ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Автоматизация производственных процессов»

Учебно-методическое пособие

по дисциплине
«Исполнительные устройства систем управления»

«Частотный синтез электромеханических систем управления»

Авторы
Семко И.А.,
Лапшин В.П.,
Туркин И.А.,
Флек М.Б.

Ростов-на-Дону, 2016

Аннотация

Пособие предназначено для студентов направлений 15.03.04 и 27.03.04.

Содержит общие представления о системах управления, понятия и законы устойчивости по различным критериям. Частотные методы синтеза законов управления. Приведен обзор исполняющих электромеханических устройств. Рассмотрены примеры моделирования динамических систем с использованием программного пакета Matlab.

Авторы

проф. Семко М.А.,
доц. Лапшин В.П.,
асс. Туркин И.А.,
проф. Флек М.Б.

Оглавление

Введение 4

Глава 1. ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ СИНТЕЗА ЛИНЕЙНЫХ СУ 6

1.1 Общее представление об устойчивости систем управления 6

1.2 Анализ устойчивости СУ с использованием логарифмических частотных характеристик. 23

1.3 Оценка качества систем управления 24

1.4 Быстродействие и запас устойчивости в проектируемой системе управления.....28

1.5 Точность проектируемой системы управления 32

1.6 Вопросы проектирования систем управления 38

Глава 2. ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ 41

2.1. Основные законы электромеханических преобразователей (ЭМП) 41

2.2. Магнитные характеристики электромеханических преобразователей 45

2.3. Принцип действия электромеханических устройств .47

2.4. Структуры и функции автоматического управления электромеханическими системами (АУЭС) 49

2.5. Тахогенератор постоянного тока 53

2.6. Двигатели постоянного тока 57

2.7. Трехфазные асинхронные двигатели 81

2.8 Синхронные двигатели 94

Глава 3. СИНТЕЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ 103

3.1 Основные этапы синтеза корректирующих устройств 103

3.2. Построение желаемой ЛАЧХ системы.....105

3.3. Синтез последовательного корректирующего устройства 111

3.4 Пример синтеза 112

3.5 Синтез электромеханической системы с использованием пакета Matlab. 116

ВВЕДЕНИЕ

В современном производстве получил широкое распространение электромеханический способ управления сложными автоматизированными и автоматическими системами управления технологическими процессами. Под такими сложными системами мы понимаем системы автоматического и автоматизированного управления технологическими процессами и производствами, включающими в себя вычислительные машины, регуляторы, исполнительные механизмы и т.д. В качестве примеров таких сложных систем могут выступать системы управления современных металлорежущих станков с ЧПУ, системы управления летательных аппаратов, системы управления объектов энергетического комплекса, системы и объекты сельскохозяйственного машиностроения и т.д..

Под электромеханическим управлением понимается способ управления, при котором в системе управления в качестве исполнительных устройств используются устройства с электрическим входом и механическим выходом, т.е. электроприводы, позволяющие обеспечить функционирование сложной системы, с учетом возможности выполнения ею требований по точности и качеству. Несмотря на большое внимание к данному классу исполнительных устройств, в отечественной литературе практически отсутствуют работы, посвященные вопросам частотного синтеза следящих и позиционных электроприводов. В связи с этим при изложении вопросов синтеза регулятора авторы уделили большое внимание электроприводам.

По назначению и излагаемому материалу учебное пособие имеет следующую структуру. В первой главе рассматриваются общие принципы проектирования и некоторые вопросы, связанные с устойчивостью и качеством процессов регулирования. Материал второй, третьей и четвертой глав ограничивается сведениями, необходимыми студентам и инженерам, занимающимся проектированием исполнительной части системы управления и регуляторов, обеспечивающих заданные требования по запасам устойчивости и качеству процесса регулирования. Вторая глава дает общую характеристику электроприводов, модели определяющие динамику и статику процессов в различных видах электроприводов, третья глава посвящена расчету параметров корректирующих устройств и ПИД регуляторов обеспечивающих заданные требования по запасам устойчи- вости и качеству процесса регу-

лирования, приведены практические примеры расчета регуляторов.

Учебное пособие ориентировано на подготовку бакалавров по направлениям: 190206 «Сельскохозяйственные машины и оборудование», 220400.62 «Управление в технических системах», 220700.62 «Автоматизация технологических процессов и производств» и призвано решить методологические проблемы преподавания дисциплин: «Проектирование локальных систем управления», «Исполнительные устройства систем управления», «Средства автоматизации и управления», «Программное управление оборудованием», «Технические средства автоматизации и управления» и т.д.. При этом весь материал учебного пособия может быть использован как иллюстрационно-методический пример специалистами из других областей технического знания, решающими свои прикладные задачи.

ГЛАВА 1. ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ СИНТЕЗА ЛИНЕЙНЫХ СУ

1.1 Общее представление об устойчивости систем управления

На любую СУ всегда действуют различные возмущения, которые могут нарушить ее нормальную работу. Для того чтобы любая СУ была работоспособна, она прежде всего должна быть устойчивой. СУ устойчива, если она обладает способностью (свойством) возвращаться (с определенной точностью) в состояние равновесия после снятия внешних воздействий, которые вывели ее из этого состояния. Если система неустойчива, то она не возвращается в исходное состояние, из которого ее вывели, а либо удаляется от него, либо совершает вокруг него недопустимо большие колебания. Устойчивость является важной динамической характеристикой СУ.

В общем случае, рассматривая нелинейные системы, вводят понятия устойчивости "в малом", "в большом" и "в целом". Система устойчива "в малом", если констатируют лишь факт наличия области устойчивости, но не определяют ее границы. Система устойчива "в большом", когда определены границы области устойчивости и реальные начальные отклонения не выводят ее из этой области. Систему называют устойчивой "в целом", когда СУ возвращается в исходное состояние при любых начальных отклонениях.

В качестве простейшего примера можно рассматривать состояние шара, изображенного на рис. 1.1. Положение равновесия шара определяется точкой A_0. Случай, изображенный на рис. 1.1,а, соответствует устойчивости "в целом", ибо при любом отклонении шара от положения равновесия он возвращается в конечную область, окружающую точку равновесия A_0, или в точку A_0 при отсутствии сил трения. Случай, изображенный на рис. 1.1,г, может соответствовать либо устойчивости "в большом", либо устойчивости "в малом". Если система линейная устойчива "в целом", то она устойчива "в большом" и "в малом", а система, устойчивая "в большом", будет устойчива и "в малом". Случай, изображенный на рис. 1.1,б, соответствует неустойчивому положению равновесия, а на рис. 1.1,в – безразличному равновесию.

В рассмотренном примере с шаром вопрос об устойчивости решается довольно просто. Си- стема будет устойчива, если из

возмущающего состояния (для шара точка A_1 или A_2 на рис. 1.1,а) она перейдет в некоторую заданную область, окружающую невозмущенное состояние равновесия (точка A_0).

В общем случае далеко не всегда ясно, при каких условиях равновесное положение системы будет устойчивым.

Впервые математическое и в то же время удобное с инженерной точки зрения определение устойчивости было дано выдающимся русским математиком А.М.Ляпуновым в 1892 году в работе "Общая задача об устойчивости движения". Определение устойчивости А.М.Ляпуновым оказалось настолько удачным и наилучшим образом, удовлетворяющим многим техническим задачам, что оно и в настоящее время принято как основное.

Рассмотрим для простоты СУ, имеющую один вход и один выход, дифференциальное уравнение которой имеет вид:

$$a_n x^{(n)} + a_{n-1} x^{(n-1)} + \ldots + a_1 x^{(1)} + a_0 x = \\ = b_m g^{(m)} + b_{m-1} g^{(m-1)} + \ldots + b_1 g^{(1)} + b_0 g \,,$$

где a_i, b_i – коэффициенты уравнения, определяемые параметрами системы;

x и g – выходная и входная переменные, причем $n \geq m$.

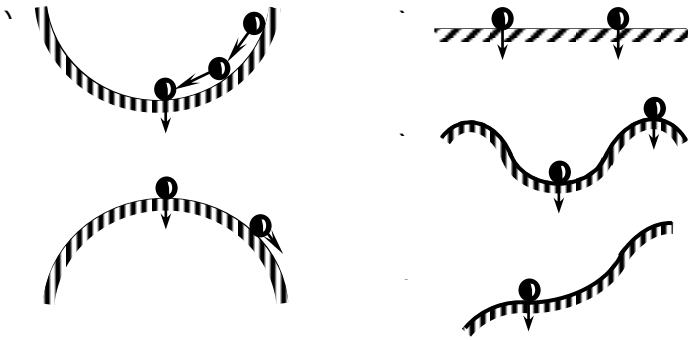


Рис. 1.1 Состояние равновесия шара:
а – устойчивое в целом; б – неустойчивое; в – безразличное;
г – устойчивое в большом; д – полуустойчивое.

Изменение регулируемой величины $x(t)$ при произвольном внешнем воздействии $g(t)$ представляет собой решение уравнения

$$x(t) = x_в(t) + x_{св}(t).$$

Первое слагаемое $x_в(t)$ – вынужденная составляющая, имеющая тот же характер, что и правая часть уравнения. Она определяется как частное решение неоднородного дифференциального уравнения, а второе слагаемое $x_{св}(t)$ – свободная (переходная) составляющая, которая определяется общим решением однородного дифференциального уравнения без правой части:

$$a_n x_{св}^{(n)} + a_{n-1} x_{св}^{(n-1)} + \ldots + a_1 x_{св}^{(1)} + a_0 x_{св} = 0.$$

Так как в ТАУ интересуются устойчивостью вынужденной составляющей $x_в(t)$ переходного процесса, то за невозмущенное движение системы необходимо принять вынужденную составляющую переходного процесса $x_в(t)$. Тогда возмущенным движением будет любое положение, возможное в системе изменения регулируемой величины $x(t)$, а отклонением или вариацией будет свободная составляющая

$$x_{св}(t) = x(t) - x_в(t).$$

В соответствии с определением устойчивости по А.М.Ляпунову система будет устойчивой, если с течением времени при $t \to \infty$ свободная составляющая будет стремиться к нулю, т.е. $x_{св}(t) \to 0$. Чтобы найти эту составляющую, необходимо решить дифференциальное уравнение. Решение уравнения находят как

$$x_{св}(t) = C_i \cdot e^{\lambda_i t},$$

где λ_i – корни характеристического уравнения. Дифференцируя это выражение *n* раз и, подставляя в исходное уравнение, после сокращения на общий множитель $Ce^{\lambda t}$ получаем

$$a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \ldots + a_1 \lambda + a_0 = 0.$$

Полученное алгебраическое уравнение является характеристическим уравнением, а его корни λ_i определяют характер переходного процесса в системе.

Во многих случаях устойчивость движения исследуется по уравнениям первого приближения. Однако решения уравнений первого приближения могут дать иногда совершенно неверное

заключение об устойчивости движения. Поэтому для исследования устойчивости систем по их линеаризованным уравнениям принципиально важны следующие теоремы А.М.Ляпунова, которые приведем без доказательств.

Теорема 1. Если вещественные части всех корней λ_i характеристического уравнения первого приближения отрицательны, то возмущенное движение асимптотически устойчиво.

Теорема 2. Если среди корней λ_i характеристического уравнения первого приближения имеется хотя бы один корень с положительной вещественной частью, то невозмущенное движение неустойчиво.

Если среди корней характеристического уравнения имеется один или несколько нулевых корней, а вещественные части остальных корней отрицательны, то этот случай называют критическим. Как показал Ляпунов, в критическом случае устойчивость (неустойчивость) невозмущенного движения не может быть оценена по уравнениям первого приближения, и поэтому в данном случае требуется рассмотрение дифференциальных уравнений возмущенного движения в исходном виде.

Теоремы Ляпунова имеют весьма важное значение, так как они позволяют судить об устойчивости нелинейных систем по их линеаризованным уравнениям (уравнениям первого приближения).

Следовательно, для того, чтобы СУ выполняла свое назначение, необходимо, чтобы свободная (переходная) составляющая движения системы, возникающая в силу различных причин, с течением времени уменьшалась до нуля.

Линейная СУ называется устойчивой, если переходная составляющая движения (собственное движение) затухает, т.е.

$$\lim_{t\to\infty} x_{св}(t) = 0\,. \qquad (1.1)$$

Если переходная составляющая движения расходится, т.е. $\lim_{t\to\infty} x_{св}(t) \to \infty$, то такая система называется

неустойчивой системой.

Для определения устойчивости СУ необходимо решить характеристическое уравнение и определить корни. Рассмотрим, каким условиям должны удовлетворять корни характеристического уравнения, чтобы система была устойчивой. Будем называть

корни с отрицательными вещественными частями левыми, так как они расположены на комплексной плоскости корней слева от мнимой оси, а корни с положительными вещественными частями – правыми корнями.

Для этого рассмотрим различные случаи.

Вещественным корням характеристического уравнения $\lambda_i = \alpha_i$ соответствуют слагаемые, представляющие собой экспоненты $C_i e^{\alpha_i t}$.

Очевидно, отрицательным (левым) корням $\lambda_i < 0$ соответствуют затухающие экспоненты (рис.1.2,а), положительным (правым) корням $\lambda_i > 0$ – возрастающие экспоненты (рис.1.2,б) и при нулевых корнях $\lambda_i = 0$ слагаемые представляют собой прямые, параллельные оси времени (рис.1.2,в).

Комплексные корни характеристического уравнения всегда бывают попарно сопряженными $\lambda_{i,i+1} = \alpha_i \pm j\omega_i$. Слагаемые, определяемые этими корнями, представлены в виде

$$C_i e^{(\alpha_i + j\omega_i)t} + C_{i+1} e^{(\alpha_i - j\omega_i)t} = A_i e^{\alpha_i t} \sin(\omega_i t + \psi_i),$$

где A_i и ψ_i – новые постоянные.

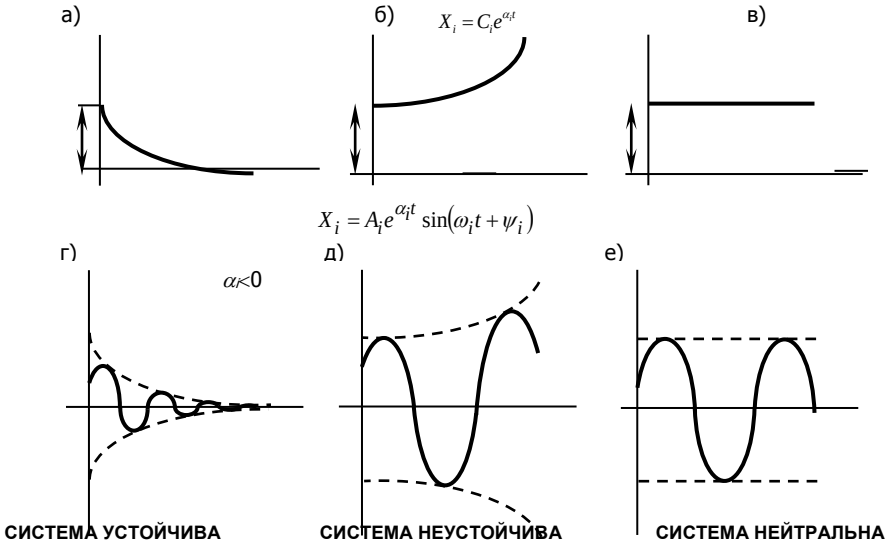


Рис. 1.2 Графики свободного движения СУ

В этом случае при $\alpha_i < 0$ получаются затухающие колебания (рис.1.2,г), при $\alpha_i > 0$ получаются расходящиеся колебания (рис.1.2,д) и при $\alpha_i = 0$ – незатухающие колебания (рис.1.2,г).

Для устойчивости и в этом случае необходимо выполнение условия $\alpha_i < 0$.

Таким образом, *необходимое и достаточное условие устойчивости* формулируется следующим образом: для того, чтобы линейная система была асимптотически устойчива, необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения имели отрицательные вещественные части, т.е. были левыми.

Вычисление корней весьма просто лишь для характеристического уравнения первой и второй степеней. Существуют общие выражения для определения корней уравнений третьей и четвертой степеней, но эти выражения громоздки и практически мало пригодны. Что же касается уравнений более высоких степеней, то для них практически невозможно написать общие выражения для вычисления корней через коэффициенты характеристического уравнения. Поэтому весьма важное значение приобретают правила, которые позволяют определить устойчивость системы без вычисления корней. Такие правила называют критериями устойчивости.

С помощью критериев устойчивости можно не только установить, устойчива система или нет, но и выяснить, как влияют на устойчивость те или иные параметры элементов и структурные изменения в системе.

Критерии устойчивости могут быть разделены на алгебраические и частотные.

Алгебраические критерии устойчивости определяют условия устойчивости в виде алгебраических неравенств, составленных из коэффициентов характеристического уравнения системы.

Частотные критерии устойчивости выражаются в виде условий, которым должны удовлетворять частотные характеристики системы для того, чтобы система была устойчива. Из частотных критериев устойчивости будем рассматривать критерий устойчивости Михайлова и критерий устойчивости Найквиста.

Однако все критерии устойчивости эквивалентны независимо от их природы, ибо определяют условия, при которых корни характеристического уравнения СУ имеют отрицательные веще-

ственные части.

Широкое распространение при оценке устойчивости систем управления получил частотный критерий Найквиста.

Критерий устойчивости Найквиста был разработан американским специалистом Найквистом в 1932 году. Критерий позволяет по АФХ разомкнутой системы судить об устойчивости СУ в замкнутом состоянии, при этом должно быть известно число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

Критерий устойчивости Найквиста широко используется на практике при исследовании линейных СУ. Это определяется следующим:

а) АФХ разомкнутой системы строятся гораздо проще, чем частотные характеристики замкнутой системы, поскольку в основном элементы разомкнутой системы соединены последовательно.

б) При построении АФХ разомкнутой системы могут использоваться экспериментально снятые частотные характеристики отдельных звеньев.

в) Удобно оценивать влияние разбросов (вариаций) параметров системы на её устойчивость.

Пусть передаточная функция разомкнутой системы *W*(*p*) имеет вид

$$W(p)=\frac{b_m p^m+b_{m-1}p^{m-1}+\ldots+b_1 p+b_0}{a_n p^n+a_{n-1}p^{n-1}+\ldots+a_1 p+a_0}=\frac{B(p)}{A(p)},\quad n\geq m.$$

Рассмотрим вспомогательную функцию

$$M(p)=1+W(p)=1+\frac{B(p)}{A(p)}=\frac{A(p)+B(p)}{A(p)},$$

где $A(p)+B(p)$ – полином числителя, определяющий характеристическое уравнение замкнутой системы с корнями ν_i, i=1, 2, …, n.

$A(p)$ – полином знаменателя, определяющий характеристическое уравнение разомкнутой системы с корнями λ_i, i=1, 2, …, n.

На основании теоремы Безу имеем

$$M(p)=\frac{\prod_{i=1}^{n}(p-\nu_i)}{\prod_{i=1}^{n}(p-\lambda_i)}. \qquad (1.1)$$

Для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы все корни ν_i, i=1, 2, ..., n были левыми, при этом разомкнутая система в общем случае может быть и неустойчивой.

Подставляя $p=j\omega$, переходим к частотным характеристикам.

$$M(j\omega)=\frac{\prod_{i=1}^{n}(j\omega-\nu_i)}{\prod_{i=1}^{n}(j\omega-\lambda_i)}. \qquad (1.2)$$

Для доказательства критерия воспользуемся принципом аргумента, считая, что все корни характеристического уравнения замкнутой СУ ν_i, i=1, 2, ..., n – левые, а среди n корней характеристического уравнения разомкнутой системы λ_i, i=1, 2, ..., n имеется "l" правых корней.

Найдем приращение аргумента функции $M(j\omega)$ при изменении частоты от 0 до ∞. Это связано с тем, что функция $M(j\omega)$ при изменении ω от –∞ до 0 является зеркальным отображением этой функции относительно оси абсцисс при изменении ω от 0 до ∞. Поэтому строится только одна ветвь этой характеристики для частот от 0 до ∞.

$$\Delta\arg M(j\omega)\Big|_{\omega=0}^{\infty}=\sum_{i=1}^{n}\Delta\arg(j\omega-\nu_i)\Big|_{\omega=0}^{\infty}-\sum_{i=1}^{n}\Delta\arg(j\omega-\lambda_i)\Big|_{\omega=0}^{\infty}=$$

$$=\frac{\pi}{2}\cdot n-\frac{\pi}{2}(n-2l)=\frac{\pi}{2}\cdot 2l=2\pi\cdot\frac{l}{2}$$

Таким образом, если замкнутая система устойчива, а разомкнутая система неустойчива и имеет l правых корней, то вектор $M(j\omega)$ должен повернуться вокруг начала координат на угол $2\pi\cdot\frac{l}{2}$ в положительном направлении.

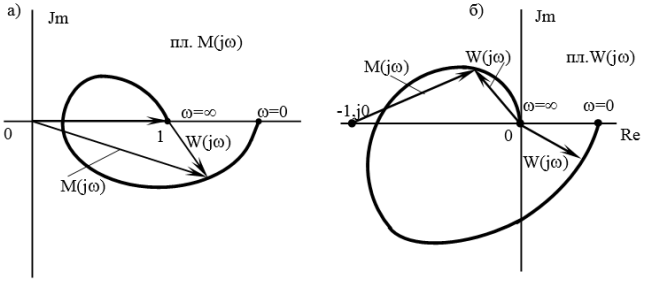


Рис. 1.3.1.

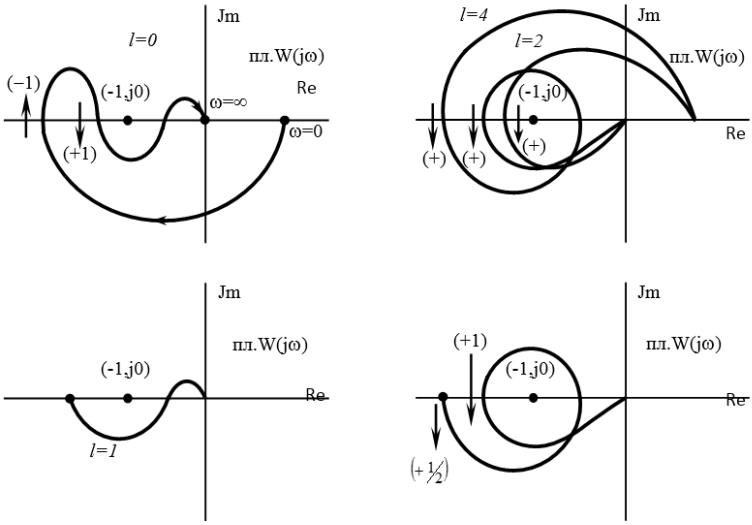


Рис. 1.3.2.

Если ось ординат плоскости $M(j\omega)$ сместить на единицу вправо, то становится очевидным, что охвату вектором $M(j\omega)$ начала координат соответствует охват вектором $W(j\omega)$ точки (-1, j0), которую называют критической точкой.

На основании этого можно сформулировать критерий устойчивости Найквиста:

"Для устойчивости СУ в замкнутом состоянии необходимо и достаточно, чтобы АФХ разомкнутой системы $W(j\omega)$ при изменении частоты от 0 до ∞ охватывала критическую точку (-1, j0) в положительном направлении $\frac{l}{2}$ раз, где l – число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы".

Этот критерий удобно сформулировать по числу переходов: для устойчивости СУ в замкнутом состоянии необходимо и достаточно, чтобы разность между числом положительных и отрицательных переходов АФХ разомкнутой системы через отрезок вещественной оси (-1, -∞) при изменении частоты от 0 до ∞ была равна $\frac{l}{2}$, где l – число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы (см. рис. 1.3.1).

Выражение для передаточной функции астатической системы ν-го порядка имеет вид:

$$W(p)=\frac{1}{p^{\nu}}\cdot W^{*}(p).$$

Подставляя $p=j\omega$, получаем

$$W(j\omega)=\frac{1}{(j\omega)^{\nu}}W^{*}(j\omega), \qquad (1.3)$$

где $W^{*}(j\omega)$ не содержит интегрирующих звеньев.

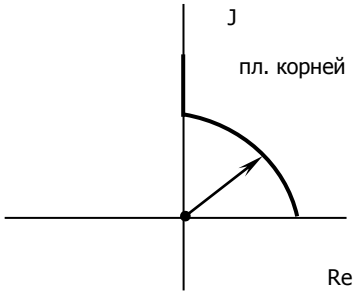


Рис. 1.4.
Плоскость корней характеристического уравнения СУ

В точке $\omega=0$ характеристика $W(j\omega)$ терпит разрыв непрерывности и её характер становится неопределенным. Для того чтобы избежать этого, будем обходить точку $\omega=0$ по окружности бесконечно малого радиуса против часовой стрелки.

$p=j\omega$, $p=\rho e^{j\psi}$ где

$\rho\to 0$, а $0\le\psi\le+\pi/2$

$$\underset{\omega=0}{W(j\omega)}=\frac{1}{\left(\rho e^{j\psi}\right)^{\nu}}\cdot\underset{\omega=0}{W^{*}(j\omega)}=,$$

$$=\frac{W^{*}(0)}{\rho^{\nu}}e^{-j\psi\nu}$$

если $\underset{\omega=0}{\arg W(j\omega)}=0$.

Это означает, что характеристика $W^{*}(j\omega)$ дополняется дугой бесконечного радиуса на угол $-\pi/2\cdot\nu$.

После этого к полученной АФХ разомкнутой системы критерий устойчивости Найквиста применяют без каких-либо измене-

ний.

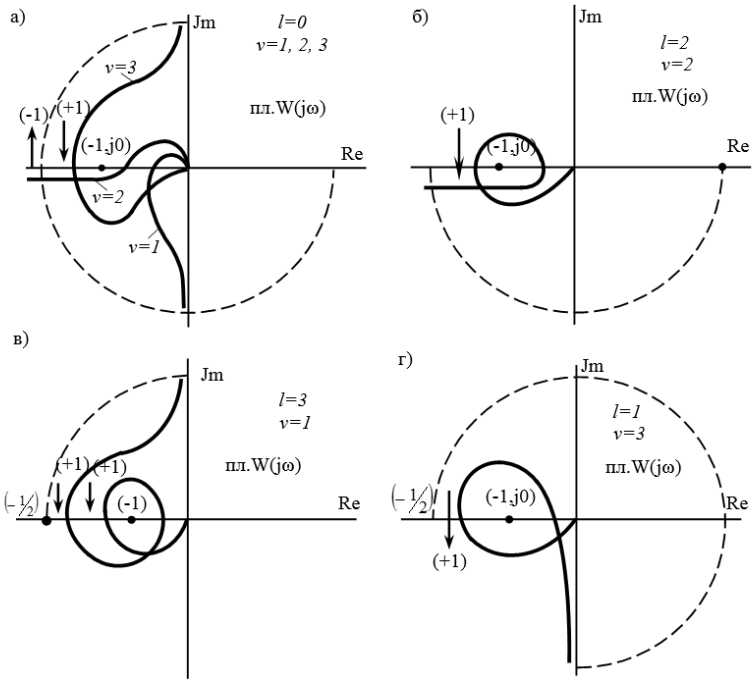


Рис. 1.5.

Критерий Найквиста позволяет легко определять запасы устойчивости систем управления. Запасы устойчивости СУ по критерию Найквиста определяются удалением АФХ разомкнутой системы от критической точки (*-1, j0*). На рис.10. изображена АФХ разомкнутой системы *W(jω)* и показаны запасы устойчивости по фазе $\varphi_з$ и по амплитуде $a_з$. Запасы устойчивости вычисляются так:

$$\varphi_з = 180^\circ + \varphi(\omega)_{\omega=\omega_c};$$

$$a_з = 1 - A(\omega)_{\omega=\omega_\pi},$$

где $\varphi(\omega)_{\omega=\omega_c}$ – значение фазо-частотной характеристики разомкнутой системы при $\omega=\omega_c$, $A(\omega_c)=1$;

$A(\omega)_{\omega=\omega_\pi}$ – значение амплитудно-частотной характери-

стики разомкнутой системы при $\omega=\omega_\pi$, $\varphi(\omega)=\pi$.

Запас устойчивости системы по амплитуде может характеризоваться значением $A(\omega_\pi)$, при этом, очевидно, что с уменьшением $A(\omega_\pi)$ возрастает запас устойчивости системы по амплитуде.

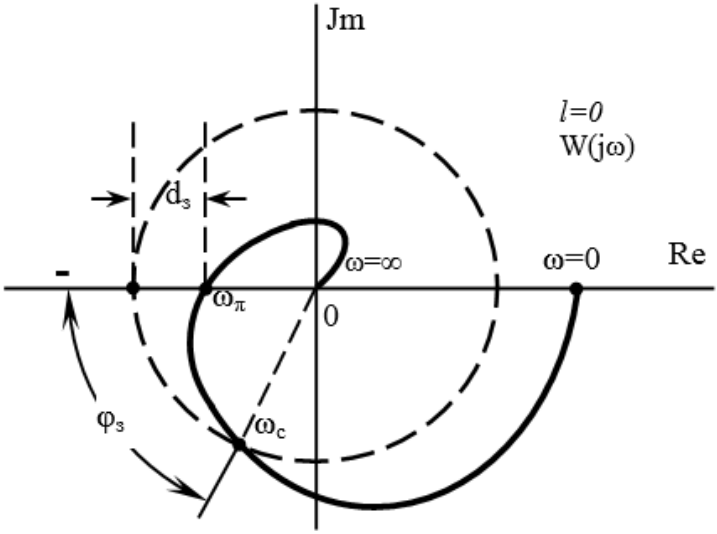


Рис.1.6. Запасы устойчивости СУ по критерию Найквиста

СУ будет находиться на границе устойчивости, если АФХ разомкнутой системы будет проходить через критическую точку (-*1,j0*). Это условие для $W(j\omega)=U(\omega)+jV(\omega)=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$ записывается так:

$$\left.\begin{aligned} U(\omega)&=-1\\ V(\omega)&=0\,,\end{aligned}\right\} \quad \text{или} \quad \left.\begin{aligned} A(\omega)&=1\\ \varphi(\omega)&=-\pi\,.\end{aligned}\right\} \qquad (1.4)$$

Полученные уравнения (1.4) могут быть использованы для определения критических значений параметров системы.

На практике удобно строить не АФЧХ разомкнутой системы на комлексной плоскости, а отдельно АЧХ и ФЧХ разомкнутой системы в логарифмическом масштабе. В связи с этим широкое распространение получил логарифмический аналог критерия Найквиста.

Любую многоконтурную разомкнутую систему управления

методами структурных преобразований можно привести к одноконтурной системе, передаточная функция которой будет равна произведению передаточных функций звеньев одноконтурной цепи:

$$W(p)=W_1(p)\cdot W_2(p),\ldots,W_n(p). \qquad (1.5)$$

Тогда амплитудно-фазовая характеристика этой системы определится при подстановке ρ=jω в выражение (1.5):

$$W(j\omega)= W_1(j\omega)\cdot W_2(j\omega),\ldots, W_n(j\omega). \qquad (1.6)$$

Следовательно, амплитудно-фазовая характеристика системы будет равна произведению амплитудно-фазовых характеристик звеньев ее одноконтурной цепи.

Представим выражение для амплитудно-фазовых характеристик в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} W(j\omega) &= A(\omega)e^{j\theta(\omega)};\\ W_1(j\omega) &= A_1(\omega)e^{j\theta_1(\omega)};\\ W_2(j\omega) &= A_2(\omega)e^{j\theta_2(\omega)};\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ W_n(j\omega) &= A_n(\omega)e^{j\theta_n(\omega)}, \end{aligned}\right\} \qquad (1.7)$$

где $A_i(\omega)$ – амплитудно-частотная характеристика;

$\theta_i(\omega)$ - фазо-частотная характеристика.

После подстановки выражений (1.7) в выражение (1.6) получим:

$$A(\omega)= A_1(\omega)\cdot A_2(\omega),\ldots, A_n(\omega);$$

$$\theta(\omega)= \theta_1(\omega)+ \theta_2(\omega)+\ldots+ \theta_n(\omega); \qquad (1.8)$$

Из выражения (1.4) видно, что амплитудно-частотная характеристика A(ω) разомкнутой системы равна произведению амплитудно-частотных характеристик составляющих звеньев, а фазо-частотная характеристика равна сумме фазо-частотных характеристик звеньев одноконтурной СУ.

Ясно, что при графических построениях фазо-частотную характеристику системы θ(ω) можно достаточно легко получить простым суммированием фазо-частотных характеристик отдельных звеньев. Для получения же амплитудно-частотной характеристики A(ω)СУ необходимо производить операцию перемножения амплитудно-частотных характеристик отдельных звеньев, что при графических построениях крайне неудобно. Кроме этого, часто при построении амплитудно-фазовых характеристик оказывается, что модули векторов этих ха- рактеристик изменяются в

очень широких пределах при изменении ω, что затрудняет их графическое изображение.

Применение логарифмического масштаба значительно упрощает построение кривых частотных характеристик, так как в логарифмическом масштабе кривые очень близки к своим асимптотам.

Вследствие этого довольно широкое распространение для исследования систем автоматического управления получили логарифмические частотные характеристики.

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика обычно обозначается L(ω) и равна:

$$L(\omega)=20\lg A(\omega), \qquad (1.9)$$

т.е. при построении графика L(ω) на оси ординат откладывают не A(ω), а двадцать десятичных логарифмов A(ω) и измеряют ее в децибелах. По оси абсцисс частота ω откладывается в логарифмическом масштабе ($\lg \omega$). За единицу измерения по оси частот принимают декаду, которая представляет собой отрезок на оси абсцисс, соответствующий десятикратному изменению частоты. Логарифмическую фазо-частотную характеристику будем обозначать через φ(ω), при этом ее значения по оси ординат откладывают в градусах, а масштаб по оси частот тот же, что и при построении L(ω).

На основании выражений (1.8) и (1.9) логарифмические частотные характеристики системы будут равны:

$$\left.\begin{aligned} L(\omega) &= L_1(\omega)+L_2(\omega)+\ldots+L_n(\omega); \\ \varphi(\omega) &= \varphi_1(\omega)+\varphi_2(\omega)+\ldots+\varphi_n(\omega). \end{aligned}\right\} \qquad (1.10)$$

Следовательно, логарифмические частотные характеристики системы находятся простым суммированием логарифмических частотных характеристик звеньев одноконтурной цепи.

Рассмотрим методику построения приближенной логарифмической амплитудно-частотной характеристики разомкнутой системы по известной передаточной функции разомкнутой системы. При этом под приближенной амплитудно-частотной характеристикой будем понимать характеристику, составленную из асимптот точной характеристики.

Для общности рассмотрения будем считать, что одноконтурная цепь исследуемой системы содержит все шесть наиболее распространенных типовых звеньев, соединенных последовательно.

Передаточная функция СУ имеет вид:

$$W(p)=W_1(p)\cdot W_2(p)\cdot W_3(p)\cdot W_4(p)\cdot W_5(p)\cdot W_6(p),$$

а передаточные функции звеньев равны:

$$W_1(p)=\frac{1}{p}, W_2(p)=\tau_1 p+1, W_3(p)=\tau_2^2 p^2+2\xi\tau_2 p+1,$$

$$W_4(p)=\frac{1}{T_1^2 p^2+2\xi T_1 p+1,} W_5(p)=\frac{1}{T_2 p+1}, W_6(p)=k.$$

Для определенности исследования примем следующие значения параметров передаточных функций:

$$\tau_1=2{,}5c, \quad \tau_2=0{,}5c, \quad T_1=0{,}1c,$$

$$T_2=0{,}05c, \quad \xi=0{,}6, \quad k=10.$$

Строим приближенные логарифмические амплитудно-частотные характеристики звеньев на одном графике (рис. 1.7). Для этого предварительно определяем сопрягающие частоты характеристик звеньев:

- для форсирующего звена I порядка $\omega_1=\frac{1}{\tau_1}=0{,}4\,c^{-1}$;
- для форсирующего звена II порядка $\omega_2=\frac{1}{\tau_2}=2\,c^{-1}$;
- для колебательного звена $\omega_3=\frac{1}{T_1}=10\,c^{-1}$;
- для апериодического звена $\omega_4=\frac{1}{T_2}=20\,c^{-1}$.

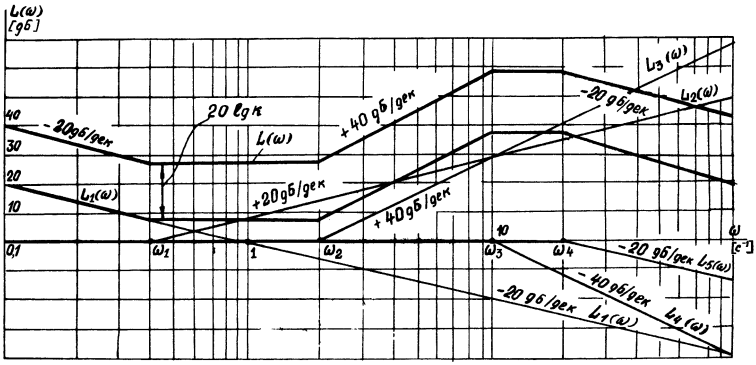


Рис.1.7. К методу построения ЛЧХ

Вполне очевидно, что построенные характеристики усилительного звена $W_6(p)$ и интегрирующего звена $W_1(p)$ будут являться точными характеристиками.

На основании выражения (1.10) для получении логарифмической амплитудно-частотной характеристики системы производим алгебраическое суммирование ординат характеристик звеньев. При этом для простоты построения не будем вначале учитывать характеристику усилительного звена.

Начальный участок характеристики системы (до первой сопрягающей частоты) определяется характеристикой интегрирующего звена и представляет собой отрезок прямой с наклоном - 20 дБ/дек. При сопрягающей частоте ω_1= 0,4 c^{-1}, соответствующей форсирующему звену первого порядка, характеристика системы делает излом на +20 дБ/дек и будет представлять собой до следующей сопрягающей частоты отрезок прямой, параллельный оси частот.

При сопрягающей частоте ω_2= 2 c^{-1}, соответствующей форсирующему звену второго порядка, характеристика системы делает излом на + 40 дБ/дек и представляет собой до следующей сопрягающей частоты отрезок прямой с наклоном + 40 дБ/дек. При сопрягающей частоте ω_5= 10 c^{-1}, соответствующей колебательному звену, она делает излом на - 40 дБ/дек и представляет собой до следующей сопрягающей частоты отрезок прямой, параллельной оси частот. При сопрягающей частоте ω_4= 20 c^{-1}, соответствующей апериодическому звену, характеристика системы делает излом на - 20 дБ/дек и будет представлять собой отрезок прямой с наклоном - 20 дБ/дек.

При этих построениях мы не учитывали характеристику усилительного звена. Вполне очевидно, что для учета этой характеристики необходимо сдвинуть полученную характеристику системы параллельно самой себе на величину 20lgk=20 дБ.

Приведенные построения и полученные результаты показывают, что приближенная логарифмическая амплитудно-частотная характеристика системы может быть получена и без построения характеристик отдельных звеньев, а сразу по виду передаточной функции системы.

Для этого необходимо, во-первых, определить сопрягающие частоты звеньев системы, зная их постоянные времени, и отметить эти частоты на оси частот. Затем следует построить низкочастотную часть характеристики системы, т.е. участок характе-

ристики до первой сопрягающей частоты. Эта часть характеристики будет представлять собой отрезок прямой с наклоном -20ν дБ/дек, где ν - порядок астатизма СУ. При этом ее строить необходимо так, чтобы при частоте ω= 1 c^{-1} ордината характеристики имела значение, равное 20 lg k, где k - передаточный коэффициент системы.

Такой вид низкочастотной части характеристики системы вытекает из того, что приближенные логарифмические амплитудно-частотные характеристики остальных звеньев до первой сопрягающей частоты имеют нулевой наклон.

После этого по виду передаточной функции системы строим другие участки характеристики системы. При этом после каждой из сопрягающих частот изменяем наклон характеристики L(ω) по сравнению с тем наклоном, который она имела до рассматриваемой сопрягающей частоты, в зависимости от того, какому звену сопрягающая частота соответствует. Если сопрягающая частота соответствует апериодическому звену, то наклон изменится на -20 дБ/дек, если колебательному звену, то на - 40 дБ/дек, если форсирующему звену второго порядка, то на + 40 дБ/дек.

Затем необходимо уточнить вид полученной приближенной характеристики системы, для чего необходимо воспользоваться соответствующими таблицами или кривыми поправок. Можно еще уточнить вид полученной характеристики и путем непосредственного подсчета точных значений $L_i(\omega)$ в точках излома, а затем полученные точки соединить отрезками прямых.

Очень часто приближенные логарифмические амплитудно-частотные характеристики называются асимптотическими.

Фазовая характеристика системы находится путем простого суммирования фазовых характеристик отдельных звеньев. Следует заметить, что построение фазовых характеристик апериодического звена и форсирующего звена первого порядка, колебательного звена и форсирующего звена второго порядка значительно упрощается за счет применения соответствующих шаблонов.

Мы рассмотрели случай построения L(ω), когда передаточная функция системы была представлена в виде произведения простейших сомножителей, являющихся передаточными функциями типовые звеньев.

Очень часто, особенно после свертывания многоконтурных схем СУ, передаточная функция системы не представляет собой произведения простейших сомножителей. Тогда, если можно,

надо представить многочлены числителя и знаменателя передаточной функции в виде произведения простейших сомножителей и производить построение L(ω) описанный выше способом. Если это сделать затруднительно, то построение L(ω) и φ(ω) необходимо производить путем их вычисления при различных частотах, лежащих в пределах от 0 до ∞.

1.2 Анализ устойчивости СУ с использованием логарифмических частотных характеристик.

Широкое применение в инженерной практике получил метод исследования устойчивости СУ с использованием логарифмических частотных характеристик (ЛЧХ). Это объясняется тем, что построение ЛЧХ разомкнутой СУ значительно проще, чем построение кривой Михайлова или АФХ разомкнутой СУ (РСУ).

Определим требования, которым должны удовлетворять ЛЧХ РСУ, чтобы замкнутая СУ (ЗСУ) была устойчивой, используя амплитудно-фазовый критерий устойчивости Найквиста.

Устойчивость замкнутой СУ связана с разностью между числом положительных и отрицательных переходов АФХ W(jω)РСУ через отрезок (-∞, -1) отрицательной вещественной оси, т.е. когда A(ω)=|W(jω)|>1, а ординаты логарифмической амплитудной частотной характеристики (ЛАЧХ) положительны L(ω)> 0. При этом, когда АФХ W(jω) разомкнутой СУ пересекает отрезок (-∞, -1) вещественной оси (рис. 1.8), логарифмическая фазо-частотная характеристика (ЛФЧХ) пересекает одну из линий ±п(2i+1), где i = 0, 1, 2, ...

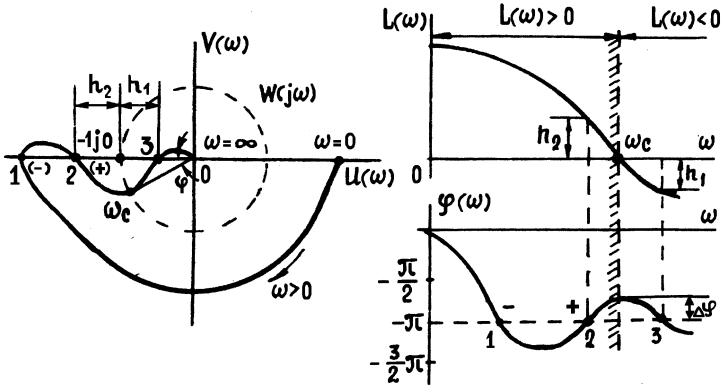


Рис.1.8. К определению устойчивости СУ по ЛЧХ

Переходы АФХ РСУ через отрезок (-1, 0) вещественной оси $A(\omega)=|W(j\omega)|<1$, когда ординаты ЛАЧХ отрицательны $L(\omega)<0$, не учитываются при анализе устойчивости СУ. Поэтому область отрицательных значений ЛАЧХ при оценке устойчивости СУ не рассматривается.

Известно (рис. 1.8), что положительному переходу (сверху вниз) АФХ через отрезок (-∞, -1) отрицательной вещественной оси соответствует пересечение ЛФЧХ при $L(\omega)>0$ прямых $\pm\pi(2i+1)$ снизу вверх (точка 2), а отрицательному переходу – сверху вниз (точка 1).

Таким образом, критерий устойчивости Найквиста на основе логарифмических частотных характеристик может быть сформулирован следующим образом: для того чтобы замкнутая СУ была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы разноса между числом положительных и отрицательных переходов логарифмической фазо-частотной характеристикой РСУ линии $\pm\pi(2i+1)$, (i=0, 1, 2,…) во всех областях, где логарифмическая амплитудно-частотная характеристика РСУ положительна $L(\omega) > 0$, была равна //2. где /- число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

На рис. 1.8 изображены АФХ устойчивой разомкнутой СУ (/=0) и соответствующие ей ЛАЧХ и ЛФЧХ. Так как разность между числом положительных и отрицательных переходов ЛФЧХ прямой - п при $L(\omega)>0$ равна нулю и / =0, то СУ устойчива в замкнутом состоянии. Запасы устойчивости по амплитуде равны h_1 и h_2, а запас устойчивости по фазе равен $\Delta\varphi$.

1.3 Оценка качества систем управления

Анализ устойчивости системы не дает полной информации о характере переходного процесса в этой системе. Выясняется лишь сам факт устойчивости или неустойчивости исследуемой системы. Но для большинства систем автоматического управления этого недостаточно. Может оказаться, что система устойчива, то есть переходный процесс является затухающим, однако по характеру переходного процесса (например, большой колебательности) эту систему нельзя признать работоспособной. Разумеется, что требования к переходному процессу для различных систем будут отличаться, определяя различные процессы регулирования. Для одних систем может быть допустим колебательный характер пе-

реходного процесса, для других - только монотонный.

Поэтому качество процесса управления определяется поведением системы в переходном режиме.

Как известно, устойчивость линейной системы определяется только параметрами системы. Переходный процесс, в отличие от этого, зависит еще и от вида приложенного воздействия (управляющего или возмущающего), и от начальных условий. Причем внешние воздействия, прикладываемые к системе в реальных условиях, заранее не известны и очень часто носят случайный характер. Поэтому для сравнительной оценки динамики различных систем автоматического регулирования по переходному процессу выбираются типовые виды воздействия и определяется реакция системы при нулевых начальных условиях.

Для анализа качества переходного процесса обычно используется переходная функция (характеристика) системы, т.е. реакция системы при нулевых начальных условиях на единичную ступенчатую функцию. Действительно, внезапное подключение или сброс нагрузки, резкое изменение управляющего сигнала или возмущения носит ступенчатый характер, который является наиболее неблагоприятным. На рис.1.9 показана переходная функция системы.

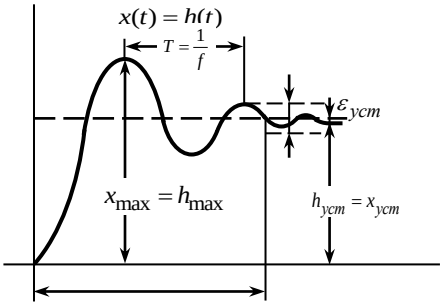


Рис.1.9. Переходная функция СУ

Обычно рассматриваются следующие показатели качества.

а) Время регулирования (время переходного процесса) T_p – это время от момента приложения входного воздействия до момента, когда отклонение регулируемой величины относительно

установившегося значения становится и остается по абсолютному значению меньше допустимой ошибки Δ. Задается величина Δ в процентах и допускается не более 10%.

б) Перерегулирование σ - максимальное отклонение переходной характеристики от установившегося значения выходной величины, выраженное в относительных единицах или процентах:

$$\sigma = \frac{h_{\max} - h_{уст}}{h_{уст}} \cdot 100\% \ .$$

Допустимое значение перерегулирования в каждом конкретном случае определяется требованиями и опытом эксплуатации системы, обычно $\sigma = (10 + 30)\%$. Иногда перерегулирование недопустимо совсем.

в) Частота колебаний $\omega = \frac{2\pi}{T}$, где T - период колебаний для колебательных характеристик.

г) Число колебаний *m*, которое имеет переходная функция *h(t)* за время регулирования T_p. Число колебаний характеризует колебательность системы и при проектировании СУ чаще всего допускается m=1÷2, однако в некоторых случаях колебания в системе недопустимы.

д) Декремент затухания χ, равный отношению модулей двух смежных перерегулирований

$$\chi = \frac{\left| h_{\max 1} - h_{уст} \right|}{\left| h_{\max 2} - h_{уст} \right|} \ .$$

Перечисленные показатели качества могут быть дополнены и другими, но это обусловливается спецификой проектируемой системы.

К показателям качества часто относят и установившуюся ошибку системы.

Графически требования к показателям качества переходного процесса по пунктам 1 и 2 определяются областью, изображенной на рис.1.10. Система автоматического регулирования будет обладать требуемыми показателями качества, если ее переходная характеристика не выйдет за пределы указанной области.

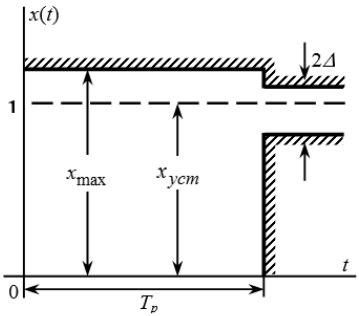


Рис.1.10. Графическое требование к параметрам переходной функции

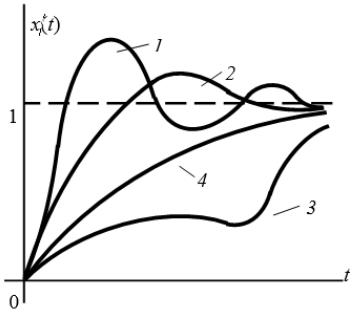


Рис.1.11. Виды переходных процессов

По своему характеру переходные процессы делятся на следующие основные типы (рис.1.11).

а) Колебательные процессы (кривая 1) характеризуются наличием двух или большего числа колебаний регулируемой величины относительно ее установившегося значения за время переходного процесса.

б) Малоколебательные процессы (кривая 2) характеризуются наличием лишь одного колебания регулируемой величины относительно ее установившегося значения за время переходного процесса.

в) Процессы без перерегулирования (кривая 3) характеризуются тем, что регулируемая величина не меняет знака, а ее производная меняет знак в переходном процессе.

г) Монотонные процессы (кривая 4) характеризуется тем, что производная от регулируемой величины не меняет знака в переходном процессе.

Рассмотренные типы переходных процессов определяются решением соответствующих дифференциальных уравнений, описывающих поведение реальной системы. При этом следует иметь в виду, что знание корней характеристического уравнения СУ, особенно для системы высокого порядка, еще недостаточно для полного суждения о кривой переходного процесса, если неизвестны начальные условия, перечисленные с учетом внешнего воздействия.

Для построения кривой переходного процесса необходимо решить дифференциальное уравнение, описывающее состояние системы. Так как системы автоматического управления описываются дифференциальными уравнениями высокого порядка, то решение этих уравнений связано с большими вычислительными трудностями. Поэтому на практике широко используются приближенные методы решения этих уравнений. Наиболее известным приближенным методом решения дифференциальных уравнений применительно к задачам анализа автоматического регулирования является численно-графический метод, разработанный Башкировым.

Наряду с прямыми способами вычисления переходного процесса систем автоматического регулирования, связанными с непосредственным решением соответствующих дифференциальных уравнений, используются косвенные методы, которые позволяют в более простой и удобной форме оценивать качества переходного процесса.

Следует отметить, что косвенные методы не дают полной информации о переходном процессе, а характеризуют лишь отдельные его стороны. Для многих практических задач этого вполне достаточно. Среди косвенных методов оценки переходного процесса широко используются следующие:

- метод интегральных оценок;
- корневые методы;
- частотные методы.

1.4 Быстродействие и запас устойчивости в проектируемой системе управления

Такой критерий качества систем, как быстродействие, определяет способность системы реагировать на управляющее воздействие и возмущение, т.е. определяет скорость реагирования. Однако следует учитывать, что аналитическое построение кривой переходной очень трудоемкая операция, и если для системы применимы экспериментальные исследования, то это значительно облегчает построение переходной характеристики.

При анализе переходной характеристики под быстродействием понимают оценку времени переходного процесса. Это время определяется по моменту, когда кривая переходной характеристики входит в коридор $\pm 5\%$ от установившегося значения и

больше не выходит из него (см. рис. 1.12).

Склонность системы к колебаниям, а, следовательно, и запас устойчивости могут быть оценены по максимальному значению («бросок») выходной величины y_{max} переходной характеристики. Для оценки системы по этому показателю используют относительную величину, которая называется перерегулированием:

$$\sigma = \frac{y_{\max} - y_{уст}}{y_{уст}} 100\% . \qquad (1.11)$$

Допустимое значение перерегулирования для конкретной системы определяется ее служебным назначением. Так, для систем формообразующих движений металлорежущих станков перерегулирование вообще не допускается, т.е. $\sigma = 0\%$. Объяснить такие жесткие требования можно опираясь на следующий рисунок (см. рис 1.13).

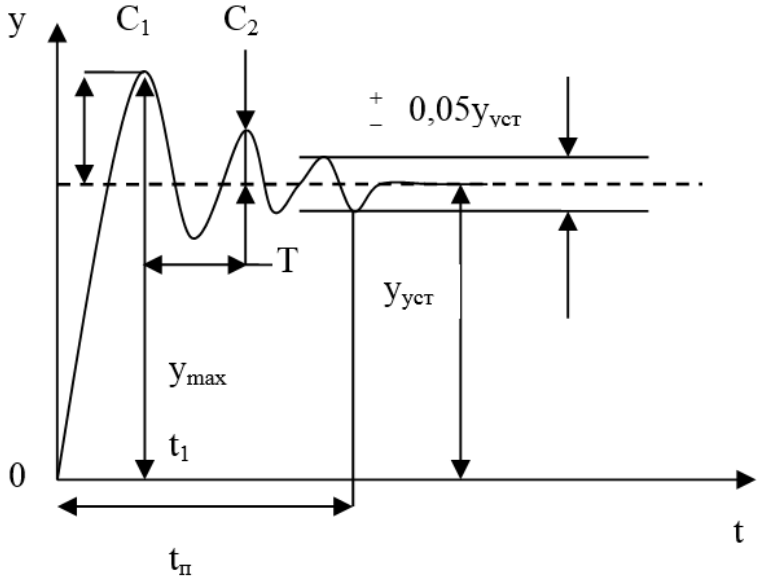


Рис. 1.12 Оценка качества по переходной характеристике.

Допустимое значение перерегулирования для конкретной системы определяется ее служебным назначением. Так, для систем формообразующих движений металлорежущих

станков перерегулирование вообще не допускается, т.е. $\sigma = 0\%$. Объяснить такие жесткие требования можно опираясь на следующий рисунок (см. рис 1.13).

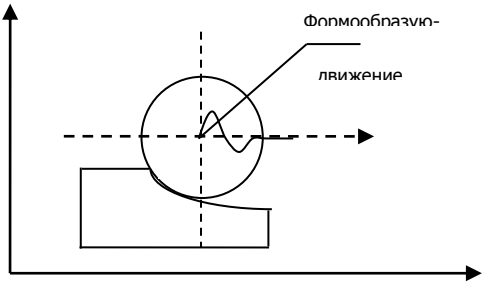


Рис. 1.13 Образование волнистого контура детали

Анализ рис. 1.13. показывает, что изменение направления движения по координатам станка (точка А траектории) провоцирует переходные процессы в приводах подач, которые при $\sigma \neq 0$ приводят к браку на поверхности детали в виде волнистости или огранки [16]. Кроме того, при анализе этого явления нельзя забывать, что процесс резанья осуществляется в замкнутой упругой технологической системе, которая при определенных ее динамических параметрах также может провоцировать возникновение волнистости обработанной поверхности. Волнистость возникает в тех местах контура, обработка которых характеризуется переходными процессами в упругой системе при резком изменении направления вектора силы резания или его величины.

Таким образом, к упругим системам станков, которые принимают участие в формообразующем движении, также предъявляют требование отсутствия перерегулирования, хотя в этом случае такой термин не совсем верно отображает суть явления. Отметим также, что удовлетворить требование $\sigma = 0$ для упругих систем металлорежущих станков значительно сложнее, чем для приводов формообразующих движений. Для систем вспомогательных движений, манипуляторов и промышленных роботов допускается $\sigma \leq 20 - 30\%$.

Важное значение для оценки запаса устойчивости по кривой переходной характеристики имеет такой показатель,

как затухание за период (см. рис. 1.13.), который является относительной величиной:

$$\zeta = \frac{C_1 + C_2}{C_1} 100\% \qquad (1.12)$$

Для систем металлорежущих станков обычно требуется, чтобы $\zeta \geq 90\%$.

Приведенные выше показатели качества могут быть дополнены другими показателями, которые наилучшим образом отвечают эксплуатационным требованиям к системе в каждом конкретном случае.

Показатели качества позволяют сопоставить качество регулирования с некоторыми численными значениями, а требования к этим численным значениям будут уже являться критериями качества, которые в свою очередь формируют диаграмму качества в координатах «выходная величина-время» (рис. 1.14).

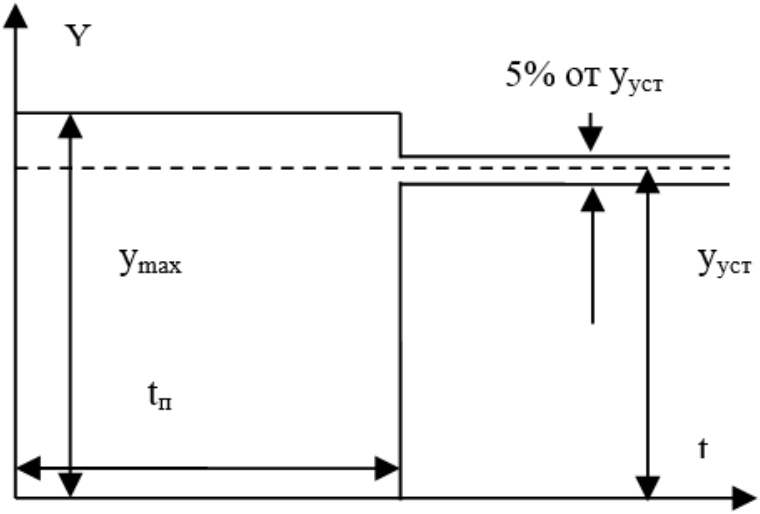


Рис. 1.14. Диаграмма качества во временной плоскости

На рис. 1.14 границы диаграммы качества определены следующими требованиями, которые при проектировании системы управления отмечаются обычно в техническом задании на проектирование или в техническом сертификате качества системы: быстродействие не меньше $t_п$, перерегулирование не хуже σ_{max}.

Разрабатываемая система должна удовлетворять предъявляемым требованиям, иными словами переходная характеристика такой системы не должна выходить за пределы диаграммы качества.

1.5 Точность проектируемой системы управления

Точность системы управления в каждый момент времени может быть определена мгновенным значением погрешности (см. рис. 1.15.) $\delta(t) = y(t) - y_{уст}$.

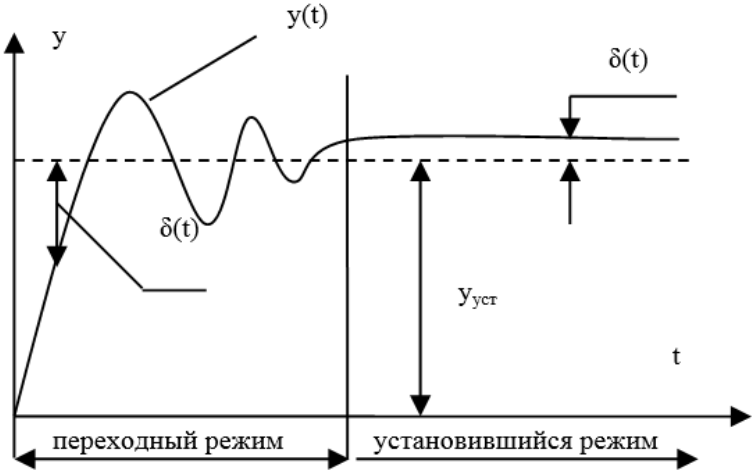


Рис. 1.15. Эволюция погрешности системы во времени

Погрешность в переходном режиме называется динамической, а в установившемся статической. Точность системы управления оценивается, как правило, по величине погрешности в установившемся режиме.

Используя классическую теорию управления, представим систему управления в виде структурной схемы (каноническая система), представленной на рис. 1.16.

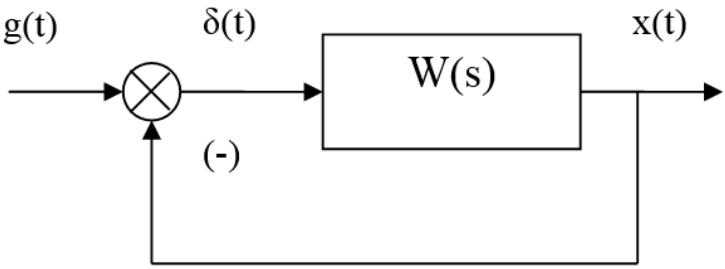


Рис. 1.16. Структурная схема системы управления

Представленная на рис. 1.16 система управления описывается следующими уравнениями:

$$x(t) = \delta(t)W(s) \tag{1.13}$$

$$\delta(t) = g(t) - x(t) \tag{1.14}$$

Передаточная функция системы по погрешности будет определяться как

$$W_\delta(s) = \frac{1}{1+W(s)},$$

откуда изображение по Лапласу погрешности $\delta(s) = G(s)W_\delta(s)$. Отметим, что любая система с единичной и неединичной обратной связью, с помощью правил преобразования структурных схем, может быть приведена к каноническому виду.

Из теоремы о предельном переходе имеем установившуюся погрешность

$$\delta_{уст} = \lim_{t\to\infty}\delta(t) = \lim_{s\to 0} s\delta(s). \tag{1.15}$$

Подставив выражение для изображения по Лапласу установившейся погрешности в формулу (1.15), получим:

$$\delta_{уст} = \lim_{s\to 0} sG(s)W_\delta(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{1+W(s)}G(s). \tag{1.16}$$

Передаточная функция W(s) системы, входящая в выражение (1.16) может быть представлена в самом общем виде следующим выражением:

$$W(s) = \frac{k(b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + ... + b_1 s + 1)}{s^\nu(a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + ... + a_1 s + 1)}. \tag{1.17}$$

Передаточные функции систем управления, представляемые в виде выражения (1.17) имеют, как правило, порядок знаменателя, больше чем порядок числителя (n≥m), это связанно с инерционными свойствами реальных технических систем. Показатель степени v в этом же выражении определяет астатизм системы (v≠0) управления или иными словами оценивает количество интегрирующих звеньев входящих в передаточную функцию, при этом если (v=0) то система называется статической.

Рассмотрим различные режимы работы, которые используются для оценки точности систем, здесь и далее режимы работы будут определяться видом задающего воздействия.

1.5.1 Статический режим

Задающее воздействие является постоянным $g(t) = const$. Такой режим работы характерен для систем стабилизации любых выходных величин. Анализ общего вида передаточной функции (1.17) показывает, что в статических системах W(0)=k, а в астатических W(0)→∞.

В статических системах при постоянном входном сигнале $g(t)=g_0$ (изображение по Лапласу такого сигнала: $G(s)=g_0/s$), статическая погрешность в соответствии выражением (1.16) будет определятся как

$$\delta_{уст} = \frac{g_0}{1+k}, \qquad (1.17)$$

а в астатических $\delta_{уст} = 0$. Отметим, что здесь и далее мы говорим о погрешности, вызванной управляющим или задающим воздействием. Как известно, в системе обязательно имеется погрешность, вызванная возмущением. К этому каналу также могут быть применены все полученные выводы. Таким образом, общая погрешность, которая установилась в астатической системе, будет равняться 0 только в случае, если все возмущения будут постоянны и все каналы прохождения возмущений по системе также будут астатическими.

Графической иллюстрацией статического режима является рис. 1.15, где показана установившаяся погрешность системы.

1.5.2 Режим движения с постоянной скоростью

Этот режим работы характерен для следящих систем. Зада-

ющее воздействие изменяется по линейному закону $g(t) = at$, поэтому изображение по Лапласу G(s)=a/s^2. Определим установившуюся погрешность в этом режиме работы:

$$\delta_{уст} = \lim_{s \to 0} \frac{a}{s(1 + W(s))}. \qquad (1.18)$$

Этот предел для статической системы стремиться к бесконечности, а для астатической системы (v=1) погрешность будет определяться как

$$\delta_{уст} = \frac{a}{k}. \qquad (1.19)$$

Итак, в этом типовом режиме работы общая установившаяся погрешность системы будет состоять из статической погрешности, вызванной возмущениями, и дополнительной скоростной погрешностью.

Очевидно, что для систем с астатизмом выше первого порядка (v>1), установившаяся погрешность будет равняться нулю.

1.5.3 Режим движения с постоянным ускорением

В этом случае задающее воздействие изменяется по закону $g(t) = \frac{at^2}{2}$. Этот режим работы может применяться только в следящих системах и системах программного управления. Действуя аналогично вышеизложенному, имеем G(s)=a/s^3, поэтому

$$\delta_{уст} = \lim_{s \to 0} \frac{a}{s^2(1 + W(s))}.$$

Установившаяся погрешность, для такого режима работы, будет иметь место только у систем с астатизмом 2-го порядка, для систем с (v<1), погрешность системы будет стремиться к бесконечности, а для систем с (v>2) погрешность будет равна нулю.

Отметим, что, несмотря на радикальное решение вопроса точности, астатические системы выше второго порядка астатизма, на практике почти не применяются из-за низких динамических свойств (малый запас устойчивости системы).

1.5.4 Режим движения по гармоническому закону

Этот режим работы позволяет наиболее полно оценить точность системы и ее динамические свойства. Задающее воздействие изменяется по гармоническому закону:

$$g(t) = B\sin\omega_k t\,.$$

Погрешность в линейной системе будет также изменяться по гармоническому закону с частотой ω:

$$\delta(t) = \delta_{\max}\sin(\omega_k t + \psi)\,.$$

Точность в этом режиме работы оценивается по амплитуде ошибки, которая определяется частотной передаточной функцией системы по погрешности:

$$\delta(j\omega) = \frac{1}{1+W(j\omega)}g(j\omega)\,. \qquad (1.20)$$

Перейдя в выражении (1.20) к модулям и учитывая, что $|\delta(j\omega)| = \delta_{\max}$, а $|g(j\omega)| = B$, получим

$$\delta_{\max} = \frac{B}{|1+W(j\omega)|}\,. \qquad (1.21)$$

Так как амплитуда погрешности всегда значительно меньше амплитуды задающего воздействия, то можно предположить, что модуль знаменателя в выражении (1.21) значительно больше 1. Таким образом, с достаточной для практических расчетов точностью можно принять:

$$\delta_{\max} \approx \frac{B}{|W(j\omega)|} = \frac{B}{A(\omega_k)}\,, \qquad (1.22)$$

где $A(\omega_к)$ – значение амплитудно-частотной характеристики при $\omega = \omega_к$.

Выражение (1.22) благодаря своей простоте широко используется при оценке точности систем с использованием логарифмических частотных характеристик. Например, если известна ЛАЧХ исследуемой системы (см. рис.1.17), то можно определить амплитуду погрешности при гармоническом сигнале на всем изображенном частотном диапазоне, так как известно, что $L(\omega_к)=20\lg A(\omega_к)$.

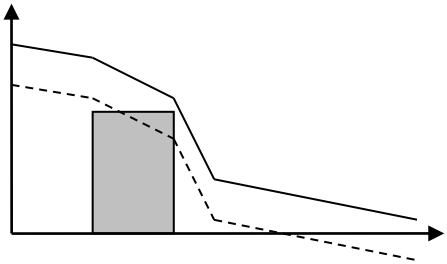


Рис. 1.17 Определение коэффициента усиления системы по ЛАЧХ

Выражение (1.22) позволяет решить также и задачу синтеза: сформулировать требования к системе таким образом, чтобы амплитуда погрешности в обозначенном диапазоне частот была не больше заданной. Для этого по заданным значениям $A(\omega_к)$, δ_{max}, $\omega_к$ вычисляют значения $L_д(\omega_к)$ (или область значений) и сдвигают ЛАЧХ системы в вертикальном направлении так, чтобы ее график находился выше запрещенной области (см. рис 1.17).

1.5.5 Коэффициенты погрешности

В теории управления погрешность системы в динамическом режиме определяют с помощью коэффициентов погрешности. Коэффициенты погрешности позволяют установить зависимость погрешности от времени для разнообразных систем при подаче на вход задающего воздействия g(t), имеющего произвольную, но плавную форму. Плавность функции g(t) определяется тем, что спустя некоторое время от начальной точки процесса имеет место только конечное число m производных:

$$\frac{dg(t)}{dt}, \frac{d^2g(t)}{dt^2}, ..., \frac{d^mg(t)}{dt^m}.$$

В этом случае, разложив передаточную функцию системы в ряд Тейлора по возрастающим степеням s, получим выражение для изображения по Лапласу погрешности:

$$\delta(s) = [C_0 + C_1 s + \frac{C_2 s^2}{2!} + \frac{C_3 s^3}{3!} + ...]G(s).$$

Переходя к оригиналу, получаем:

$$\delta(t) = C_0 g(t) + C_1 \frac{dg(t)}{dt} + \frac{C_2}{2!}\frac{d^2g(t)}{dt^2} + ... \qquad (1.23)$$

Здесь величины $C_0, C_1, C_2, ...$, называемые коэффициентами

погрешности, могут определяться по общему правилу разложения функции в ряд Тейлора:

$$C_0 = W_\delta(s)\big|_{s=0}; C_1 = \left.\frac{dW_\delta(s)}{ds}\right|_{s=0}; C_2 = \left.\frac{d^2W_\delta(s)}{dt^2}\right|_{s=0}; \ldots \cdot \qquad (1.24)$$

Коэффициент C_0 называется коэффициентом статической или позиционной погрешности, C_1 – коэффициентом скоростной погрешности, C_2 – коэффициентом погрешности по ускорению. Отметим, что в статических системах все коэффициенты отличны от нуля, в астатической системе первого порядка $C_0 = 0$, в астатической системе второго порядка $C_0 = 0$ и $C_1 = 0$, для астатической 3-го порядка системы $C_0 = 0$, $C_1 = 0$ и $C_2 = 0$.

1.6 Вопросы проектирования систем управления

Проектирование СУ связано с выбором, обоснованием и определением

- структурной схемы;
- характеристик;
- параметров системы

из условия обеспечения требуемых динамических и эксплуатационных свойств этой системы с учетом возможностей ее технической реализации.

Особенности проектирования:

а) В состав любой СУ входят объект управления и так называемые функционально необходимые элементы. Это – датчики сигналов, вычислительные устройства, усилители, преобразователи сигналов, исполнительные устройства. Функционально необходимые элементы выбираются по каталогам или собираются по типовым схемам на основании требований по мощности, предельным скоростям, ускорениям, допустимым погрешностям.

Характеристики ОУ и функционально необходимых элементов в дальнейшем предполагаются неизменными, а обеспечение требуемых динамических характеристик СУ осуществляется за счет корректирующих устройств, схема и параметры которых определяются в результате их синтеза (или закона управления).

б) При проектировании задаются оптимальными в каком-либо смысле динамическими характеристиками системы, реализация которых и становится основной задачей проектирования. Например, системы, оптимальные по быстродействию, по минимуму расхода энергии, по точ- ности, по надежности и т.д.

Необходим компромисс между максимальным приближением к оптимальному режиму и простотой технической реализации.

в) Учитывая большую сложность современных СУ и приближенность математического описания ОУ и элементов системы, нельзя ограничиваться только аналитическими расчетами. Окончательно параметры законов управления определяются в процессе натурных экспериментов.

При проектировании решаются следующие задачи:

– Анализ объекта управления: определение статических, динамических характеристик, математической модели.

– Выбор и обоснование критерия оптимизации и других требований, которым должна удовлетворять проектируемая система.

– Обоснование структурной схемы системы и выбор технических средств ее реализации.

– Синтез оптимальных динамических характеристик систем (законов управления) с учетом всех требований и ограничений.

– Выбор желаемых динамических характеристик как приближений к оптимальным характеристикам, полученным в результате компромисса между качеством управления с одной стороны, и простотой и надежностью технической реализации с другой стороны.

– Определение динамических характеристик корректирующих устройств из условия обеспечения желаемой динамики системы в целом.

– Выбор схемы и расчет параметров корректирующих устройств.

– Проверка качества процесса управления.

При синтезе СУ выполняются следующие требования:

а) Обеспечение устойчивости или повышение запасов устойчивости системы

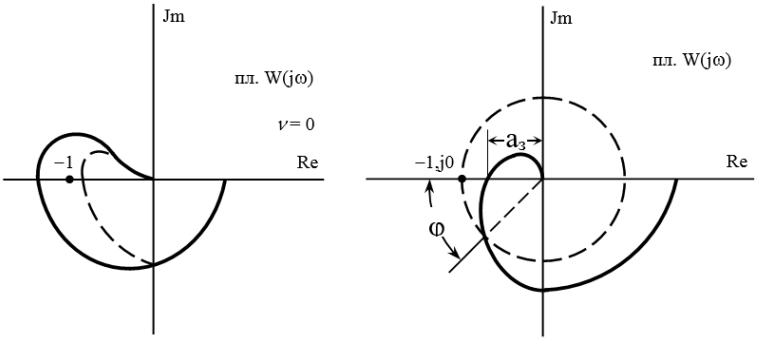
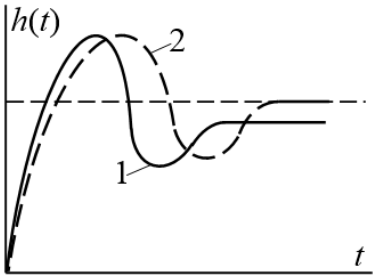


Рис. 1.18

б) Повышение точности регулирования в установившихся режимах



– за счет повышения порядка астатизма системы;

– за счет увеличения коэффициента передачи k разомкнутой системы.

Рис. 1.19

в) Улучшение переходных процессов

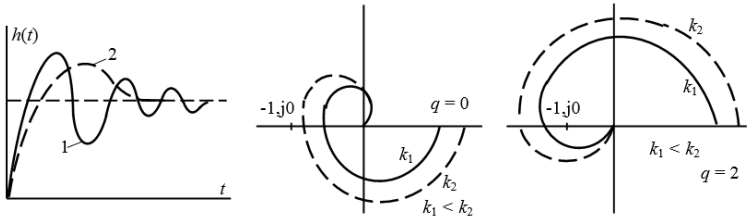


Рис. 1.20

ГЛАВА 2. ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

2.1. Основные законы электромеханических преобразователей (ЭМП)

Роль автоматизированных электромеханических систем в современном производстве исключительно велика. Академик С.И. Артоболевский считал электромеханический привод основным структурным элементом современной технологической машины, а саму машину представлял себе как комплекс приводов ее исполнительных органов, объединенных системой управления, циклом движения машины. В настоящее время, преимущества электромеханических приводов по сравнению с приводами других типов не вызывает сомнения.

Электромеханические преобразователи предназначены для трансформации механической энергии в электрическую или электрической в механическую. Поэтому для выяснения особенностей их функционирования необходима декомпозиция как электрической, так и механической части системы. Главное внимание в настоящей книге уделяется особенностям управления движением электромеханических систем. В свою очередь при обеспечении движения механическая часть системы взаимодействует со средой. Причем среда может быть разнообразной: технологической, трибиологической, гидродинамической и прочее. Важно подчеркнуть что при взаимодействии механической части со средой формируются дополнительные связи, которые изменяют свойства механической части и, следовательно, электромеханической системы в целом. Несмотря не то, что именно раскрытие закономерностей взаимодействия со средой определяет особенности излагаемого ниже материала, прежде чем переходить к изучению этих особенностей необходимо знать элементарные свойства ЭМП в котором не раскрываются свойства механической системы и тем более закономерности взаимодействия ее со средой.

Коротко остановимся на основных законах и свойствах ЭМП.

Первый закон. Электромеханическое преобразование энергии не может осуществляться с КПД, равным 100%. ЭМП следует отнести к сложным преобразователям, когда энергия одного вида преобразуется в энергию двух или более видов. Так, электромеханическое преобразова- ние энергии в них сопровожда-

ется преобразованием электрической энергии $P_{эл}$ или механической энергии $P_{мех}$ в тепловую $P_т$. В ЭМП существуют потоки электромагнитной, механической и тепловой энергии (рис. 2.1.).

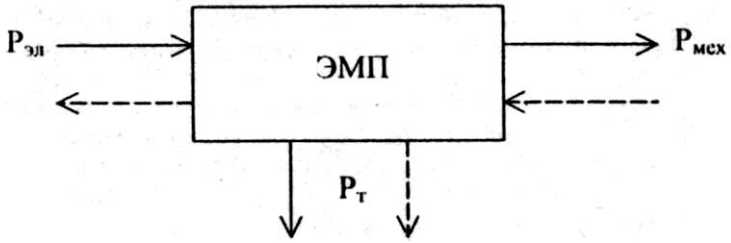


Рис. 2.1. Распределение потоков энергии в ЭМП:

___ двигательный режим,
- - - - - - - генераторный режим

Стремление уменьшить потери - потоки тепловой энергии - приводит к уменьшению габаритов и удешевлению ЭМП, доведя величину КПД до 99,8%, что является высоким техническим достижением. В естественных условиях обычно распределение потоков энергии близко друг к другу. Обычно высокие КПД имеют место в ЭМП большой мощности, при малой мощности КПД существенно снижается, достигая долей процента.

Можно представить ЭМП без потерь (без стали со сверхпроводящими обмотками), но для того чтобы осуществить преобразование энергии в такой машине, необходимо активное сопротивление, включенное в контуры тока вне машины. Если в ЭМП отсутствуют потери, то он становится накопителем, а не преобразователем энергии. Примером такого накопителя может служить гироскоп со сверхпроводящими обмотками. Но если к нему приложить момент сопротивления, то он остановится. ЭМП можно представить как четырехполюсник (рис. 2.2.) с двумя электрическими входами - напряжением U и частотой f и двумя механическими выходами - моментом на валу M и частотой вращения n.

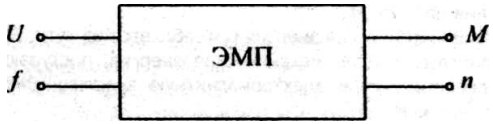


Рис. 2.2. ЭМП в виде четырехполюсника

ЭМП в виде четырехполюсника часто рассматривается при решении задач электромеханики.

При рассмотрении КПД следует принять во внимание магнитные потери в сердечнике ЭМП за счет вихревых токов и гистерезиса. Обычно механические и магнитные потери не зависят от величины нагрузки. На рис. 2.3. представлена обычная зависимость КПД от полезной мощности P_2.

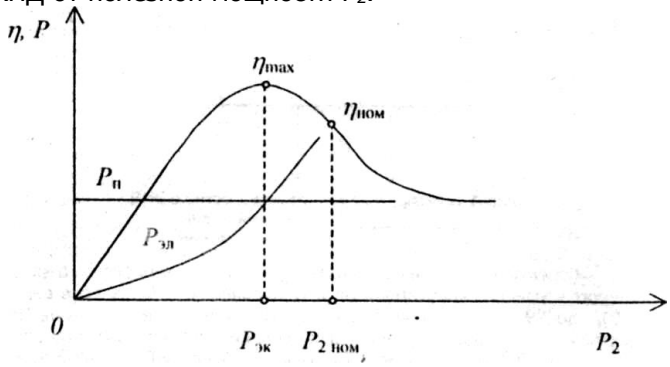


Рис 2.3. Зависимость $\eta = f(P_2)$

Режим экономической мощности $P_{эк}$ соответствует максимальному значению Номинальный режим обычно соответствует значению КПД ниже максимального. При этом обычно в экономическом режиме сумма магнитных и механических потерь $P_п$ равна переменным электрическим потерям $P_{эл}$.

Второй закон. Все ЭМП обратимы, т.е. они могут работать как в двигательном, так и в генераторном режимах, что является важным преимуществом перед другими преобразователями энергии (паровыми, химическими, реактивными и т.п.). Режим работы ЭМП зависит от момента сопротивления на валу M_c.

Если электрическая энергия потребляется из сети, ЭМП работает в режиме двигателя. Если механическая энергия,

поступающая на вал машины, преобразуется в электромагнитную энергию, ЭМП реализует генераторный режим.

Активная мощность в обоих режимах изменяет направление, тепловая энергия направление не меняет. Обычно ЭМП содержат два токовых контура (статор и ротор), связь между которыми осуществляется с помощью электромагнитного поля. Одним из следствий первого и второго закона является определение ЭМП как концентраторов энергии. Электромагнитная энергия, распределяясь в бесконечности вдоль линии электропередачи, в индуктивных МП концентрируется в воздушном зазоре между статором и ротором. В небольшом воздушном зазоре концентрируются, таким образом, большие мощности.

Направления активных и реактивных потоков энергии независимо от режима работы ЭМП могут совпадать или быть встречными.

Третий закон. Электромеханическое преобразование энергии осуществляется полями, неподвижными относительно друг друга.

Неподвижные относительно друг друга поля ротора и статора в воздушном зазоре машины создают результирующее поле и электромагнитный момент:

$$M_э = \omega_c^{-1} P_{э.м.} \qquad (2.1)$$

где ω_c - угловая скорость вращения поля; $P_{э.м.}$ - электромагнитная мощность.

Поля, перемещающиеся в воздушном зазоре относительно друг друга, создают поток тепловой энергии, косвенно влияя на распределение потоков механической и электрической энергии.

Обмотки электрических машин выполняют таким образом, что в воздушном зазоре создается вращающееся поле. Вращающееся поле может создаваться двухфазной системой токов, если обмотки сдвинуты в пространстве на 90°, а ток во времени на 90°; трехфазной системой токов - при сдвиге обмоток в пространстве на 120° и во времени на 120°. В общем случае вращающееся поле создается m-фазной системой токов при сдвиге обмоток в пространстве на 360°/ m и токами на 360°/ m. Вращающееся поле может также создаваться постоянным током. Для этого обмотка, обтекаемая постоянным током, должна вращаться. При наличии переменных токов обмотки обычно неподвижны.

В синхронной машине вращающееся поле в большинстве

случаев создается обмотками, расположенными на статоре, и его скорость равна ω_c. Ротор вращается с такой же скоростью, что и поле $\omega_p = \omega_c$ поэтому в обмотке ротора частота тока $f_2 = 0$, и в ней протекает постоянный ток.

В машине постоянного тока обмотка возбуждения расположена на статоре и поле возбуждения неподвижно. В якоре создается вращающееся поле, скорость которого равна скорости ротора, а направление вращения поля противоположно вращению якоря.

В асинхронных машинах частота тока в роторе

$$f_2 = f_1 s \tag{2.2}$$

где s - скольжение (относительная скорость)

$$s = (\omega_c \pm \omega_p) / \omega_c \tag{2.3}$$

Поэтому скорость ротора плюс скорость вращения поля ротора относительно ротора всегда равны скорости поля. Если ротор вращается со скоростью, большей в ту же сторону, что и поле, созданное токами статора, поле ротора движется в обратную сторону вращения ротора, и поля статора и ротора снова неподвижны.

Третий закон облегчает анализ процессов преобразования энергии в ЭМП, на его основе производится запись уравнений электромеханического преобразования энергии.

Так как электромеханика является частью физики, к электрическим машинам применимы все основные законы физики. К ним, в первую очередь, вносятся законы сохранения энергии, полного тока, закон Ома и др. В основе уравнений, описывающих преобразование энергии в электрических машинах, лежат уравнения Максвелла и уравнения Кирхгофа.

2.2. Магнитные характеристики электромеханических преобразователей

Магнитное состояние ЭМП зависит от тока возбуждения и устанавливается по кривой намагничивания, форма которой важна при расчете статических и динамических характеристик ЭМП. Как правило, кривая намагничивания носит нелинейный характер. И, следовательно, если при работе ЭМП меняются магнитные параметры, вся система становится нелинейной, что затрудняет проведение ее расчетов. К сожалению, информация о магнитных

характеристиках в технической литературе и ГОСТ, как правило, ограничена. Между тем состояние магнитной системы важно знать при расчете систем управления с учетом реакции якоря в двигателях постоянного тока, если последнюю следует учитывать. Если в двигателе постоянного тока с якорным управлением изменением магнитного потока можно пренебречь, то при полюсном управлении это невозможно. То же самое касается двигателей постоянного тока с последовательным возбуждением, в которых изменение нагрузки обязательно сопровождается изменением магнитного потока.

Наибольшие затруднения с информацией о магнитных характеристиках возникают при анализе ЭМП переменного тока (асинхронные и синхронные машины), которые, строго говоря, следует рассматривать как нелинейные системы. К таким же системам относятся генераторы постоянного тока при всех видах возбуждения.

На рис. 2.4,а приведена типичная кривая намагничивания для машины постоянного тока и синхронных машин. Она отличается начальным прямолинейным участком, что обусловлено наличием сравнительно большого воздушного зазора. В большинстве ЭМП точка номинального режима находится на криволинейном участке.

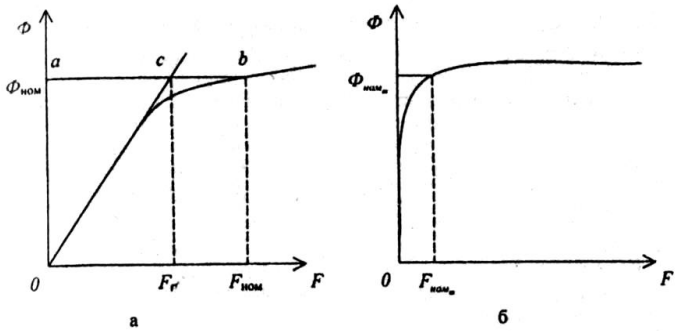


Рис. 2.4. Типичная форма кривой намагничивания: а - для машин постоянного тока и синхронных; б - для трансформатора

Степень насыщения магнитной системы характеризуется коэффициентом насыщения $K_н = F / F_n$.

В трансформаторах воздушного зазора не делают, поэтому прямолинейный участок в кривой намагничивания выражен слабо. Кривая намагничивания асинхронных машин, выполня-

емых обычно с малым зазором между ротором статором, занимает промежуточное положение между двумя рассмотренными кривыми.

На рис. 2.5 приведена универсальная кривая намагничивания в относительных единицах для распространенных в настоящее время машин постоянного тока.

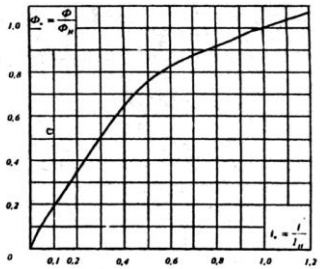


Рис. 2.5. Универсальная кривая намагничивания для двигателей параллельного возбуждения типов МП, ДП, Д, ПП и П

2.3. Принцип действия электромеханических устройств

Работа электромеханических устройств базируется на физических законах электромагнитной индукции и электромагнитной силы. По закону электромагнитной индукции величина ЭДС, наведенная в замкнутом контуре, пропорциональна скорости изменения потока *Ф*, пронизывающего этот контур. Направление ЭДС определяется законом Ленца, по которому ток, вызванный этой ЭДС, стремится воспрепятствовать изменению потока, пронизывающего контур. Таким образом, величина наведенной в замкнутом контуре ЭДС

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (2.4)$$

Приведенное выражение закона электромагнитной индукции принадлежит Максвеллу.

Для электромеханических систем удобнее пользоваться другой формулировкой законов электромагнитной индукции, предложенной Фарадеем.

Рассматривая движение контура вправо в равномерном магнитном поле с постоянной индукцией *B* (рис. 2.6) видно, что магнитный поток *Ф*, охватывае- мый контуром, изменяется про-

порционально уменьшению площади /х и равен В/х. Тогда наведенная в контуре ЭДС

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(Blx)}{dt} = BlV \qquad (2.5)$$

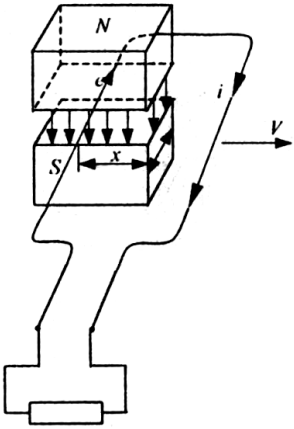


Рис. 2.6. Принцип наведения ЭДС в проводнике

Эту ЭДС можно рассматривать наведенной в проводнике длинной l, перемещающимся со скоростью V в магнитном поле с индукцией *B*, одинаковой по всей длине l проводника. Направление наведенной в проводнике ЭДС проще всего определяется по ***правилу правой руки,*** а именно: ладонь правой руки располагают в магнитном поле так, чтобы линии поля были направлены в ладонь, а большой палец, отогнутый в плоскости ладони на 90°, располагают в направлении движения проводника; тогда остальные пальцы руки, вытянутые в плоскости ладони, покажут направление наведенной в проводнике ЭДС.

Обе приведенные выше формулировки закона электромагнитной индукции равноценны и приводят к одинаковым результатам, но каждая из них имеет свои преимущества в зависимости от того, в каких условиях применяется этот закон.

Электромагнитный механизм должен содержать часть, создающую магнитное поле, и часть, представляющую собой в общем случае совокупность проводников, пересекающих линии магнитного поля или контуров, в которых происходит изменение магнитного потока. Физически безразлично, как именно создается

магнитное поле. Но в электромеханических устройствах оно чаще всего создается электромагнитным путем с помощью стального сердечника с намотанной на него катушкой, по которой течет электрический ток, что позволяет регулировать параметры поля, тем самым воздействуя на рабочие характеристики рабочей машины. Проводники обычно выполняются из меди или алюминия, обладающих хорошей проводимостью.

Наведение ЭДС осуществляется разными путями. В машинах постоянного тока поле неподвижно, а проводники вращаются. В синхронных машинах, наоборот, поле вращается, а проводники неподвижны. В асинхронных машинах вращается и поле, и проводники ротора, причем их вращения возможны либо в одну и ту же сторону, либо в разные. В трансформаторах поле и витки катушки неподвижны в пространстве, ЭДС в витках получается за счет изменения интенсивности поля во времени, т.е. за счет изменения величины магнитного потока, сцепляющегося с витками.

Вокруг проводника с током возникает магнитное поле, направление которого определяем по правилу правого винта.

Если в магнитном поле с индукцией *B* находится проводник длиной l, перпендикулярный линиям поля, по которому протекает ток i, то возникает электромагнитная сила:

$$f = Bli \tag{2.6}$$

Направление действия электромагнитной силы определяемся *правилом левой руки,* а именно: ладонь левой руки располагают в магнитном поле так, чтобы линии поля были направлены в ладонь, а четыре пальца руки, вытянутые в плоскости ладони располагаются в направлении тока; тогда большой палец, отогнутый в плоскости ладони на 90°, покажет направление электромагнитной силы.

Спектромагнитными силами в электродвигателе создается вращающий момент. В генераторе электромагнитные силы проявляются при нагрузке машины как противодействие вращающему моменту приводного двигателя.

2.4. Структуры и функции автоматического управления электромеханическими системами (АУЭС)

Электромеханические системы (ЭМС) представляют собой обычно электропривод, преобразующий электрическую энергию в

механическую. С помощью этой системы приводятся в движение рабочие органы производственных машин, и осуществляется управление преобразованной энергией. Под управлением здесь понимают организацию процесса преобразования энергии, обеспечивающую в статических и динамических условиях требуемые режимы работы технологических машин. В общем виде структура автоматизированного электропривода изображена на рис.2.7.

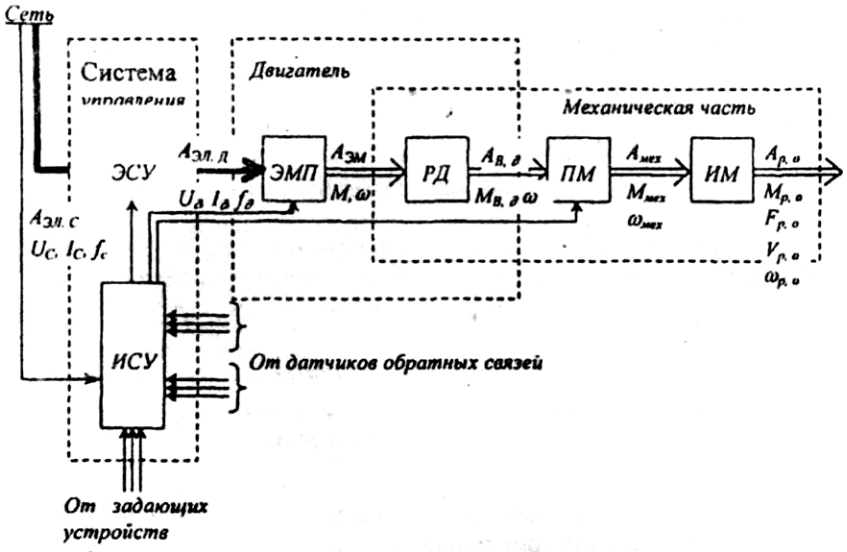


Рис. 2.7. Схема автоматизированного электропривода

Главной особенностью схемы является разделение электрических двигателей на механическую и электрическую части. На рис. 2.7 поток электрической энергии представлен сплошными утолщенными стрелками, а механической - тонкими двойными

Потребляемая из сети электрическая энергия $A_{эл.с}$ при напряжении U_c частоте f_c и токе I_c поступает в энергетическую систему управления (ЭСУ), которая может быть выполнена в виде силовых контакторов включения либо выключения двигателя. В регулируемом приводе ЭСУ чаще всего содержится управляющий преобразователь, обеспечивающий преобразование тока, напряжения и частоты, необходимых для управления работы привода. Электрическая энергия $A_{эл.д}$ при напряжении U_c токе $I_Д$ и частоте $f_Д$ потребляется двигателем и преобразуется в механическую энергию.

Информационная часть системы управления (ИСУ) вырабатывает воздействия, управляющие энергетической частью ЭСУ, возбуждением электромеханического преобразователя (ЭМП) и передаточным механизмом (ПМ), на основе информации о заданных режимах работы, о текущем состоянии системы и о протекании технологического процесса.

Электромеханическое преобразование энергии осуществляется в части двигателя, обозначенной на схеме ЭМП - электромеханический преобразователь энергии. Последний можно рассматривать как источник электромеханической энергии $A_{в.д}$, вырабатывающий электромагнитный момент $M_{В.Д}$ при скорости ω и обладающий инерционностью, связанной с временем протекания электромагнитных процессов. Эта энергия передается ротору двигателя РД как механическому звену и частично расходуется на увеличение запасенной в его массе кинетической энергии и на преодоление момента механических потерь двигателя. Оставшаяся часть механической энергии с вала двигателя $A_{в.д}$ поступает через передаточный механизм (ПМ) в виде механической энергии $A_{мех}$ в исполнительный механизм (ИМ) и далее к его рабочему органу.

На пути от вала двигателя до рабочего органа часть энергии затрачивается на увеличение запаса кинетической энергии движущихся масс ПМ и ИМ и на преодоление механических потерь.

На схеме механическая энергия $A_{р.о}$ есть полезная механическая работа, совершаемая моментом $M_{р.о}$ или усилием $F_{р.о}$ на рабочем органе при скорости соответственно $\omega_{р.о}$ и $\upsilon_{р.о}$.

В зависимости от количества используемых в автоматическом управлении электромеханическими системами (АУЭС) каналов информации и их структуры различают три вида автоматического управления:

1) по разомкнутому циклу;
2) по замкнутому циклу;
3) по комбинированному циклу.

Для разомкнутых систем характерно отсутствие всякого измерения и контроля значения регулируемого параметра и, следовательно, точность выполнения заданного режима работы невелика.

Разомкнутые системы применяют для обеспечения требуемой последовательности работы различных элементов и узлов

технологических машин, для управления пуском и торможением привода, а также для регулирования скорости в небольшом диапазоне.

В системах с управлением по замкнутому циклу используют два канала информации: канал задающий информацию и канал информации о фактическом значении регулируемой величины - обратная связь. Задающая информация сравнивается с информацией обратной связи, при этом определяется ошибка управления и в зависимости от величины и знака этой ошибки вырабатывается регулирующее воздействие на приводе таким образом, чтобы свести ошибку к нулю, или к допустимой величине. При этом ни одно из возмущающих воздействий не изменяется, а их влияние на регулируемую величину воспринимается системой управления по каналу обратной связи. Это способ управления по ошибке, а обратную связь по регулируемой величине обычно называют главной жесткой обратной связью. Как правило, это обратные связи по скорости или положению. При этом обычно используются и внутренние обратные связи по току, напряжению или моменту для улучшения качества процесса управления и ослабляющие влияние возмущающих воздействий. Качество работы системы с обратными связями намного выше, чем разомкнутой системы. Поэтому системы с обратными связями применяют в глубоко регулируемых приводах при сложных законах изменения задающего воздействия, в приводах согласованно работающих рабочих органов одного механизма или нескольких различные механизмов, когда требуется формирование оптимальных процессов пуска и торможения.

В системах, управляемых по комбинированному циклу, объединяются две структуры: замкнутая и разомкнутая.

АУЭС часто подразделяют по виду силового преобразователя или основной аппаратуры: системы электромашинного управления или системы Г-Д (генератор - двигатель); системы тиристорного управления или системы ТП-Д (тиристорный преобразователь - двигатель); системы дроссельного управления или системы МУ-Д (магнитный усилитель - двигатель); системы частотного управления или системы ПЧ-АД (преобразователь частоты - асинхронный двигатель); системы релейно-контакторного управления; системы бесконтактного управления и т.д.

К основным функциям АЭМС относятся:

1) управление процессами пуска, торможения и реверсирования электроприводов;

2) поддержание постоянства (стабилизация) заданной вличины (скорости, мощности и др.) в статике и динамике;

3) слежение за вводимыми в систему произвольно изме-

няющимися входными сигналами (следящее управление);

4) отработка заданной программы (программное управление);

5) выбор целесообразных режимов работы электроприводов (адаптивное управление).

Кроме пяти основных функций автоматические системы управления электроприводами выполняют и ряд вспомогательных функций. К ним можно отнести: защиту двигателей и другого электрооборудования от токов короткого замыкания, от недопустимых длительных и кратковременных перегрузок, от перенапряжений и т.д.; блокировки, исключающие возникновение аварийных и ненормальных режимов при ошибочных действиях персонала и обеспечивающие определенную последовательность операций включения и отключения отдельных элементов и узлов АЭМС, сигнализацию о ходе технологического процесса, об исправности или, Наоборот, о неисправности механизмов и самих АЭМС, о передаваемых операторами сигналах и т.п.

Из перечисленных выше основных видов управления наиболее общее значение имеют первые три. Структуры АУЭС, реализующие эти виды управления, в большинстве своем являются также базой для построения систем программного и адаптивного управления.

2.5. Тахогенератор постоянного тока

Применение тахогенераторов (ТГ) постоянного тока в различных системах управления объясняется тем, что входным сигналом для большинства регуляторов в схемах автоматики является напряжение постоянного тока; тахометры с равномерными шкалами являются вольтметрами магнитоэлектрической системы и по существу измеряют напряжение постоянного тока, пропорциональное частоте вращения.

В замкнутой системе регулирования тахогенераторы являются основным звеном контура обратной связи по частоте вращения. Часто считают, что тахогенератор - это безинерционное звено или (при наличии RC-фильтра для сглаживания пульсаций повышенной частоты) инерционное звено первого порядка с небольшой постоянной времени, определяемой RC-цепочкой фильтра.

Более глубокие исследования, однако, показывают, что с учетом люфтов в подвижной передаче (муфты, зубчатые пары)

узел тахогенератора становится нелинейным звеном, вызывающим автоколебания системы управления. При этом наиболее вредные низкочастотные пульсации напряжения на выходе узла тахогенератора в большей степени зависят от органических недостатков применяемых передач, чем от собственно тахогенератора, как электрической машины.

В системе автоматического управления под тахогенератором принято понимать комплекс устройств или узел между валом двигателя и входом усилителя. В приводах с тахогенераторами этот узел включает в себя устройство сочленения (муфту, зубчатую передачу), собственно тахогенератор, проводку до панели управления, а иногда также выходной трансформатор, фильтр, потенциометр.

На рис.2.8 в качестве примера приведена простейшая структурная схема управляемого электропривода с обратной связью по частоте вращения. Схема управления предназначена для того чтобы обеспечить частоту вращения механизма М пропорционально неизменному эталонному напряжению или изменять ее пропорционально напряжению программного устройства (ПУ). Для этого напряжение ТГ в устройстве сравнения (УС) сопоставляется с напряжением источника эталонного напряжения или программного устройства, и их разность подается на усилитель, где она усиливается, как правило, двумя последовательными каскадами - предварительным усилителем (У) и усилителем мощности (УМ), к которому подключен двигатель (Д). Нетрудно заметить, что чем выше коэффициент усиления по напряжению и по мощности усилителей, тем меньшими должны быть разность напряжений и мощность, отдаваемая ТГ, которые необходимо подавать на вход У, чтобы обеспечить заданную частоту вращения, и тем точнее будут выдерживаться пропорциональности между частотой вращения и напряжением ПУ.

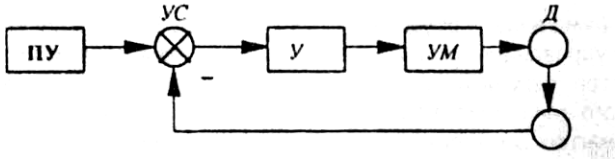


Рис. 2.8. Структурная схема управляемого электропривода

Принцип действия. Тахогенераторы постоянного тока выполняются с постоянными маг- нитами на статоре или с элек-

тромагнитным возбуждением независимого источника постоянного тока. При неизменном токе возбуждения $I_в$, т.е. при неизменном потоке $Ф$, э.д.с. тахогенератора пропорциональна скорости вращения:

$$E = C_e Фn = cn\,. \qquad (2.7)$$

Входное напряжение его

$$U_Я = E - I_Я \sum R_Я = E - \frac{U_Я}{R_Н} \sum R_Я \qquad (2.8)$$

где $R_н$- сопротивление нагрузки.

Из (2.7) и (2.8) находим уравнение выходной характеристики тахогенератора:

$$U = \frac{E}{1 + \frac{\sum R_Я}{R_Н}} = \frac{c_e Фn}{1 + \frac{\sum R_Я}{R_Н}} \qquad (2.9)$$

Нелинейный характер сопротивления щеточного контакта также создает определенную погрешность, так как падение напряжения под парой щеток можно приблизительно считать постоянным, не зависящим от тока нагрузки. С учетом этого (2.9) принимает вид

$$U_Я = \frac{E - 2\Delta U_Щ}{1 + \frac{\sum R_Я}{R_Н}} = \frac{c_e Фn}{1 + \frac{\sum R_Я}{R_Н}} - \frac{2\Delta U_Щ}{1 + \frac{\sum R_Я}{R_Н}} \qquad (2.10)$$

Для уменьшения погрешности, создаваемой падением напряжения $2\Delta U_щ$ в тахогенераторах применяют металлографитные щетки, у которых величина $2\Delta U_щ$ очень мала, а в прецизионных тахогенераторах, предназначенных для счетно-решающих устройств, - щетки с серебряными и золотыми напайками. При использовании таких щеток с погрешностью от влияния величины $2\Delta U_щ$ практически можно не считаться.

Нагревание обмотки возбуждения тахогенератора приводит к увеличению ее сопротивления $r_в$, вследствие чего уменьшаются ток возбуждения, магнитный поток и выходное напряжение. Для того чтобы ток возбуждения изменился незначительно при повышении температуры обмотки возбуждения, последовательно с ней включают добавочное сопротивление $r_д$, выполненное из материала с малым температурным коэффициентом сопротивления, при

этом $r_д >> r_в$. Чтобы изменение тока возбуждения мало влияло на величину магнитного потока, тахогенераторы часто выполняют с сильно насыщенной магнитной системой. При этом небольшие отклонения тока возбуждения $\Delta I_в$ от номинального значения $\Delta I_{в.ном.}$ практически не оказывают влияние на магнитный поток ($\Delta \Phi \approx 0$).

Тахогенераторы часто работают в переходных режимах, при непрерывном изменении как входного (угол поворота, или частота вращения), так и выходного (ЭДС якоря) параметров. Процессы, происходящие в тахогенераторе в неустановившихся режимах, описываются дифференциальными уравнениями.

По характеру изменения напряжения на выходе при изменении частоты вращения (угла поворота якоря) судят о динамических свойствах тахогенератора. Если не учитывать размагничивающее действие реакции якоря, то уравнение переходного процесса тахогенератора примет вид:

$$u_Я = e_я - i_я R_я - L_я \frac{di_я}{dt} \qquad (2.11)$$

где $e_я - c_e \phi \cdot n = c_e \phi \frac{da}{dt}$; $L_я$ - индуктивность обмотки якоря; а - угол поворота вала тахогенератора.

Если на выходе тахогенератора включено сопротивление нагрузки, то ток якоря

$$I_Я = \frac{U_Я}{R_Н} \qquad (2.12)$$

а производная тока

$$\frac{di_Я}{dt} = \frac{1}{R_Н} \frac{du}{dt} \qquad (2.13)$$

Тогда уравнение якорной цепи тахогенератора будет иметь вид:

$$\frac{L_Я}{R_Я + R_Н} \frac{du}{dt} + u_Я = \frac{C_e \Phi R_Н}{R_Я + R_Н} \frac{da}{dt}, \qquad (2.14)$$

или

$$T_T \frac{du}{dt} + u_Я = K_T \frac{da}{dt} \qquad (2.15)$$

где $T_T = L_я / (R_Я - R_Н)$ - постоянная во времени якорной цепи;

$K_T = C_e Ф R_Н / R_Я + R_Н$ - коэффициент передачи тахогенератора при нагрузке.

Изображение по Лапласу (при нулевых начальных условиях) для уравнения тахогенератора имеет вид:

$$T_T U_Я(p) + U_Я(p) = K_T \cdot Pa(p). \qquad (2.16)$$

Следовательно, передаточная функция тахогенератора:

$$W(p) = U_Я(p) / a(p) = K_T \cdot Pa(p) / (T_T \cdot P + 1). \qquad (2.17)$$

Таким образом, если входным параметром является угол поворота вала, то тахогенератор представляет собой инерционное (реальное) дифференцирующее звено.

Часто к тахогенератору предъявляют требование минимальной постоянной времени. Если $T_T \approx 0$, то передаточная функция

$$W(p) = K_T \cdot P,$$

т.е. тахогенератор является идеальным (безинерционным) дифференцирующим звеном.

В случае если входным параметром тахогенератора есть частота вращения, его можно считать усилительным звеном, передаточная функция которого

$$W(p) = \frac{U_Я(p)}{n(p)} \qquad (2.18)$$

2.6. Двигатели постоянного тока

Двигатели постоянного тока применяют в приводах, требующих плавного регулирования частот вращения в широком диапазоне. Свойства двигателей, как и генераторов, определяются способом возбуждения и схемой включения обмоток возбуждения. Двигатели с электромагнитным возбуждением делятся по способу возбуждения с параллельным, независимым, последовательным и смешанным возбуждением.

Преобразование электрической энергии в механическую во

всех двигателях можно показать с помощью энергетической диаграммы (рис.2.9.).

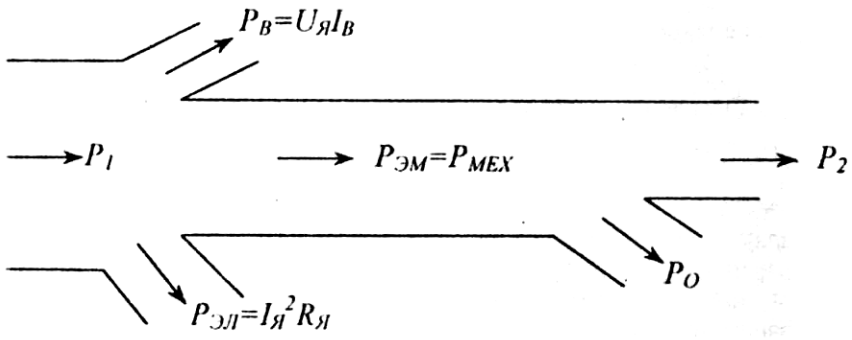


Рис. 2.9. Энергетическая диаграмма двигателя постоянного тока

Здесь $P_1 = U_Я(I_Я - I_B) = U_Я I$ - полная электрическая мощность, подводимая к двигателю; $U_Я \cdot I_B$ - мощность потерь в цепи возбуждения; $I_Я{}^2 R_Я$ - мощность электрических потерь в цепи якоря; $P_{мех} \cdot P_{эм}$ - полная механическая мощность; $P_{эм}$ - электромагнитная мощность; P_2 - полезная механическая мощность на валу; P_0 - механические потери и потери в стали.

Из диаграммы видно, что

$$P_1 = (U_Я I_B + I^2{}_Я R_Я) = P_{мех} \qquad (2.19)$$

Тогда $$P_1 - U_Я I_B + I^2{}_Я R_Я + P_{эм} \qquad (2.20)$$

а $U_Я = E_Я + I_Я R_Я$ - уравнение равновесия ЭДС двигателя. (2.21)

$P_{мех} = M\omega = M(2\pi m/60) = P_{эм} = E_Я I_Я$ Полная механическая мощность

$$P_{мех} = M\omega = M(2\pi m/60) = P_{эм} = E_Я I_Я \qquad (2.22)$$

Тогда вращающий момент двигателя

$$M = \frac{E_Я I_Я}{2\pi m/60} = \frac{(P/60)(N/a)\Phi I_Я}{2\pi/60} \text{ или}$$

$$M = \frac{P}{2\pi}\frac{N}{a}\Phi I_Я = C_M I_Я \Phi, \qquad (2.23)$$

где $C_M \frac{P}{2\pi}\frac{N}{a}$.

Здесь *P* - число пар полюсов; *N* - число активных проводников обмотки якоря; *a* - число пар параллельных ветвей обмотки якоря.

Вращающий момент, развиваемый двигателем в любых условиях и в любой момент времени, уравновешивается совокупностью моментов на валу.

В основном различают следующие моменты: момент холостого хода - M_0; полезный момент M_2 (нагрузочный); динамический момент Мдит обусловленный моментом инерции вращающихся частей.

Момент M_0 может достигать 20% от номинального момента $M_{ном}$ Динамический момент возникает при любом изменении угловой скорости

$$M_{дин} = J\, d\omega / dt \qquad (2.24)$$

где *J* - момент инерции вращающихся частей; ω - угловая скорость вращения якоря. Уравнение моментов имеет вид

$$M = M_0 + M_2 + M_{дин}, \qquad (2.25)$$

где $M_0 + M_2 = M_c; M_c$ - статический момент сопротивления, тогда

$$M = M_c + M_{дин} \qquad (2.26)$$

В установившемся режиме $\omega = const\ M = M_c$. Устойчиво двигатель работает только при $dM_c / dn > dM / dn$. Для обеспечения этого условия приведем механические характеристики двигателя $n = f(M)$ и *характеристики* приводимого во вращение механизма $n = f(M_c)$

Условие устойчивой работы выполняется для двигателей с характеристиками, показанными на рис. 2.10., а и не выполняется для двигателей с характеристиками - на рис. 2.10., б.

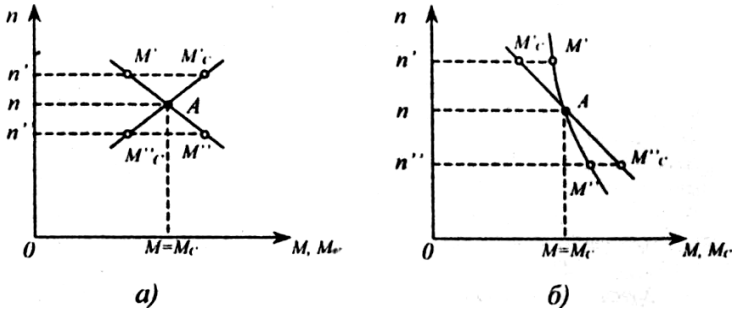


Рис. 2.10. К понятию об устойчивости работы двигателя

В первом случае при изменении режима работы, вызвавшем увеличение частоты вращения до значения n' при положительном приращении Δn, после прекращения возмущения двигатель возвращается в исходную точку *А*, так как статический момент M'_c больше момента двигателя М'

При отрицательном приращении дл момент двигателя $M'' > M''_c$, следовательно, двигатель после прекращения возмущения также вернется в исходную точку *А*. Во втором случае (см. рис. 2.10,б) при изменении режима работы, вызвавшем увеличение частоты вращения двигателя до n', вращающий момент M' больше статического момента M'_c, что приводит к дальнейшему увеличению частоты вращения. Если же частота вращения изменяется до *n″* то $M''_c > M''$, и двигатель останавливается.

2.6.1. Двигатель постоянного тока независимым возбуждением

Двигатель постоянного тока с независимым возбуждением имеет обмотку двигателя и обмотку возбуждения, которые в общем случае получают питание от независимых источников постоянного тока (рис. 2.11.).

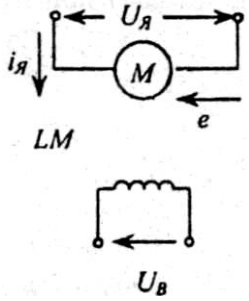


Рис. 2.11. Схема включения двигателя с независимым возбуждением

Необходимым условием непрерывного процесса электромеханического преобразования энергии является протекание переменных токов хотя бы по части обмоток машины. Выполнение этих условий обеспечивается работой коллектора, коммутирующего постоянный ток, поступающий в якорную обмотку со сторонних источников

питания, с частотой ω_{x1}, равной электрической

скорости якоря. Таким образом, можно считать, что двигатель постоянного тока является машиной переменного тока и уравнения, описывающие его механическую характеристику, являются частным случаем обобщенного математического описания процессов электромеханического преобразования энергии известного по ряду литературных источников.

При этом модель двигателя постоянного тока соответствует включению обмоток двухфазной обобщенной машины. Систему уравнений, описывающих процессы, происходящие в двигателе с независимым возбуждением, можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} u_B &= i_B R_B + L_B di_B / dt \\ u_Я &= i_Я \sum R_я + L_Я di_Я / dt + C_e \Phi \omega \\ M &= C_m \Phi i_я \end{aligned} \qquad (2.27)$$

Математическое описание механической характеристики двигателя при переменном потоке нелинейно в связи с тем, что ЭДС двигателя *E* и электромеханический момент *M* пропорциональны произведениям потока соответственно на скорость и ток якоря. Однако чаще двигатель работает при постоянном магнитном потоке $\Phi = const$. Тогда уравнения механической характеристи-

ки линеаризуется и может быть представлено в следующем виде:

$$\omega = \frac{U_Я}{C_e\Phi} - \frac{\sum R_я}{C_m C_e \Phi^2} M - \frac{L_Я}{C_m C_e \Phi^2}\frac{dM}{dt} \qquad (2.28)$$

Подставив $M = C_m \Phi i_я$ в (2.28), получим уравнение электромеханической характеристики:

$$\omega = \frac{U_Я}{C_e\Phi} - \frac{\sum R_я}{C_e\Phi} i_Я - \frac{L_Я}{C_e\Phi}\frac{dM}{dt} \qquad (2.29)$$

Как частный случай могут быть определены уравнения статических электромеханической и механической характеристик двигателя при постоянном потоке и при $dM/dt = di_я/dt = 0$ в виде:

$$\omega = \frac{U_Я}{C_e\Phi} - \frac{I_Я \sum R_Я}{C_e\Phi}, \qquad (2.30)$$

$$\omega = \frac{U_Я}{C_e\Phi} - \frac{M \sum R_Я}{C_e C_m \Phi^2}. \qquad (2.31)$$

При $\omega = 0$ получаем соответственно пусковые ток и момент:

$$I_{кз} = I_П = \frac{U_Я}{\sum R_Я}; \qquad M_П = C_m I_П \Phi = M_{кз}$$

При $M = 0$ получаем скорость идеального холостого хода:

$$\omega_0 = \frac{Uя}{C_e\Phi}.$$

Важным показателем электромеханических свойств двигателя является модуль статической жесткости механической характеристики

$$\beta_{ст} = dM/d\omega = -C_e C_m \Phi^2 / \sum R_я. \qquad (2.32)$$

Тогда уравнение статической механической характеристики может быть записано в виде

$$\omega = \omega_0 - \frac{M}{\beta}. \qquad (2.33)$$

Обычно двигатель проектируется и изготавливается для номинального режима работы. Этот режим реализуется в естественной схеме включения при отсутствии добавочных сопротив-

лений в якорной цепи, номинальным значением напряжения на якоре и потока $\Phi = \Phi_{ном}$. Электромеханическая и механическая характеристики в этом случае называются естественными.

Чем выше модуль жесткости характеристики β,тем стабильнее скорость привода при широких диапазонах изменения нагрузки Естественные характеристики двигателя приведены на рис.2.12.

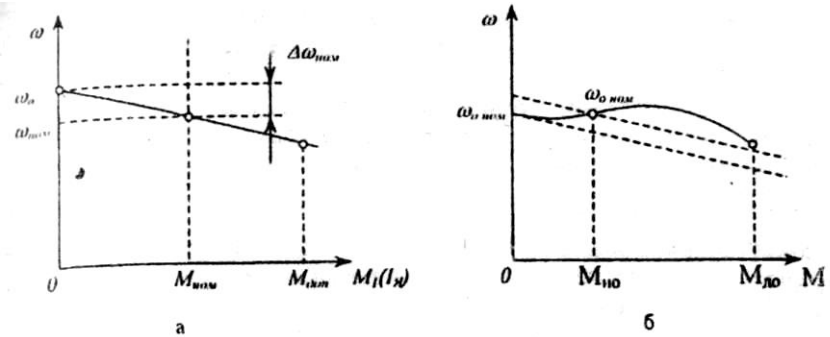


Рис.2.12. Естественные характеристики двигателя с независимым возбуждением: а - без учета реакции якоря; б - с учетом реакции якоря

Ток короткого замыкания у двигателей средней и большой мощности превышает номинальный в 10-20 раз и значительно превышает допустимый. Перегрузочная способность двигателя обычно лежит в пределах $\lambda = M_{доп} / M_{ном} = 2 \div 2.5$.

Перепад скорости $\Delta\omega_{НОМ}$ для двигателей средней и большой мощности составляет несколько процентов скорости идеального холостого хода. Двигатели небольшой мощности имеют на порядок больший астатизм.

Для некомпенсированных по продольной составляющей реакции якоря двигателей форма механической характеристики представлена на рис. 2.12., б. Такое влияние реакции якоря подобно нелинейной положительной обратной связи по току. Механическая характеристика искажается. Кроме того, реакция якоря неблагоприятно сказывается на перегрузочной способности двигателя. Это влияет и на динамические свойства двигателя. Проведенный анализ естественных характеристик свидетельствует, что

при меняющейся нагрузке управление двигателем следует проводить в замкнутых системах регулирования координат. При этом естественные характеристики двигателя определяют исходные свойства электропривода, которые системой управления корректируются в нужном управлении.

Для управления работой двигателя необходимо произвести изменения параметров и воздействий, определяющие его механические и электромеханические характеристики. Такими параметрами и воздействиями являются суммарное сопротивление якорной цепи $\sum R_Я$, магнитный поток машины *Ф* и приложенное к якорю напряжение $U_Я$. Характеристики, соответствующие измененным параметрам двигателя, называют искусственными.

При введении дополнительного сопротивления в цепь якоря меняется суммарное сопротивление якорной цепи $\sum R_Я = R_Я + R_Д$.

Соответственно ограничивается ток короткого замыкания и уменьшается модуль жесткости статической механической характеристики

$$I_{К.З.} = U_{НОМ} / (R_Я + R_Д),$$

Скорость идеального холостого хода не меняется, а между током и мощностью без учета реакции якоря сохраняется пропорциональность $M = C_m Ф I_Я$, поэтому механические характеристики двигателя отличаются только масштабом по оси абсцисс (рис. 2.13).

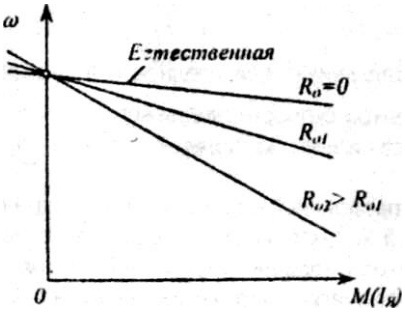


Рис. 2.13 Реостатные характеристики двигателя при введении сопротивления в цепь якоря

Увеличение сопротивления якорной цепи ограничивает ток в переходных процессах, а также снижает влияние реакции яко-

ря.

Изменение потока двигателя *Ф* обычно производят вниз от номинального. При этом увеличивается скорость идеального холостого хода ω уменьшается пусковой момент $M_{к.з.}$ пусковой ток не меняется. Соответственно модуль статической жесткости уменьшается пропорционально квадрату потока (рис. 2.14).

Рабочий участок приведенных характеристик ограничивается его перегрузочной способностью - утолщенные отрезки характеристик. видно, что ослабление поля в пределах рабочих нагрузок приводит к увеличению скорости двигателя.

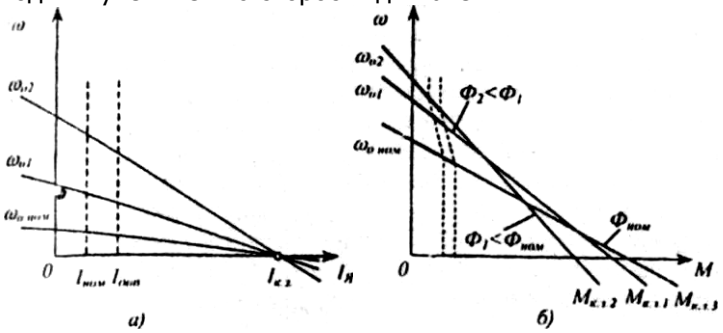


Рис.2.14. Электромеханические (а) и механические (б) характеристики двигателя с независимым возбуждением при ослаблении поля

Изменение якорного напряжения при номинальном потоке - основное управляющее воздействие в регулируемом приводе. Регулирование скорости обычно производится уменьшением напряжения от номинального на валу. При этом пропорционально уменьшается скорость идеального холостого хода, а жесткость механических характеристик при любом уровне напряжения одинакова, поэтому механические характеристики при изменении напряжения якоря имеют вид параллельных прямых (рис.2.15).

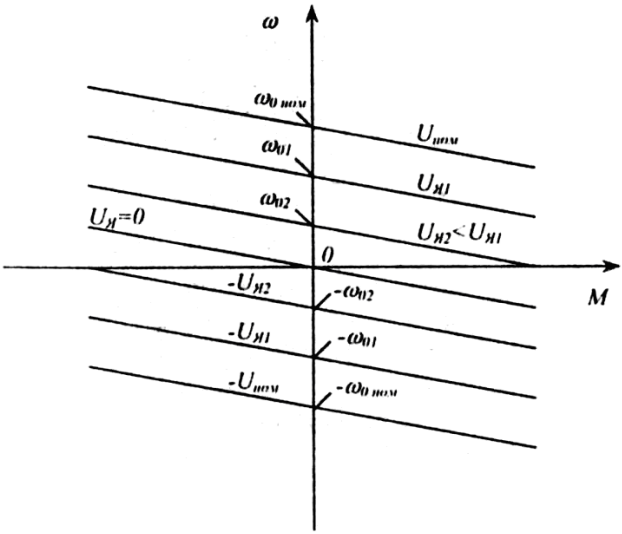


Рис. 2.15. Механические характеристики двигателя с независимым возбуждением при якорном управлении

Изменение напряжения на якоре не только меняет скорость, но и ограничивает пусковой ток. При $u_я=0$ энергия от внешнего источника не подводится и в этом случае характеристика проходит через начало координат и располагается во втором и четвертом квадрантах. При наличии активной нагрузки, приложенной к валу, якорь двигателя вращается за счет подведенной со стороны нагрузки механической мощности. Под действием нарастающей ЭДС якоря, замкнутой через источник питания накоротко, в цепи якоря протекает ток, создающий тормозной момент. Это режим динамического торможения, в котором двигатель работает генератором на сопротивление якорной цепи. Схема включения двигателя в режим динамического торможения представлена на рис.2.16,а.

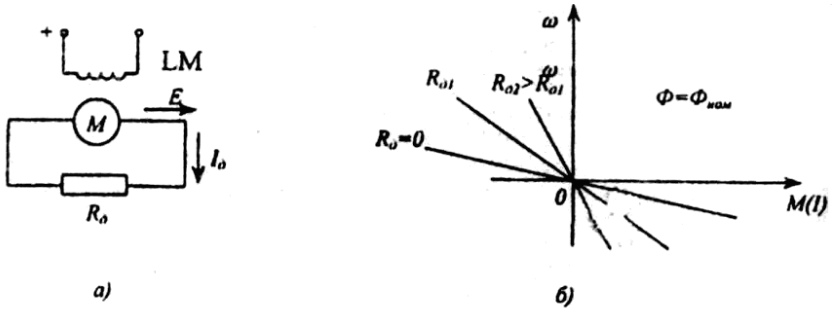


Рис. 2.16. Схема включения (а) и характеристики двигателя (б) при динамическом торможении

Уравнения статических характеристик двигателя при динамическом торможении получаются из уравнения механической характеристики, положив $u_я=0$.

$$\omega = -(\sum R_Я / C_e Ф) I_Я = -(C_e Ф / \beta) I_Я;$$

$$\omega = -(\sum R_Я / C_e C_m Ф^2) M = -M / \beta$$

Увеличение сопротивления в цепи якоря уменьшает жесткость механических характеристик. В случае увеличения скорости двигателе выше скорости идеального холостого хода за счет его подкрутки внешним источником механической энергии двигатель переходит в генераторные режим. При этом ЭДС двигателя становится больше приложенного якорю напряжения, и электрическая энергия отдается в сеть. Следовательно, ток якоря

$$I_Я = \frac{U_Я - E}{\sum R_Я} = -\frac{(E - U_Я)}{\sum R_Я}.$$

Тогда момент двигателя становится тормозным

$$M_T = -C_m Ф I_Я .$$

Уравнение механической характеристики приобретает следующий вид:

$$\omega = \frac{U}{C_e Ф} + \frac{M \sum R_Я}{C_e C_m Ф^2} \qquad (2.34)$$

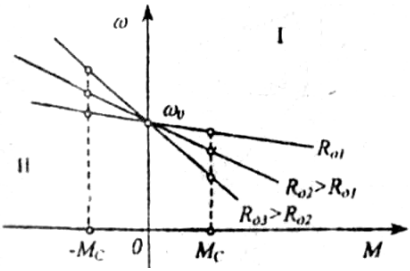
Первый член в правой части уравнения показывает, что механическая характеристика в этом режиме при $M=0$ проходит через точку, соответствующую скорости идеального холостого хода.

Жесткость характеристик определяется вторым членом уравнения

$$M \sum R_Я / C_e C_m \Phi^2 .$$

Поэтому механические характеристики двигателя с отдачей энергии в сеть (область II) есть продолжение характеристик двигателя в двигательном режиме (область I). Такой способ торможения возможен в приводах транспортных и подъемных механизмов и при некоторых способах регулирования скорости, когда двигатель, переходя к низким скоростям, проходит значение $\omega > \omega_0$.

В случае превышения момента сопротивления M_c пускового момента $M_п$ двигатель переходит в режим торможения противовключением (генераторный режим) последовательно с сетью. В этом случае обмотки двигателя включены для одного направления вращения, а якорь двигателя вращается в обратную сторону. Графически этот режим представлен на рис.2.18 в IV квадранте.



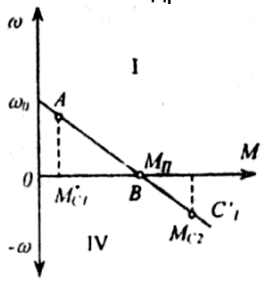


Рис. 2.17. Механические характеристики двигателя в генераторном режиме

Рис. 2.18. Механические характеристики в режиме торможения противовключением

При этом ток якоря, как обычно в двигательном режиме, определяется следующим выражением

$$I_Я = \frac{U_Я - E}{\sum R_Я}. \qquad (2.35)$$

С увеличением момента сопротивления M_c скорость двигателя а уменьшается до точки *B* и двигатель останавливается, а величина ЭДС равна нулю.

При $M_c > M_п$ двигатель начинает вращаться в обратную сторону, достигая установившейся скорости в точке С при моменте

сопротивления M_{c2}, и тогда ток якоря $I_Я = \dfrac{U-E}{\sum R_Я}$. и момент двигателя будут больше, чем в двигательном режиме.

На рис. 2.19. представлены механические характеристики двигателя при изменении полярности напряжения, подводимого к якорю. При этом двигатель, работающий в точке *A*, переходит на работу по характеристике *BC* второго квадранта. Сохранение прежней скорости в первый момент переключения двигателя обуславливается малой инерцией привода.

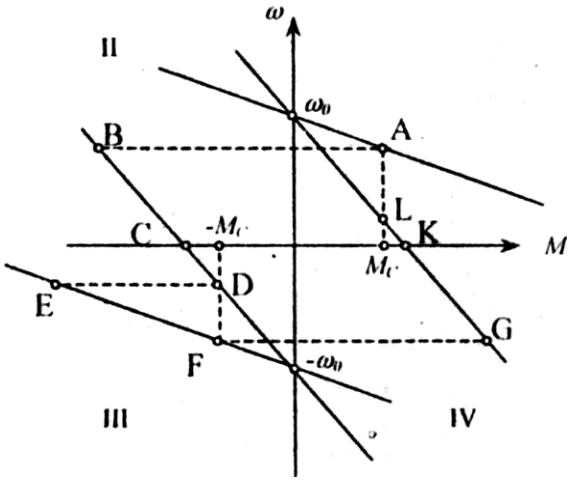


Рис. 2.19. Механические характеристики двигателя при изменении полярности подводимого напряжения к якорю

Под влиянием тормозного момента скорость двигателя падает в точке *C*, достигая нуля. Далее двигатель начинает вращаться в обратную сторону по траектории *CD* в квадранте III. Вместе с изменением направления вращения изменяется направление ЭДС якоря, которая снова в двигательном режиме направлена навстречу напряжению сети. В точке *D* двигатель работает в двигательном режиме с постоянной угловой скоростью и переходит на естественную характеристику *FE* при противоположной направлении вращения. Если еще раз изменить полярность напряжения, то двигатель снова перейдет в режим противовключения. Торможение и последующее увеличение скорости в обрат-

ном направлении проходит по характеристике *GKL*

Изменение направления вращения двигателя, возможно, осуществит, также изменением полярности напряжения на обмотке возбуждения

Рассмотренные выше характеристики двигателя с независимым возбуждением получены в предположении, что двигатель питается от бесконечно мощной сети или от любого другого источника, обладающего свойствами источника напряжения с внутренним сопротивлением, равны нулю. При рассмотрении динамических свойств необходимо иметь в виду что в регулируемом электроприводе возможно питание якорной цепи двигателя, либо цепи возбуждения от преобразователей, обладающих свойствами источника тока. Поэтому анализ динамических свойств электромеханического преобразователя с независимым возбуждением проводится для случая питания, как от источника напряжения, так и от источника тока.

Для анализа динамических свойств двигателя воспользуемся следующей системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &L_Я = \frac{di_Я}{dt} + i_Я \sum R_Я + e_Я = U_Я; \\ &M = C_M i_Я \Phi; \\ &e = C_e \omega \Phi; \\ &M_д - M_c = J\frac{d\omega}{dt}. \end{aligned}\right\} \qquad (2.36)$$

Предположим, что нагрузка имеет инерционный характер и моментом сопротивления можно пренебречь. Тогда уравнение движения можно представить в виде

$$J\frac{d\omega}{dt} = M_д = C_m I_Я \Phi$$

Ток якоря $I_Я = \dfrac{J}{C_m \Phi}\dfrac{d\omega}{dt}$.

Подставив в уравнение якорной цепи значение тока $I_Я$ и *e*, и для удобства приняв $C_e\Phi \approx e_m\Phi = C$, получим

$$\frac{JL_я}{C^2}\frac{d^2\omega}{dt} + \frac{R_Я J}{C^2}\frac{d\omega}{dt} + \omega\frac{u_Я}{C} \qquad (2.37)$$

Введем обозначения:

$RJ / C^2 = T_M$ - электромеханическая постоянная времени двигателя;

$L_Я / R_Я = T_Я = 0,02 \div 0,1c$ - электромагнитная постоянная времени якоря.

Разделив и умножив коэффициент перед второй производной на $R_Я$ и учтя введенные обозначения, приведем дифференциальные уравнения к виду

$$T_M T_Я \frac{d^2\omega}{dt^2} + TM \frac{d\omega}{dt} + \omega = \frac{u_Я}{C} \qquad (2.38)$$

Частное решение этого уравнения представляет собой установившееся значение угловой скорости (при равных нулю производных скорости от времени $\omega_{уст} = u_Я / C$. Как правило, в двигателях наблюдается условие $4T_Я = T_M$, поэтому корни характеристического квадратного уравнения - действительные и разные. В этом случае общее решение однородного уравнения имеет вид:

$$\omega = A_1 e^{a_1 t} + A_2 e^{a_2 t},$$

где d1 и d2, корни характеристического уравнения $T_M N_Я p^2 + T_M p + 1 = 0.$

$$\omega = \omega_{уст} + A_1 e^{a_1 t} + A_2 e^{a_2 t} \qquad (2.39)$$

Значения постоянных A_1 и A_2 найдем из начальных условий: $\omega = 0$ при $t = 0$; $d\omega / dt = 0$ при $t = 0$. Первое условие означает, что в момент включения вал двигателя неподвижен, второе объясняется тем, что в первый момент вследствие индуктивности якоря ток якоря равен нулю, а следовательно, равен нулю вращающий момент и ускорение двигателя.

Подставив начальные условия в (2.39) и в производную от (2.39) по времени $d\omega / dt = a_1 A_1 e^{a_1 t} + a_2 A_2 e^{a_2 t}$, получим систему уравнений

$$\omega_{уст} + A_1 + A_2 = 0; \qquad a_1 A_1 + a_2 A_2 = 0, \qquad (2.40)$$

решая которую, найдем

$$A_1 = a_2 \omega_{уст} / (a_1 - a_2); \quad A_2 = -a_1 \omega_{уст} (a_1 - a_2).$$

Подставив значения A_1 и A_2 в (2.39), определим оконча-

тельное выражение для угловой скорости вала двигателя независимого возбуждения при включении якоря под напряжение:

$$\omega = \omega_{уст}(1 + \frac{a_2}{a_1 - a_2} e^{a_1 t} - \frac{a_1}{a_1 - a_2} e^{a_2 t}) \qquad (2.41)$$

Найдем передаточную функцию двигателя при управлении путем изменения напряжения, подводимого к якорю. Для этого запишем дифференциальные уравнения (2.38) в изображениях $u_Я(p)$ и угловой скорости $\omega(p)$:

$$T_М T_Я P^2 \omega(p) + T_М \omega(p) + \omega(p) = U_Я(p) / C. \qquad (2.42)$$

Тогда передаточная функция двигателя при якорном управлении:

$$W(p) = \frac{W(p)}{U_Я(p)} = \frac{K_0}{T_М T_Я p^2 + T_М p + 1}, \qquad (2.43)$$

где $K_Д = 1/C$ - коэффициент усиления двигателя, рад/(ВС).

Таким образом, двигатель является звеном второго порядка. Как известно, при $4T_Я > T_М$ такое звено является колебательным.

Иногда при анализе системы автоматического регулирования с двигателем пренебрегают постоянной времени якорной цепи, когда двигатель описывают передаточной функцией

$$W(p) = \frac{K_д}{T_М p + 1}, \qquad (2.44)$$

т.е. представляют в виде инерционного звена.

В случае, когда выходной величиной является угол поворота вала двигателя или приводимого им механизма в исходном дифференциальном уравнении делают подстановку $\omega(p) = p\theta(p)$,где $\theta(p)$ - изображение угла поворота двигателя.

Тогда передаточная функция двигателя

$$\omega(p) = \frac{p\theta(p)}{U_Я} = \frac{K_Д}{p(T_М p + 1)}. \qquad (2.45)$$

дополняется интегрирующим звеном. Если же пренебречь временем разгона по сравнению с полным вращением, то двигатель является идеальным интегрирующим звеном:

$$\omega(p) = \frac{p\theta(p)}{U_Я} = \frac{K_Д}{p}. \qquad (2.46)$$

Приведенные передаточные функции выведены для $M_c=0$, но они справедливы и для $M_c=const$, если характеристики двигателя считать линейными.

Структурная схема двигателя с независимым возбуждением приведена на рис.2.20.

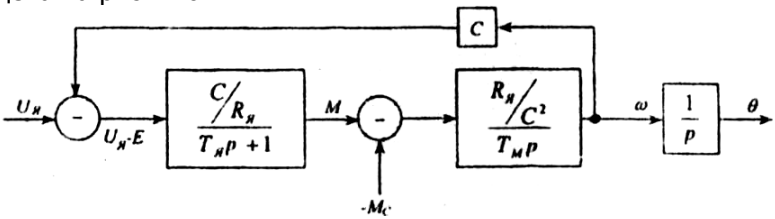


Рис. 2.20. Структурная схема двигателя постоянного тока с независимым возбуждением при якорном управлении

Приведенная структурная схема позволяет оценить динамические характеристики двигателя во всех режимах его работы.

Для практических расчетов часто приходится определять параметры передаточной функции двигателя по данным каталогов, в которых не всегда имеются сведения, например, об индуктивности или о постоянной времени якоря. Приведем выражения, которые позволяют рассчитать или хотя бы оценить эти параметры по паспортным данным двигателя.

Индуктивность якоря можно определить по формуле

$$L_Я \approx \frac{30 \cdot U_{НОМ} C_X}{\pi \cdot P \cdot n_{НОМ} \cdot I_{Я\ НОМ}} \qquad (2.47)$$

где $C_x=0,1$ для машин с компенсационной обмоткой; $C_x=0,4$ - без компенсационной обмотки; P - число пар полюсов.

Электромеханическая постоянная

$$T_М = \frac{JR_Я \omega^2_{НОМ}}{(U_{НОМ} - I_Я R_Я)^2} \qquad (2.48)$$

где J - момент инерции двигателя в кГм^2.

Коэффициент $C = \dfrac{U_{НОМ} - I_{Я\ НОМ} R_Я}{\omega_{НОМ}}$.

Согласно уравнению механической характеристики способ управления двигателем независимого возбуждения возможен за счет изменения магнитного потока *Ф* путем изменения тока возбуждения

Процессы, происходящие в двигателе при изменении магнитного потока, описываются системой уравнений (2.36) и уравнением цепи возбуждения:

В операторной форме уравнение будет иметь вид

$$u_B = i_B R_B + L_B \frac{di_B}{dt}. \qquad (2.49)$$

В операторной форме уравнение будет иметь вид

$$u_B = \frac{R_B}{K_\Phi} + (1 + T_B p)\Phi, \qquad (2.50)$$

где $u_B = \frac{R_B}{K_\Phi} + (1 + T_B p)\Phi,$ - постоянная времени цепи возбуждения; $T_B = \frac{L_B}{K_\Phi} + 0.02 \div 0.1$- коэффициент намагничивания, соответствующий линейной части кривой намагничивания двигателя.

Таким образом, цепь возбуждения двигателя представляет собой апериодическое звено с постоянной времени T_B. Индуктивность L_B обмотки возбуждения может быть определена по формуле $L_B = 2PK_{НАС}W_B\Phi_{НОМ} / I_{B,НОМ}$, где $K_{НАС} = I_{B,НОМ} / I_{B,лин}$ - коэффициент насыщения; $I_{B,лин}$-ток возбуждения, создающий $\Phi_{ном}$ при отсутствии насыщения магнитной цепи; W_B - число витков обмотки возбуждения.

Значение индуктивности L_B определяемое данной формулой, справедливо для линейной части кривой намагничивания. При работе в насыщенной части кривой намагничивания индуктивность и постоянная времени цепи возбуждения уменьшаются тем больше, чем выше насыщение

$$L_{B,НАС} = 2PW_B(d\Phi / dI_B)_{НАС}.$$

Изменение потока вносит нелинейность в математическое описание процессов преобразования энергии даже при ненасыщенной магнитной цепи, поэтому при переменном магнитном потоке для динамических свойств используется ЭВМ.

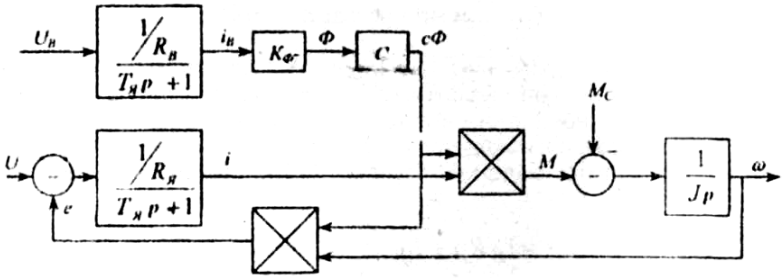


Рис. 2.21. Структурная схема двигателя при полюсном управлении

Структурная схема линеаризованной системы, справедливая для малых изменений переменных $\Delta U_B, \Delta I_B, \Delta U_Я, \Delta\omega, \Delta M_C$. вблизи расчетной точки линеаризации, когда известны установившиеся значения $\Phi_{УСТ}, \omega_{УСТ}, I_{УСТ}$, изображена на рис. 2.22.

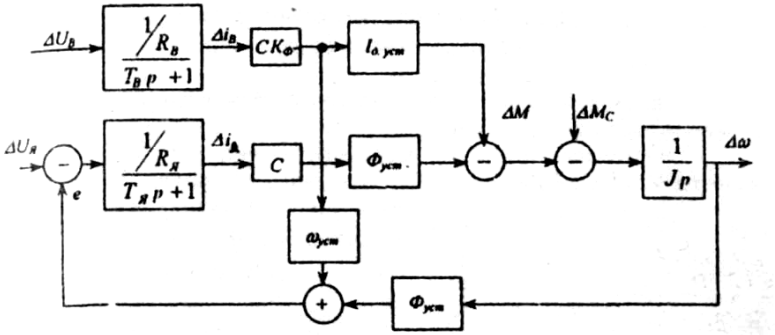


Рис. 2.22. Линеаризованная структурная схема двигателя с независимым возбуждением

Обычно линеаризованная схема используется для анализа систем методами, используемыми в линейных системах автоматического управления.

При питании якоря двигателя от источника тока $i_Я = i_{Я1} = const$ при любых изменениях ЭДС двигателя уравнение механической характеристики двигателя имеет следующий вид: $(1+T_B p)M = U_B K_Ф I_{Я1} C / R_B$.

Этому уравнению соответствует структурная схема, представленная на рис.2.23.

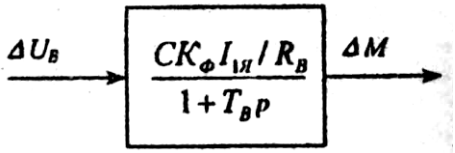


Рис. 2.23. Структурная схема двигателя с независимым возбуждением при питании от источника тока

Отсутствие в этом случае зависимости тока якоря от скорости приводит к жесткости механической характеристики равной нулю.

Как объект управления электромеханический преобразователь при этом представляет собой апериодическое звено с большой постоянной времени T_B управляющим воздействием является напряжение, приложенное к обмотке возбуждения.

2.6.2. Двигатель постоянного тока последовательного возбуждения

Принципиальная схема двигателя с последовательным возбуждением приведена на рис.2.24.

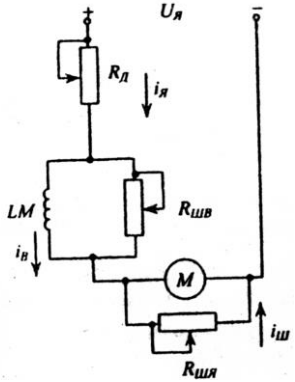


Рис.2.24. Принципиальная схема включения двигателя с последовательным возбуждением

В этом двигателе $I_Я = I_B$ поэтому магнитный поток возбуждения Φ является некоторой функцией тока нагрузки $I_Я$. Характер этой функции изменяется в зависимости от величины нагрузки. При $I_Я < (0.8 \div 0.9) I_{НОМ}$ магнитная

система двигателя не насыщена и магнитный поток $\Phi = K_\Phi \cdot I_Я$, причем величина K_Φ в значительном диапазоне изменения нагрузки величина постоянная. При дальнейшем возрастании нагрузки, когда $I_Я > I_{ном}$, можно считать, что $\Phi_{нас} = const$, то есть система находится в зоне насыщения и уравнение механической характеристики можно записать в виде:

$$\omega = \frac{U_Я}{C_e \Phi_{НАС}} - \frac{M \sum R_Я}{C_e C_m \Phi_{НАС}}.$$

При $I_Я < I_{НОМ}$ это уравнение преобразуется к виду:

$$\omega = \frac{U_Я}{C_e K_\Phi \sqrt{\frac{M}{C_M K_\Phi}}} - \frac{\sum R_Я}{C_e K_\Phi}.$$ Приведенное уравнение свидетельствует о том, что в области нагрузок, меньше номинальных, статические характеристики имеют гиперболический характер и при $M \to 0$ и $I_Я \to 0$ асимптотически приближаются к оси ординат. Эта форма характеристики определяется условием электрического равновесия двигателя: при идеальном холостом ходе ЭДС двигателя должна уравновешивать приложенное к якорной цепи напряжение $I_Я$. Тогда при $I_Я \to 0$ магнитный поток $\Phi \to 0$ и U = E при условии неограниченного возрастания скорости, ограниченного остаточным магнитным потоком. Поэтому пуск и работа двигателя при нагрузках на валу менее 25% от номинальной недопустимы. При $I_Я > I_{НОМ}$ характеристики двигателя практически линейны. Механические характеристики двигателя представлены на рис.2.25.

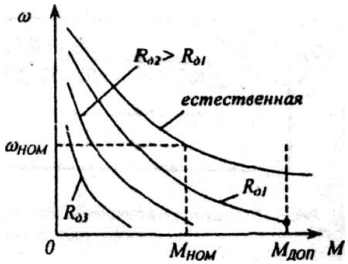


Рис.2.25. Механические характеристики двигателя при последовательном возбуждении

Сильная положительная связь по току, создаваемая последовательной обмоткой, практически устраняет влияние реакции якоря и приводит в области допустимой перегрузки к возрастанию потока сверх номинального на 10 ÷ 15%. Поэтому при том-же коэффициенте допустимой перегрузки по току 2 ÷ 2,5, перегрузочная способность по моменту выше, чем у двигателя с независимым возбуждением и достигает значения 2,5 ÷ 3.

В связи с нелинейностью кривой намагничивания рассчитать статические характеристики двигателя по его номинальным данным не представляется возможным.

Регулирование частоты вращения якоря двигателя в основном производится так же, как и двигателя с независимым возбуждением. Однако регулирование частоты вращения изменением потока достигается или шунтированием обмотки возбуждения или шунтированием обмотки якоря. Введение сопротивления в цепь якоря позволяет ограничивать момент и пусковой ток.

В двигателе, возможно, осуществить режим динамического торможения во втором квадранте механической характеристики. Однако при этом необходимо переключать либо выводы якоря, либо выводы обмотки возбуждения. Благодаря мягким механическим характеристикам двигатели последовательного возбуждения применяют в различных электрических приводах, особенно там, где имеют место изменение нагрузочного момента в широких пределах и тяжелые условия пуска.

Для анализа динамических свойств двигателя с последовательным возбуждением на рис.2.26 представлена линеаризованная структурная схема. При этом следует иметь в виду, что каждой точке статической характеристики соответствуют не только различные значения, $\Phi_{уст}, I_{Я\,уст}, \omega_{уст}$ но также и различные значения таких параметров как $T_в$ и $K_ф$.

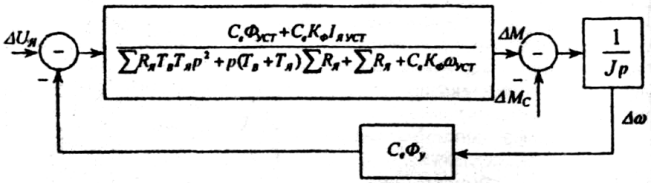


Рис.2.26. Структурная линеаризованная схема двигателя постоянного тока с последовательным возбуждением

Определение установившихся параметров двигателя возможно при наличии кривой намагничивания $\Phi = f(I_Я)$.

2.6.3. Двигатель постоянного тока со смешанным возбуждением.

Двигатель со смешанным возбуждением имеет обмотки независимого ОВН и последовательного ОВП возбуждения и включается по схеме, приведенной на рис.2.27.

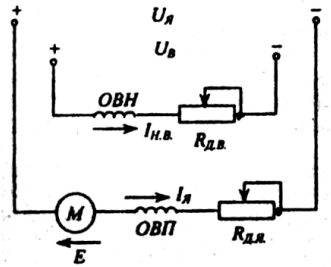


Рис.2.27. Схема включения двигателя со смешанным возбуждением

Соответственно его магнитный поток определяется ОВН и пропорционален току якоря ОВП. Кривая намагничивания двигателя представлена на рис.2.28.

При $I_Я=0$ магнитный поток машины определяется обмоткой независимого возбуждения. Вид механической характеристики двигателя существенно зависит от выбора значения $Ф_{кд}$, который определяет скорость идеального холостого хода. Чем выше значение $Ф_{н.в.}$ тем ближе по своим свойствам двигатель к свойствам двигателя с независимым возбуждением. Напротив, при малом $Ф_{нв}$, свойства двигателя приближаются к двигателю с последовательным возбуждением.

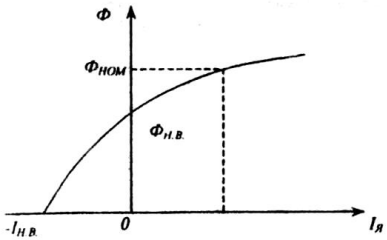


Рис.2.28. Характеристика намагничивания двигателя со смешанным возбуждением

Уравнения электромеханической и механической характеристики двигателя со смешанным возбуждением совпадают с соответствующими уравнениями для двигателя с последовательным возбуждением.

$$\omega = \frac{U_Я}{C_e \Phi(I_Я)} - \frac{I_Я \sum R_Я}{C_e \Phi(I_Я)}; \qquad (2.51)$$

$$\omega = \frac{U_Я}{C_e \Phi(I_Я)} - \frac{M \sum R_Я}{C_e C_M \Phi^2(I_Я)}. \qquad (2.52)$$

Форма статических характеристик $\omega(I_Я)$ *и* $\omega(M)$ (рис.2.29,а,б) в этом случае определяется кривой намагничивания двигателя.

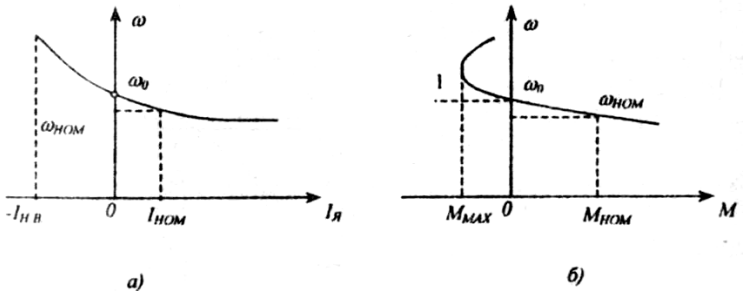


Рис.2.29. Статистические характеристики двигателя со смешанным возбуждением

При $I_Я = 0$ и $\omega = \omega_0$ и при изменении нагрузки в двигательном режиме от *0* до $M_{ном}$ скорость меняется в более широких пределах, чем у двигателя с независимым возбуждением за счет последовательной обмотки. При переводе двигателя в генераторный режим изменение знака магнитного потока последовательной обмотки приводит к быстрому снижению тока. Естественная механическая характеристика (см.рис.2.29,б) по форме отличается от электромеханической характеристики. Так как при $I_Я \to -I_{Н.В.}$ поток стремится к нулю, зависимость $\omega = f(M)$ в генераторном режиме имеет максимум и при возрастании скорости асимптотически приближается к оси ординат слева. Эффективность рекуперативного тор- можения у двигателей со сме-

шанным возбуждением из-за размагничивающего действия обмотки последовательного возбуждения существенно снижается.

Важным обстоятельством, обеспечивающим оптимальную работу двигателя, является условие согласного включения обеих обмоток. При встречном включении обмоток возбуждения механическая характеристика приобретает положительную жесткость.

Таким образом, характеристики двигателя со смешанным возбуждением занимают промежуточное положение между характеристиками двигателей с независимым и последовательным возбуждением.

2.7. Трехфазные асинхронные двигатели

2.7.1. Общие сведения

Трехфазные асинхронные машины применяют в качестве двигателей в двух исполнениях: с короткозамкнутым ротором и с фазным ротором. Схемы трехфазных двигателей приведены на рис.2.30

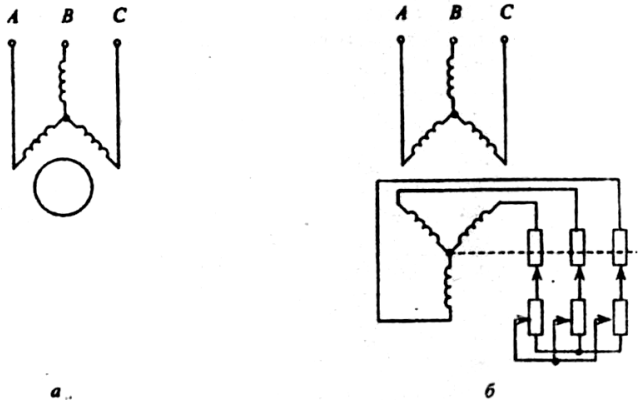


Рис. 2.30. Схемы трехфазных асинхронных двигателей: а - с короткозамкнутым ротором; б - с фазовым ротором

Простота, высокая надежность, низкая стоимость, высокий КПД таких двигателей способствовали широкому их внедрению в промышленности.

Недостатками асинхронных двигателей являются: потребление намагничивающего индуктивного тока, ухудшающего коэффициент мощности сети $\cos\varphi$; не удовлетворительные регу-

лировочные характеристики; плохие пусковые характеристики (у двигателей с короткозамкнутым ротором).

Если к статору трехфазной машины подвести трехфазный ток, то в машине возникнет вращающееся магнитное поле с частотой вращения $n1 = 60f/P$

Если в расточку статора поместить ротор, выполненный в виде беличьей клетки, то между статором и ротором, как и в трансформаторе, возникнет магнитная связь. Электромагнитные процессы в асинхронной машине подобны процессам, происходящим в трансформаторе. Отличие заключается в том, что вторичная обмотка в асинхронной машине вращается с частотой n.

Если $n=n_1$ и они направлены в одну сторону, проводники ротора не пересекутся магнитными силовыми линиями поля статора и, следовательно, ЭДС в роторе равна нулю. Поэтому обязательным условием взаимодействия статора и ротора асинхронной машины есть разность частот вращения n-n_1. Отношение $\frac{n1-n}{n}=S$ называют скольжением асинхронной машины.

В зависимости от соотношения между частотами вращения п,\л п различают три режима работы асинхронной машины:

1) двигательный, когда $n<n_1$ и частоты вращения направлены в

одну сторону $(0 \le S \le 1)$;

2) генераторный, когда $n>n_1$, и частоты вращения направлены в

одну сторону $(0 \ge S \ge -\infty)$

3) тормозной, когда частоты вращения n и n_1 направлены в разные стороны $(+1 \le S \le +\infty)$.

Основным режимом работы асинхронной машины является двигательный режим.

В случае, когда $n_1>n$ ЭДС в роторе не равна нулю, в нем возрастает активный ток. В результате взаимодействия созданного этим током поля с полем статора образуется результирующее поле.

В этих условиях механическое усилие F_1 приложенное к проводнику, создает момент на валу машины, который стремится повернуть ротор в направлении вращения поля, т.е. является вращающим моментом.

2.7.2. Механические характеристики асинхронного двигателя

Для вывода уравнения механической характеристики асинхронного двигателя можно воспользоваться упрощенной схемой замещения приведенной на рис.2.31.

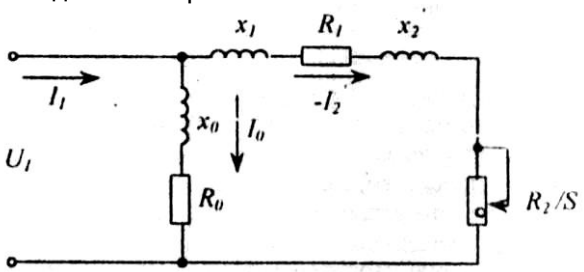


Рис. 2.31 Схема замещения

Здесь приняты следующие обозначения: U_1 - первичное фазное напряжение; - фазный ток статора; до x_1 и x_2 - первичное и вторичное приведенные реактивные сопротивления контура намагничивания; I_0 - намагничивающий ток; I_2 - приведенный ток ротора; R_1 и R_2 - первичное и вторичное приведенные активные сопротивления.

В соответствии с приведенной схемой замещения можно получить выражение для вторичного тока

$$I_2 = \frac{U_1}{\sqrt{(R_1 + \frac{R_2}{S})^2 + (x_1 + x_2)^2}}.$$

Активная электромагнитная мощность, передаваемая через воздушный зазор ротору трехфазного двигателя, может быть записана в виде

$$P = 3I_2^2 R_2 / S = \frac{3U_1^2 R_2 / S}{(R_1 + R_2 / S)^2 + x_K^2}, \qquad (2.53)$$

где $x_1 = x_1 + x_2$ - индуктивное сопротивление короткого замыкания.

Или же через электромагнитный момент и скорость поля

$$P = \frac{3U_1^2 R_2}{\omega_0 \left[(R_1 + R_2 / S)^2 + x_K^2 \right]}. \qquad (2.54)$$

Внешний вид механической характеристики асинхронного двигателя *M=f(S)* представлен на рис.2.32.

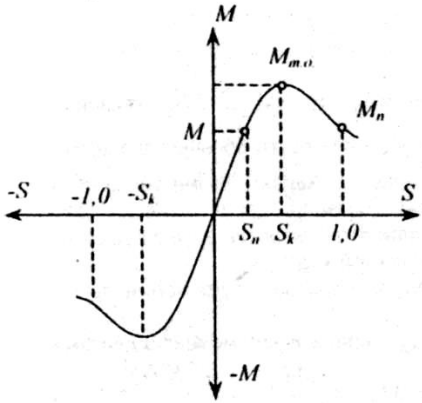


Рис. 2.32. Механическая характеристика асинхронного двигателя

Анализ механической характеристики показывает, что она имеет точку экстремума; критическое скольжение S_{kl} соответствующее экстремуму, может быть определено путем дифференцирования (2.54) по *S* и последующего приравнивания нулю этой производной:

$$S_k = \pm R_2 \Big/ \sqrt{R_1^2 + x_k^2}. \qquad (2.55)$$

Подставляя S_k в (2.55), найдем выражение для максимального момента M_m:

$$I_2 = \frac{3U_1^2}{2\omega_0\left[R_1^2 \pm \sqrt{R_1^2 + x_k^2}\right]}. \qquad (2.56)$$

Знаки (+) и (-) в знаменателе означают работу двигателя соответственно в двигательном (торможению противовключением) и генераторном режимах.

Если выражение (2.54) разделить на (2.56) и произвести соответствующие преобразования, то получим уравнение механической характеристики в форме так называемой формулы Клосса:

$$M = \frac{2M_m(1 + aS_k)}{\dfrac{S}{S_k} + \dfrac{S_k}{S} + 2aS_k} \qquad (2.57)$$

где $a = \frac{R_1}{R_2}$

Нетрудно заметить, что при $S \leq S_k$ механическая характеристика близка к линейной, а в области больших скольжений $S \geq S_k$ имеет гиперболический характер. Характерными точками механической характеристики являются:

1) $S=0$; $M=0$, при этом скорость вращения двигателя равна синхронной (идеальный холостой ход);

2) $S=S_H$; $M=M_H$, что соответствует номинальной скорости и номинальному моменту;

3) $S=S_k$; $M=M_H$ - критический момент в двигательном режиме;

4) $S=1$; $M = M_П = \frac{2M_{м.д.}(1+aS_к)S_к}{1+S_k^2(1+2a)}$ *начальный пусковой момент.*

При $S>1,0$ двигатель работает в режиме противовключения, при $S<0$ имеет место режим рекуперативного торможения. При этом необходимо отметить, что абсолютные значения $S_к$ в двигательном и генераторном режимах одинаковы.

Однако из (2.56) следует, что критические моменты в двигательном и генераторном режимах различны. Причем в генераторном режиме он больше.

Если в формуле Клосса пренебречь активным сопротивлением статора, то получится формула, более удобная для расчетов:

$$M = \frac{2M_m}{\frac{S}{S_к} + \frac{S_к}{S}} \qquad (2.58)$$

Для правильного понимания особенностей статических режимов асинхронного двигателя полезно установить физические причины, определяющие характер зависимости момента двигателя, от скольжения исходя из выражения электромагнитной мощности, запишем:

$$M = \frac{P}{\omega_0} = \frac{3E'_2 I'_2 \cos f_2}{\omega_0} = K\Phi_{\max} I'_2 \cos\psi_2, \qquad (2.59)$$

где $E'_2 = E_1 = 4.44 f_1 w_1 \Phi_{\max}; K = 4.44 f_1 w_1 \cdot 3$.

Здесь w_1 - число витков обмотки статора.

Зависимость $\cos\psi_2$, от скольжения можно получить с помощью схемы замещения:

$$\cos\psi_2 = \frac{R_2}{\sqrt{R_2'^2 + x_2'^2 \cdot S^2}} \qquad (2.60)$$

На рис. 2.33 а,б представлены зависимости $I_2 = f(s)$ и $\cos\psi_2 = f(S)$.

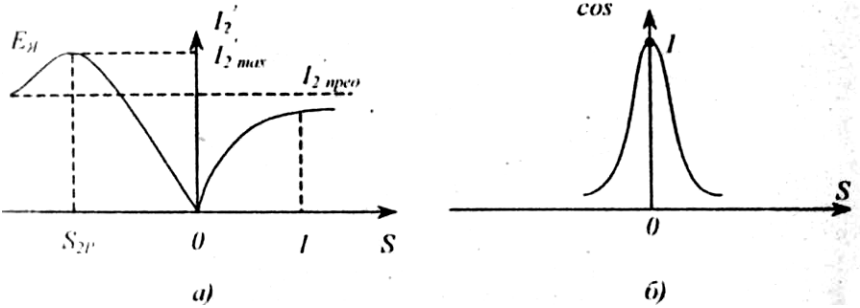


Рис. 2.33. Зависимость тока I_2 и $\cos\psi_2$ от скольжения

Из рис. 2.33 видно, что при возрастании момента в двигательном режиме I'_2 монотонно увеличивается. В генераторном режиме (S<0) $I'_{2\max} = U_1 / x_k$ ток $S_{гр} = -R_2 / R_1$ стремится к асимптоте и при возрастании скольжения монотонно убывает, стремясь при $S \to \infty$ к нулю.

Если принять, что $\Phi_{\max} \approx const$, то момент двигателя при малых скольжениях, где $\cos\varphi_2$ изменяется медленно, должен возрастать при увеличении тока. В области больших скольжений I'_2 стремится к $I'_{2\,пред}$ момент снижается по тому же закону, что и $\cos\varphi_2$.

В действительности ЭДС E_1 и магнитный поток Φ_{max} двигательном режиме с ростом нагрузки и связанного с ним падением

напряжения в цепи статора снижаются.

При больших скольжениях определяющим становится падение напряжения на сопротивлении аналогично снижаются E_1 и Φ_{max}.

Естественная характеристикам $\omega = f(M)$ для асинхронных двигателей с фазным ротором представлена на рис. 2.34.

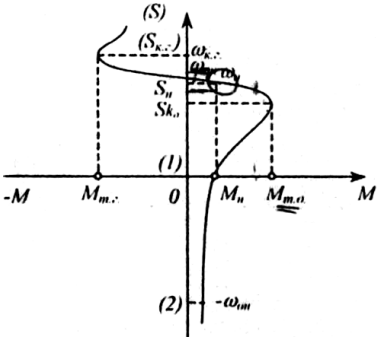


Рис. 2.34. Естественная механическая характеристика асинхронного двигателя с фазным ротором

Рабочий участок характеристики обладает высокой жесткостью, модуль которой при $M<M_{т.д.}$ с возрастанием момента двигателя уменьшается и стремится к нулю и даже становится положительным, и практически двигатель в этом режиме не используется.

Если ротор двигателя вращать против поля *(a<0, S>1),* двигатель переходит в тормозной режим противовключения. В этом режиме поток снижен, $\cos\varphi_2$ мал, поэтому двигатель развивает небольшие значения тормозного момента, потребляя из сети ток в 5-10 раз больше номинального.

Область $\omega > \omega_0$ $(S < 0)$ соответствует генераторному режиму работы параллельно с сетью, а механическая энергия частично расходится в виде теплоты и в основном отдается в сеть. При дальнейшем возрастании скорости и соответствующем увеличении частоты тока ротора уменьшается коэффициент мощности двигателя и при $S=S_{гр}$ становится равным нулю. При $\omega_0 > \omega < \omega_{гр}$ имеет место режим рекуперативного торможения, при $\omega = \omega_{гр}$ наступает режим динамического торможения, а при

$\omega > \omega_{гр}$ со двигатель начинает потреблять энергию из сети, как и при режиме противовключения.

Двигатель с фазным ротором, благодаря выведенным на контактные кольца выводам обмотки ротора, обеспечивает возможность изменения параметров цепи ротора путем добавочных сопротивлений.

На рис.2.35. приведены искусственные механические характеристики двигателя при увеличении активного сопротивления ротора.

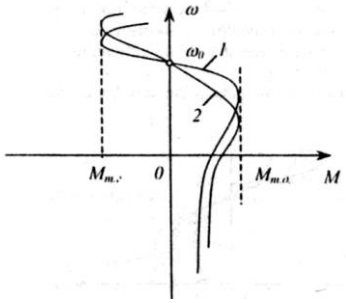


Рис. 2.35. Механические характеристики двигателя при увеличении активного сопротивления ротора: 1 - естественная; 2 - искусственная

Введение сопротивления в цепь ротора при пуске двигателя и при торможении противовключением ограничивает ток и повышает момент двигателя. Модуль жесткости рабочего участка механической характеристики при введении сопротивления при заданном моменте обратно пропорционален сопротивлению ротора.

Увеличение индуктивного сопротивления $x_к$ в цепи статора приводит к уменьшению $S_к$ и M_m. Заметим, что последовательное введение в силовую цепь двигателя емкостного сопротивления позволяет снижать $x_к$ и, следовательно, увеличивать перегрузочную способность двигателя.

Введение дополнительных активных сопротивлений в цепь статора также влияет на величины $S_к$ и M_m Следует отметить, что изменение вышеупомянутых параметров двигателя в любом случае приводит к изменению скорости двигателя; изменение активных и реактивных сопротивлений в цепях управления двигателя используется редко.

Значительно чаще управ- ление двигателем осуществля-

ется за счет изменения напряжения и частоты тока статора.

В пределах рабочего участка механической характеристики, когда ток статора не превышает существенно номинальное значение, ЭДС двигателя E_1 незначительно отличается от напряжения сети:

$$U_1 \approx E_1 = 4.44 f_1 \omega_1 \Phi_m.$$

Отсюда следует, что при неизменной частоте изменение напряжения приводит к изменению магнитного потока двигателя. Увеличение напряжения приводит к выходу магнитного потока на участок насыщения и, следовательно, не имеет практического применения. Снижение напряжения соответственно снижает магнитный поток и может рассматриваться как управляющее воздействие аналогично полюсному управлению двигателя постоянного тока.

Форма характеристик двигателя при f_1=*const* и U_{var} приведена на рис. 2.36.

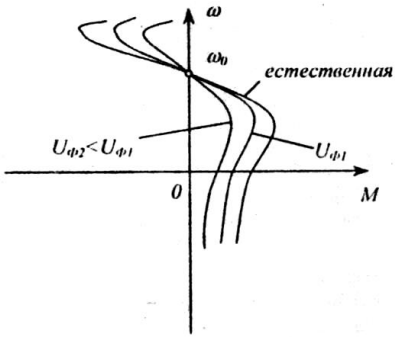


Рис. 2.36. Механические характеристики асинхронного двигателя при изменении напряжения статора

При этом скольжение $S_к$ остается неизменным, а момент M_m уменьшается пропорционально квадрату напряжения. Во всех рассмотренных вариациях параметров скорость идеального холостого хода ω_0 остается неизменной.

Изменение частоты тока статора f_1; приводит к пропорциональному изменению величины $\omega_0 = 2\pi f_1 / P_1$, и к изменению потока двигателя Φ_T Увеличение частоты $f_1 > f_{1ном}$ вызывает соответствующее уменьшение потока Φ_T и уменьшение $S_{кр}$ из-за уве-

личения ω_0 и повышения x_k как показано на рис. 2.37.

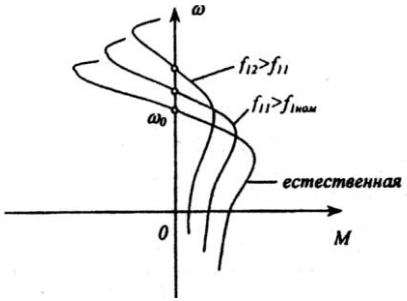


Рис 2.37. Механические характеристики асинхронного двигателя при увеличении частоты питания

При необходимости уменьшения частоты $f_1<f_{1ном}$ для снижения скорости $\omega_0 < \omega_{0ном}$ необходимо дополнительно изменять напряжение U_1 таким образом, чтобы поток поддерживался примерно постоянным.

Анализ работы двигателя основан на предположении, что при данной механической, характеристике на ее рабочем участке параметры двигателя R_1, R_2, x_1 и x_2 остаются неизменными, что справедливо только для двигателей с фазным ротором. В двигателе с короткозамнутым ротором изменение вышеупомянутых параметров весьма существенно и его необходимо иметь в виду. Расчет механической характеристики в этом случае может быть выполнен по выражению:

$$M = \frac{3U_1^2 r_2^{'} / s}{\omega_0 f^{'} \left[\left(r_1 + c_f \frac{r_2}{S} \right)^2 + \left(x_1 + c_f x_2 \right)^2 f^{'} \right]} \qquad (2.61)$$

где $f^{'} = \frac{f}{f_n}$ - частота в долях номинальной; C_1 - модуль комплекса учитывающего влияние намагничивающего контура.

Величина c_f может быть определена из уравнения

$$c_f = \frac{1}{r_0^2 + x_0^2 f'^2} \times$$

$$\times \sqrt{\left[(r_1 + r_0) r_0 + (x_1 + x_0) x_0 f'^2\right]^2 + \left[(r_1 + r_0) x_0 + (x_1 + x_0) x_0 f'^2\right]} \quad (2.62)$$

где r_0, x_0 - активное и реактивное сопротивление намагничивающего контура.

Задавая различные законы изменения напряжения U_1 в зависимости от частоты f_u по приведенным уравнениям можно рассчитать механические характеристики асинхронного двигателя, соответствующие различным частотам.

Существуют асинхронные двигатели, обмотки статора которых позволяют переключить их, образуя различное число пар полюсов. В таких двигателях возможно ступенчатое управление угловой скоростью путем переключения обмотки статора под нагрузкой. Допустим, что двигатель работал с меньшим числом пар полюсов P_h имея синхронную скорость $\omega_0 = 60f/P_1$ (рис.2.38), что соответствует точке А характеристики.

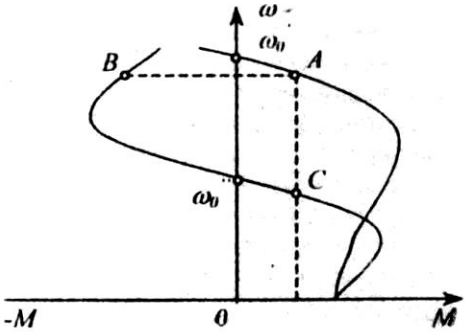


Рис. 2.38. Ступенчатое управление частотой вращения путем переключения числа пар полюсов

При переключении на число пар полюсов P_2=2Px синхронная скорость двигателя $\omega_0'' = \omega_0' / 2$. Поэтому в момент переключения он перейдет из состояния, соответствующего точке А, в точку В и окажется о генераторном режиме работы.

На участке характеристики происходит торможение с отдачей энергии в сеть. Если момент сопротивления сохранился

неизменным, установится новая скорость, примерно в два раза меньше, определяемая точкой С.

2.7.3. Динамические свойства асинхронных двигателей

Рассмотрим динамику работы асинхронного двигателя при управлении напряжением на статоре, пренебрегая электромагнитными переходными процессами и учитывая только электромеханические.

Уравнение движения для параметров, приведенных к валу двигателя, где р обозначает производную, имеет вид

$$Jp\omega = M_0 - M_c. \qquad (2.63)$$

Пусть в общем виде момент сопротивления является функцией углевой скорости $M_c(\omega)$. Учитывая, что вращающий момент двигателя является функцией ω и U_1 переходной процесс характеризуется в общем виде нелинейным уравнением

$$Jp\omega = M(U,\omega) - M_c(\omega). \qquad (2.64)$$

Выведем передаточную функцию в отклонениях, используя линеаризацию статических характеристик. Разлагая (2.64) в ряд Тейлора и пренебрегая величинами высшего порядка малости, получим уравнение динамики в виде

$$Jp\square\omega = M_0 + \frac{\partial M}{\partial U}\Delta U + \frac{\partial M}{\partial \omega}\Delta\omega - M\omega - \frac{\partial M_c}{\partial U}\Delta\omega \qquad (2.65)$$

Здесь M_0 и $M\omega$ - начальные значения параметров. Вычитая из уравнения динамики уравнение статики $M_0 = M\omega$, получим

$$Jp\square\omega = \left(\frac{\partial M_c}{\partial \omega} - \frac{\partial M}{\partial \omega}\right)\Delta\omega = \frac{\partial M}{\partial U}\Delta U, \qquad (2.66)$$

или, разделив на выражение в скобках,

$$(T_M p + 1)\Delta\omega = K\Delta U, \qquad (2.67)$$

где $T_M = J \Big/ \left(\frac{\partial M_c}{\partial \omega} - \frac{\partial M}{\partial \omega}\right)$ - электромеханическая постоянная времени.

$$K = \frac{\partial M}{\partial U} \Bigg/ \left(\frac{\partial M_c}{\partial \omega} - \frac{\partial M}{\partial \omega} \right)$$ - коэффициент передачи

Из (2.67) очевидно, что со сделанными допущениями передаточная функция асинхронного двигателя при управлении напряжением имеет вид

$$W(p) = \Delta\omega(p) / \Delta U(p) = K(T_M p + 1), \qquad (2.68)$$

где *K, T_M* - переменные параметры, зависящие от точки на характеристиках $M_0 = M_{co}$, около которой происходит регулирование. При $M_c = const$ и $\partial M_c / \partial\omega = 0$ зависимость вращающего момента может быть принята линейной:

$$M_c = M_{НОМ}(S / S_{НОМ}). \qquad (2.69)$$

Дифференцируя выражение для скольжения $S = (\omega_1 - \omega) / \omega_1$ и, подставляя его в (2.69), получим $\partial M / \partial\omega = -M_{НОМ} / (S_{НОМ}\omega_1)$. Тогда параметры передаточной функции примут вид

$$T_M = JS_{НОМ} / M_{НОМ}; \;\; K = K_{дв} S_{НОМ} / M_{НОМ} \qquad (2.70)$$

Способ управления асинхронного двигателя путем изменения подводимого напряжения может быть применен либо для двигателей небольшой мощности, либо (при средней и большой мощности) при кратковременном регулировании угловой скорости, так как вся мощность скольжения выделяется в виде теплоты в роторе, что может перегреть двигатель.

Выведем передаточную функцию асинхронного двигателя при частотном управлении, Обозначим через ω_{1n} - угловую скорость поля статора при частоте f_n.Тогда относительная скорость поля

$$n = f_n / f_{НОМ} = \omega_{1n} / \omega_1 \qquad (2.71)$$

где скорость ω_1, связана с номинальной частотой сети. Введем понятие фиктивного скольжения

Действительная угловая скорость при частоте f_n

$$\omega = \omega_{1n}(1 - S) \qquad (2.72)$$

$$\omega = \omega_1(n - S_ф). \qquad (2.73)$$

Для малых скольжений вращающий момент двигателя пропорционален скольжению

$$M = (M_{НОМ} / S_{НОМ}) S_ф \qquad (2.74)$$

При $M_c = 0$ уравнение динамики приобретает вид как $Jp\omega = M$

$$\text{Тогда} \quad Jp\omega_1(n - S_ф) = (M_{НОМ} / S_{НОМ}) S_ф \qquad (2.75)$$

Это выражение можно представить как

$$\frac{Jp\omega_1 S_{НОМ}}{M_{НОМ}} p \frac{S_ф}{S_{НОМ}} + \frac{S_ф}{S_{НОМ}} = \frac{J\omega_1}{M_{НОМ}} pn. \qquad (2.76)$$

Если за входную величину принять относительную скорость поля *n,* а за выходную - Относительное скольжение $\sigma = S_ф / S_{НОМ}$, то выражение (2.76) примет вид

$$T_{M1} p\sigma + \sigma = T_{M2} pnz, \qquad (2.77)$$

где $T_{M1} = J\omega_1 S_{НОМ} / M_{НОМ}$; $TM_2 - J\omega_1 / M_{НОМ}$

Тогда передаточная функция двигателя при частотном управлении имеет следующий вид:

$$W(p) = \sigma(p) / n(p) - T_{M2} p / (T_{M1} p + 1). \qquad (2.78)$$

Частотное управление является одним из перспективных способов управления асинхронными двигателями. Механические характеристики в своей рабочей части достаточно жесткие. Регулирование скорости возможно не только под нагрузкой, но и на холостом ходу. Потери мощности невелики, так как двигатель всегда работает на малых скольжениях.

2.8 Синхронные двигатели

Синхронной называют такую машину переменного тока, частота вращения ротора которой равна частоте вращения магнитного поля, создаваемого обмоткой статора. Синхронная машина имеет электромагнитное (с помощью электромагнитов) или магнитоэлектрическое (с помощью постоянных магнитов) возбуждение.

Такая машина может работать как в генераторном, так и в двигательном режиме. Наибольшее распространение она получила в качестве генератора переменного тока. Конструктивно синхронную машину выполняют по типу машин постоянного тока, с неподвижными полюсами.

и вращающейся обмоткой, от которой переменный ток подается во внешнюю цепь через кольца. Чаще обмотку, в которой наводится ЭДС, располагают на неподвижной части, а полюса делают вращающимися. На рис.2.29 представлена схема синхронного генератора.

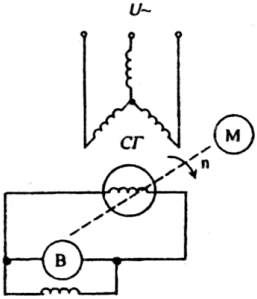


Рис. 2.39. Схема синхронного генератора

Первичный двигатель М вращает ротор, генератора и возбудитель. В качестве возбудителя используют генератор постоянного тока параллельного возбудителя, который создает постоянный ток в обмотке возбудителя синхронного генератора (СГ). Так как ротор СГ вращается, постоянный магнитный поток тоже вращается и наводит в обмотке статора ЭДС, частота которой зависит от частоты вращения первичного двигателя М. Для обеспечения стабильной частоты (50 Гц) необходимо, чтобы частота вращения первичного двигателя n = const.

Синхронные двигатели в основном выполняются явно полюсными. Учитывая важные свойства синхронных двигателей - при перевозбуждении работать с опережающим $\cos\varphi$, их изготовляют для постоянной работы $\cos\varphi = 1$ и опережающим $\cos\varphi = 0{,}8$.

Статор двигателя имеет ту же конструкцию, что и статор синхронного генератора. Для облегчения пуска зазор у него делается меньше, чем у генератора. В полюсные наконечники двигателей закладывают специальную пусковую обмотку. Как отмечалось, электромеханические машины обладают свойством обратимости. Если к синхронному генератору, работающему параллельно с сетью, подвести механическую энергию, то машина будет продолжать вращаться синхронно, так как статор и ротор по прежнему упруго сцеплены между собой. Разница лишь в том, что при работе машины в качестве двигателя мощность подводят

из цепи к его статору, магнитный поток которого является ведущим звеном системы, а поток ротора и, следовательно, сам ротор - ее ведомым звеном. Вращающий момент синхронного двигателя при пуске равен нулю, поэтому двигатель необходимо раскручивать тем или иным способом до частоты вращения, близкой к синхронной. Обычно пуск синхронного двигателя осуществляется так называемым асинхронным пуском, для чего в полюсные наконечники закладывается пусковая короткозамкнутая обмотка из медных или латунных стержней.

Пуск двигателя состоит из двух этапов: первый этап - асинхронный набор частоты вращения при отсутствии возбуждения постоянным током и второй этап - втягивание в синхронизм после включения постоянного тока возбуждения.

В соответствии со вторым законом Кирхгофа приложенное к двигателю напряжение *U* в любой момент времени уравновешивается совокупностью противо-ЭДС двигателя: $\dot{U} = \sum \dot{E}_{дв} = -\left(\dot{E}_0 + \dot{E}_q + \dot{E}_d\right) = -\dot{E}_0 + j\dot{I}_q + j\dot{I}_d x_d$, где $\dot{E}_0$ - основная ЭДС;

$\dot{I}$ - ток статора; $\dot{I}_d$ - индуктивная составляющая тока статора; x_q и x_d - индуктивные сопротивления поперечной и продольной реакции якоря.

Причем параметры $\dot{U}$, $\dot{I}$, $\cos\varphi(\varphi > 0), x_q, x_d$ предполагают заданными. Векторная диаграмма синхронного двигателя приведена на рис.2.40. Под углом φ к вектору тока $\dot{I}$ откладывают вектор напряжения $\dot{U}$, который уравновешивается $\sum \dot{E}_{дв}$.

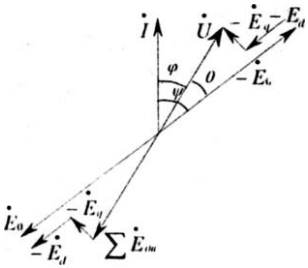


Рис. 2.40. Векторная диаграмма перевозбужденного синхронного двигателя

Суммируя векторы $\dot{E}_я$ и $\dot{E}_q$ с вектором $\dot{U}$, получим век ЭДС - $\dot{E}_я$. Следует отметить, что при индуктивном характере нагрузки ($\varphi > 0$) и $\cos\varphi = const$ реакция якоря размагничивает генератор и намагничивает двигатель. Это объясняется тем, что ток, а стало быть, и создаваемая им МДС реакции якоря, ориентированы противоположно относительно ЭДС $\dot{E}_0$, создаваемой в генераторе и двигателе основным потоком $\dot{\Phi}_0$.

О работе синхронного двигателя судят по рабочим характеристикам: $n, M, \eta, \cos\varphi - f(P_2)$ при $U = const, f = const, I_B = const$ (рис.2.41, а,б). Частота вращения n = = 60f/p = const при всех режимах. Вращающий момент $M = M_0 + M_2$ - Момент холостого хода $M_0 = const$, а полезный момент $M_2 = P_2 / \omega_1$ изменяется пропорционально полезной мощности, и зависимость $M = f(P_2)$ изображают прямой линией.

Зависимость $\eta = f(P_2)$ имеет обычный для всех электрических машин характер. КПД почти постоянен в пределах изменения нагрузки от $0.5P_{2НОМ}$ до $P_{2НОМ}$. Характер изменения $\cos\varphi - f(P_2)$ (рис.2.41,б) зависит от того, какое установлено возбуждение двигателя. Если подрегулировать ток возбуждения так, что при холостом ходе $\cos\varphi = 1$ (см.рис.2.41,6, кривая 1), то при нагрузке для получения необходимо повысить ток возбуждения. Но так как по условию $I_B = const$, то при нагрузке по лучится режим недовозбуждения, при котором появятся реактивные токи, отстающие от $U, [\cos(+\varphi)]$.

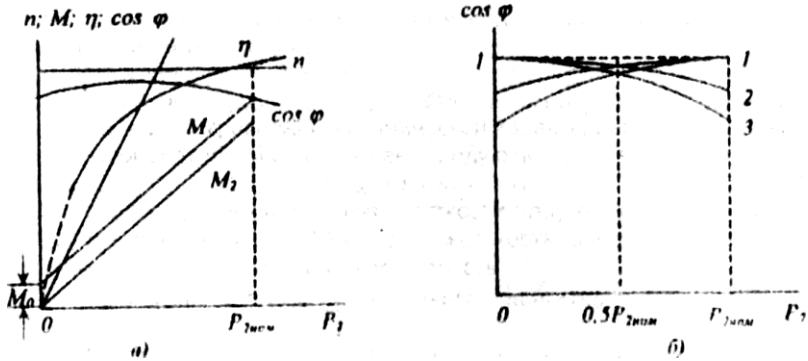


Рис. 2.41 Рабочие характеристики синхронного двигателя

Если $\cos\varphi = 1$ при номинальной нагрузке (см.рис. 2.41, б, кривая 2), то при недогрузке двигатель потребляет из сети реактивные (емкостные) опережающие $[\cos(+\varphi)]$, а при перегрузке - отстающие (индуктивные) токи. Для возможно меньшего изменения $\cos\varphi$ устанавливают нормальное возбуждение ($\cos\varphi = 1$) при нагрузке, равной 0,5 $P_{2НОМ}$ (см.рис. 2.41,б, кривая 3).

Если пренебречь активным сопротивлением обмотки статора то потребляемая двигателем из сети активная мощность $P_1 = m_1 UI\cos\varphi$ приближенно равна электромагнитной мощности $P_{эм}$:

$$P_{эм} \approx P_1 \approx m_1 UI\cos\varphi. \qquad (2.79)$$

Из векторной диаграммы при $\varphi = \psi - \theta$ определяем

$$I_d = I\sin\psi = E_d / x_d = (E_0 - U\cos\theta)/x_d; \qquad (2.80)$$

$$I_q = I\cos\psi = E_q / x_q = (U\sin\theta / x_q); \qquad (2.81)$$

Подставив (3.66) в (3.64), получим

$$P_{эм} = m_1 UI\cos(\psi - \theta) = m_1 UI\cos\psi\cos\theta + m_1 UI\sin\psi\sin\theta =$$
$$m_1 U\frac{U\sin\theta}{x_d}\cos\theta + m_1 U\frac{E_0 - U\cos\theta}{x_d}\sin\theta = \qquad (2.82)$$
$$\frac{m_1 UE_0}{x_d}\sin\theta + \frac{m_1 U2}{2}\left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_q}\right)\sin 2\theta = P_{осн} + P_{доп},$$

где $P_{ос}P_{доп}$ - основная и дополнительная электромагнитные моменты.

Электромагнитный момент синхронного двигателя.

$$M = \frac{P_{эм}}{\omega_1} = \frac{m_1 UE_0}{x_d\omega_1}\sin\theta + \left(\frac{1}{x_q} + \frac{1}{x_d}\right)\sin 2\theta = M_{осн} + M_{доп}, \qquad (2.83)$$

где $M_{осн}, M_{доп}$ - основной и дополнительный вращающие мометы.

Электромагнитный момент складывается из двух составляющих взаимодействие поля ротора с полем статора создает основу составляющую

$$M_{осн} = \frac{m_1 UE_0}{x_d\omega_1}\sin\theta, \qquad (2.84)$$

Дополнительная составляющая момента $M_{доп}$ возникает вследствие искривления поля реакции якоря. Эту составляющую называют реактивным моментом**.** Реактивный (дополнительный) момент

$$M_{доп} = \frac{mU^2}{2\omega_1}\left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right)\sin\theta \qquad (2.85)$$

Зависимость электромагнитного момента от угла $\theta\, M = f(\theta)$ приведена на рис.2.42 и обычно называется угловой характеристикой машины.

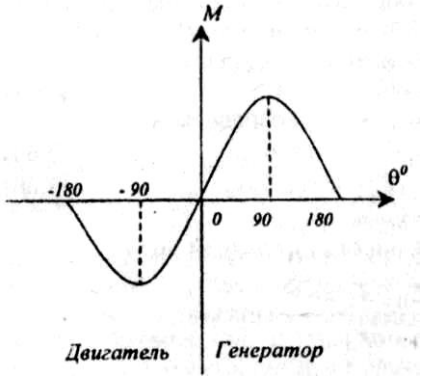


Рис.2.42. Зависимость $M = f(\theta)$

Если $\theta > 0$, то мощность и момент положительны и машина работает в режиме генератора и отдает электрическую мощность, а электромагнитный момент тормозной. Работа синхронной машины в режиме генератора устойчива при изменении θ в пределах 0 - 90°. Значению θ = 90° соответствует максимальная электрическая мощность и момент. Работа машины за точкой θ = 90° соответствует неустойчивой работе генератора.

Перемена знака 0 вызывает изменение знака электрической мощности и момента, а машина переходит в режим двигателя. Если момент сопротивления превышает максимальный момент двигателя, то произойдет выпадение двигателя из синхронизма и он остановится.

В номинальном режиме угол $\theta = 20 \div 30^{\circ}$. Этим обстоятельством определяется перегрузочная способность синхронного двигателя $\lambda = M_{\max} / M_{НОМ} = 2 \div 3$. Уравнение механической характеристики синхронного двигателя в операторной форме имеет следующий вид :

$$M = (C_{эм} / p + \beta)(\omega - \omega_0), \qquad (2.86)$$

где $C_{эм} = M_{НОМ} / \theta_{НОМ}$ - коэффициент жесткости упругой электромагнитной связи двигателя; $\beta = 2Mк / \omega_0 Sк$ - жесткость двигателя в асинхронном режиме; ω_0 - синхронная скорость.

Структурная схема синхронного двигателя приведена на рис.2.43.

При *p=0*; получим уравнение статической механической характеристики $\omega = \omega_0 = const$. Следовательно, в статическом виде изменения нагрузки не приводят к изменению скорости, так как модуль статической жесткости равен бесконечности.

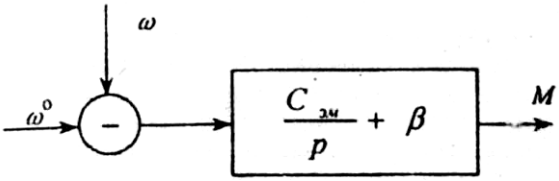


Рис. 2.43. Структурная схема синхронного двигателя

Синхронные двигатели мощностью от долей ватта до нескольких сотен ватт применяют в системах автоматики.

Особенность синхронных двигателей состоит в том, что частота вращения ротора жестко связана с частотой тока, протекающего в статорных обмотках. Поэтому если статор питается током неизменной частоты (например, от промышленной сети), частота вращения постоянна и не зависит от нагрузки. Такие двигатели используют в системах, требующих строго постоянной частоты вращения (электрические часы, лентопротяжные механизмы, программные устройства и т.п.).

В том случае, когда частота тока изменяется (системы синхронной связи), частота синхронного вращения меняется вместе с частотой сети.

К группе синхронных двигателей следует отнести также двигатели, у которых частота тока в статоре определяется частотой вращения ротора, так как с ротором связан задающий генератор, управляющий частотой тока в статорных обмотках. Поскольку источником питания таких двигателей служит сеть постоянного тока, они получили название бесконтактных (бесщеточных) двигателей постоянного тока *или* вентильных двигателей.

В цифровых системах автоматики применяют *шаговые* двигатели, в обмотки статора которых поступают импульсы тока от устройств управления, а частота вращения ротора строго синхронизирована с частотой поступающих импульсов.

В зависимости от особенностей возбуждения синхронные двигатели делят на двигатели с активным ротором, представляющим собой явно полюсный ротор из постоянного магнита; с реактивным ротором, представляющим собой явно полюсный или

зубчатый ротор из магнитомягкого материала, и индукторные машины, возбуждение которых создается постоянной составляющей тока в обмотках статора, постоянным магнитом или специальной неподвижной обмоткой возбуждения.

Часто для привода устройств автоматики требуется относительно небольшая частота вращения выходного вала. При небольшой мощности привода (единицы или десятки ватт) целесообразно применять редукторные двигатели, совмещающие функции двигателя и понижающего редуктора. Редуцирование частоты вращения осуществляют за счет зубчатого (гребенчатого) выполнения полюсов статора и ротора из магнитомягкого материала, что равносильно увеличению в несколько раз числа пар полюсов. Этот принцип редуцирования используют и в шаговых двигателях для уменьшения размера шага, т. е. угла поворота ротора под действием каждого импульса.

Другим типом двигателя с пониженной частотой вращения являются двигатели с катящимся ротором, работающие по принципу механических планетарных редукторов

Все двигатели отличаются высокой эксплуатационной надежностью из-за отсутствия подвижных электрических контактов.

ГЛАВА 3. СИНТЕЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

3.1 Основные этапы синтеза корректирующих устройств

При проектировании систем автоматического управления возникает необходимость в изменении динамических свойств систем с целью обеспечения требуемой устойчивости и точности управления. Это осуществляется путем определения синтеза и введения специальных корректирующих звеньев. Эти звенья могут иметь различные передаточные функции и по-разному включаться в состав проектируемой системы.

По способу включения в схему системы корректирующие устройства разделяются на следующие три типа:

1) последовательные корректирующие устройства;

2) параллельные корректирующие устройства;

3) корректирующие устройства в цепи местной обратной связи.

Обычно 2-й и 3-й типы корректирующих устройств объединяются в одну группу параллельных корректирующих устройств.

$W_c(p)$ - передаточная функция части исследуемой системы, непосредственно связанная с корректирующими звеньями;

$W_{пз}(p)$ - передаточная функция последовательного корректирующего звена;

$W_П(p)$ - передаточная функция параллельного корректирующего звена;

$W_{ос}(p)$ - передаточная функция корректирующего звена цепи обратной связи;

$W_1(p)$ – передаточная функция исследуемой системы, не связанная с корректирующим устройством.

Свертывая структурные схемы, получаем соответствующие эквивалентные передаточные функции части системы:

$$W_{э1}=W_c(p)\cdot W_{пз}(p); \qquad (3.1)$$

$$W_{э2}=W_c(p)+ W_П(p); \qquad (3.2)$$

$$W_{эз}(p)=\frac{W_c(p)}{1+W_c(p)\cdot W_{oc}(p)}. \qquad (3.3)$$

В выражении (3.3) учитывается только отрицательная обратная связь.

Все рассмотренные типы корректирующих устройств имеют

равные возможности воздействия на динамические характеристики системы. Однако из условия простоты технической реализации, надежности исполнения для конкретной проектируемой системы может отдаваться предпочтение одному из этих типов корректирующих устройств.

На основании равенства выражений для эквивалентных передаточных функций (3.1), (3.2), (3.3) могут быть получены следующие формулы перехода от одного типа корректирующего устройства к другому:

$$W_{пз}(p) = \frac{1}{1 + W_c \cdot W_{ос}(p)}; \tag{3.4}$$

$$W_{ос}(p) = \frac{1 - W_{пз}(p)}{W_c(p) \cdot W_{пз}(p)}; \tag{3.5}$$

$$W_{пз}(p) = \frac{W_c(p) + W_П(p)}{W_c(p)}; \tag{3.6}$$

$$W_п(p) = W_c(p)\left[W_{пз}(p) - 1\right]; \tag{3.7}$$

$$W_{ос}(p) = \frac{-W_П(p)}{W_c(p) + W_c(p) \cdot W_П(p)}; \tag{3.8}$$

$$W_П(p) = \frac{-W^2{}_c(p) \cdot W_{ос}(p)}{1 + W_c(p) \cdot W_{ос}(p)}; \tag{3.9}$$

Полученные зависимости показывают на функциональную связь передаточных функций различных типов корректирующих устройств. Это означает, что заданная коррекция динамических характеристик синтезируемой системы может быть принципиально осуществлена любым из рассмотренных типов корректирующих устройств.

Существует ряд способов синтеза корректирующих устройств методом логарифмических частотных характеристик, которые отличаются в основном в построении желаемой ЛАЧХ. Этому вопросу посвящены работы В.В. Солодовникова, Т.Н. Соколова, А.Г. Ивахненко и др.

Синтез корректирующих устройств автоматического управления методом ЛАЧХ может быть разделен на ряд этапов.

1. С учетом требуемого коэффициента усиления разомкнутой системы, выбранного из условия обеспечения допустимой ошибки в установившемся режиме, строится логарифмическая амплитудно-частотная характеристика нескорректированной си-

стемы.

2. Строится желаемая ЛАЧХ, обеспечивающая требуемые показатели качества: перерегулирование σ_{max}, время регулирования T_{max}.

3. Определяется ЛАЧХ корректирующего устройства. Особенно просто это можно сделать для последовательного корректирующего устройства, логарифмическая амплитудно-частотная характеристика которого получается вычитанием ординат ЛАЧХ нескорректированной системы из ординат желаемой ЛАЧХ.

4. Передаточная функция корректирующего устройства находится по его логарифмической амплитудно-частотной характеристике. После этого определяется принципиальная схема корректирующего устройства и вычисляются ее параметры. Затем вновь строится ЛАЧХ корректирующего устройства с учетом выбранной схемы и значений ее параметров.

5. Строится ЛАЧХ скорректированной системы и определяются показатели качества переходного процесса.

Построение делаемой ЛАЧХ является наиболее важным этапом рассматриваемой схемы синтеза корректирующего устройства.

3.2. Построение желаемой ЛАЧХ системы

Весьма существенным вопросом при синтезе корректирующих устройств является определение оптимального вида переходного процесса. В качестве оптимального принимают монотонный переходный процесс с минимальным временем регулирования T_{min}. При этом предполагают, что на вход системы подается ступенчатое воздействие.

Однако реализация корректирующего устройства, обеспечивающего оптимальный переходный процесс, может быть связана со значительными трудностями технического порядка. Кроме этого, может оказаться, что другие требования, например требование минимума статической погрешности, противоречат условиям обеспечения оптимального процесса. Поэтому синтезируемое корректирующее устройство должно компромиссно удовлетворять различным условиям, накладываемым на динамику регулирования с учетом возможностей технического исполнения. Таким образом, желаемая логарифмическая амплитудно-частотная характеристика разомкнутой системы должна обеспечивать переходный процесс, близкий к оптимальному, и учитывать другие требования,

предъявляемые к системе.

В.В. Солодовников предложил рассматривать три характерных участка желаемой ЛАЧХ. Это участки характеристики, лежащие в области низких, средних и высоких частот.

1. Интервал низких частот включает в себя частоты, меньшие первой сопрягающей частоты. Если эта частота больше единицы, то за верхний предел интервала низких частот принимается частота, равная единице,

2. Интервал средних частот включает в себя частоту среза характеристики.

3. Интервал высоких частот содержит лишь те сопрягающие частоты, пренебрежение которыми не оказывает существенного влияния на вид ЛАЧХ в интервале средних частот.

В [3] предлагается следующая методика построения желаемой ЛАЧХ по участкам:

1. Строится участок характеристики, лежащей в области низких частот. Вид этого участка определяется порядком астатизма системы ν и ее передаточным коэффициентом K. Это будет отрезок прямой с наклоном - ν 20 дБ/дек, имеющий при частоте $\omega = 1$ ординату, равную 20 lg k.

Для статической системы (ν=0) этот участок должен иметь вид прямой, параллельной оси частоты и отстоящей от нее на величину 20lg k . Передаточный коэффициент системы k в этом случае выбирается из условия обеспечения требуемой статической погрешности.

2. Участок характеристики, лежащей в области средних частот, определяет в основном запас устойчивости системы и качество переходного процесса при единичном ступенчатом воздействии.

Необходимо отметить, что любая типовая трапецеидальная вещественная частотная характеристика с точки зрения допустимого числа колебаний и перерегулирования может рассматриваться как желаемая частотная характеристика. Но техническая реализация соответствующего корректирующего устройства весьма затруднительна. Поэтому за желаемую вещественную частотную характеристику замкнутой системы принимается типовая характеристика, состоящая из двух трапеций (рис. 3.1). Эта характеристика определяется такими параметрами:

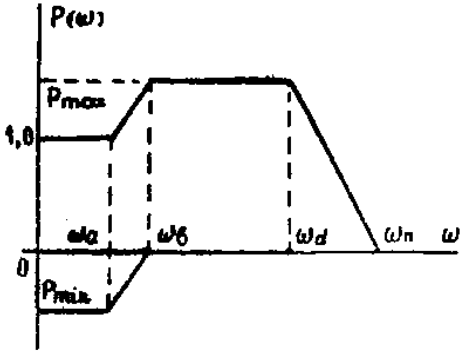


Рис. 3.1

а) интервалом положительности P(ω) > 0. Интервал положительности характеризуется частотой $0 \le \omega \le \omega_п$;

б) основным коэффициентом наклона æ= $\frac{\omega_\alpha}{\omega_П}$;

в) дополнительным коэффициентом наклона $æ_d = \frac{\omega_\alpha}{\omega_в}$;

г) коэффициентом формы $\lambda = \frac{\omega_в}{\omega_п}$.

Обычно рассматривают такие вещественные частотные характеристики, у которых основной коэффициент наклона лежит в пределах 0,2≤æ≤0,8. Для случая, когда основной коэффициент наклона близок к нулю, возникают технические трудности реализации соответствующего корректирующего устройства, а для характеристик с æ, близким единице, запас устойчивости системы становится недостаточным.

Логарифмические амплитудно-частотные характеристики, соответствующие типовым вещественным частотным характеристикам с 0,2≤æ≤0,8, в области средних частот имеют вид прямых, имеющих наклон -20 ÷-30 дБ/дек. В случае, когда ЛАЧХ соответствует оптимальному переходному процессу, в области средних частот она имеет вид прямой с наклоном -20 дБ/дек.

Поэтому целесообразно для среднего интервала частот участок желаемой ЛАЧХ выбирать в виде прямой с наклоном -20 дБ/дек. Далее необходимо определить частоту среза желаемой ЛАЧХ.

Анализ ЛАЧХ, соответствующих типовым трапецеидальным вещественным характеристикам с различными параметрами, показывает, что частота их среза определяется выражением

$$\omega_c=(0,6\div0,9)\omega_п. \qquad (3.10)$$

Зная $\omega_п$, можно определить частоту среза желаемой логарифмической амплитудной частотной характеристики .

Поэтому возникает задача вычисления $\omega_п$, и других параметров вещественной характеристики (рис. 3.1), которая определяет требуемые показатели качества переходного процесса. На рис. 3.2 показаны кривые, связывающие максимально допустимые значения перерегулирования σ_{max} и максимально допустимое время переходного процесса T_{max} с максимальным значением типовой вещественной частотной характеристики.

Эти зависимости $\sigma_{max}=f_1(P_{max})$, $T_{max}=f_2(P_{max})$ были построены на основе анализа кривых переходного процесса соответствующих им типовых вещественных характеристик. Кривые, показанные на рис. 3.2, получены для значений основного коэффициента наклона æ≤0,8,

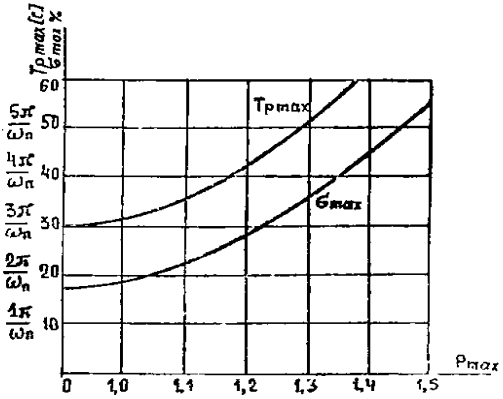


Рис. 3.2

дополнительного коэффициента наклона $æ_д \geq 0,4$ и коэффициента формы $\lambda\geq0,5$.

Зависимость $\sigma_{max}=f(P_{max})$ позволяет по максимально допустимому значению перерегулирования σ_{max} определить максимальное - значение вещественной частотной характеристики P_{max}.

Кривая $T_{max}=f_2(P_{max})$ дает возможность определить максимально допустимое время переходного процесса при заданных

значениях P_{max} и интервала положительности $\omega_П$ или, наоборот, интервал положительности $\omega_П$ по заданным значениям P_{max} и T_{max}. Так как T_{max} задается при синтезе, то порядок определения $\omega_П$ сводится к следующему:

а) по кривой $\sigma_{max}=f_1(P_{max})$ для требуемого значения σ_{max} находится P_{max};

б) по этому значению P_{max} используя кривую $T_{max}=f_2(P_{max})$, определяем значение T_{max}, которое в свою очередь, выражается таким образом:

$$T_{\max} = \frac{k\pi}{\omega_П}, \qquad (3.11)$$

откуда

$$\omega_П = \frac{k\pi}{T_{\max}}. \qquad (3.12)$$

Определив интервал положительности ω, можно найти частоту среза ω по равенству.

После этого, через $\omega=\omega_c$ проводится прямая с наклоном -20 дБ/дек. Таким образом, строится участок желаемой ЛАЧХ в интервале средних частот.

На рис. 3.3 показаны графики, которые связывают максимально допустимую величину перерегулирования σ_{max} с запасом устойчивости системы по амплитуде и фазе.

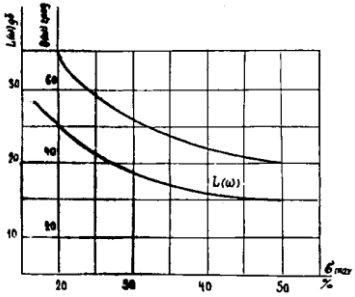


Рис. 3.3

Эти графики построены на основании проведенных расчетов переходных процессов для различных типовых трапецеидальных вещественных частотных характеристик. Используя эти зависимости (рис. 3.3), по заданному значению σ_{max} определяется требуемый запас устойчивости по фазе и по амплитуде.

Запасы устойчивости системы по фазе и по амплитуде могут быть определены по-другому. Для этого по кривой $\sigma_{max}=f_1(p_{max})$ (рис. 3.2) для заданного перерегулирования находится значение P_{max}. Обычно принимается, что

$$P_{min}=1-P_{max}.$$

Таким образом, находятся максимальное и минимальное значения вещественной частотной характеристики замкнутой системы, соответствующие заданному перерегулированию σ_{max}.

Например, для $\sigma \leq 30\%$ находим $P_{max}=1{,}2$; $P_{min}=-0{,}2$. Это означает, что ординаты вещественной частотной характеристики должны отвечать условию

$$1{,}2 \geq p(\omega) \geq -0{,}2. \qquad (3.13)$$

Для того чтобы перейти к определению запасов устойчивости по амплитуде и по фазе, на номограмме IX строится прямоугольник, охватывающий кривые P=1,2 и P=-0,2. Логарифмическая амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы для выполнения условия не должна проходить через этот прямоугольник. А это соответствует выполнению следующих условий:

$$\left.\begin{aligned} L_1 \geq \left|20\lg W(j\omega)\right| \geq L_2; \\ \left|\varphi(\omega)\right\langle\left|\gamma_1\right|, \end{aligned}\right\} \qquad (3.14)$$

где L_1 L_2 - ординаты верхней и нижней сторон построенного прямоугольника;

γ_1 - абсцисса боковой стороны прямоугольника.

Ординаты L_1 и L_2, полученные из условия обеспечения перерегулирования не выше заданного σ_{max} называют запасом устойчивости по амплитуде, а $\gamma = 180-\left|\gamma_1\right|$ - запасом устойчивости по фазе. Эти понятия отличаются от запасов устойчивости по фазе и по амплитуде, которые рассматриваются при анализе устойчивости системы.

3. Строится высокочастотная часть желаемой ЛАЧХ. Обычно участок желаемой ЛАЧХ, расположенный в интервале высоких частот, совмещается с логарифмической амплитудной частотной характеристикой нескорректированной системы. Это объясняется тем, что в области высоких частот вид ЛАЧХ мало влияет на характер переходного процесса системы.

4. Отдельные участки желаемой ЛАЧХ сопрягаются между собой. Это сопряжение должно производиться таким образом, чтобы не уменьшились ранее найденные запасы устойчивости

системы по фазе и по амплитуде. Кроме этого, при сопряжении участков желаемой ЛАЧХ обращается внимание на то, чтобы наклоны, желаемой характеристики были, возможно, более близки к наклонам ЛАЧХ нескорректированной части системы.

Это позволит получить более простую передаточную функцию корректирующего устройства. Отдельные участки желаемой ЛАЧХ по возможности должны сопрягаться отрезками прямых с наклонами, кратными ±20 дБ/дек.

3.3. Синтез последовательного корректирующего устройства

Для заданной системы автоматического регулирования с передаточной функцией неизменяемой части $W_H(p)$ требуется определить последовательное корректирующее устройство, обеспечивающее выполнение следующих требований:

1) система должна обладать астатизмом порядка ν ;

2) величина передаточного коэффициента должна быть k;

3) перерегулирование переходной характеристики не должно превышать σ_{max};

4) при числе колебаний не более *n,* время переходного процесса не должно превышать T_{max}.

Для передаточной функции системы в разомкнутом состоянии справедливо соотношение

$$W(p)=W_k(p)\cdot W_H(p), \qquad (3.15)$$

где $W_k(p)$ - передаточная функция последовательного корректирующего устройства;

$W_H(p)$ - передаточная функция неизменной части системы автоматического управления.

Амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы равна

$$W(j\omega)=W_k(j\omega)\cdot W_H(j\omega), \qquad (3.16)$$

где $W_k(j\omega)=A_k(\omega)\,e^{j\theta_k(\omega)}$ - АФХ последовательного корректирующего устройства;

$W_H(j\omega)=A_H(\omega)\,e^{j\theta_H(\omega)}$ - АФХ неизменной части системы.

Выражение (3.16) можно записать в виде

$$W(j\omega)=A(\omega)\cdot e^{j\theta(\omega)},$$
$$A(\omega)=A_k(\omega)\cdot A_H(\omega),$$
$$\theta(\omega)=\theta_k(\omega)\theta_H(\omega).$$

В логарифмическом масштабе соотношение для амплитудно-частотных характеристик будет таким:

$$L(\omega)=20\lg A(\omega)=20\lg A_k(\omega)+20\lg A_H(\omega)=L_k(\omega)+L_H(\omega). \quad (3.17)$$

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика последовательного корректирующего устройства находится вычитанием из желаемой логарифмической амплитудно-частотной характеристики системы $L(\omega)$ логарифмической амплитудно-частотной характеристики неизменной части системы, т.е.

$$L_k(\omega)=L(\omega)-L_H(\omega). \quad (3.18)$$

Далее, по $L_k(\omega)$ находится передаточная функция корректирующего устройства, по которой определяются схема и значения параметров корректирующего звена.

Передаточную функцию последовательного корректирующего устройства по $L_k(\omega)$ находят следующим образом: определяют сопрягающие частоты и по наклону характеристики $L_k(\omega)$ *в* точках сопряжения находят, какому типу звена соответствует данный участок характеристики. По сопрягающим частотам вычисляются постоянные времени звеньев, а по расстоянию характеристики от оси частот определяется передаточный коэффициент корректирующего устройства.

Далее подбирается схема такого корректирующего устройства, которое имеет передаточную функцию, подобную найденной. По известным коэффициентам передаточной функции вычисляются значения параметров выбранной схемы корректирующего устройства. В заключение производится проверка построением переходного процесса системы.

3.4 Пример синтеза

Задается система, передаточная функция которой для разомкнутого состояния без корректирующего устройства имеет вид:

$$W(p)=\frac{10}{(0{,}111p+1)(0{,}05p+1)(0{,}025p+1)}.$$

Требуется выбрать такое последовательное корректирующее устройство, чтобы скорректированная система удовлетворяла следующим показателям качества при скачкообразном изменении управляющего (задающего) воздействия:

- перерегулирование σ_{max}<30%;
- время регулирования T_{max}<0,75 с;

– число колебаний за время регулирования m<3;
– установившаяся ошибка должна быть $\varepsilon_{уст}$<0,1.

а) Выбор порядка астатизма системы ν и передаточного коэффициента разомкнутой системы K.

Поскольку в постановке задачи на синтез специально не оговаривался требуемый порядок астатизма, а нескорректированная система не содержит интегрирующих звеньев, то принимаем ν=0.

Передаточный коэффициент K выбираем из условия обеспечения требуемой точности в установившемся режиме $\varepsilon_{уст}$<0,1 на основании зависимости

$$\varepsilon_{уст} = \frac{1}{1+K},$$

отсюда

$$K = \frac{1-\varepsilon_{уст}}{\varepsilon_{уст}} = \frac{1-0{,}1}{0{,}1} = 9\,.$$

Однако нескорректированная система обладает большим коэффициентов передачи, поэтому оставляем этот коэффициент K=10.

Отметим, что поскольку ν=0, то данная система может быть только системой стабилизации.

б) Построение логарифмических частотных характеристик нескорректированной системы.

Для этого определяем сопрягающие частоты

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0{,}111} = 9\,c^{-1},$$

$$\omega_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0{,}05} = 20\,c^{-1},$$

$$\omega_3 = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{0{,}025} = 40\,c^{-1},$$

а также находим величину $20\lg K = 20\lg 10 = 20$ дБ.

Логарифмические частотные характеристики нескорректированной системы $L_н(\omega)$, $\varphi_н(\omega)$ должны строиться с учетом требуемых значений ν, K.

Поскольку первая сопрягающая частота ω_1 = 9 c^{1}, то за начало отсчета по оси частот на логарифмическом бланке берем значение ω = 1 c^{1}: ЛАЧХ нескорректированной системы строится как приближенная с четким выделением частот сопряжения, а

фазовая частотная характеристика строится с использованием шаблонов.

Построенные ЛЧХ разомкнутой системы показывают, что нескорректированная система в замкнутом состоянии неустойчива.

в) Построение желаемой ЛАЧХ.

Желаемая ЛАЧХ строится на основании требуемых показателей качества. Низкочастотный участок желаемой ЛАЧХ выбираем таким же, как и у нескорректированной системы.

Среднечастотный участок характеристики выбирают в виде прямой с наклоном –20дБ/дек. Для его построения необходимо определить частоту среза $\omega_{ср}$ желаемой ЛАЧХ. По заданным показателям качества σ_{max}, T_{max} и графиком $\sigma_{max}=f_1(P_{max})$, $T_{max}=f_2(P_{max})$ определяем P_{max}, $\omega_{ср}$:

$$P_{\max} = 1{,}28,$$

$$T_{p_{\max}} = \frac{4{,}6\pi}{\omega_n}$$

отсюда

$$\omega_n = \frac{4{,}6\pi}{T_{P_{\max}}} = \frac{4{,}6 \cdot 3{,}14}{0{,}75} = 19{,}2\ c^{-1},$$

$$\omega_{ср} = (0{,}6 \div 0{,}9) \quad \omega_n = (0{,}6 \div 0{,}9) \cdot 19{,}2 = 15{,}5\ c^{-1}$$

Далее, по требуемому значению σ_{max}<30% определяются значения запасов устойчивости системы по амплитуде L_1 и фазе γ на основании кривых. Найденные значения L_1, накладывают следующие ограничения на желаемые ЛЧХ:

$$L_1 > L_{ж}(\omega) \geq -L_1, \quad L_1 = 18\ дБ$$

$$|\varphi_{ж}(\omega)| \leq |180 - \gamma|, \quad \gamma = 51^{\circ}$$

При сопряжении участков желаемой ЛАЧХ необходимо учитывать следующее:

– наклоны соседних участков при сопряжении не должны отличаться более чем на + 20 дБ/дек;

– наклоны соответствующих (по частоте) участков желаемой ЛАЧХ и ЛАЧХ нескорректированной системы также должны отличаться на + 20 дБ/дек, или в крайнем случае на + 40 дБ/дек;

– должны обеспечиваться требуемые значения запасов L_1 и γ.

На рис. 3.4 показаны ЛАЧХ нескорректированной системы

$L_н(\omega)$ и желаемая ЛАЧХ $L_ж(\omega)$.

Желаемая ЛАЧХ имеет следующие частоты сопряжения ω_1=1.6 c^{-1}, ω_2=40 c^{-1}, ω_3=130 c^{-1}. Начиная с частоты ω_3=130 c^{-1} $L_ж(\omega)$ полностью совпадает с $L_н(\omega)$.

Найдем желаемую передаточную функцию $W_ж(p)$ скорректированной системы

$$W_{ж} = \frac{10}{\left(\frac{1}{1{,}6}p+1\right)\left(\frac{1}{40}p+1\right)\left(\frac{1}{130}p+1\right)}.$$

1. Определение передаточной функции, электрической схемы и параметров последовательного корректирующего контура.

На основании зависимости $L_{к\,ж}(\omega) = L_{ж}(\omega) - L_н(\omega)$ определяем желаемую ЛАЧХ корректирующего контура $L_{к\,ж}(\omega)$, показанную на рис. 1. Эта характеристика имеет следующие сопрягающие частоты:

$$\omega_{T_1} = 1{,}6\,c^{-1}, \quad \omega_{\tau_1} = 9\,c^{-1}, \quad \omega_{\tau_2} = 20\,c^{-1}, \quad \omega_{T_2} = 130\,c^{-1}.$$

На основании этого передаточную функцию корректирующего устройства можно представить так

$$W_к(p) = \frac{k(\tau_1 p+1)(\tau_2 p+1)}{(T_1 p+1)(T_2 p+1)},$$

где

$$k=1, \quad \tau_1 = \frac{1}{\omega\tau_1} = \frac{1}{9} = 0{,}111\,c, \qquad \tau_2 = \frac{1}{\omega\tau_2} = \frac{1}{20} = 0{,}05\,c,$$

$$T_1 = \frac{1}{\omega T_1} = \frac{1}{1{,}6} = 0{,}625\,c, \quad T_2 = \frac{1}{\omega T_2} = \frac{1}{130} = 0{,}008\,c.$$

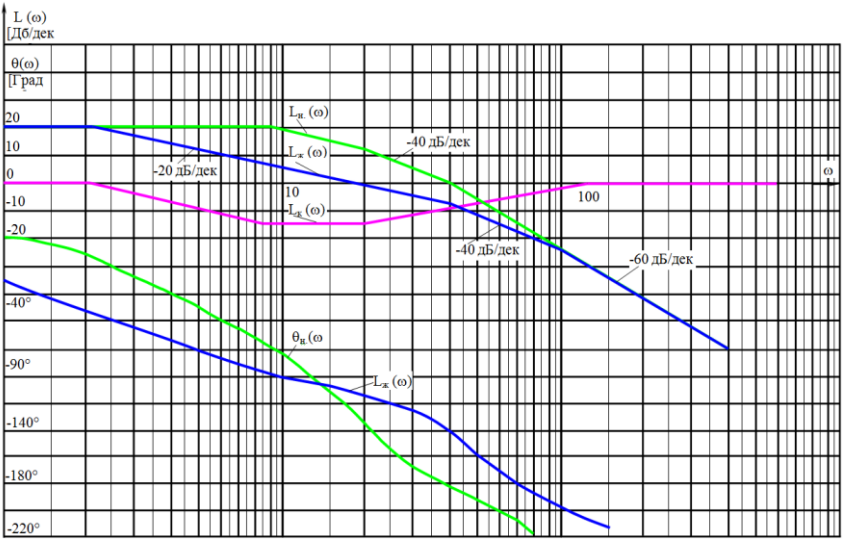


Рис. 3.4 Логарифмические частотные характеристики системы

3.5 Синтез электромеханической системы с использованием пакета Matlab.

3.5.1 Частотные характеристики ПИ, ПД и ПИД регуляторов

Использование современных программных средств, позволяющих моделировать системы управления на ПЭВМ - типа Matlab, существенно упрощает синтез регуляторов. Пакет Matlab позволяет использовать частотный метод синтеза системы управления, при этом можно моделировать различные значения параметров регулятора и параметров технологического процесса, получать переходные характеристики и логарифмические частотные характеристики системы.

На сегодняшний день, при коррекции свойств систем управления, получили широкое распространение простейшие регуляторы, реализующие различные законы управления. Закон управления представляет собой связь между выходным u и входным ε сигналами *УУ* или регулятора.

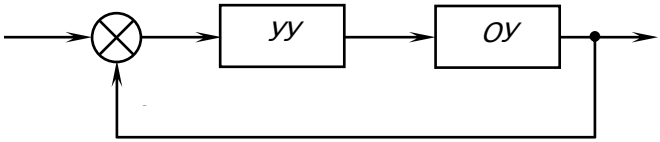


Рис. 3.5 Система управления с регулятором

Простейшие законы управления:

– Пропорциональный (*П*) закон управления.

$$u = k \cdot \varepsilon, \; W_{yy}(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = k.$$

– Интегральный (*И*) закон управления.

$$u = k\int_0^t \varepsilon dt, \; W_{yy}(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = \frac{k}{p}.$$

– Пропорционально-интегральный (*ПИ*) закон управления.

$$u = k_1\varepsilon + k_2\int_0^t \varepsilon dt, \; W_{yy}(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = k_1 + k_2\frac{1}{p} = \frac{k_1 p + k_2}{p} = \frac{k_2\left(\frac{k_1}{k_2}p + 1\right)}{p}.$$

– Пропорционально-интегрально-дифференциальный закон управления.

$$u = k_1\varepsilon + k_2\int_0^t \varepsilon dt + k_3\frac{d\varepsilon}{dt},$$

$$W_{yy}(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = k_1 + k_2\frac{1}{p} + k_3 p = \frac{k_1 p + k_2 + k_3 p^2}{p} = \frac{k_2\left(\frac{k_3}{k_2}p^2 + \frac{k_1}{k_2}p + 1\right)}{p},$$

Этот закон идеализирован, так как добиться от реального устройства большего порядка числителя, нежели у знаменателя, практически невозможно. К примеру, в пакете Matlab есть встроенный ПИД регулятор, передаточная функция которого

$$W_{yy}(p) = \frac{k_2\left(\frac{k_3}{k_2}p^2 + \frac{k_1}{k_2}p + 1\right)}{p(k_4 p + 1)}, \qquad (3.19)$$

где $k_4 >> k_1, k_2, k_3$.

Влияние апериодического звена, входящего в ПИД регуля-

тор, проявляется в полосе высоких частот, которые, в связи с инерционностью всей системы управления, слабо влияют на качество процесса управления. Коэффициенты k_2, k_3 подбираются таким образом, чтобы форсирующие свойства регулятора проявлялись в среднечастотном диапазоне, это в свою очередь позволяет скорректировать АФХ разомкнутой системы на комплексной плоскости вблизи критической точки (-1, j0) (см. рис. 3.4).

Для исследования частотных характеристик используем стандартный блок из пакета Matlab, схема исследований представлена на рис.3.5.1.

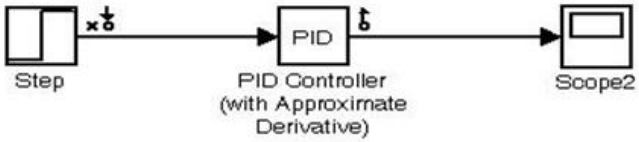


Рис. 3.5.1 Схема моделирования ПИД – регулятора

ПИД регулятор, представленный на рис. 3.5, позволяет последовательно реализовать ПИ, ПД и ПИД регуляторы. Такая реализация производиться простым выставлением нуля в соответствующем поле меню настройки регулятора, к примеру, реализация ПИ регулятора представлена на рис.3.6.

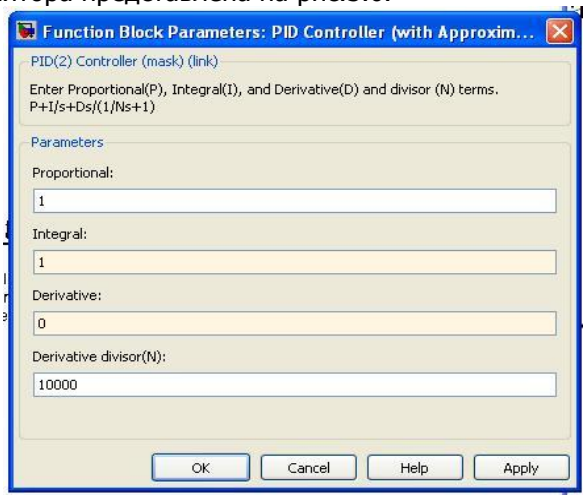


Рис.3.6 Реализация ПИ регулятора

Логарифмическая частотная характеристика ПИ-регулятора с параметрами, представленными на рис.3.6, представлена на рис. 3.7.

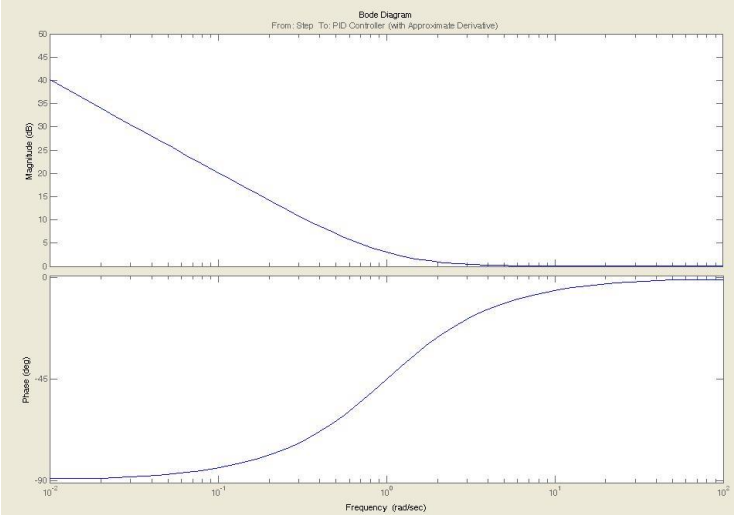


Рис. 3.7 Логарифмические частотные характеристики ПИ-регуляторы

Как видно из рис. 3.7 интегрирующие свойства регулятора проявляются в области низких и средних частот, вариацией параметра Integral в меню настроек ПИД регулятора (см. рис. 3.6) можно изменять диапазон частот, в которых необходимо корректировать частотные свойства системы.

Реализация ПД регулятора осуществляется аналогично ПИ регулятору, через использование меню настроек (см. рис.3.6). Частотные характеристики, такой реализации ПД регулятора, представлены на рис. 3.8.

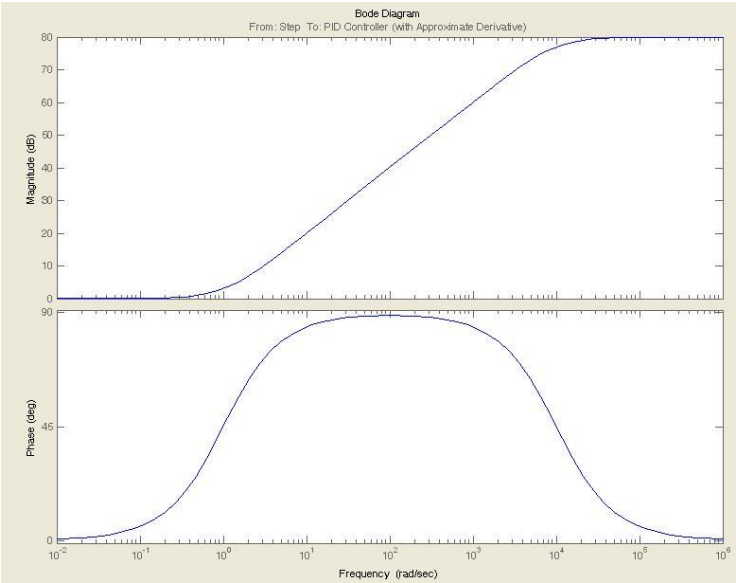


Рис. 3.8 Частотные характеристики ПД регулятора

Как видно, из рис. 3.8, форсирующие свойства ПД регулятора проявляются в среднечастотном диапазоне, вариацией соответствующего коэффициента в меню настроек (см. рис. 3.6) можно добиться изменения частотного диапазона действия регулятора.

Прописывая в меню настроек (см. рис.3.6) параметры регулятора получим частотные характеристики, представленные на рис. 3.9.

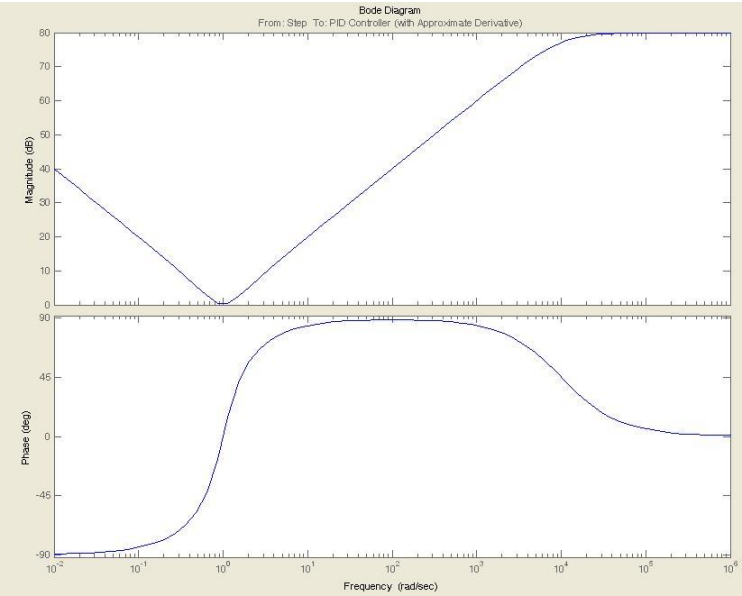


Рис. 3.9 Частотные характеристики ПИД регулятора.

Как видно, из рис. 3.9, ПИД регулятор в среднечастотном диапазоне подымает фазочастотную характеристику на 90^0 в среднечастотном диапазоне, амплитудно-частотную в высокочастотном диапазоне. Увеличение амплитудной характеристики системы в высокочастотном диапазоне не повлияет на запасы устойчивости системы, так как, из-за инерционных свойств электромеханической системы и объекта регулирования, в этом диапазоне частот выходной сигнал системы будет существенно ослаблен. Варьируя коэффициенты (k_2, k_3) можно изменить частоты, на которых будут проявляться форсирующие свойства ПИД регулятора (см. выражение 3.19). Так, к примеру, увеличение k_2, при фиксированном k_3, приведет к тому, что максимум фазочастотной характеристики будет сдвигаться влево, а интегрирующие свойства регулятора будут проявляться и в среднечастотном диапазоне (см. рис. 3.9), что приведет к уменьшению запасов устойчивости системы в целом.

3.5.2 Пример анализа и синтеза электромеханической системы с ПИД - регулятором

Рассмотрим простейшую электромеханическую систему,

работающую в режиме стабилизации скорости и состоящую из ПИД – регулятора, двигателя постоянного тока с якорным управлением и простейшей нагрузки в виде линейной зависимости момента от скорости вращения ротора, такая нагрузка может быть объяснена, к примеру, тем, что нагрузка движется в вязкой среде.

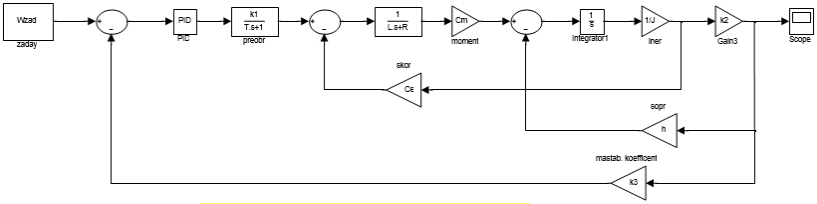


Рис. 3.10 Структурная схема системы управления

На рис. 3.10 представлена стандартная линеаризованная схема двигателя постоянного тока, где СИФУ моделируется апериодическим звеном с постоянной времени T и коэффициентом передачи k1. Как уже было оговорено выше, момент сопротивления линейно зависит от скорости вращения ротора, эта связь моделируется коэффициентом h. Для примера возьмем следующие значения параметров системы:

- Wzad – задающее значение -10;
- k1 – коэффициент усиления преобразователя -170;
- T – постоянная времени преобразователя-1 с;
- R – активное сопротивление обмоток двигателя-0.1 Ом.;
- L – величина характеризующая индуктивность обмоток двигателя-1 Гн;
- Cm – 0.1;
- Ce – 0.1;
- J – момент инерции, приведенный к ротору – 5 кг*м;
- h – коэффициент характеризующий сопротивление среды – 1;
- k2 =60/2п;
- k3 – масштабирующий коэффициент в цепи обратной связи.

Введем в систему вышеуказанные параметры, а в ПИД регуляторе назначим коэффициент пропорциональности равным единице и остальные равные нулю (см. рис. 3.6). Получим систему, вид которой приведен на рис. 3.11.

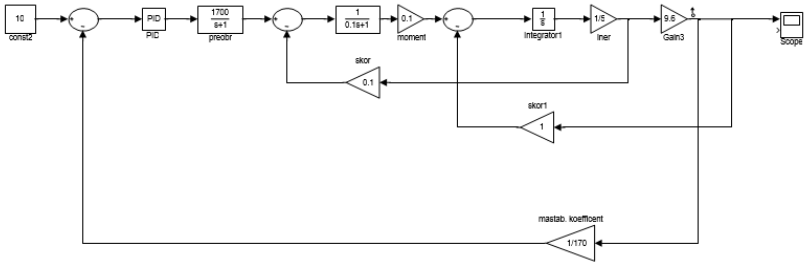


Рис.3.11 Структурная схема с численными значениями параметров

Переходный процесс в рассматриваемой системе носит малоколебательный характер, что видно по переходной характеристике, представленной на рис. 3.12.

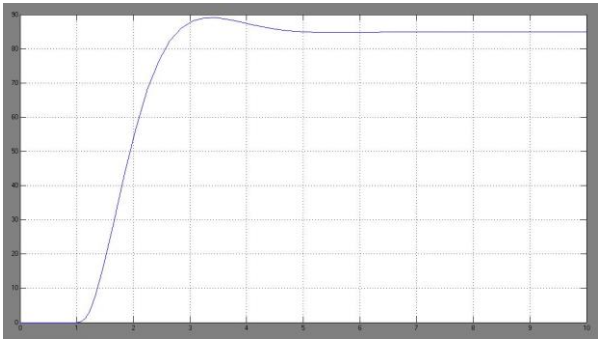


Рис. 3.12 Переходная характеристика системы

Анализ переходного процесса представленного на рис. 3.12 показывает, что время регулирования, время выхода системы на требуемую скорость движения примерно 5 с., скорость движения рабочего органа около 85 оборотов в минуту.

Рассмотрим динамику системы, описываемой структурной схемой представленной на рис. 3.11, с параметрами ПИД регулятора равными единице, переходная характеристика представлена на рис. 3.13.

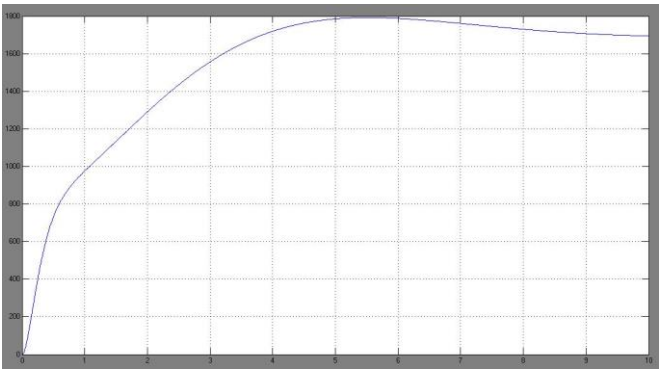


Рис. 3.13 Переходная характеристика системы с ПИД - регулятором

Анализ рис. 3.13 показывает, что выросла скорость реакции системы, ошибка регулирования стремиться к нулю, но присутствует перерегулирование.

Для анализа системы с использованием логарифмического аналога частотного критерия Найквиста, рассмотрим разомкнутую систему управления, которая представлена на рис. 3.14.

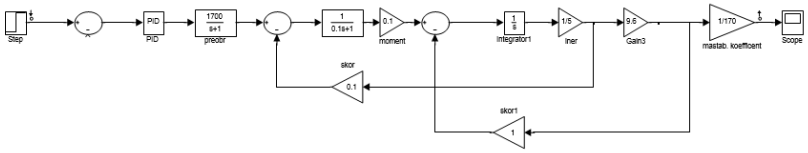


Рис. 3.14 Разомкнутая система управления

Частотные характеристики системы, описываемой структурной схемой на рис. 3.14, представлены на рис. 3.15.

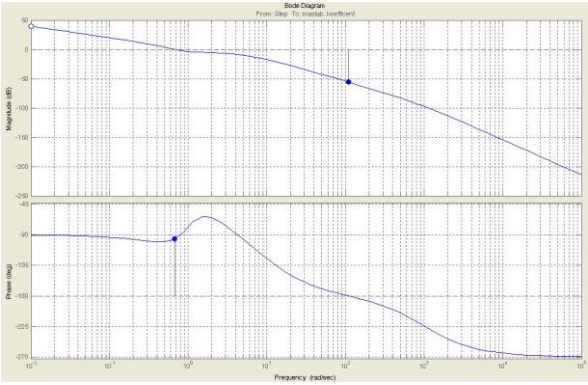


Рис. 3.15 Частотные характеристики разомкнутой системы

Анализ частотных характеристик разомкнутой системы позволяет сделать вывод об устойчивости системы в замкнутом состоянии, запас устойчивости по амплитуде составит около 60 децибел, а запас по фазе около 90^0. Такие характеристики обусловлены тем, что соотношение коэффициентов k_2/k_3, определяющее постоянную времени форсирующего звена (см. выражение 3.19), равно единице. Для увеличения скорости реакции системы (см. рис. 3.13) изменим эти соотношения в сторону уменьшения и увеличим коэффициент, характеризующий пропорциональную составляющую (см. рис. 3.16).

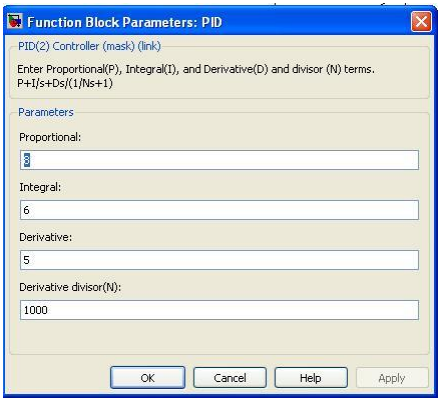


Рис. 3.16 Параметры ПИД регулятора для системы с высоким быстродействием

Переходная характеристика системы, с параметрами ПИД регулятора на рис. 3.16, представлена на рис. 3.17.

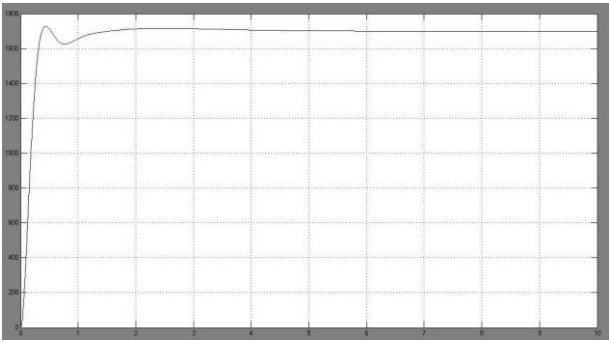


Рис. 3.17 Переходная характеристика скорректированной системы

Представленная на рис. 3.17 переходная характеристика системы лучше переходных характеристик нескорректированных систем (см. рис. 3.12, 3.13) по быстродействию и точности (динамическая точность), но необходимо отметить, что увеличение коэффициента усиления системы (см. рис. 3.16) приведет к уменьшению запасов устойчивости системы по амплитуде и фазе. Для уточнения запасов устойчивости системы проанализируем логарифмические частотные характеристики разомкнутой системы, которые представлены на рис. 3.18.

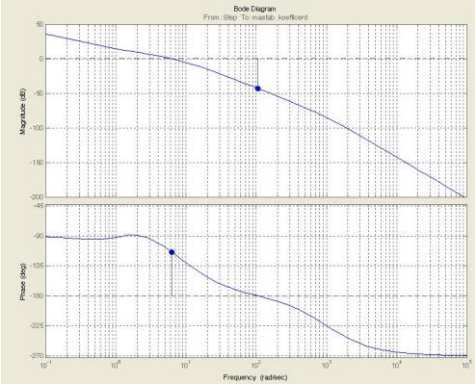


Рис. 3.18 Частотные характеристики скорректированной системы

Как видно из рис. 3.18 запасы устойчивости системы несколько уменьшились, но это естественно связано с увеличением быстродействия системы и точности. При коррекции динамических свойств системы, проектировщик всегда сталкивается с проблемой связи точности и быстродействия с устойчивостью системы, но ему необходимо учитывать, что требования по запасам устойчивости являются первичными при синтезе регуляторов.