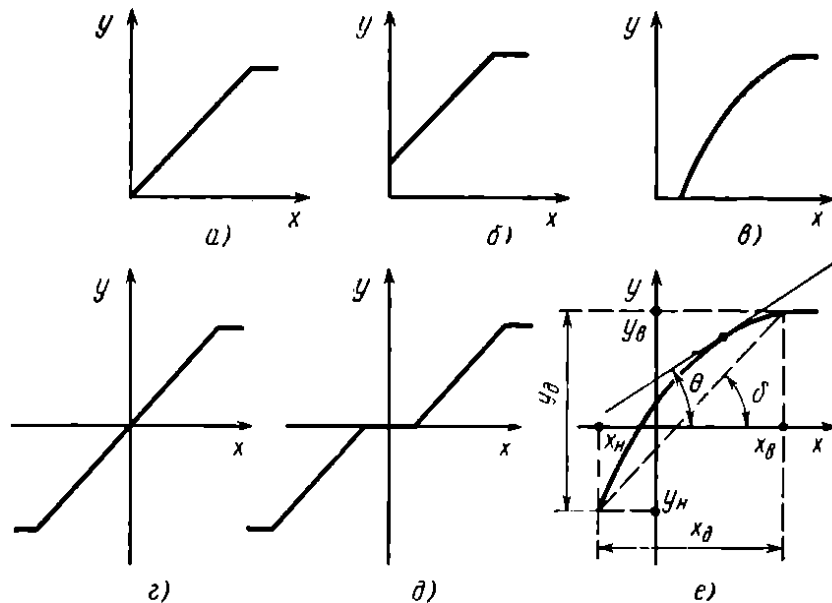


Рисунок 2 – Виды статических характеристик ИП:  
 а, г – пропорциональные; б – линейная; в, е – нелинейная; д – линейная с зоной нечувствительности.

Для оценки погрешностей ИП необходимо различать заданную, расчетную и экспериментальную характеристики.

**Заданная характеристика** ИП – это функциональная зависимость между  $x$  и  $y$ , заданная техническими требованиями (ТТ) или техническим заданием (ТЗ) на проектирование ИУ:

$$y_0 = f_0(x) \quad (2)$$

Нулевые индексы здесь означают, что функция (2) является идеальной, и вычисленное по этой зависимости значение  $y_0$  (при данном  $x$ ) является абсолютно точным.

**Расчетной характеристикой** ИП называют полученное расчетным путем уравнение, выражающее функциональную зависимость  $y$  не только от параметров  $x$ , но и от параметров ИУ и внутренних дестабилизирующих факторов:

$$y_{\text{расч}} = f(x, q_1, \dots, q_m, q_{m+1}, \dots, q_n) \quad (3)$$

где  $q_1, \dots, q_m$  – параметры ИП;  $q_{m+1}, \dots, q_n$  – внутренние дестабилизирующие факторы.

К параметрам  $q_1, \dots, q_m$  относятся влияющие на формирование выходного сигнала геометрические размеры деталей и физические параметры материалов (плотность, модуль упругости, вязкость, удельное электрическое сопротивление, магнитная проницаемость, диэлектрическая постоянная и т.п.) Если ИП используется при косвенных измерениях, то в число параметров  $q_1, \dots, q_m$  могут входить также параметры, характеризующие косвенный метод измерения. К внутренним дестабилизирующим факторам  $q_{m+1}, \dots, q_n$  относятся вредные внутренние воздействия, которые могут иметь место в реальной конструкции ИП. Например, если ИУ содержит подвижную систему, то к числу внутренних дестабилизирующих факторов относятся

все виды вредных сил и моментов сил, нарушающих равновесие подвижной системы (силы и моменты трения в опорах, направляющих и шарнирных соединениях и т.д.)

**Экспериментальная характеристика** ИП – это функциональная зависимость между  $x$  и  $y$ , найденная путем испытаний одного или нескольких изготовленных образцов ИУ:

$$y_{\text{экс}} = f_{\text{экс}}(x) \quad (4)$$

**Чувствительностью** ИП называют предел отношения приращения выходного сигнала к приращению измеряемой величины, когда последнее стремится к нулю, или, другими словами, производную выходного сигнала по измеряемой величине:

$$S = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) = \frac{dy}{dx} \quad (5)$$

Чувствительность может быть определена аналитически, дифференцированием уравнения (1) или графически с помощью касательной, проведенной в точке характеристики, в которой определяется чувствительность (рис.2, е). При этом

$$S = \frac{m_y}{m_x} \operatorname{tg} \Theta \quad (6)$$

$\Theta$  – угол наклона касательной к оси  $x$ ;

$m_x$  и  $m_y$  – масштабы графика по осям  $x$  и  $y$ ;

Если характеристика ИП линейна, то чувствительность одинакова во всех точках характеристики ( $S = \text{const}$ ). Измерительный прибор обладает постоянной чувствительностью, имеет равномерную шкалу. Средняя чувствительность ИП равна отношению абсолютных величин диапазонов измерения, выраженных в единицах  $y$  и  $x$ :

$$\bar{S} = \frac{y_{\text{д}}}{x_{\text{д}}} = \frac{m_y}{m_x} \operatorname{tg} \delta \quad (7)$$

где  $\delta$  – угол наклона хорды, соединяющей точки статической характеристики, соответствующие нижнему и верхнему пределам измерения.

В большинстве ИП преобразование сигналов является многоступенчатым: измеряемая величина  $x$ , прежде чем она преобразуется в выходной сигнал  $y$ , претерпевает промежуточные преобразования, осуществляемые с помощью измерительных звеньев, отображаемых на структурной схеме ИП в виде элементарных преобразователей физических величин. Основные способы соединения звеньев представлены на рисунке 2.

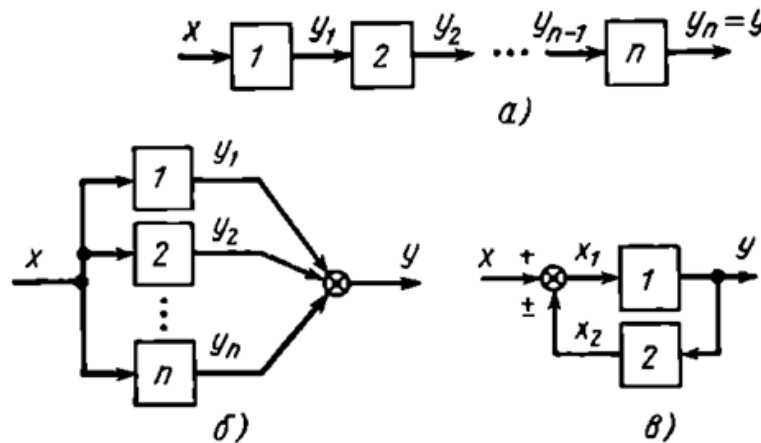


Рисунок 2 – Типовые соединения измерительных звеньев приборов: а – разомкнутое с последовательным соединением звеньев; б – разомкнутые с параллельным соединением звеньев; в – замкнутое со встречно-параллельным соединением звеньев (с обратной связью)

Структурная схема ИП формируется таким образом, чтобы обеспечить преобразование измеряемой величины в выходной сигнал заданной формы в соответствии с требуемой функциональной зависимостью. Определение характеристик ИП ведется в следующем порядке. На основании принципиальной схемы ИУ составляется его структурная схема, на которой выделяются элементарные измерительные звенья и связи между ними. Затем определяют характеристики измерительных звеньев по их физическим схемам. Наконец, решая систему уравнений, образованную характеристиками звеньев, совместно с уравнениями связей, находят общую характеристику всей измерительной цепи. Рассмотрим общие решения для типовых соединений звеньев.

**Последовательное соединение** (рис. 2, а). Если характеристики звеньев описывается системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= f_1(x) \\ y_2 &= f_2(y_1) \\ &\dots\dots\dots \\ y_{N-1} &= f_{N-1}(y_{N-2}) \\ y_N &= f_N(y_{N-1}) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

то общая характеристика измерительной цепи, определяемая совместным решением системы уравнений (8), имеет вид:

$$y = f_N \{ f_{N-1} \dots f_2 [ f_1(x) ] \} \quad (9)$$

Умножив и разделив правую часть данного равенства на  $dy_1, dy_2, \dots, dy_{N-1}$  получим:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy_1}{dx} \frac{dy_2}{dy_1} \dots \frac{dy_N}{dy_{N-1}} \quad (10)$$

Имея в виду, что

$$\frac{dy}{dx} = S; \quad \frac{dy_1}{dx} = S_1; \quad \frac{dy_2}{dy_1} = S_2; \quad \frac{dy_N}{dy_{N-1}} = S_N \quad (11)$$

получим формулу, определяющую зависимость общей чувствительности от чувствительностей звеньев при их последовательном соединении:

$$S = S_1 \cdot S_2 \cdot \dots \cdot S_N = \prod_{i=1}^N S_i \quad (12)$$

Характеристика цепи может быть построена графически. Если ИУ содержит всего два последовательных звена, то в первой четверти прямоугольной системы координат строят характеристику первого звена  $y_1 = f_1(x)$ , а во второй четверти — характеристику второго звена  $y_2 = f_2(y_1)$  (рис. 3, а). Затем, пользуясь способом построения, показанным на графике рис. 1.9, а, в четвертой четверти получают зависимость  $y_2 = f(x)$ , которая и является искомой характеристикой двухзвенной цепи.

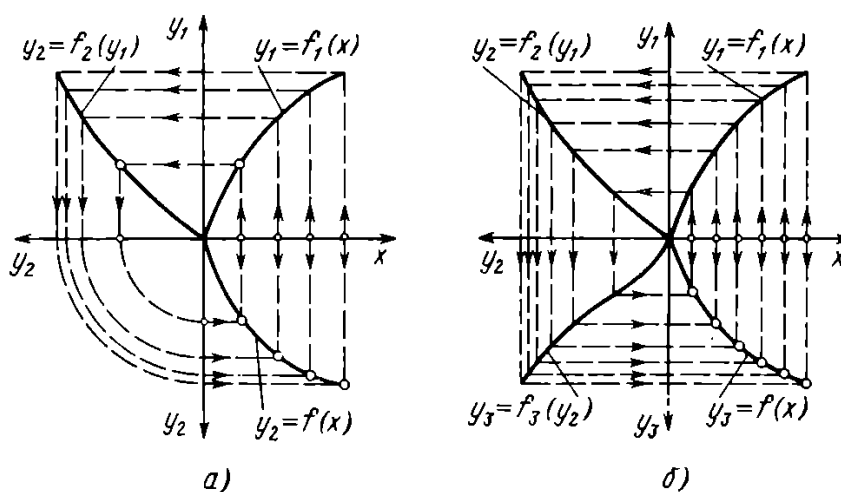


Рисунок 3 - Построение характеристики последовательного соединения звеньев: а - для двух звеньев; б - для трех звеньев

Если структурная схема содержит три последовательных звена, третья четверть используется для построения характеристики третьего звена, а в четвертой четверти получают характеристику трехзвенной цепи (рис. 3, б). Если число последовательных звеньев более трех, то построение ведется в несколько приемов: сначала на одном графике находят общую характеристику первых трех звеньев, затем, рассматривая эти три звена как единое, продолжают аналогичное построение на другом графике с учетом характеристик четвертого и пятого звеньев и т. д.

**Параллельное соединение звеньев** (рис. 2, б). Если характеристики звеньев:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= f_1(x) \\ y_2 &= f_2(x) \\ &\dots\dots\dots \\ y_N &= f_N(x) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

и уравнение связи

$$y = y_1 + y_2 + \dots + y_N \quad (14)$$

то совместное решение систем (11) и (12) дает общую характеристику цепи

$$y = f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_N(x) \quad (15)$$



Дифференцируя уравнение связи (13) по  $x$  и имея в виду (11) получим зависимость общей чувствительности параллельного соединения от чувствительностей звеньев:

$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_N = \sum_{i=1}^N S_i \quad (16)$$

Графический метод построения статической характеристики ИУ с параллельным соединением трех звеньев показан на рис. 4, а. В одном и том же квадранте строят характеристики каждого из звеньев:  $y_1 = f_1(x)$  - I,  $y_2 = f_2(x)$  - II,  $y_3 = f_3(x)$  - III. Общая характеристика параллельного соединения (кривая IV) получается в результате суммирования ординат кривых I, II, III при фиксированных значениях  $x$ :  $y = y_1 + y_2 + y_3$ . Этот способ применим при любом числе параллельных звеньев.

**Встречно-параллельное соединение звеньев** (рис. 2, в). Уравнение звеньев 1 и 2 и уравнение связи имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} y &= f_1(x) \\ x_2 &= f_2(y) \\ x_1 &= x \pm x_2 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Решение системы уравнений (15) дает общую характеристику устройства в неявном виде:

$$y = f_1[x \pm f_2(y)] \quad (18)$$

Здесь знак «плюс» отвечает положительной обратной связи, знак «минус» - отрицательной. Дифференцируя и преобразовывая (17) получим зависимость общей чувствительности встречно-параллельного соединения от чувствительности звеньев:

$$S = \frac{S_1}{1 \mp S_1 S_2} \quad (19)$$

Графическое построение характеристики встречно-параллельного соединения для случая отрицательной обратной связи показано на рис. 4, б. В одном и том же квадранте строят характеристики каждого из звеньев:  $y_1 = f_1(x_1)$  - I,  $x_2 = f_2(y)$  - II. Общая характеристика соединения получается в результате суммирования кривых I и II при фиксированных значениях  $y$ :  $x = x_1 + x_2$ .

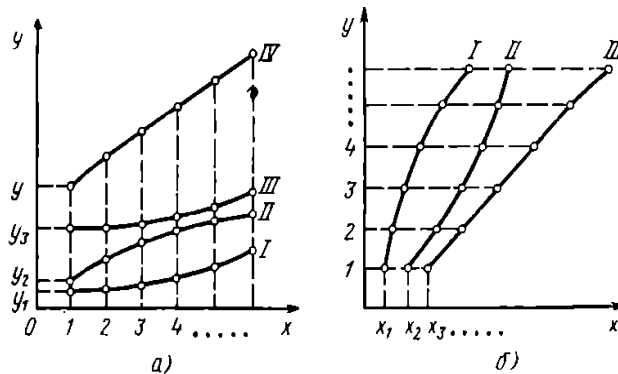


Рисунок 4 - Построение характеристики: а - для параллельного соединения звеньев; б - для встречно-параллельного соединения звеньев с отрицательной связью

### 1.3. Порядок выполнения работы.

1. Ознакомиться с методикой расчета характеристик измерительных приборов, изложенной в теоретическом разделе.
2. Выбрать исходные данные для расчета из таблицы 1.

Таблица 1- Исходные данные для расчета характеристик измерительных приборов

| Тип соединения звеньев                                 | Количество звеньев | Характеристика звеньев |                      |                      | X <sub>д</sub> |
|--|--------------------|------------------------|----------------------|----------------------|----------------|
|  |                    | 1 звено                | 2 звено              | 3 звено              |                |
| Разомкнутое последовательное                           | 3                  | $y_1 = 1,5x$           | $y_2 = 0,04y_1^2$    | $y_3 = 0,035 y_2^2$  | 0-20           |
| Разомкнутое параллельное                               | 3                  | $y_1 = 0,025x^2 + 2$   | $y_2 = 0,035x^2 + 5$ | $y_3 = 0,055x^2 + 7$ | 0-15           |
| Замкнутое встречно-параллельное с отрицательной связью | 2                  | $y = 0,02x_1^3 + 1$    | $x_2 = 0,45y$        | -                    | 0-20           |

3. Получить уравнения измерительных цепей для соответствующего типа соединения звеньев.
4. Графически отобразить характеристики измерительных звеньев при соответствующем типе соединения, получить общую характеристику измерительных звеньев цепи.
5. Определить чувствительность измерительных звеньев для соответствующего типа соединения в измерительной цепи.
6. Определить зависимость общей чувствительности измерительной цепи от чувствительности измерительных звеньев для соответствующего типа соединения.
7. Оформить отчет.

### Контрольные вопросы

1. Приведите схему, поясняющую процесс прохождения сигнала через измерительный прибор.
2. Что называют статической характеристикой измерительного прибора?
3. Какие виды статических характеристик измерительных приборов существуют?
4. Что называют чувствительностью измерительного прибора?
5. Раскройте методику определения чувствительности дифференциальным методом.
6. Раскройте методику определения чувствительности графическим методом.
7. Какие виды соединений используют для соединения звеньев в измерительных цепях приборов?
8. Раскройте методику нахождения статической характеристики для последовательно соединенных звеньев в измерительной цепи.
9. Раскройте методику нахождения статической характеристики для параллельного соединенных звеньев в измерительной цепи.
10. Раскройте методику нахождения статической характеристики для встречно-параллельного соединенных звеньев в измерительной цепи.

**Практическое занятие №2****«Расчет погрешностей измерительных приборов»**

**2.1 Цель работы:** ознакомление со структурой погрешностей измерительных звеньев и приобретение практических навыков расчета погрешности измерительных приборов.

**2.2. Основные теоретические сведения.** Уравнение погрешностей выражает зависимость общей погрешности ИП от первичных погрешностей, возникающих в измерительных звеньях под влиянием различных внутренних и внешних факторов. Уравнение погрешностей служит основой для решения задач, связанных с вероятностной оценкой точности ИП. Составление уравнения погрешностей ИП удобно вести в следующем порядке:

1. Выявляется структурная схема ИП;
2. Определяются уравнения погрешностей каждого измерительного звена исходя из анализа его физической схемы;
3. Составляется уравнение погрешностей всей измерительной цепи путем суммирования погрешностей звеньев с весовыми коэффициентами (коэффициентами влияния), зависящими от типа структурной схемы.

Такой метод расчета позволяет выявить роль каждого звена в формировании результирующей погрешности ИП и создать предпосылки для оптимизации структурной схемы ИП.

**Составление уравнений погрешности измерительных звеньев.** Измерительное звено преобразует некоторый входной сигнала  $x$  в выходной сигнал  $y$ , находящийся под воздействием внешних дестабилизирующих факторов  $z_1, \dots, z_k$ . Идеальная (абсолютно точная) характеристика звена имеет вид:

$$y_0 = f_0(x) \quad (20)$$

В совокупности с идеальными характеристиками остальных звеньев измерительной цепи обеспечивает точное воспроизведение требуемой характеристики ИП в целом.

**Погрешность приближения.** При проектировании измерительного звена выбирают такую его схему, которая наилучшим образом обеспечивает реализацию идеальной характеристики звена (20). Выбранная схема описывается некоторой номинальной расчетной характеристикой:

$$y_{\text{расч.ном}} = f(x; q_{10}, \dots, q_{m0}) \quad (21)$$

где  $q_{10}, \dots, q_{m0}$  - номинальные значения геометрических и физических параметров схемы и метода измерения.

С целью упрощения схемы, конструкции или метода измерения, оказывается целесообразным принять приближенное решение, при котором характеристика (21) отличается от заданной (20). Тогда погрешность приближения можно определить выражением:

$$\Delta y_{\text{прибл}} = y_{\text{расч.ном}} - y_0 = f(x; q_{10}, \dots, q_{m0}) - f_0(x) \quad (22)$$

**Функциональная погрешность.** В реальной расчетной характеристике, в отличие от (21) учитывается отклонение параметров  $q_1, \dots, q_m$  от  $q_{10}, \dots, q_{m0}$  под действием многих факторов, а так же учитывается действие дополнительных возмущений от параметров

$q_{m+1}, \dots, q_n$  (силы трения, паразитные термо -Э.Д.С., дисбаланс и т.д.). Тогда расчетная характеристика примет вид:

$$y_{\text{расч}} = f(x; q_1, \dots, q_m, q_{m+1}, \dots, q_n) \quad (23)$$

Функциональная погрешность определяется как разность выражений (23) и (21):

$$\Delta y_{\phi} = y_{\text{расч}} - y_{\text{расч.ном}} = f(x; q_1, \dots, q_m, q_{m+1}, \dots, q_n) - f(x; q_{10}, \dots, q_{m0}) \quad (24)$$

Выражение (24) в линейном приближении:

$$\Delta y_{\phi} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial y}{\partial q_i} \right)_0 \Delta q_i \quad (25)$$

где  $\Delta q_i = q_i - q_{i0}$  – первичная погрешность параметра  $q$ .

**Основная и дополнительная погрешности.** Первичные погрешности  $\Delta q_i$  возникают под влиянием различных дестабилизирующих факторов, которые можно разделить на две группы:

1. Внутренние дестабилизирующие факторы, определяемые точностью изготовления;
2. Внешние дестабилизирующие факторы, определяемые условиями эксплуатации.

Соответственно первичную погрешность можно представить в виде двух слагаемых:

$$\Delta q_i = \Delta q_i' + \Delta q_i'' \quad (26)$$

где  $\Delta q_i'$  – основная первичная погрешность (значение первичной погрешности при нормальных условиях работы ИП);

$\Delta q_i''$  – дополнительная первичная погрешность (приращение первичной погрешности, вызванное отклонением условий работы ИП от нормальных).

Для определения зависимости погрешностей  $\Delta q_i''$  от внешних факторов необходимо выразить параметры  $q_i$  в виде функций:

$$q_i = \Phi_i(z_1, \dots, z_k) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (27)$$

где  $z_1, \dots, z_k$  – внешние факторы, характеризующие условия эксплуатации (параметры окружающей среды, режимы питания, углы наклона, ускорения, напряженности внешних полей и т. д.).

За номинальные значения внешних факторов принимают их значения  $z_{10}, \dots, z_{k0}$ , отвечающие нормальным условиям, при которых производится регулировка и градуировка ИП. Например, номинальными значениями атмосферного давления и температуры являются соответственно 760 мм рт. ст. и 20° С. При номинальных значениях внешних факторов уравнение (27) примет вид:

$$q_{i0} = \Phi_i(z_{10}, \dots, z_{k0}) \quad (28)$$

Дополнительная погрешность, вызванная отклонением внешних факторов от номинальных составит:

$$\Delta q_i'' = \Phi_i(z_1, \dots, z_k) - \Phi_i(z_{10}, \dots, z_{k0}) \quad (29)$$

В линейном приближении:

$$\Delta q'' = \sum_{j=1}^k \left( \frac{\partial q_i}{\partial z_j} \right)_0 \Delta z_j \quad (30)$$

где  $\Delta z_j$  – отклонение  $j$ -го внешнего фактора от номинального значения;

Нулевой индекс у частной производной указывает на то, что вычисление производится для значения  $z_j = z_{j0}$ , отвечающего нормальным условиям.

С учетом (26) (30) выражение (25) примет вид:

$$\Delta y_{\phi} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial y}{\partial q_i} \right)_0 \Delta q_i' + \sum_{i=1}^n \left\{ \left( \frac{\partial y}{\partial q_i} \right)_0 \sum_{j=1}^k \left( \frac{\partial q_i}{\partial z_j} \right)_0 \Delta z_j \right\} \quad (31)$$

**Полное уравнение погрешности измерительного звена** получается как сумма погрешности приближения (22) и функциональной погрешности (31):

$$\begin{aligned} \Delta y_{\text{прибл}} = & f(x; q_{10}, \dots, q_{m0}) - f_0(x) + \\ & + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial y}{\partial q_i} \right)_0 \Delta q_i' + \sum_{i=1}^n \left\{ \left( \frac{\partial y}{\partial q_i} \right)_0 \sum_{j=1}^k \left( \frac{\partial q_i}{\partial z_j} \right)_0 \Delta z_j \right\} \end{aligned} \quad (32)$$

Общую погрешность (32) можно представить в виде суммы основной и дополнительной погрешностей:

$$\begin{aligned} \Delta y = & [\Delta y_{\text{осн}}] + [\Delta y_{\text{доп}}] = \\ = & \left[ f(x; q_{10}, \dots, q_{m0}) - f_0(x) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial y}{\partial q_i} \right)_0 \Delta q_i' \right] + \left[ \sum_{i=1}^n \left\{ \left( \frac{\partial y}{\partial q_i} \right)_0 \sum_{j=1}^k \left( \frac{\partial q_i}{\partial z_j} \right)_0 \Delta z_j \right\} \right] \end{aligned} \quad (33)$$

Для составления уравнения погрешностей измерительной цепи, не обязательно иметь расчетные данные о погрешностях каждого звена. Могут быть использованы экспериментальные данные или взяты значения погрешностей отдельных звеньев из технических условий.

Для составления уравнения погрешностей измерительной цепи (уравнения общей погрешности ИП), подвергается анализу структурная схема. При этом предполагается, что предварительно для каждого звена, входящего в структурную схему ИП, составлены уравнения погрешностей или известна величина этих погрешностей. Рассмотрим процесс прохождения сигнала через измерительные звенья (рис. 5).

Обозначим через  $i$  порядковый номер звена, через  $y_{i-1}$  входной сигнал  $i$ -го звена и через  $y_i$  - его выходной сигнал.

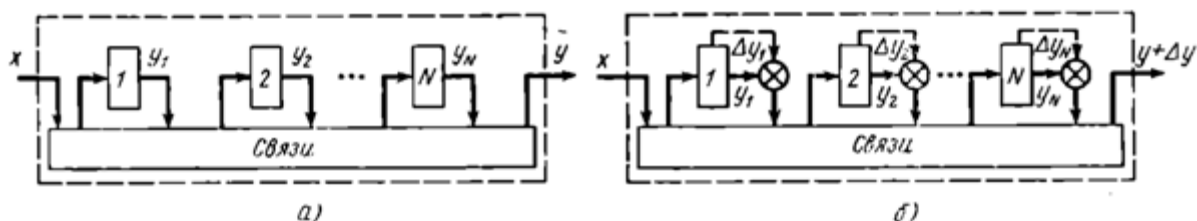


Рисунок 5 – Прохождение сигнала через измерительные звенья: а – при отсутствии погрешности; б – при наличии погрешности

Входной сигнал первого звена, являющегося чувствительным элементом ИП, обозначим через  $x$ , а выходной сигнал всей измерительной цепи - через  $y$ . Соответственно абсолютная погрешность  $i$ -го звена, выраженная в единицах его выходного сигнала, будет  $\Delta y_i$ , а общая абсолютная погрешность измерительной цепи  $\Delta y$ .

Если бы звенья ИП были идеально точными, то при установившемся режиме выходные сигналы звеньев  $y_1, \dots, y_N$ , так же как и выходной сигнал  $y$  всей измерительной цепи, однозначно соответствовали бы один другому и измеряемой величине  $x$  (рис. 5, а). В реальном ИП под влиянием независимых погрешностей измерительных звеньев сигналы  $y_1, \dots, y_N$  на выходе звеньев  $1, \dots, N$  могут получать не зависящие от  $x$  приращения. В этом случае:

$$y = f(x; y_1, \dots, y_N) \quad (34)$$

При  $x = \text{const}$  выходной сигнал  $y$  получает приращение за счет приращений промежуточных сигналов  $y_1, \dots, y_N$  обусловленных погрешностями звеньев. Эти приращения сигнала  $y$  являются абсолютной погрешностью ИП, которую можно представить в виде:

$$\Delta y = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial y}{\partial y_i} \right)_0 \Delta y_i \quad (35)$$

Для безразмерной формы выражение примет вид:

$$\frac{\Delta y}{y} = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial y}{\partial y_i} \right)_0 \frac{y_i}{y} \frac{\Delta y_i}{y_i} = \sum_{i=1}^N \psi \frac{\Delta y_i}{y_i} \quad (36)$$

где  $\Delta y_i / y_i$  – относительная погрешность  $i$ -го звена;

$\Delta y / y$  – относительная погрешность ИП;

$\psi$  – безразмерный коэффициент влияния  $i$ -го звена.

$$\psi_i = \left( \frac{\partial y}{\partial y_i} \right)_0 \frac{y_i}{y} \quad (37)$$

Если рассматривать возникновение абсолютной погрешности как результат изменения чувствительности звена с пропорциональной характеристикой, то формулу (37) можно представить в виде:

$$\psi_i = \left( \frac{\partial S}{\partial S_i} \right)_0 \frac{S_i}{S} \quad (38)$$

При этом общая чувствительность измерительной цепи  $S$  является функцией чувствительности звеньев  $S_N$ :

$$S = \varphi(S_1, S_2, \dots, S_N) \quad (39)$$

Если в (36) подставить вместо  $y$  и  $y_i$  абсолютные величины диапазонов измерения этих сигналов получим формулу для получения приведенной относительной погрешности ИП:

$$\zeta = \sum_{i=1}^N \psi_i \zeta_i \quad (40)$$

В случае, если измерительные звенья с пропорциональными характеристиками соединены между собой одним из трех типовых способов (параллельно, последовательно и встречно-параллельно) (рис.2), то можно определить формулы для определения  $\psi_i$  для каждого типа соединения.

**Последовательное соединение.** Чувствительность такой измерительной цепи равна (12):

$$S = S_1 \cdot S_2 \cdot \dots \cdot S_N = \prod_{i=1}^N S_i$$

откуда

$$\frac{\partial S}{\partial S_i} = \frac{1}{S_i} \prod_{i=1}^N S_i \quad (41)$$

Подставляя (41) и (12) в (38) получим:

$$\psi_i = 1 \quad (42)$$

Следовательно, при последовательном соединении звеньев относительная погрешность любого звена приводится к выводу «один к одному».

**Параллельное соединение.** Чувствительность такой измерительной цепи равна (16):

$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_N = \sum_{i=1}^N S_i \quad (43)$$

откуда

$$\frac{\partial S}{\partial S_i} = 1 \quad (44)$$

Подставляя (43) и (16) в (38) получим:

$$\psi_i = \frac{S_{i;}}{S_{i;}} + \dots + S_{N;}} \quad (45)$$

Следовательно, при параллельном соединении звеньев относительная погрешность любого звена передается на выход с ослаблением, так  $\psi < 1$ .

**Встречно-параллельное соединение звеньев.** Чувствительность такой измерительной цепи равна (19):

$$S = \frac{S_{1;}}{1 \mp S_{1;}} S_{2;}}$$

где знак «плюс» отвечает положительной обратной связи, знак «минус» - отрицательной. Откуда:

$$\frac{\partial S}{\partial S_1} = \frac{1}{(1 \mp S_{1;}} S_{2;}})^2} \quad \frac{\partial S}{\partial S_2} = \frac{\pm S_1^2}{(1 \mp S_{1;}} S_{2;}})^2} \quad (46)$$

Подставляя (46) и (19) в (38) получим коэффициенты влияния звена прямой и обратной цепи:

$$\psi_1 = \frac{1}{1 \mp S_{1;}} S_{2;}} \quad \psi_2 = \frac{\pm S_1 S_2}{1 \mp S_{1;}} S_{2;}} \quad (47)$$

где верхний знак относится к положительной обратной связи, нижний – к отрицательной. При отрицательной обратной связи:

$$\psi_1 = \frac{1}{1 + S_{1;}} S_{2;}} \quad \psi_2 = \frac{-S_1 S_2}{1 + S_{1;}} S_{2;}} \quad (48)$$

Следовательно, погрешность звена 2 приводится к выходу с обратным знаком, а погрешность обоих звеньев передается на выход измерительной цепи с ослаблением, так как  $\psi_1 < 1$  и  $\psi_2 < 1$ .

### 2.3. Порядок выполнения работы.

1. Ознакомиться с методикой расчета характеристик измерительных приборов, изложенной в теоретическом разделе.
2. Проанализировать структурную схему измерительного прибора (рис.6).

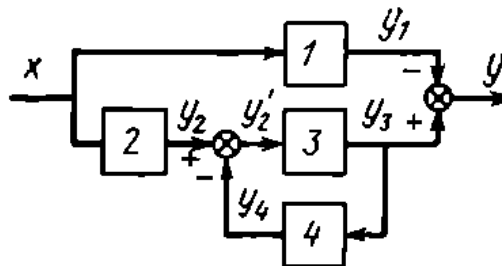


Рисунок 6. Структурная схема измерительного прибора

2. Выбрать исходные данные для расчета из таблицы 2.



Таблица 2- Исходные данные для расчета погрешности измерительного прибора

| Характеристика звеньев |                  |              |               |                                       |                 |                 |                  |
|------------------------|------------------|--------------|---------------|---------------------------------------|-----------------|-----------------|------------------|
| 1 звено                |                  | 2 звено      |               | 3 звено                               |                 | 4 звено         |                  |
| Получено               | Задано           | Получено     | Задано        | Получено                              | Задано          | Получено        | Задано           |
| $y_1 = 1,1x$           | $y_{10} = 1,09x$ | $y_2 = 1,1x$ | $y_2 = 1,08x$ | $y_3 = 0.25y_2$<br>$y_2' = y_2 + y_4$ | $y_3 = 0.24y_2$ | $y_4 = 0.15y_3$ | $y_4 = 0.152y_3$ |

3. Для диапазона измеряемой величины  $x_d = 0-20$  определить относительные  $\eta_i$  и приведенные относительные погрешности  $\zeta_i$  звеньев ИП.

4. Определить значения чувствительности звеньев  $S_{ii}$  и общую чувствительность ИП.

5. Определить коэффициенты влияния звеньев  $\psi_i$

6. Определить приведенную относительную погрешность  $\zeta$  ИП, сравнить полученное значение с заданным и сделать выводы. Значение заданной погрешности принять  $\zeta_{зад} = 0,05$ .

7. Оформить отчет.

### Контрольные вопросы

1. Раскройте структуру погрешности звена ИП.
2. Что такое погрешность приближения?
3. Что такое функциональная погрешность?
4. Раскройте методику определения погрешности ИП.
5. Что называют чувствительностью измерительного прибора?
6. Что представляет собой безразмерный коэффициент влияния звена?
7. Как определяется безразмерный коэффициент при последовательном соединении звеньев ИП?
8. Как определяется безразмерный коэффициент при параллельном соединении звеньев ИП?
9. Как определяется безразмерный коэффициент при встречно-параллельном соединении звеньев ИП?
10. Каким образом используют коэффициенты влияния звеньев при расчете ИП на точность?

**Практическое занятие №3**
**«Расчет вероятности попадания погрешности измерительного прибора в заданную область»**

**3.1 Цель работы:** ознакомление с теоретическими основами обеспечения точности ИП и получение практических навыков определения вероятности попадания погрешности ИП в поле допуска.

**3.2. Основные теоретические сведения.** Для определения условной вероятности попадания приведенной относительной погрешности (основной, дополнительной или суммарной) в заданное поле допусков при фиксированном значении измеряемой величины (входного сигнала  $x$ ) в качестве исходных данных необходимо иметь:

1. Условную плотность распределения погрешности:

$$\frac{dP}{d\xi} = f(\xi\chi) \quad (49)$$

где  $\xi$  - приведенная относительная погрешность;

$\chi$  - относительная величина входного сигнала (величина входного сигнала, отнесенная к диапазону измерения).

2. Нижняя и верхняя границы поля допуска на величину  $\xi$ , заданные в функции  $\chi$ . В общем случае эти функции могут быть нелинейными и несимметричными относительно оси, однако чаще задаются симметричные допуски, абсолютная величина которых постоянно или линейно возрастает с увеличением  $\chi$  (рис.7).

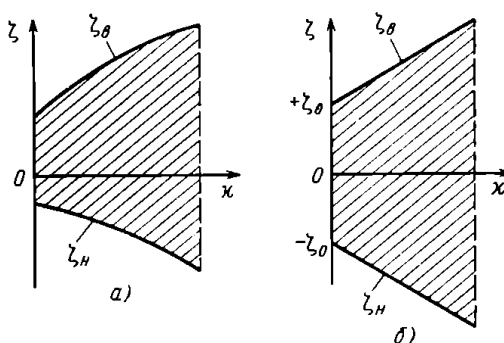


Рисунок 7 – Границы поля допуска: а – нелинейные; б - линейные

Тогда границы допуска описываются выражением:

$$\left. \begin{aligned} \xi_n &= -\xi_0 - k\chi; \\ \xi_0 &= \xi_0 + k\chi; \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

где  $\xi_0$  и  $k$  – постоянные величины.

Как показывает практика, погрешности многих ИП распределены по нормальному закону, плотность распределения которого равна:

$$f(\xi) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\xi-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (51)$$

где  $m$  и  $\sigma$  – математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение погрешности, зависящее от  $\chi$ .

Условная вероятность попадания  $\xi$  в поле допуска при нормальном законе распределения и границ  $\xi_n$  и  $\xi_b$ :

$$P(\xi_n < \xi < \xi_b) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\xi_n}^{\xi_b} e^{-\frac{(\xi-m)^2}{2\sigma^2}} d\xi \quad (52)$$

После введения безразмерных параметров  $t_1$ ,  $t_2$  и преобразования имеем:

$$P(\xi_n < \xi < \xi_b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{t_2} e^{-\frac{t^2}{2}} dt - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{t_1} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \Phi(t)_{t=t_2} - \Phi(t)_{t=t_1} \quad (53)$$

где

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= \frac{\xi_n - m}{\sigma} \\ t_2 &= \frac{\xi_b - m}{\sigma} \end{aligned} \right\} \Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (54)$$

Функция  $\Phi(t)$  называется нормировочной, ее численные значения приведены в стандартных таблицах в зависимости от  $t_1$  и  $t_2$ . При использовании выражения (53) значения  $t_1$  и  $t_2$  определяются (54). На практике часто принимают  $t_2 = -t_1 = 3$ , что соответствует симметричному расположению границ поля допуска на величину  $\pm 3\sigma$ . Тогда выражение (50) примет вид:

$$\left. \begin{aligned} \xi_n &= m - 3\sigma; \\ \xi_b &= m + 3\sigma; \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

В этом случае вероятность  $P(\xi_n < \xi < \xi_b)$  составляет порядка 99,73%, чего вполне достаточно для расчетов.

Параметры погрешности  $m$  и  $\sigma$  звеньев ИП могут быть получены экспериментально или с помощью выражения:

$$\left. \begin{aligned} m_i &= m_{i0} + a_i \chi; \\ \sigma_i &= \sigma_{i0} + b_i \chi; \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

где  $m_i$  – математическое ожидание погрешности  $i$ -го звена;

$\sigma_i$  – среднее квадратическое отклонение погрешности  $i$ -го звена.

$m_{i0}$ ,  $\sigma_{i0}$  – значение параметров при  $\chi = 0$ .

$a$ ,  $b$  – постоянные коэффициенты.

В случае линейной зависимости общей погрешности  $\xi$  ИП от погрешности отдельных звеньев  $\xi_i$  параметры  $m$ ,  $\sigma$  общей погрешности ИП могут быть найдены из выражения:

$$\left. \begin{aligned} m &= \sum_{i=1}^N \psi_i m_i; \\ \sigma &= \sqrt{\sum_{i=1}^N (\psi_i \sigma_i)^2}; \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

### 3.3. Порядок выполнения работы.

1. Ознакомиться с положениями теоретического раздела.
2. Выбрать исходные данные для расчета из таблицы 3. Структурную схему, параметры  $S_i$ ,  $\xi_i$ ,  $\psi_i$  принять из предыдущей работы.
3. Определить параметры  $m_i$ ,  $\sigma_i$ , характеризующие распределение погрешности, привести к виду (56).

Таблица 3- Исходные данные для расчета

| № звена | $m_{i0}$ | $a_i \chi$ | $\sigma_{i0}$ | $b_i \chi$ | $k_i \chi$ |
|---------|----------|------------|---------------|------------|------------|
| 1       | 0,01     | 0,01       | 0,1           | 0,02       | 0,05       |
| 2       | 0,02     | 0,01       | 0,5           | 0,01       |            |
| 3       | 0,025    | 0,02       | 0,3           | 0,05       |            |
| 4       | 0,03     | 0,03       | 0,9           | 0,03       |            |

4. Определить значение приведенной относительной погрешности ИП  $\zeta$ , используя выражение (40).
5. Определить параметры  $m$ ,  $\sigma$  общей погрешности ИП.
6. Определить верхние и нижние границы допуска погрешности, привести к виду (50), (55).
7. Определить вероятность попадания погрешности ИП в поле допуска и выхода за его пределы.
8. Оформить отчет.

### Контрольные вопросы

1. Что является исходными данными для определения вероятности попадания погрешности ИП в поле допуска?



2. Что представляет собой поле допуска погрешности?
3. Какие параметры характеризуют закон распределение погрешности ИП?
4. Каким образом могут быть получены границы поля допуска погрешности?
5. Какова вероятность попадания погрешности ИП в поле допуска и выхода за его пределы в выполненной работе?

**Практическое занятие №4****«Элементы точностного синтеза механизма»**

**4.1 Цель работы:** ознакомление с содержанием работ, выполняемых при точностном синтезе механизма и получение практических навыков проведения геометрического синтеза механизма.

**4.2. Основные теоретические сведения.** Точность приборов зависит от точности механизмов, входящих в его структуру. На различных этапах проектирования механизма, для обеспечения его точности, необходимо выполнить точностный синтез и точностный анализ механизма.

Под **точностным синтезом механизма** понимается создание кинематической схемы теоретического механизма по заданной функции положения его ведомого звена с учетом допустимой теоретической ошибки механизма.

**Теоретической ошибкой механизма** называется разница между реальной функцией положения и заданной функцией механизма. Понятие теоретической ошибки относится только к теоретическому механизму.

**Точностный синтез** состоит из **кинематического и геометрического точностных синтезов**, а точностный анализ - из **кинематического, геометрического и технологическо-эксплуатационного точностных анализов** и **теории компенсаторов и регулирования**.

Основными задачами точностных синтезов являются: кинематического - выбор или создание кинематической схемы механизма, наиболее близко соответствующей заданной функции; геометрического - расчет величин параметров механизма для минимизации его теоретической ошибки.

В задаче геометрического точностного синтеза искомыми являются величины параметров кинематической схемы механизма (все или часть их). Очевидно, они должны быть выбраны таким образом, чтобы функция положения механизма возможно мало отличалась от заданной функциональной зависимости на заданном отрезке изменения независимого переменного, которым является координата ведущего звена механизма.

Геометрический синтез основан на получении точного или приближенного аналитического выражения функции теоретической ошибки с последующей ее минимизацией. Для минимизации используются методы приближения функции, с помощью которых вычисляются такие значения параметров, при которых отклонение от заданной функции (теоретическая ошибка) возможно, мало отличается от нуля на заданном отрезке изменения координаты ведущего звена - аргумента.

Допустим, что система, определяющая характеристику измерительной цепи, имеет вид:

$$y = F(x; p_1, p_2, \dots, p_n), \quad (58)$$

где  $p_1, p_2, \dots, p_n$  - совокупность всех параметров элементов;

$$m = k_1 + k_2 + \dots + k_n$$

Очень часто, вид функции  $y = F(x; p_1, p_2, \dots, p_n)$ , не совпадает с видом заданной функции  $y = f(x)$ . Тогда речь может идти о том, чтобы добиться их приближенного равенства. Возникает погрешность схемы на выходе измерительного прибора:

$$\Delta cx = F(x; p_1, p_2, \dots, p_n) - f(x) = \Phi(x; p_1, p_2, \dots, p_n), \quad (59)$$

которая сама оказывается функцией измеряемой величины  $x$  и параметров  $p_1, p_2, \dots, p_m$

Несовпадение функций объясняется не только погрешностью схемы, а также отсутствием линейной характеристики элементов схемы. Например, строго линейную характеристику имеют зубчатые передачи в теории, а на практике они имеют такие погрешности изготовления, которые не позволяют получить высокую точность измерения прибором с чисто зубчатым механизмом.

Обычно для систематической погрешности прибора устанавливается определенное предельное допустимое значение на участке шкалы (в диапазоне показаний)  $a \leq x \leq b$ , где погрешность измерения нормируется. Логично требовать, чтобы погрешность схемы, входящая как слагаемое в систематическую погрешность, была возможно меньшей (по абсолютной величине) на этом участке. Отсюда вытекает математическая формулировка условия, исходя из которого нужно выбрать параметры  $p_1, p_2, \dots, p_m$  таким образом, чтобы функция  $\Phi(x; p_1, p_2, \dots, p_n)$  должна быть наименее уклоняющейся от нуля в интервале  $[a; b]$ . Это означает, что из всех функций вида  $\Phi(x; p_1, p_2, \dots, p_n)$ , которые могут получиться при различных значениях параметров, у функции с выбранными нами параметрами  $p_1^0, p_2^0, \dots, p_m^0$  наибольшее абсолютное значение в интервале  $[a; b]$  должно быть меньшим, чем у любой другой:

$$\max_{a \leq x \leq b} |\Phi(x; p_1^0, p_2^0, \dots, p_n^0)| \leq \max_{a \leq x \leq b} |\Phi(x; p_1, p_2, \dots, p_n)| \quad (60)$$

Задача о приближении функции решается различно в зависимости от того, каков характер допустимого отклонения теоретической ошибки. Для этих целей используют методы геометрического синтеза, наиболее распространенными из которых являются: метод интерполирования, метод наилучшего (равномерного) приближения Чебышева и метод квадратического приближения (способ наименьших квадратов).

**Сведения о полиномах, наименее уклоняющихся от нуля (Полиномы Чебышева).**

Теория функций, наименее уклоняющихся от нуля, как часть общей теории наилучшего приближения функций разработана знаменитым русским математиком и механиком П. Л. Чебышевым. П. Л. Чебышевым доказано, что среди всех степенных многочленов вида

$$C_0 + C_1 Z + C_2 Z^2 + \dots + C_{n-1} Z^{n-1} + Z^n \quad (61)$$

степени  $n$  с коэффициентом при  $Z^n$ , равным 1 в промежутке  $[-1; +1]$ , наименее уклоняются от нуля многочлены  $P_n(z)$ , называемые полиномами Чебышева:

$$P_n(z) = z^n - \frac{n}{4} z^{n-2} + \dots + \left(-\frac{1}{4}\right)^k \frac{n}{k} C_{n-k-1}^{k-1} z^{n-2k} \quad (62)$$

В табл. 4 приведены эти полиномы для  $n$  от 2 до 5, а также их корни, точки, где они наиболее уклоняются от нуля, и величина этого наибольшего уклонения. На рис. 8 даны графики этих полиномов. Обращает на себя внимание то, что график полинома  $P_n(z)$  попеременно уклоняется от нуля вверх и вниз на одну и ту же наибольшую величину, причем такие наибольшие уклонения имеют место в  $n-1$  точках, включая края промежутка.

Таким свойством должны обладать все функции, наименее уклоняющиеся от нуля. Следует отметить также, что полиномы  $P_n(z)$  представляют собой либо четные, либо нечетные функции.

Таблица 4 – Полиномы Чебышева  $P_n(z)$ , наименее отклоняющиеся от нуля в промежутке  $[-1; +1]$ 

| n | $P_n(z)$           | Корни                       | Точки наибольшего уклонения   | Величина наибольшего уклонения |
|---|--------------------|-----------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 2 | $Z^2-1/2$          | $\pm 0,7071$                | $0; \pm 1$                    | $1/2$                          |
| 3 | $Z^3-3/4z$         | $0; \pm 0,886$              | $\pm 0,5; \pm 1$              | $1/4$                          |
| 4 | $Z^4-z^2+1/8$      | $\pm 0,38274; \pm 0,9239$   | $0; \pm 0,7071; \pm 1$        | $1/8$                          |
| 5 | $Z^5-5/4z^3+5/16z$ | $0; \pm 0,5878; \pm 0,9511$ | $\pm 0,309; \pm 0,809; \pm 1$ | $1/16$                         |

Очевидно, что среди всех многочленов степени  $n$ , у которых коэффициент при  $Z^n$  равен заданной величине  $A$ , наименее уклоняющимся от нуля в промежутке  $[-1; +1]$  будет многочлен, равный  $AP_n(z)$ .

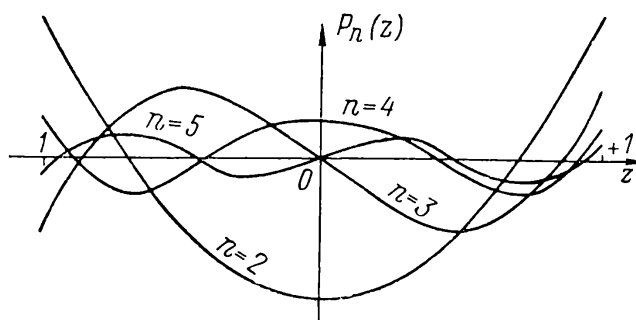


Рисунок 8 – Графическое представление полиномов Чебышева

С помощью полиномов  $P_n(z)$  легко построить многочлен, наименее уклоняющийся от нуля в любом промежутке  $[a; b]$ . Для этого надо в полиноме Чебышева  $P_n(z)$  заменить переменную  $z$  на  $x$  по формуле

$$z = \frac{2x - a - b}{b - a} \quad (63)$$

Получится многочлен по степеням  $x$ , наименее уклоняющийся от нуля в промежутке  $[a; b]$  среди всех многочленов с коэффициентом при  $x^n$ , равным  $(2/(b-a))^n$ .

Большинство приборов для линейных и угловых измерений служит для относительных измерений, настраиваясь на нуль шкалы по известной мере, поэтому их погрешность схемы в точке  $x = 0$  всегда равна нулю.

Следовательно, стараясь сделать  $\Phi(x; p_1, p_2, \dots, p_n)$  наименее уклоняющейся от нуля, нужно соблюдать условие  $\Phi(x; p_1, p_2, \dots, p_n) = 0$ .

#### 4.3. Порядок выполнения работы.



1. Ознакомиться с положениями теоретического раздела;
2. Выбрать исходные данные.

Погрешность схемы на выходе измерительной головки (рис.9), состоящей из синусного и кулисного механизмов, зубчатой пары, выражается функцией:

$$\Delta cx = R \frac{z_1}{z_2} \left[ \arcsin \left( \frac{Lx}{l_1 l_2} \right) - \arcsin \frac{x}{l_1} \right] - 1000x,$$

где  $R$  – длина стрелки прибора;  $z_1/z_2$  – передаточное отношение зубчатой передачи;  $l_1$  – параметр синусного механизма;

$f(x) = 1000x$  – уравнение шкалы прибора;

Действительные значения  $L'$ ,  $l_2'$  заложены при проектировании схемы прибора.

Значение требуемой длины шкалы прибора определяется по формуле:

$$L_{\max} \geq \frac{2 \cdot 100 \ell}{\lambda},$$

(64)

где  $\lambda$  – допустимая предельная погрешность прибора, %.

Размер стрелки прибора определяется по формуле:

$$R = \frac{L}{2\pi}$$

(65)

Остальные данные принять из таблицы 5.

Таблица 5 – Исходные данные

| $z_1$ , мм | $z_2$ , мм | $l_1$ , мм | $\lambda$ , % | $l$ , мм | $[a;b]$ | $L'$ , мм | $l_2'$ , мм |
|------------|------------|------------|---------------|----------|---------|-----------|-------------|
| 200        | 14         | 5          | 0,2%          | 2-4      | [-1;1]  | 63,5      | 5,3         |

3. В заданном промежутке  $[a;b]$  определить степень полинома Чебышева;
4. Определить с помощью таблицы 2 корни выбранного полинома Чебышева  $z_1, z_2, \dots, z_n$ ;
5. Вычислить соответствующие корням полинома Чебышева значения  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  в промежутке  $[a;b]$  по формуле:

$$\xi_n = bz_n$$

(66)

6. Составить систему уравнений вида:

$$\left. \begin{aligned} \Phi(\xi_1; p_1, p_2, \dots, p_n) &= 0 \\ \Phi(\xi_n; p_1, p_2, \dots, p_n) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

(67)

7. Решить систему уравнений, приняв конструктивно значения неизвестных параметров, получив, таким образом, их оптимальные значения.

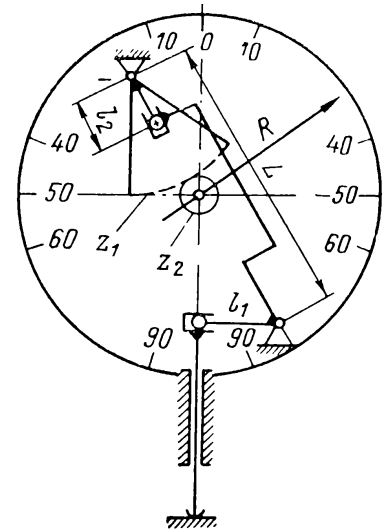


Рисунок 9



8. Дать оценку действительной погрешностей схемы, получаемой с использованием значений  $L_1, L_2$ .
9. Оформить отчет.

#### Контрольные вопросы

1. Что представляет собой точностный синтез механизма?
2. Какие виды точностного синтеза существуют?
3. Какие методы используют при решении задачи приближения функции?
4. Каковы основные положения метода приближения функции полиномами Чебышева?
5. В чем причина расхождения значений погрешностей схемы для значений параметров  $L_1, L_2$  и  $L_1', L_2'$  ?

## Практическое занятие №5

### «Элементы точностного анализа механизма»

**5.1 Цель работы:** ознакомление с содержанием работ, выполняемых при точностном анализе механизма и получение практических навыков проведения кинематического анализа механизма.

**5.2. Основные теоретические сведения.** Точность приборов зависит от точности механизмов, входящих в его структуру. На различных этапах проектирования механизма, для обеспечения его точности, необходимо выполнить точностный синтез и точностный анализ механизма.

Под **точностным анализом** механизма понимают анализ реального – действительного механизма с точки зрения его точности с учетом производственных и эксплуатационных ошибок.

**Точностный анализ** состоит из **кинематического, геометрического и технологическо-эксплуатационного** точностных анализов и **теории компенсаторов и регулирования.**

Основными задачами точностных анализов являются: кинематического - установление влияния первичной ошибки размеров и положения звеньев. Под **первичными ошибками** понимают отклонения в размерах и формах геометрических элементов и в их относительном расположении в звене и в кинематической паре, а также ошибки положений звеньев. Задачи геометрического анализа - получение зависимостей между погрешностью ошибки геометрических элементов и первичной звеньев и технологическо-эксплуатационного - нахождение величин производственных и эксплуатационных первичных ошибок. Теория компенсаторов и регулирования включает расчет компенсируемых ошибок, выбор компенсаторов и определение величин подвижек компенсационных устройств.

Кинематический точностный анализ основывается на функции положения механизма и на геометрических связях между его звеньями; он не касается геометрических элементов звеньев, его главной задачей является нахождение множителей, с помощью которых первичная ошибка размера и положения звеньев механизма пересчитываются в ошибки положения ведомого звена. Эти множители называются коэффициентами влияния, а ошибки в положении ведомого звена - конечными ошибками. Их число равно числу первичных ошибок. Кинематический анализ дает возможность в первом приближении назначить допуски на детали, из которых состоит звенья механизма, используя допустимую ошибку на размер и положение звена, а также оценить возможную точность механизма. Этот анализ должен производиться при выборе кинематической схемы механизма. Результаты анализа необходимы при разработке технологического процесса для данного прибора и способов его регулирования.

Все возможные способы нахождения коэффициентов влияния первичных ошибок основываются на двух принципиально различных подходах - кинематическом и силовом. В первом случае определяющими являются геометрическая особенность построения механизма, вся совокупность геометрических связей между его звеньями, обеспечивающая их относительное взаимное расположение. К ним относятся: способ дифференцирования, плана малых перемещений и геометрический

При силовом подходе в дополнение к учету совокупности геометрических связей рассматриваются силовые воздействия, обеспечивающие движение механизма, что связано с

преодолением внутренних сопротивлений и выполнением полезной работы. К ним относятся способ элементарных работ или фиктивной нагрузки.

**Способ дифференцирования.** Сущность способа заключается в нахождении производных от функции положения обычных или преобразованных механизмов по тем параметрам, к которым относятся первичные ошибки.

Рассмотрим данный способ на примере кривошипно-шатунного механизма (рис. 10).

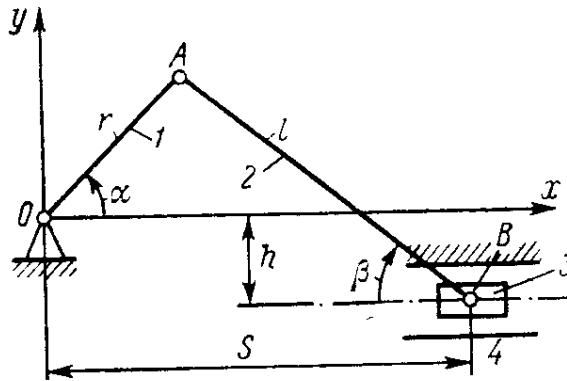


Рисунок 10 – Схема кривошипно-шатунного механизма

Проецируя контур механизма на оси  $x$  и  $y$ , получим систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} r \cos \alpha + l \cos \beta &= S \\ r \sin \alpha - l \sin \beta + h &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (68)$$

Продифференцируем выражение (68) по отдельности по параметрам  $\alpha$ ,  $r$ ,  $l$ ,  $S$ ,  $h$  и  $\beta$ , а знак дифференциала заменим  $\Delta$  первичной ошибки. Получим:

$$\left. \begin{aligned} -r \sin \alpha \Delta \alpha + \cos \alpha \Delta r + \cos \beta \Delta l - l \sin \beta \Delta \beta &= \Delta S \\ r \cos \alpha \Delta \alpha + \sin \alpha \Delta r - \sin \beta \Delta l - l \cos \beta \Delta \beta + \Delta h &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (69)$$

Так как первичная погрешность угла  $\beta$  зависит от первичных погрешностей других параметров ( $r$ ,  $l$ ,  $\alpha$ ) для дальнейших расчетов его не следует учитывать. Ошибка положения механизма равна:

$$\Delta S_{\Sigma \alpha} = \Delta S_{\Delta r} + \Delta S_{\Delta \alpha} + \Delta S_{\Delta l} + \Delta S_{\Delta h} = \frac{1}{\cos \beta} [\cos(\alpha + \beta) \Delta r - r \sin(\alpha + \beta) \Delta \alpha + \Delta l - \sin \beta \Delta h] \quad (70)$$

Здесь множители при первичных погрешностях:  $\Delta \alpha, \Delta r, \Delta l, \Delta h$  - коэффициенты влияния данных первичных погрешностей.

**Геометрический способ.** При геометрическом способе определения коэффициентов влияния первичных погрешностей строят механизм при двух положениях его ведомого звена. Второе положение этого звена строится после введения в размер или положение ведущего или промежуточного звена первичной ошибки. Следовательно, второе положение ведомого звена механизма отличается от его первого положения на величину конечной ошибки, которая вызвана одной первичной погрешностью.

Рассмотрим, кривошипно-шатунный механизм и найдем конечную ошибку от первичной погрешности в размерах кривошипа и шатуна (рис.11),

На рис. 11, а приведены два положения шатуна: первое - при отсутствии первичной погрешности в размере кривошипа и второе (показано штриховыми линиями) - при наличии этой ошибки. Величина конечной ошибки определяется из четырехугольника  $abcd$ . Проецируя стороны этого четырехугольника на ось шатуна  $l$ , получим

$$l - \Delta r \cos(\alpha + \beta) = l \cos \Delta \beta - \Delta S_{\Delta r} \cos \beta \quad (71)$$

Отсюда вследствие малости угла  $\Delta \beta$ , полагая  $\cos \beta = 1$ , будем иметь

$$\Delta S_{\Delta r} = \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \Delta \beta} \Delta r \quad (72)$$

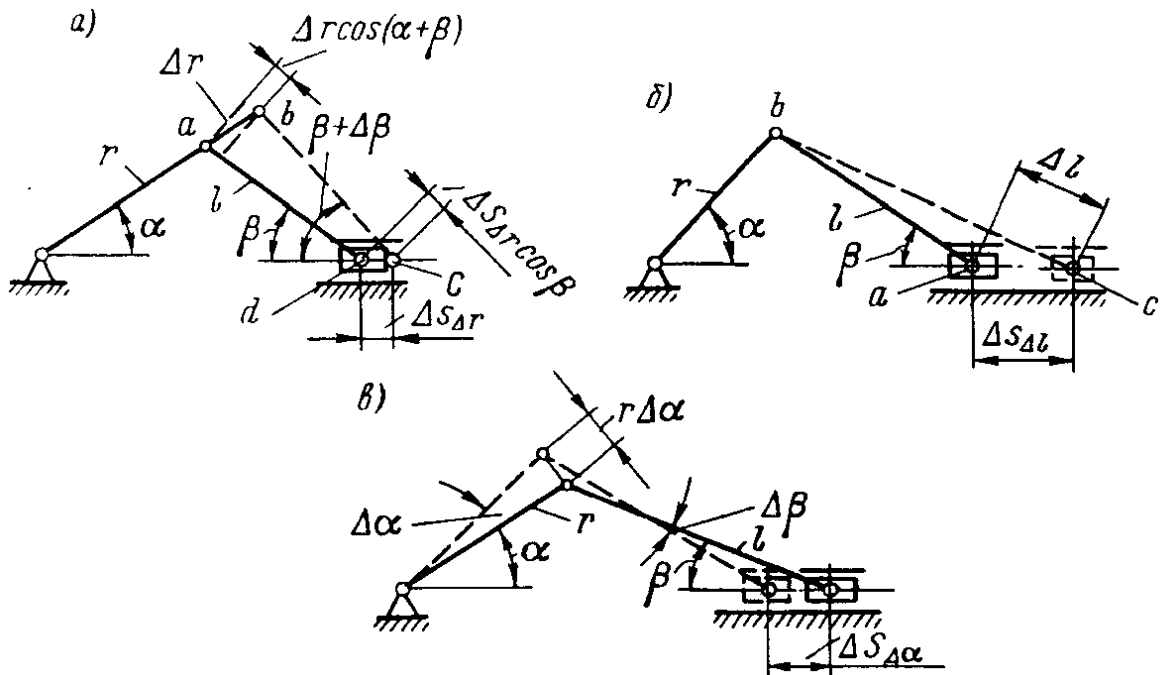


Рисунок 11 - Нахождение коэффициентов влияния геометрическим методом

На рис. 11, б показано построение для определения конечной ошибки  $\Delta S_{\Delta l}$  от первичной погрешности  $\Delta l$  в размере шатуна  $l$ . Из треугольника  $abc$  проецируя отрезок  $\Delta S_{\Delta l}$  на ось шатуна, получим:

$$\Delta S_{\Delta l} = \frac{1}{\cos \beta} \Delta l \quad (73)$$

На рисунке 11, в показано построение для нахождения конечной ошибки  $\Delta S_{\Delta\alpha}$  от первичной погрешности  $\Delta\alpha$  в положении кривошипа. Проецируя ошибки на ось шатуна  $l$ , и пренебрегая малым углом поворота шатуна  $\Delta\beta$ , имеем:

$$r\Delta\alpha \sin(\alpha + \beta) = \Delta S_{\Delta\alpha} \cos\beta \quad (74)$$

$$\Delta S_{\Delta\alpha} = r \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos\beta} \Delta\alpha \quad (75)$$

### 5.3. Порядок выполнения работы.

1. Ознакомиться с положениями теоретического раздела;
2. Выбрать исходные данные из таблицы 6. В качестве расчетной схемы принять схему, приведенную на рис.10.

Таблица 6 – Исходные данные

| Заданные значения |          |                 |          | Действительные значения |            |                   |            |
|-------------------|----------|-----------------|----------|-------------------------|------------|-------------------|------------|
| $r$ , мм          | $l$ , мм | $\alpha$ , град | $h$ , мм | $r_1$ , мм              | $l_1$ , мм | $\alpha_1$ , град | $h_1$ , мм |
| 60                | 100      | 50              | 19       | 60,5                    | 100,2      | 50,5              | 19,2       |

Значения  $S$  и  $\beta$  получить при графическом построении расчетной схемы.

3. Способом дифференцирования получить коэффициенты влияния первичных погрешностей.
4. Графическим способом получить коэффициенты влияния первичных погрешностей.
5. Сравнить значения коэффициентов влияния, полученных двумя способами.
6. Проанализировать значения коэффициентов влияния, дать рекомендации по обеспечению точности отдельных звеньев механизма.
7. Оформить отчет.

### Контрольные вопросы

1. Что представляет собой точностный анализ механизма?
2. Какие виды точностного анализа существуют?
3. Какие способы нахождения коэффициентов влияния первичных ошибок существуют?
4. В чем заключается способ дифференцирования для нахождения коэффициентов влияния первичных ошибок?
5. В чем заключается графический способ для нахождения коэффициентов влияния первичных ошибок?

**ПЕРЕЧЕНЬ ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ**

1. Ананченко В.Н., Гофман Л.А. Теория измерений: Учеб. Пособие Ростов-на-Дону: издательский центр ДГТУ, 2002
2. А.В. Литвин, В.Н. Ананченко «Автоматизация конструкторского проектирования элементов машин и приборов». Учеб. Пособие Ростов-на-Дону: издательский центр ДГТУ, 2002
3. Х. Харт. Введение в измерительную технику, перевод с немецкого М.М. Гельмана. – М. «Мир», 1999.
4. «Конструкторско-технологическое проектирование электронной аппаратуры» под ред. профессора Шахнова В.А. М. изд. МГТУ. 2002г.
5. Новицкий П.В. и др. Оценка погрешностей результатов измерений Л. Энергоатомиздат, 1991г.
6. Браславский Д.А. Точность измерительных устройств. М. «Машиностроение», 1976, 312с
7. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. — Л.: Энергоатомиздат, 1991.
8. Кемпинский М.М. Точность и надежность измерительных приборов. Л., «Машиностроение». 1972г., 264 с.
9. Авдеев Б.Я., Антонюк Е.М., Е.М. Душина и др. Основы метрологии и электрические измерения. – Л.: Энергоиздат. Ленингр. Отд-ие, 1987. – 480с.
10. Латыев С.М. Конструирование точных (оптических) приборов. Учебное пособие. СПб, Политехника, 2007.