



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Приборостроение»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическим занятиям
по дисциплине

«Информационно- статистическая теория измерений»

Автор
Цыбрий И.К.

Ростов-на-Дону, 2014



Аннотация

Методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Информационно-статистическая теория измерений» предназначены для студентов направления 200100.68 «Приборостроение».

Автор

к.т.н., доцент Цыбрий И.К.





Оглавление

Занятие 1. Анализ структуры погрешности измерительного прибора	5
Методические указания	6
Занятие 2. Статистические методы обработки результатов измерений скалярных величин.....	12
Задание 1.	12
Задание 2.	12
Задание 3.	13
Задание 4.	14
Задание 5.	14
Задание 6.	14
Задание 7.	15
Задание 8.	15
Занятие 3. Нахождение точечных оценок параметров распределения результатов измерений скалярных величин	16
Задание 1.	16
Задание 2.	16
Задание 3.	16
Задание 4.	16
Методические указания.	17
Занятие 4. Нахождение интервальных оценок параметров распределения результатов измерений	19
Задание 1.	19
Задание 2.	19
Задание 3.	19
Методические указания.	19
Занятие 5. Оптимальное оценивание векторных случайных последовательностей	24
Исходные данные для проектирования.....	24
Методические указания по выполнению работы.....	25
Занятие 6. Статистические методы управления качеством	



Информационно-статистическая теория измерений

продукции	30
1. Общие положения	30
Порядок выполнения работы:	34
Перечень используемых источников.....	35



ЗАНЯТИЕ 1. АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРИБОРА

1. Цель работы

Получение навыков составления методики поверки, проведения многократных измерений и обработки полученных данных.

2. Порядок выполнения работы

2.1. Используя техническое описание исследуемых приборов, установить перечень метрологических характеристик и занести его в таблицу 1.

Таблица 1.

Метрологическая характеристика	Комбинированный прибор типа Ц4360 или Ц4317	Вольтметр универсальный цифровой типа В7-27А/1 или В7-16А
Верхние пределы измерения, В		
Цена деления шкалы, В		
Цена единицы младшего разряда, В		
Нормируемая погрешность, %		
Класс точности		
Входное сопротивление, МОм		

2.1 Расчет областей значений основной погрешности вольтметров:

- построить области допускаемых основных абсолютных погрешностей аналогового и цифрового вольтметров (табл. 1.) в диапазоне от 0 до 2,5 В (Пример построения показан на рисунке 1). Предел измерения исследуемого вольтметра выбрать равным 2,5 В. Тогда пределы измерения эталонного вольтметра следует выбрать равными 1 или 10 В.



Методические указания

Для аналоговых приборов основную погрешность обычно нормируют в форме предельно допустимой приведенной погрешности – числом γ , %. Число γ , записанное без указания %, определяет класс точности такого вольтметра. Область значений допускаемой основной абсолютной погрешности такого прибора можно определить с помощью формулы:

$$\Delta = \frac{\pm \gamma}{100} U_k = \pm a$$

где U_k – значение установленного предела измерения.

Основную погрешность цифровых вольтметров нормируют в форме предельно допустимой относительной погрешности, %, по формуле вида:

$$\delta = \pm \left[c + d \left(\frac{U_k}{U} - 1 \right) \right].$$

Значения коэффициентов c (%) и d (%), записанные через косую черту (c/d), определяют класс точности цифрового вольтметра.

Область допускаемой основной абсолютной погрешности такого вольтметра можно вычислить по формуле:

$$\Delta = \pm \left(\frac{d \cdot U_k}{100} + \frac{c - d}{100} \cdot U \right), U = [0, U_k]$$

Специфической особенностью используемого в данной работе цифрового вольтметра В7-27 является возможность измерения напряжения до 1,999 В при установке предела $U_k = 1$ В и напряжение до 19,9 В при установке предела $U_k = 10$ В. Изготовитель гарантирует, что при измерении напряжений $U > U_k$ относительная погрешность будет находиться в пределах $\pm c$ (%).

Поскольку абсолютная погрешность эталонного прибора должна быть, по крайней мере, в 3 раза меньше погрешности исследуемого прибора, не следует без необходимости использовать в цифровом вольтметре В7-27 предел 10 В.

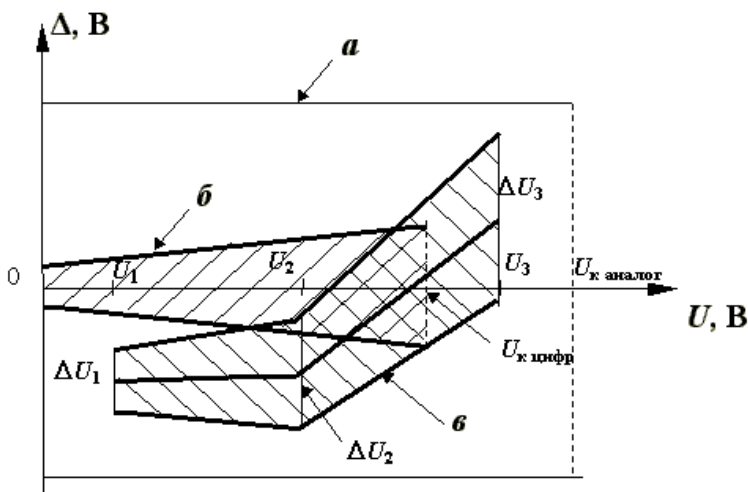


Рис.1. Области значений абсолютной погрешности: *а* - нормируемая для аналогового прибора, *б* - нормируемая для цифрового прибора, *в* - полученная экспериментально для аналогового прибора

- сравнить значения абсолютных погрешностей аналогового и цифрового вольтметров в диапазоне от 0 до 2,5 В, сделать вывод о возможности использования цифрового вольтметра в качестве эталонного на пределах 1 и 10 В.

2.2. Оценка систематической и случайной составляющих основной погрешности исследуемого вольтметра:

- ознакомиться с кратким описанием и органами управления вольтметров и источника постоянного напряжения. Включить питание источника постоянного напряжения и цифрового вольтметра. Проверить установку нуля аналогового и цифрового вольтметров;

- собрать схему измерения согласно рисунку 2;

- установить требуемые пределы измерения U_k на обоих вольтметрах;

- исследование провести для трех точек установленного на исследуемом вольтметре диапазона измерения 2,5В - для трех значений напряжения: $U_1=(0,3-0,7)$ В - в начале шкалы, $U_2 = (0,8-1,5)$ В - в середине и $U_3=(1,5-1,9)$ В - в конце;

- выбрать отметку на шкале исследуемого вольтметра, соответствующую выбранному значению напряжения U_1 . Регулируя напряжение источника, установить показание равное U_1 , изме-



Информационно-статистическая теория измерений

ритель действительное значение напряжения источника по показаниям эталонного вольтметра U_{1i} и записать в табл. 2;

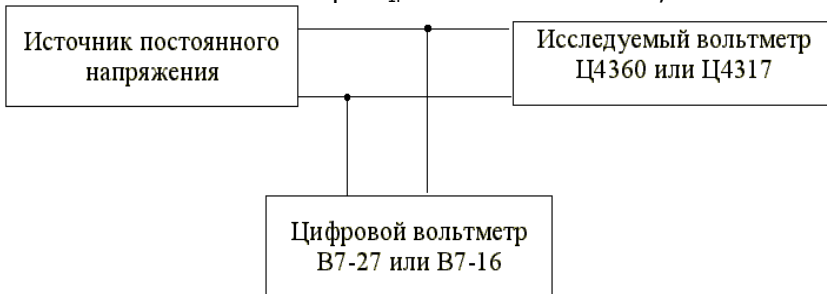


Рис. 2.

- всего выполнить n измерений действительных значений напряжения U_{1i} , $i=1, \dots, n$ ($8 \leq n \leq 16$), каждый раз заново устанавливая показания исследуемого вольтметра на выбранную отметку шкалы;

- повторить измерения для выбранных значений U_2 и U_3 . Измеренные действительные значения U_{2i} и U_{3i} , $i=1, \dots, n$ записать в 6 и 10-й столбцы табл. 2 соответственно;

- вычислить для каждого значения напряжения U_1, U_2, U_3 абсолютную погрешность каждого однократного измерения $\Delta_{mi} = U_m - U_{mi}$, $m = 1, 2, 3$, $i = 1, \dots, n$; оценку систематической составляющей погрешности $\tilde{\Delta}_{cm}$, вычислив ее значение как среднее

значение погрешности $\bar{\Delta}_m$: $\tilde{\Delta}_{cm} = \bar{\Delta}_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_{mi}$;

случайные составляющие погрешности каждого измерения:

$\Delta_{mi}^\circ = \Delta_{mi} - \tilde{\Delta}_{cm}$; оценки среднего квадратического отклонения случайной составляющей погрешности (среднюю квадратическую погрешность) однократного измерения для трех выбранных точек шкалы исследуемого вольтметра:

$$\tilde{\sigma}_m = \left[\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n \Delta_{mi}^{\circ 2} \right]^{1/2}, \quad m=1, 2, 3.; \text{ доверительные}$$

интервалы случайной погрешности однократного измерения в предположении нормального закона распределения - нормаль-



Информационно-статистическая теория измерений

ный: $\Delta_{\text{дов } m} = t \cdot \tilde{\sigma}_m, m = 1, 2, 3,$

- записать результаты в таблицу 2.

Таблица 2.

i	U ₁ = B				U ₂ = B				U ₃ = B			
	J _i	□ _i	◦ Δ _i	◦ ² Δ _i	J _i	□ _i	◦ Δ _i	◦ ² Δ _i	U _i	□ _i	◦ Δ _i	◦ ² Δ _i
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1												
2												
.												
.												
.												
i												
.												
.												
n												
	□ =		□ =		□ =		□ =		□ =		□ =	
	Δ̃ _{c1} = B				Δ̃ _{c2} = B				Δ̃ _{c3} = B			
	σ̃ ₁ = B				σ̃ ₂ = B				σ̃ ₃ = B			
	ρ _{дов} = , t = n =											
	□ _{дов1} = □ B				□ _{дов2} = □ B				□ _{дов3} = □ B			

2.3. Сравнение основной погрешности исследуемого вольтметра с ее нормированным значением для вольтметров данного типа:

- для каждого из выбранных напряжений U_1, U_2, U_3 вычислить оценку суммарной основной абсолютной погрешности вольтметра как

$$\Delta U_m = \tilde{\Delta}_{cm} \pm \Delta_{\text{дов } m} \quad m=1,2,3;$$

- на рис. 1 отобразить область значений основной погрешности, полученную экспериментально в точках шкалы U_1, U_2, U_3 :

$$\tilde{\Delta}_{cm} - \Delta_{\text{дов } m} \leq \Delta U_m \leq \tilde{\Delta}_{cm} + \Delta_{\text{дов } m}, \quad m = 1, 2, 3.;$$

- сделать вывод о соответствии погрешности, полу-



Информационно-статистическая теория измерений

ченной экспериментально, нормируемой погрешности исследуемого прибора;

- если экспериментальные оценки погрешности выходят за границы нормируемой погрешности, сделать вывод, какая из составляющих суммарной погрешности (случайная или систематическая), обуславливает этот выход.

2.4. Оценка вариации показаний аналогового вольтметра:

- использовать схему измерения (рис. 2), исследование выполнить на отметке шкалы U_2 .

- установить стрелку исследуемого прибора на выбранную отметку шкалы, медленно приближаясь к этому значению со стороны меньших значений, и записать соответствующее показание $U_{1м}$ образцового цифрового вольтметра в табл. 3:

- установить то же значение U_2 , медленно приближаясь к нему со стороны больших значений, и записать показание $U_{1б}$;

- всего выполнить 10 таких измерений: 5 при подходе со стороны меньших значений (1,2,...,5м) и 5- со стороны больших (1,2,...,5б);

- вычислить разности показаний исследуемого и эталонного вольтметров для каждого измерения: $\square_{1м} = U_2 - U_{1м}$, $\square_{1б} = U_2 - U_{1б}$, $i = 1, \dots, 5$.

- найти средние арифметические значения разностей показаний;

Таблица 3.

i	1м	2м	3м	4м	5м	1б	2б	3б	4б	5б
U_i, B										
\square_i, B										
$\bar{\Delta}_m = \quad B; \quad \bar{\Delta}_6 = \quad B; \quad \tilde{b} = \quad B; \quad \tilde{c} = \quad B;$										

- вычислить оценку вариации показаний $\tilde{b} = \left| \bar{\Delta}_м - \bar{\Delta}_б \right|$.

- найти оценку среднеквадратического значения случайной погрешности прибора, обусловленной наличием вариации показаний;

- сравнить значение $\sigma_{вар}$ со значениями $\tilde{\sigma}_1, \tilde{\sigma}_2$ и $\tilde{\sigma}_3$ из табл. 2. Если $\sigma_{вар}$ соизмеримо со значением $\tilde{\sigma}_1, \tilde{\sigma}_2$ или $\tilde{\sigma}_3$, то следует учесть влияние вариации при расчете сравнительного



интервала случайной составляющей погрешности.

- записать результаты расчетов в табл. 3.

3. Отчет должен содержать

цель работы, схему подключения приборов, таблицы результатов экспериментов, области значений абсолютных погрешностей, выводы о соотношении составляющих основной погрешности исследуемого вольтметра и соответствии его погрешности нормируемым значениям.



ЗАНЯТИЕ 2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ СКАЛЯРНЫХ ВЕЛИЧИН

Цель работы:

- овладение навыками первичной обработки и систематизации экспериментальных данных.

Задание 1.

Построить график эмпирической функции распределения и гистограмму распределения по следующим результатам наблюдений, сгруппированных в вариационный ряд:

25,79	25,98	25,98	26,12	26,13	26,49	26,52	26,60
26,66	26,69	26,74	26,85	26,90	26,91	26,96	27,02
27,19	27,21	27,28	27,30	27,38	27,40	27,49	27,64
27,71	27,78	27,89	27,89	28,01	28,10	28,11	28,37
28,50	28,63	28,67	28,90	28,99	28,99	29,03	29,12
29,27							

Методические указания к заданию 1:

- разбить диапазон изменения элементов выборки на n интервалов величиной: $h = (x_{\max} - x_{\min})/n$;
- сгруппировать наблюдения по интервалам;
- подсчитать частоту попадания элементов выборки в каждый интервал n_k и накопленную частоту n_x ;
- построить график эмпирической функции распределения.

Задание 2.

Построить график эмпирической функции распределения по следующим результатам измерений, сгруппированных в вариационный ряд:

25,79	25,98	25,98	26,12	26,13	26,49	26,52	26,60
26,66	26,69	26,74	26,85	26,90	26,91	26,96	27,02
27,11	27,19	27,21	27,28	27,30	27,38	27,40	27,49
27,64	27,71	27,78	27,89	27,89	28,01	28,10	28,11
28,37	28,38	28,50	28,63	28,67	28,90	28,99	28,99
29,03	29,12	29,27					

Методические указания к заданию 2:

- сгруппировать результаты измерений по интервалам, подсчитать частоту попадания элементов выборки в каждый интервал n_k , а также накопленную частоту n_x ;
- результаты расчетов поместить в таблицу:



Интервалы, k						
Частота, n_k						
Накопленная частота, n_x						
$F_3(x) = n_x / n$						

- построить график эмпирической функции распределения.

Задание 3.

ОТК проверил $n = 200$ партий одинаковых изделий и получил следующие данные: в 116 партиях все изделия были стандартными, в 56 партиях было одно нестандартное изделие, в 22 - два нестандартных изделия, в 4-х - три, а в двух партиях было 4 нестандартных изделия. Подчиняется ли число нестандартных изделий в партии распределению Пуассона?

Имеем

$$n_1 = 116; \quad n_2 = 56; \quad n_3 = 22; \quad n_4 = 4; \quad n_5 = 2; \quad m = 5;$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = 1; \quad x_3 = 2; \quad x_4 = 3; \quad x_5 = 4.$$

Выборочная средняя нестандартных изделий в партии равна

$$\tilde{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m n_i x_i = \frac{1}{200} (0 \cdot 116 + 1 \cdot 56 + 2 \cdot 22 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 2) = 0.6.$$

Предполагаемый закон Пуассона имеет вид

$$P_k = \frac{x^k}{k!} e^{-a} = \frac{(0.6)^k}{k!} e^{-0.6}; \quad (k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots).$$

Методические указания к заданию 3:

- для проверки гипотезы использовать критерий Пирсона;
- теоретические вероятности появления нестандартных изделий в 200 партиях определить из формулы Пуассона;

- критическое значение $\chi_{кр}^2$ находится по таблице квантилей χ^2 -распределения по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы $\nu = m - 1 - k$, где k - количество параметров закона распределения, оцениваемых по выборке.



Задание 4.

Двумя методами произведены измерения одной и той же случайной величины. Получены следующие результаты:

1-й метод: 9,6, 10, 9,8, 10,2, 10,4;

2-й метод: 10,4, 9,7, 10, 10,3.

Предполагается, что результаты измерений имеют нормальный закон распределения и выборки независимы. Можно ли считать, что оба метода обеспечивают одинаковую точность измерений?

Методические указания к заданию 4:

- за основную гипотезу принять гипотезу H_0 : дисперсии равны, а за конкурирующую - H_1 : дисперсии не равны.

- для проверки гипотезы воспользоваться F-критерием.

Задание 5.

Проанализирована работа четырех экземпляров приборов, на каждом из которых проведено по 100 экспериментов. Получены следующие оценки дисперсий для каждого экземпляра: 0,19; 0,26; 0,37; 0,40.

По полученным данным проверить предположение об одинаковой точности фотокolorиметров (об однородности дисперсий).

Задание 6.

Имеются независимые выборки значений нормально распределенных случайных величин:

X: 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6 и

Y: 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 7, 8, 9.

Требуется проверить для уровня значимости $\alpha = 0,1$ при условии равенства генеральных дисперсий нулевую гипотезу H_0 : $M(X) = M(Y)$ при конкурирующей гипотезе H_1 : $M(X) \neq M(Y)$.

Методические указания к заданию 6:

- вычислить выборочные средние;
- выбрать для проверки гипотезы вариант критерия Стьюдента для генеральных совокупностей с равными дисперсиями;
- сравнить наблюдаемое и критическое значения критерия;
- сделать выводы о равенстве средних.



Задание 7.

Два станка изготавливают резисторы одинакового номинального значения. При выборочных измерениях сопротивлений получены следующие выборки (Ом).

Станок 1: 1095, 1025, 938, 915, 1012, 980, 975, 990, 1000, 947.

Станок 2: 942, 938, 1010, 1030, 973, 915, 990, 970, 925, 1045, 1100, 1020, 985, 1082, 1065, 1090.

Определить, одинаково ли налажены станки.

Задание 8.

Станок должен быть настроен на изготовление резисторов номинальным сопротивлением 15 кОм.

При выборочных измерениях получилась следующая выборка: 13,2; 14,7; 12,9; 15,3; 12,7; 13,8; 14,1; 12,8; 14,8; 13,5; 14,2; 16,2; 14,1; 13,9; 14,3; 15,1 кОм.

Определить правильность настройки станка на уровне значимости 0,05.



ЗАНЯТИЕ 3. НАХОЖДЕНИЕ ТОЧЕЧНЫХ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ СКАЛЯРНЫХ ВЕЛИЧИН

Цель работы:

- получить навыки точечной оценки параметров распределения результатов многократных измерений

Задание 1.

Провели n наблюдений за временем обработки детали на токарном станке. Получили n значений случайной величины t_1, t_2, \dots, t_n . Необходимо определить закон распределения времени обработки, используя метод максимального правдоподобия в предположении, что время обработки подчинено экспоненциальному закону с плотностью вероятности $f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}$, где λ – неизвестный параметр распределения.

Задание 2.

Требуется определить выборочные оценки математического ожидания и дисперсии нормально распределенной случайной величины, используя метод максимального правдоподобия.

Задание 3.

Случайная величина x равномерно распределена на отрезке $[c, d]$, Величины d и c являются параметрами данного распределения. Построить для них оценки, используя метод моментов.

Задание 4.

Провели 35 наблюдений за временем наладки прибора. Найти закон распределения времени наладки оценить его параметры, используя метод квантилей.



Методические указания.

Статистическим оцениванием называется сопоставление параметров эмпирического распределения, вычисленных по ограниченному объему выборочных данных, с параметрами теоретического закона распределения, который наилучшим образом описывает данное эмпирическое распределение.

Точечными называют такие оценки, которые характеризуются одним числом. Задача точечной оценки параметров состоит в следующем:

- имеется выборка наблюдений (x_1, x_2, \dots, x_n) за случайной величиной X ,

- объем выборки n фиксирован,

- найден вид закона распределения величины X , например, в форме плотности распределения $f(T, x)$, где T – неизвестный параметр распределения,

- параметр является неслучайной величиной.

Требуется найти оценку θ параметра T закона распределения.

С этой целью используются методы максимального правдоподобия, метод моментов, метод квантилей.

Метод максимального правдоподобия состоит в том, что в качестве «наиболее правдоподобного» значения параметра T берут значение θ , максимизирующее вероятность получить при n опытах данную выборку (x_1, x_2, \dots, x_n) . Это значение параметра θ зависит от выборки и является искомой оценкой.

Совместная плотность вероятности $L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1, \theta) f(x_2, \theta) \dots f(x_n, \theta)$, рассматриваемая как функция параметра θ , называется функцией правдоподобия. В качестве оценки максимального правдоподобия параметра T следует взять то значение θ , которое обращает функцию правдоподобия в максимум.

В целях упрощения вычислений переходят от функции правдоподобия к ее логарифму $\ln L$. Для нахождения оценки необходимо заменить в функции правдоподобия T на θ , принимая

$$\theta = \theta(x_1, x_2, \dots, x_n), \text{ и решить уравнение } \frac{dL}{d\theta} = 0, \text{ кото-}$$

рое обращает L в максимум.

Метод моментов заключается в следующем: любой момент случайной величины x зависит от параметра θ . Но тогда и параметр θ может оказаться функцией от теоретического момента. Подставив в эту функцию вместо неизвестного теоретического



Информационно-статистическая теория измерений

момента его выборочный аналог, получим вместо параметра θ его оценку .

Последовательность процедуры оценивания:

- выбирается столько эмпирических моментов, сколько требуется оценить неизвестных параметров распределения; желательно применять моменты младших порядков, так как погрешности вычисления оценок резко возрастают с увеличением порядка момента;

- вычисленные по экспериментальным данным оценки моментов приравниваются к теоретическим моментам;

- параметры распределения определяются через моменты, и составляются уравнения, выражающие зависимость параметров от моментов, в результате получается система уравнений, решение которой дает оценки параметров распределения генеральной совокупности.

Квантильные оценки параметров распределения получают приравниванием теоретических и выборочных квантилей.



ЗАНЯТИЕ 4. НАХОЖДЕНИЕ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Цель работы:

- получить навыки интервальной оценки параметров распределения результатов многократных измерений

Задание 1.

С какой вероятностью можно утверждать, что возможность изготовления изделия с дефектом находится в пределах от 8 до 12 процентов, если из 30 обследованных изделий три оказались с дефектами?

Задание 2.

Провели 20 замеров диаметров изготавливаемых штамповкой втулок. Получили следующие значения (в мм): 10,85; 10,41; 11,05; 10,52; 10,43; 11,02; 10,56; 10,73; 10,85; 10,94; 11,00; 10,52; 10,55; 10,79; 11,04; 11,07; 10,84; 10,77; 10,65; 10,92.

Требуется найти оценки для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения величины X и построить для них приближенные доверительные интервалы, соответствующие доверительной вероятности $P_{\varnothing} = 0,8$.

Задание 3.

По условиям задания 2 определить оценки для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения величины X и построить для них точные доверительные интервалы.

Методические указания.

Статистическая оценка, определяемая двумя числами, концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр с некоторой вероятностью, называется интервальной.

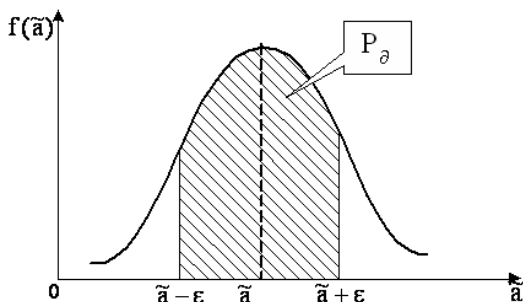
Пусть для параметра a получена из опыта несмещенная оценка \tilde{a} . Можно оценить достоверность, надежность этой оцен-



ки, т.е. возможную ошибку при замене a на \tilde{a} .

Назначим некоторую такую достаточно большую вероятность P_d , при которой можно считать практически достоверным, и найдем такое значение ε , для которого

$$P(|\tilde{a} - a| < \varepsilon) = P(\tilde{a} - \varepsilon < a < \tilde{a} + \varepsilon) = P_\delta.$$



Тогда диапазон практически возможных значений ошибки, возникающей при замене a на \tilde{a} , будет $\pm \varepsilon$; большие по абсолютной величине ошибки будут появляться только с малой вероятностью

$$(1 - P_\delta).$$

Последнее равенство означает, что с вероятностью P_d неизвестное значение параметра a попадает в интервал $I_a = (\tilde{a} - \varepsilon; \tilde{a} + \varepsilon)$, а точнее случайный интервал I_a с вероятностью P_δ накрывает неслучайный параметр a .

Вероятность называют доверительной вероятностью, а интервал I_a - доверительным интервалом параметра a . Границы доверительного интервала $a_1 = \tilde{a} - \varepsilon$ и $a_2 = \tilde{a} + \varepsilon$ называют доверительными границами.

Получение приближенных доверительных интервалов.

Учитывая, что математическое ожидание имеет приблизительно нормальный закон с параметрами $M[\tilde{m}_x] = m_x$; $D[\tilde{m}_x] = D[X]/n$, то с использованием функции Лапласа можно получить такие доверительные границы, что вероятность нахождения неизвестного параметра между ними (площадь функции плотности в заданных пределах) будет равна P_δ . В итоге для математического ожидания m_x получим доверительные границы (взяв вместо неизвестной дисперсии ее оценку) $a_{1,2} = \tilde{m}_x \mp t_\phi \tilde{\sigma}_{m_x} = \tilde{m}_x \mp t_\phi \tilde{\sigma}_x / \sqrt{n}$, где $t_\phi = \arg \Phi(P_\delta / 2)$ - обратная функция Лапласа.



Информационно-статистическая теория измерений

Аналогично можно рассуждать и по отношению к дисперсии, хотя слагаемые в формуле для нее зависимы через выборочное среднее. При числе опытов не менее 20 оценка дисперсии приблизительно имеет нормальный закон с характеристиками

$$M[\tilde{D}_x] = D_x; \quad D[\tilde{D}_x] = \frac{1}{n} \mu_4 - \frac{n-3}{n(n-1)} D_x^2.$$

Принимая гипотезу о нормальности оценки дисперсии, получим для дисперсии D_x доверительные границы

$$a_{1,2} = \tilde{D}_x \mp t_\Phi \sqrt{\frac{1}{n} \tilde{\mu}_4 - \frac{n-3}{n(n-1)} \tilde{D}_x^2}. \text{ Если } X - \text{ нормальная величина, то } \mu_4 = 3D_x^2; \quad D[\tilde{D}_x] = \frac{2}{n-1} D_x^2. \text{ Тогда } a_{1,2} = \tilde{D}_x \mp t_\Phi \tilde{D}_x \sqrt{\frac{2}{n-1}}.$$

Для точного нахождения доверительных интервалов необходимо знать заранее вид закона распределения СВ X , тогда как для приближенных методов это не обязательно.

Идея точных методов нахождения доверительных интервалов сводится к следующему. Любой доверительный интервал находится из условия, выражающего вероятность выполнения некоторых неравенств, в которые входит интересующая нас оценка.

Закон распределения оценки в общем случае зависит от самих неизвестных параметров СВ X . Однако иногда удастся перейти в неравенствах от случайной величины \tilde{a} к какой-либо другой функции имеющихся значений x_1, x_2, \dots, x_n , закон которой зависит только от числа опытов n и от вида закона распределения СВ X . Такого рода СВ играют большую роль в математической статистике. Наиболее подробно они изучены для некоторых параметров нормального распределения случайной величины X .

Например, доказано, при нормальном распределении случайной величины X величина $T = (\tilde{m}_x - m_x) \sqrt{\frac{n}{\tilde{D}_x}}$ подчиняется

закону T - распределения Стьюдента с $(n - 1)$ степенями свободы. Доказано также, что при нормальном распределении СВ X величина $V = \frac{(n-1)\tilde{D}_x}{D_x}$ подчиняется закону χ^2 - распределения с $(n - 1)$ степенями свободы.

Покажем, как можно использовать эти особенности при построении доверительных интервалов для математического



ожидания m_x и дисперсии D_x .

Выберем ε так, чтобы выполнялось условие для математического ожидания

$$P(|\tilde{m}_x - m_x| < \varepsilon) = P(\tilde{m}_x - \varepsilon < m_x < \tilde{m}_x + \varepsilon) = P_{\varnothing}.$$

Перейдем в левой части этого соотношения от случайной величины \tilde{m} к величине T , подчиняющейся закону Стюдента.

Для этого умножим обе части неравенства $|\tilde{m}_x - m_x| < \varepsilon$ на

положительную величину $\sqrt{\frac{n}{\tilde{D}_x}}$. Получим

$$P\left(\frac{|\tilde{m}_x - m_x|\sqrt{n}}{\sqrt{\tilde{D}_x}} < \varepsilon \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{\tilde{D}_x}}\right) = P\left(|T| < \varepsilon \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{\tilde{D}_x}}\right) = P_{\varnothing}.$$

С учетом четности распределения Стюдента и обозначения

$$t_T = \varepsilon \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{\tilde{D}_x}} \quad \text{можно} \quad \text{заключить,} \quad \text{что}$$

$$t_T = \arg T_{\varnothing} / 2; \quad n-1.$$

Окончательно для математического ожидания m_x получаем доверительные границы:

$$a_{1,2} = \tilde{m}_x \mp t_T \tilde{\sigma}_{m_x} = \tilde{m}_x \mp \frac{t_T \tilde{\sigma}_x}{\sqrt{n}},$$

где $t_T = \arg T_{\varnothing} / 2; \quad n-1$ - обратная функция Стюдента.

Для дисперсии получим доверительные границы следующим образом.

$$\text{Выразим величину } D_x \text{ через величину } V = \frac{(n-1)\tilde{D}_x}{D_x}.$$

Зная закон распределения величины V (χ^2 - распределение с $(n-1)$ степенями свободы), можно найти интервал I_v , в который она попадает с вероятностью P_d .



В силу несимметричности закона χ^2 - распределения условимся выбирать интервал I_v так, чтобы вероятности выхода величины V за пределы доверительного интервала вправо и влево были одинаковы и равны $(1 - P_\partial)/2$. Доверительные границы такого интервала можно определить с помощью таблиц квантилей χ^2

- распределения: $\chi_1^2 = \chi^2((1 - P_\partial)/2; n - 1)$,

$\chi_2^2 = \chi^2((1 + P_\partial)/2; n - 1)$. Имеем соотношения

$$\chi_1^2 < V < \chi_2^2; \quad \frac{1}{\chi_2^2} < \frac{1}{V} < \frac{1}{\chi_1^2}; \quad \frac{\tilde{D}_x(n-1)}{\chi_2^2} < \frac{\tilde{D}_x(n-1)}{V} < \frac{\tilde{D}_x(n-1)}{\chi_1^2};$$

$$\frac{\tilde{D}_x(n-1)}{\chi_2^2} < D_x < \frac{\tilde{D}_x(n-1)}{\chi_1^2}.$$

Окончательно получаем доверительные границы для дисперсии D_x :

$$a_1 = (n-1)\tilde{D}_x / \chi_2^2, \quad a_2 = (n-1)\tilde{D}_x / \chi_1^2,$$

где X - нормальная случайная величина,

$$\chi_1^2 = \chi^2((1 - P_\partial)/2, n - 1),$$

$$\chi_2^2 = \chi^2((1 + P_\partial)/2, n - 1).$$



ЗАНЯТИЕ 5. ОПТИМАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ВЕКТОРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Цель работы:

- получение навыков проектирования алгоритма оптимального оценивания векторной случайной последовательности.

Исходные данные для проектирования.

Структурная схема процессов, имеющих место при физических измерениях, представлена на рис.1. Информационный процесс $g(t)$ задан спектральной плотностью $S_g(d)$. Детерминированная составляющая процесса задана сигналом $u(t)$;

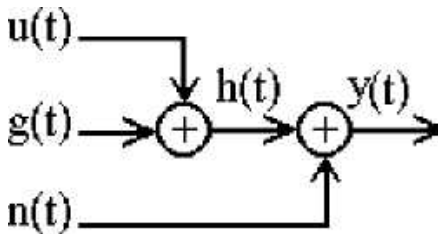


Рис.1.

$h(t)=g(t)+u(t)$ - полный информационный процесс; $y(t)=h(t)+n(t)$ - измерение процесса $h(f)$ с аддитивными шумами $n(t)$ (задана интенсивность шума -

$R(k)$). Дискретный ИП $g(k)$ представляется моделью в пространстве состояний (рис.2) векторной случайной последовательностью $X(k)$ (и-мерным вектором состояния) и формирующим шумом $v(k)$. При этом $g(k)=CX(k)$.

Оптимальная оценка ВСП обозначена $X(k/k)$. F , T - переходные матрицы (матрицы коэффициентов); C - матрица формирования процесса $g(k)$. $\hat{h}(k)$ - оптимальная оценка полезного процесса:

$$\hat{h}(k)=CX(k/k)+u(k).$$

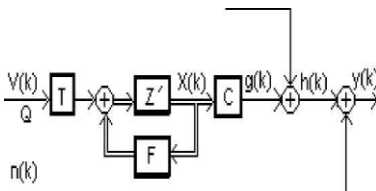


Рис.2.



Исходные данные для проектирования приведена в таблице 1.

Таблица 1.

№	$S_g(\omega)$	№	$S_g(\omega)$	№	$S_g(\omega)$	$R(k)$
1	$\frac{2\omega^2 + 8}{\omega^4 + 198\omega^2 + 10201}$	9	$\frac{4\omega^2 + 16}{\omega^4 + 0,38\omega^2 + 3,2761}$	17	$\frac{\omega^2 + 0,001}{\omega^4 - 6\omega^2 + 25}$	2,3
2	$\frac{\omega^2 + 0,25}{\omega^4 + 1,98\omega^2 + 1,0201}$	10	$\frac{\omega^2 + 324}{\omega^4 + 1,68\omega^2 + 1,3456}$	18	$\frac{\omega^2 + 0,25}{\omega^4 + 30\omega^2 + 25}$	2,7
3	$\frac{4\omega^2 + 1}{0,5\omega^4 + 3\omega^2 + 12,5}$	11	$\frac{0,5\omega^2 + 162}{\omega^4 + 100\omega^2 + 1000}$	19	$\frac{8\omega^2 + 32}{\omega^4 + 64}$	3,5
4	$\frac{4\omega^2 + 1}{\omega^4 + 16\omega^2 + 100}$	12	$\frac{\omega^2 + 9}{5\omega^4 + 19\omega^2 + 25}$	20	$\frac{2\omega^2 + 128}{\omega^4 + 1024}$	4,6
5	$\frac{2\omega^2 + 8}{\omega^4 + 1,5\omega^2 + 1,5625}$	13	$\frac{4\omega^2 + 100}{16\omega^4 + 324\omega^2 + 5184}$	21	$\frac{0,25\omega^2 + 256}{\omega^4 + 12\omega^2 + 125}$	5,7
6	$\frac{32\omega^2 + 8}{\omega^4 + 0,72\omega^2 + 2,6896}$	14	$\frac{4\omega^2 + 1}{\omega^4 + 64}$	22	$\frac{0,25\omega^2 + 81}{\omega^4 + 1}$	6,5
7	$\frac{\omega^2 + 0,001}{\omega^4 + 1,02\omega^2 + 2,2201}$	15	$\frac{8\omega^2 + 2}{\omega^4 + 324}$	23	$\frac{4\omega^2 + 16}{8\omega^4 + 16}$	8,6
8	$\frac{10\omega^2 + 0,1}{\omega^4 + 1,28\omega^2 + 1,8496}$	16	$\frac{16\omega^2 + 4}{\omega^4 + 6\omega^2 + 25}$	24	$\frac{\omega^2 + 16}{\omega^4 + \omega^2 + 4}$	7,8

Методические указания по выполнению работы.

Пример выполнения: Случайный процесс $g(t)$ и помеха $n(t)$ заданы спектральными плотностями $S_g(\omega)$ и $S_n(\omega)$.

$$S_g(\omega) = \frac{8}{1000 + 98\omega^2}, \quad S_n(\omega) = 0,01.$$

1. Определим формирующий фильтр случайного процесса на основе заданной спектральной плотности. Передаточную функцию $W_g(s)$ формирующего фильтра определяем при факторизации спектральной плотности $S_g((\omega) = W_g(s)W_g(-s)Q$, где Q - интенсивность белого шума на входе формирующего фильтра; $W_g(s)$, $W_g(-s)$ - дробно-рациональные функции, нули и полюса



которых лежат соответственно в левой и правой комплексных полуплоскостях. Задавая интенсивность формирующего шума $Q = 1$, представим спектральную плотность в виде:

$$S_g(s) = \frac{8}{1000 - 98s^2} = \frac{2,83}{31,6 + 9,9s} \frac{2,83}{31,6 - 9,9s}.$$

получим передаточную функцию формирующего фильтра:

$$W_g(s) = \frac{2,83}{31,6 + 9,9s}.$$

2. Определяем период дискретности процесса: $dt = 1/(2F_m)$, где F_m - максимальная частота спектра процесса. Для вычисления F_m определим полосу пропускания формирующего фильтра процесса.

Максимальная частота ω_{\max} спектра процесса определяется, исходя из заданной погрешности восстановления сигнала. Зададим погрешность δ на уровне 10^{-3} (относительная погрешность) и определим модуль амплитудно-фазочастотной характеристики (АФЧХ). Для квадрата АФЧХ получим:

$$|W(j\omega)|^2 = \frac{8}{98\omega^2 + 1000} = 0,008 \frac{1}{0,098\omega^2 + 1}.$$

При $\omega_0 = 0$, АФЧХ не зависит от ω , поэтому $|W(j\omega_0)|^2 = 0,008$. Для расчета ω_{\max} получим соотношение:

$$\frac{1}{0,098\omega_{\max}^2 + 1} = 10^{-3},$$

откуда получим соотношение относительно ω_{\max} : $\omega_{\max}^2 = 10178$. Откуда $\omega_{\max} = 101$ рад/сек, а период дискретности процесса: $dt = \pi / \omega_{\max} = 0,03$ сек.

3. Составим непрерывную матричную модель инфор-



мационного процесса и модель формирования процесса методом вспомогательной переменной. Уравнение состояния в данном случае $\dot{X} = AX + Dv$. Процесс $g(t)$ вычисляется в матричном виде: $\dot{g} = CX$, где матрицы A, D, C определяются по матричным соотношениям. Для данного примера $A = -3.2$; $D = 0,1$; $C = 2,83$; $X = -3.2X + v$; $g(t) = 2,83X(t)$.

4. Сформируем дискретную матричную модель векторной случайной последовательности при аппроксимации непрерывной модели рядом Тейлора. Матричную модель $X(k+1) = FX(k) + Tv(k)$, $g(k) = CX(k)$ процесса рассчитываем на основе непрерывной. Итерационный расчет F, T производится до выполнения условия точности $|\Psi(k+1) - \Psi(k)| / \Psi(k) < \delta$, где δ - заданная относительная погрешность ($\delta = 0,001$). В данном случае необходимая точность достигается при 3-х итерационных циклах вычислений:

$$k=1, \Psi = 0,9520000, e = 0,0480000000,$$

$$k=2, \Psi = 0,9535360, e = 0,0016134454,$$

$$k=3, \Psi = 0,9534991, e = 0,0000386603,$$

$$F = 0,908, T = 0,0029.$$

Полученная дискретная модель векторной случайной последовательности $X(k+1) = 0,908X(k) + 0,0029V(k)$, $g(k) = 2,83X(k)$.

5. Решим дискретное уравнение Риккати (определим корреляционную матрицу ошибок оценивания и весовую матрицу фильтра).

Расчет проводится на основе понятий корреляционных матриц ошибки оценивания, ошибки прогнозирования и весовой матрицы фильтра. Учитывая, что корреляционные матрицы для непрерывного и дискретного случаев связаны соотношениями: $Q(k) = Q(t)dt = 0,03$; $R(k) = R(t)dt = 0,0003$, в данном примере



$$P(k+1/k) = F^2 P(k/k) + T^2 Q(k) = (0,908)^2 P(k/k) + (0,0029)^2 0,03 = 0,8245 P(k/k) + 0,00000025.$$

$$K(k+1) = \frac{P(k+1/k)C}{C^2 P(k+1/k) + R(k)} = \frac{[0,824P(k/k) + 2,5 \cdot 10^{-7}]2,83}{8[0,82P(k/k) + 2,5 \cdot 10^{-7}] + 3 \cdot 10^{-4}} = \frac{2,33P(k/k) + 7,1 \cdot 10^{-7}}{6,6P(k/k) + 3,02 \cdot 10^{-4}},$$

$$P(k+1/k+1) = R(k)K(k+1) = \frac{0,000699 P(k/k) + 2,13 \cdot 10^{-10}}{6,592 P(k/k) + 0,000302}.$$

Определяем $P(k+1/k+1)$ из условия стационарного режима оценивания, т.е. $P(k+1/k+1) = P(k/k) = P$, откуда получим квадратное уравнение $P^2 + 6,02 \cdot 10^{-5}P - 3,2 \cdot 10^{-11} = 0$, решением которого является $P = 5,2710^7$. Соответствующее установившееся значение весового коэффициента – $K = 0,00635$.

6. Найдем дискретное уравнение оценивания векторной случайной последовательности (фильтр Калмана) и информационного процесса $h(k)$ (вычислительное устройство).

Уравнение фильтрации $X(k+1/k+1) = HX(k/k) + KY(k)$, где $H = F - KC = 0,879$, при этом получено в виде $X(k+1/k+1) = 0,879X(k/k) + 0,00635y(k)$. Оценка процесса $h(k)$: $\hat{h}(k) = CX(k/k) + u(k)$.

7. Рассчитаем среднеквадратическую ошибку оценки информационного процесса. Ошибка оценивания сигнала $h(k)$: $e[\hat{h}] = \hat{h}(k) - h(k) = CZ(k/k)$. Дисперсия ошибки оценивания $h(k)$ определяется в соответствии со свойствами теории вероятностей:

$$D[\hat{h}] = \sum_{j=1}^n C_j^2 D[Z(k/k)_j],$$

где $D[Z(k/k)_i]$ – дисперсии ошибок оценок вектора состояния. Конкретное значение дисперсии оценки $D[\hat{h}] = C^2 P = 2,83^2 \cdot 5,27 \cdot 10^{-7} = 4,22 \cdot 10^{-6}$. Среднеквадратическая ошибка $\sigma = (D[\hat{h}])^{0,5} = 0,00205$.

8. Представим структурную схему полученного фильтра Калмана и вычислительного устройства.

Структурная схема фильтра Калмана в соответствии с уравнением фильтрации

$$x(k+1/k+1) = 0,879x(k/k) + 0,0114y(k)$$

и вычислительного устройства

$\hat{h}(k) = Cx(k/k) + u(k)$ в данной задаче представлена на рис.3.

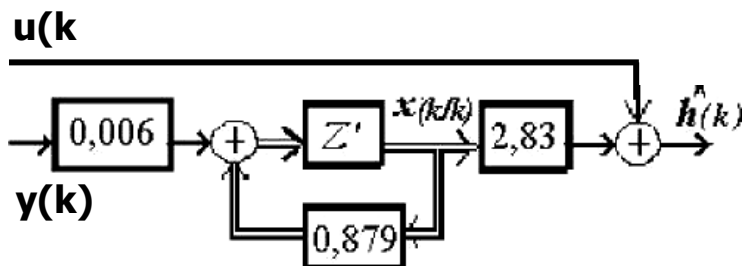


Рис.3.

9. Эффект оптимального оценивания процесса $h(t)$ проявляется в повышении точности по сравнению измерения $h(t)$ датчиком первичной информации. Дисперсия ДПИ для дискретного случая составляет 0,0003, а ошибка при оценивании имеет дисперсию всего $4,22 \cdot 10^{-6}$ (среднеквадратическая ошибка соответственно 0,0173 и 0,002).

Вывод. При оптимальном оценивании получаем информацию о процессе $g(t)$ более чем в 8 раз точнее, чем при измерении этого процесса просто с помощью ДПИ.



ЗАНЯТИЕ 6. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ПРОДУКЦИИ

Цель работы

- получение практических навыков управления качеством резьбонарезания путем статистического анализа измерительной информации

1. Общие положения

Статистический контроль качества основан на обработке информации о текущем состоянии технологического процесса размерной обработки детали, с границами, установленными на основе внутренне присущей процессу изменчивости. Визуализация процесса возможна путем составления контрольных карт или построения гистограмм распределения.

Контрольная карта (рис.1) имеет центральную линию CL ,

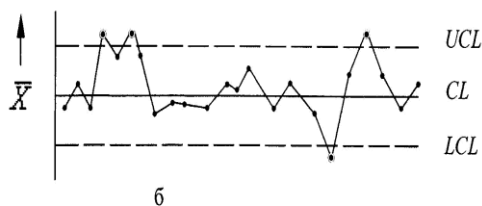
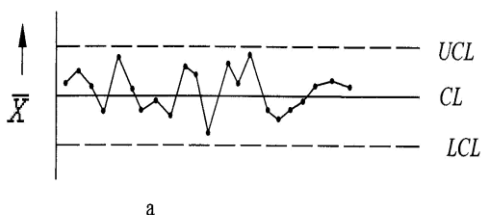


Рис. 1. Примеры контрольных карт: а - управляемое состояние процесса; б - неуправляемое состояние процесса

соответствующую эталонному значению характеристики, в качестве которого обычно служит среднее арифметическое рассматриваемых данных. Кроме того, контрольная карта имеет две статистически определяемые контрольные границы относительно центральной линии CL , которые находятся на расстоянии 3σ от центральной линии, где σ — генеральное стандартное отклонение используемой статистики.

Изменчивость внутри подгрупп является мерой случайных вариаций. Для получения оценки σ вычисляют выборочное

стандартное отклонение или умножают выборочный размах на соответствующий коэффициент. Границы $\pm 3\sigma$ указывают, что



Информационно-статистическая теория измерений

около 99,7 % значений характеристики подгрупп попадут в эти пределы при условии, что процесс находится в статистически управляемом состоянии.

Для контрольных карт предполагается нормальное распределение для вариаций внутри выборок. Карты для количественных данных отражают состояние процесса через разброс и через расположение центра. Поэтому контрольные карты для количественных данных почти всегда применяют и анализируют парами - одна карта для расположения одна - для разброса. Наиболее часто в серийном и массовом производствах при регулировании процесса изготовления продукции используют пару \bar{X} - и R - карты. В табл. 1 и 2 приведены формулы для расчета контрольных границ и коэффициенты соответственно для \bar{X} - и R - карт. Алгоритм работы с \bar{X} - и R -картами приведен на рис. 2. Пример контрольной карты – на рис.3.

Таблица 1.

Статистика	Стандартные значения не заданы		Стандартные значения заданы*	
	Центральная линия CL	LCL и UCL	Центральная линия CL	LCL и UCL
\bar{X}	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}} \pm A_2 \bar{R}$ или $\bar{\bar{X}} \pm A_3 \bar{s}$	X_0 или μ	$X_0 \pm A_1 \sigma_0$
R	\bar{R}	$D_3 \bar{R}, D_4 \bar{R}$	R_0 или $d_2 \sigma_0$	$D_1 \sigma_0, D_2 \sigma_0$
s	\bar{s}	$B_3 \bar{s}, B_4 \bar{s}$	s_0 или $C_4 \sigma_0$	$B_5 \sigma_0, B_6 \sigma_0$
Примечание. * – заданы стандартные значения X_0 или μ , R_0 , S_0 или σ_0 .				

Результаты измерений контролируемого параметра заносят в таблицу 3. Затем рассчитывают контрольные границы, строят контрольные карты и проводят их анализ с целью дать оценку состояния технологического процесса.

Построение гистограмм как средства оценки качества технологического процесса описано в практической работе 2.



Таблица 2.

Объ- ем вы- бор- ки n	Коэффициенты для вычисления кон- трольных границ							Коэффициенты для вычисления центральной линии CL							
	A_1	A_2	A_3	B_3	B_4	B_5	B_6	D_1	D_2	D_3	D_4	C_4	$1/C_4$	d_2	$1/d_2$
2	2,12	1,88	2,65	0,00	3,27	0,00	2,61	0,00	3,69	0,00	3,27	0,797	1,253	1,13	0,887
3	1,73	1,02	1,95	0,00	2,57	0,00	2,27	0,00	4,36	0,00	2,57	0,889	1,128	1,69	0,591
4	1,50	0,73	1,63	0,00	2,27	0,00	2,09	0,00	4,70	0,00	2,28	0,921	1,085	2,06	0,486
5	1,342	0,577	1,427	0,000	2,089	0,000	1,964	0,000	4,918	0,000	2,114	0,9400	1,0638	2,326	0,4299
6	1,22	0,48	1,29	0,03	1,97	0,03	1,87	0,00	5,08	0,00	2,00	0,951	1,0510	2,53	0,395
7	1,13	0,42	1,18	0,12	1,88	0,11	1,81	0,20	5,20	0,08	1,92	0,959	1,042	2,70	0,370
8	1,06	0,37	1,10	0,18	1,81	0,18	1,75	0,39	5,31	0,14	1,86	0,965	1,036	2,85	0,351
9	1,00	0,34	1,03	0,24	1,76	0,23	1,71	0,55	5,39	0,18	1,82	0,969	1,032	2,97	0,337
10	0,95	0,31	0,97	0,28	1,72	0,28	1,67	0,69	5,47	0,22	1,78	0,973	1,028	3,08	0,325
11	0,90	0,28	0,93	0,32	1,68	0,31	1,64	0,81	5,53	0,26	1,74	0,975	1,025	3,17	0,315
12	0,87	0,27	0,89	0,35	1,65	0,35	1,61	0,92	5,59	0,28	1,72	0,978	1,023	3,26	0,307

Таблица 3.

Дейст- витель- ное зна- чение контро- лируе- мого пара- метра	Номер выборки																								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	25		
X^1																									
X^2																									
X^3																									
X^4																									
X^5																									
Сумма X^1																									
Средние X																									
Размахи R																									



Информационно-статистическая теория измерений

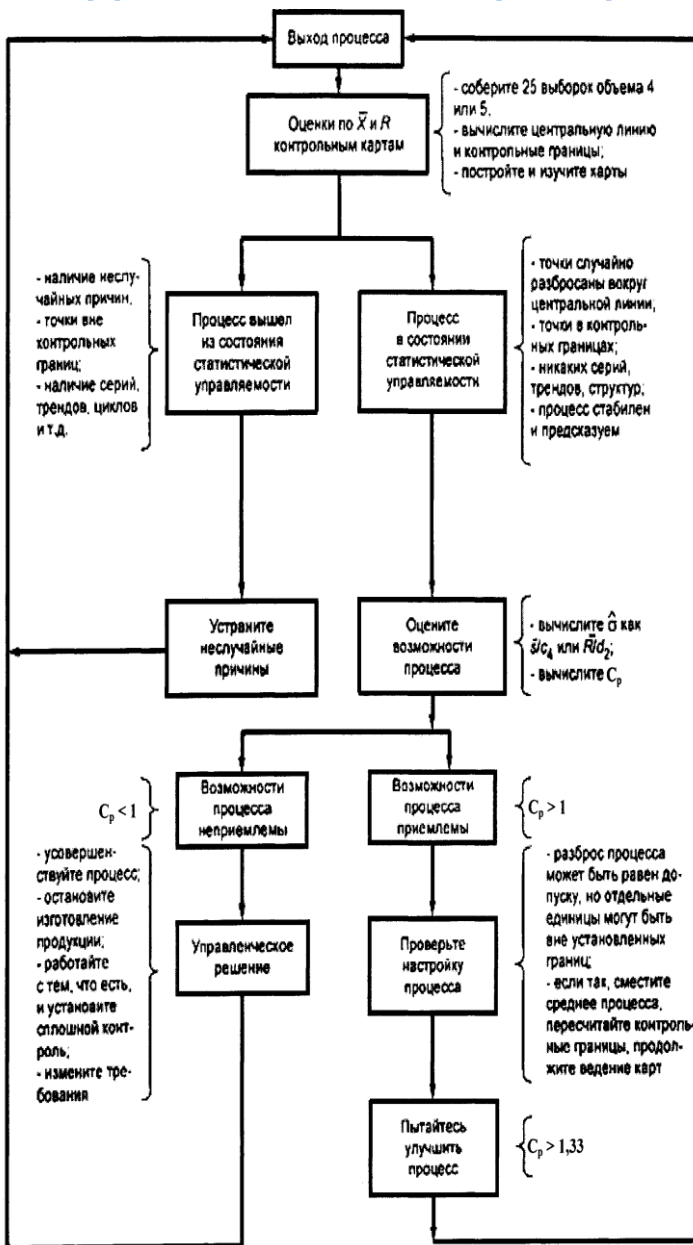


Рис. 2. Стратегия совершенствования процесса при применении \bar{X} - R карты



Информационно-статистическая теория измерений

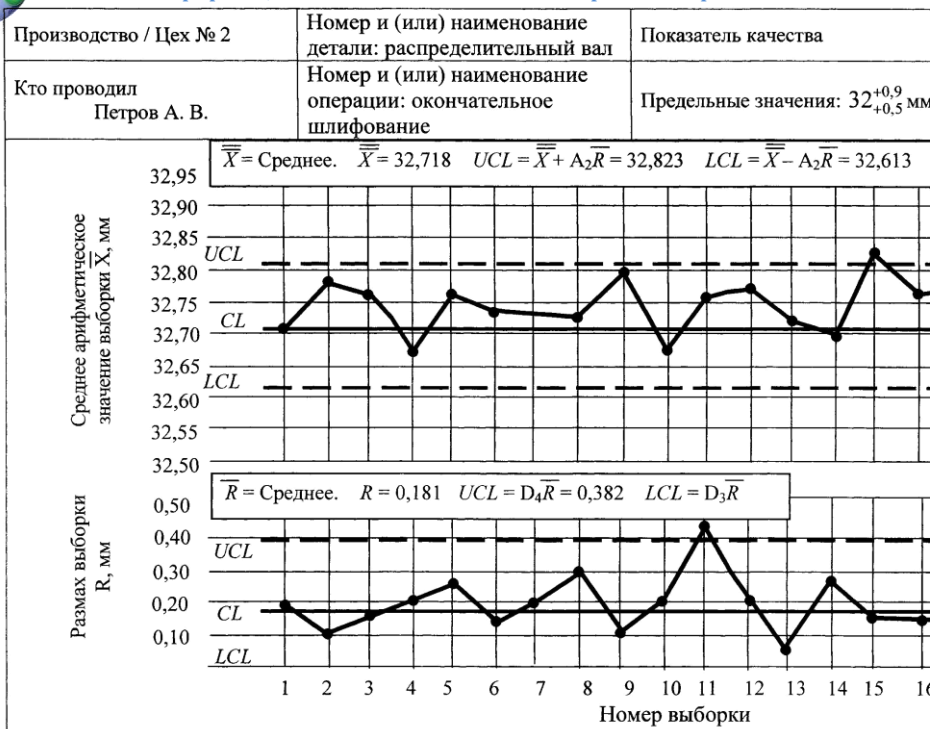


Рис.3. Пример контрольной карты

Порядок выполнения работы:

- определить перечень контролируемых параметров согласно заданию в приложении Excel к методическим указаниям;
- отметить на контрольных картах положение линий CL, UCL и LCL;
- рассчитать действительное среднее значение процесса по выборочным данным;
- рассчитать действительное среднее СКО процесса по выборочным данным;
- нанести полученные значения на контрольную карту и сделать выводы о качестве технологического процесса;
- построить гистограммы распределения среднего и СКО по выборочным данным;
- сравнить с нормированными значениями среднего и СКО и сделать выводы о качестве технологического процесса.



ПЕРЕЧЕНЬ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Цыбрий И.К. Статистические методы обработки экспериментальных данных: Учеб. пособие, Ростов н/Д: ДГТУ, 2010
2. Информационно-статистическая теория измерений. Практические работы/сост. В.Л.Волков.-Н.Новгород: НГТУ, 2001