



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
Кафедра «Автоматизация производственных процессов»

Методические указания к лабораторной работе

**«Синтез методом аналитического
конструирования агрегированных
регуляторов»
по дисциплине**

**«Методы синтеза оптимальных и
адаптивных законов управления»**

Авторы
Лапшин В. П.,
Слащев И. С.,
Трегубенко Л. А.

Ростов-на-Дону, 2019

Аннотация

Методические указания к лабораторной работе предназначены для студентов очной формы обучения направлений 27.03.04 «Управление в технических системах» и 27.04.04 «Управление в технических системах».

Авторы

к.т.н, доцент кафедры «АПП»

Лапшин В.П.,

магистрант, инженер ДИЦ

Слащев И.С.,

магистрант, техники ДИЦ

Трегубенко Л.А.





Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	4
1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.....	6
1.1 Аналитическое конструирование регуляторов	6
1.2 Описание метода АКАР.....	8
2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ	12
3. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО СИНТЕЗУ.....	16
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	26
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	27

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании современных систем управления технологическими процессами и производствами необходимо учитывать высокие требования по качеству процессов, прорекающих в таких системах, и качеству выпускаемой продукции. Также добавляются требования по обеспечению определенных технических, временных и других нормативов и все это жестко ограничивается рамками инвестиций. Проектирование в этом случае сводится к решению задачи определения структуры и параметров системы управления, которые обеспечат решение всех вышеперечисленных задач наилучшим образом. В теории управления принято называть наилучшее решение оптимальным, а системы, реализующие такие решения, оптимальными системами управления.

В своей повседневной деятельности мы привыкли полагаться на цифры, которые позволяют дать количественный анализ всех событий и процессов, сопровождающих нас. Так Антуан де Сент-Экзюпери сказал по этому поводу следующее: "Взрослые очень любят цифры...Когда говоришь взрослым: «Я видел красивый дом из розового кирпича, в окнах у него герань, а на крыше голуби» - они никак не могут представить себе этот дом. Им надо сказать: «Я видел дом за сто тысяч франков», - тогда они восклицают «Какая красота»". В теории оптимального управления также необходимо сначала сформулировать количественную задачу управления, а уже потом искать метод или способ, обеспечивающий ее наилучшее решение. При таком подходе наилучшее решение, как правило, доставляет минимум или максимум некоторой функции или функционала.

В математике решение задач на поиск минимумов или максимумов получило название выпуклый анализ, а сами задачи стали выпуклыми экстремальными задачами. Около трехсот лет назад выяснилось, что некоторые задачи естествознания, а именно, что многие законы природы, допускают вывод из так называемых «вариационных принципов», согласно которым истинное движение механической системы, света, электричества, жидкости, газа и т.п. можно выделить из произвольной



совокупности допустимых движений тем, что они минимизируют или максимизируют некоторые величины.

В 20-м столетии потребности техники, в частности космической, выдвинули серию задач, которые также не поддавались вариационному исчислению. Для решения таких задач была разработана новая теория, получившая название теория оптимального управления. Основным методом в теории оптимального управления был разработан в пятидесятые – шестидесятые годы советскими математиками Л.С. Понтрягиным и его учениками.

Для современных систем управления, функционирующих в условиях, изменяющихся во времени параметров самой системы управления и параметров воздействия окружающей среды, стало необходимо определять не только оптимальные управления, но и разрабатывать алгоритмы и законы, позволяющие варьировать оптимальное управление в случаях таких изменений. Системы управления способные изменять закон управления в зависимости от изменяющихся параметров внешней среды либо параметров самой системы принято называть адаптивными системами. Адаптивные алгоритмы управления получили распространение сравнительно недавно, но на сегодняшний день разработка таких систем является наиболее перспективным направлением проектирования систем управления.

Методические указания структурно состоят из трех частей. В первой части представлена теоретическая основа синтеза методом аналитического конструирования агрегированных регуляторов, вторая часть раскрывает метод АКАР с практической точки зрения, а в третьей части представлен пример решения некоторых задач синтеза систем методом АКАР. Пособие предназначено для подготовки бакалавров и магистрантов, проходящих подготовку по направлениям 27.03.04 и 27.04.04 «Управление в технических системах».

1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1.1 Аналитическое конструирование регуляторов

Современные цифровые системы управления позволяют реализовать сколь угодно сложный алгоритм управления, который может быть описан как классический алгоритм, так и алгоритм (закон) в координатах состояния процесса. В связи с этим, в последние годы получили широкое распространение новые, современные методы синтеза законов управления, такие как:

- метод максимума Понтрягина;
- метод динамического программирования;
- метод аналитического конструирования регуляторов (АКОР);
- метод синергетического синтеза, получивший название аналитическое конструирование агрегированных регуляторов (АКАР).

Несомненно, незрело и концептуальное изменение динамики, предполагающее введение новых понятий и разработку принципиально усовершенствованных математических методов.

Такая «новая» динамика начала формироваться в середине 20 века. Ее отличительной особенностью являлось изучение так называемых «нелинейных эффектов», которые возникают при использовании самих нелинейных уравнений движения. По этой причине эту динамику начали называть нелинейной динамикой, и эту самую «новую» динамику многие специалисты почему-то не спешат внедрять в разрабатываемые системы управления. Но в итоге, когда взяли во внимание методы линеаризации нелинейных динамических систем с последующим управлением с помощью линейных регуляторов, стало намного проще управлять каким-нибудь сложным объектом или даже большой системой, которая требует наличие конвейера.

Известно, что практическая литература применения нелинейных регуляторов для различных систем можно сказать отсутствует. В большинстве научно-исследовательских работах по большей части можно найти только математическое моделирование расчетов нелинейного регулятора, но не сам способ реализации. И естественно это отталкивает разработчиков

и замедляет процесс вытеснения традиционных линейных регуляторов. Но благодаря таким программным продуктам как MatLab, сложность проектирования, например, ПИД-регулятора для автоматических систем управления (АСУ) становится крайне минимизирующей. На самой ранней стадии разработки системы управления объектом с помощью математического пакета MatLab, мы можем выявить конкретные ошибки и приблизительный метод их исправления. Применение линейного регулятора в нелинейных системах приводит к ограничению области устойчивости и не возможности подавить внешние неопределенные возмущающие воздействия, что не гарантирует стабильную работоспособность системы. В целях расширения области устойчивости применяются ПИД-регуляторы с автоподстройкой коэффициентов. Различаются несколько режимы работ объекта, в которых происходит переключение между ПИ, ПД и ПИД-регуляторами. Расширение области устойчивости зависит от разработчика. Например, если отклонение параметров системы от расчетных будет увеличиваться, или система перейдет в непредусмотренный режим работы, то линейный регулятор неизбежно дестабилизирует систему, так как разработчик это не предусмотрел. [8]

Не менее важным, разработчика волнует, каким образом можно решить системные задачи, заключающиеся в определенном системном подходе, в котором объект исследований представляется в виде систем уравнений. Эти задачи могут быть системного анализа или системного синтеза. Задачей анализа является определение свойств системы по ее структуре, а задача синтеза соответственно – это определение структуры системы по ее свойствам.

Прорывом в проблемах реализации систем управления стало применение нечеткого регулятора. Но нечеткая логика программируется разработчиком и по-прежнему ей неизвестна структура управляемой системы. Но при этом отличительной чертой нелинейного регулятора заключается в наличии всех параметров управляемой системы. Это позволяет ему, несмотря на изменения состояния системы, вывести управляемый объект к заданным параметрам.

Наиболее перспективным методом, с нашей точки зрения, при синтезе нелинейных систем управления является метод АКАР. Этот метод преимущественно построен на принципе свойств так называемых «расширения – сжатия» пространства состояний, то есть поведение самой системы. Цель регулятора данного метода выражается в том, чтобы поведение системы было направлено вдоль нужных инвариантных многообразий, под которые в свою очередь уже будут подстраиваться все остальные переменные нашей системы. Эти инвариантные многообразия определяют саму сущность прохождения всего процесса, с помощью чего, система будет самоуправляема и будет самоорганизованно работать в соответствии с поставленной целью. [9]

1.2 Описание метода АКАР

Одним из методов эффективного решения синтеза объективных законов управления нелинейными системами с хаотической динамикой является метод «Аналитического конструирования агрегированных регуляторов» (АКАР), предложенный профессором А.А. Колесниковым.

Этот метод синтеза управления на основе функционала использует нелинейные и линейные переменные, а также в нем производят графическое построение реакции систем на синтезированное управление и сравнивают полученные результаты. [10]

Метод АКАР основан на процедуре агрегирования или еще это называют декомпозицией. Для обеспечения асимптотической устойчивости синтезируемых нелинейных систем высокой размерности используется параллельно-последовательная совокупность функций Ляпунова. При этом изначально вводятся простейшие функции Ляпунова, относительно макропеременных, а затем на конечном многообразии исследуется устойчивость движения только по отношению к части координат, которые описывают поведение изображающей точки декомпозированной системы на заключительном этапе движения. Можно сказать, что указанная совокупность функций Ляпунова представляет собой своего рода аналог метода векторных функций Ляпунова (ВФЛ). В теории метод АКАР и метод ВФЛ отличаются асимптотически

точной динамической декомпозицией исходной системы. Кроме того, совсем не требуется поиск соответствующих систем и теорем сравнения для оценки асимптотической устойчивости движения системы. Эта важная особенность связана с тем, что в методе АКАР рассматриваются задачи устойчивости управляемых динамических систем. Иначе говоря, метод ВФЛ естественным образом связан с процедурой АКАР. Именно возможность структурного синтеза управлений, переводящих изображающие точки от одного многообразия к другому, а также к пониженной размерности, позволяет в методе АКАР осуществить строгую процедуру аналитического построения ВФЛ для текущего анализа асимптотической устойчивости синтезируемых нелинейных систем.

Эти особенности метода АКАР позволяют наделить синтезируемые системы замечательным свойством грубости, или так называемой робастности, переходных процессов к структурным вариациям и параметрическим возмущениям. Робастность в свою очередь – это свойство статистического метода, которая характеризуется независимостью влияния на результат исследования различного рода выбросов и устойчивости к помехам.

Известно, что асимптотическая устойчивость систем в определенной области фазового пространства является грубым свойством, которое усиливается в случае экспоненциальной устойчивости систем. Системы управления, синтезируемые по синергетическим принципам, являются как асимптотически устойчивыми в целом, то есть, во всей области фазового пространства, так и экспоненциально устойчивыми относительно вводимых инвариантных многообразий. Это может означать, что такие системы обладают отличительным свойством грубости (робастности) переходных процессов и работы всей системы в целом.

Если говорить о построении скалярных регуляторов методом АКАР, то складывается впечатление, что метод основывается на введении последовательности инвариантных многообразий понижающейся геометрической размерности и последующей поэтапной динамической декомпозиции исходной динамической системы. В таком случае, изображающая точка системы, начав

двигаться из произвольного начального состояния, последовательно перемещается от одной поверхности притяжения к другой, пока не попадет на финишную поверхность вида:

$$\psi_1 = 0 \rightarrow \psi_2 = 0 \rightarrow \dots \rightarrow \psi_m = 0 \quad (1.1)$$

В уравнении (1.1) «внутренние» многообразия типологически вкладываются во «внешние». Это говорит о том, что в синтезируемой системе возникает внутренний процесс самоуправления. В результате происходит каскадное формирование последовательности внутренних управлений, которые сжимают фазовый объем системы по направлению от внешней области фазового пространства к совокупности вкладываемых друг в друга внутренних областей вплоть до попадания изображающей точки в желаемое состояние системы. [11]

Так же можем допустить, что в пространстве состояний замкнутой системы существует притягивающее инвариантное многообразие вида $\psi(x) = 0$, являющееся асимптотическим пределом фазовых траекторий. И таких подобных многообразий может быть несколько. Как правило, количество инвариантных многообразий совпадает с количеством каналов управления. Тогда изображающая точка системы начинает стремиться к пересечению инвариантных многообразий. Необходимым условием попадания изображающей точки замкнутой системы типа «объект-регулятор» на инвариантное многообразие $\psi(x) = 0$ является, чтобы ее движение удовлетворяло некоторому устойчивому дифференциальному уравнению, записанному относительно агрегированной макропеременной $\psi(x)$. Такое уравнение в синергетической теории управления называют функциональным или эволюционным. [12]

Обычно система функциональных уравнений задается как система обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка вида:

$$T_s \dot{\psi}_s(t) + \varphi_s(\psi_s) = 0, \quad s = 1, 2, \dots, m, T_s > 0. \quad (1.2)$$

где m – число заданных инвариантных многообразий; T_s – управляющий параметр; $\varphi_s(\psi_s)$ – функция, которая должна удовлетворять следующей совокупности условий:

- 1) $\varphi_s(\psi_s)$ должна быть непрерывна, однозначна и дифференцируема при всех ψ_s ;
- 2) $\varphi_s(0) = 0$;
- 3) $\varphi_s(\psi_s) > 0$ при любых 0 .

Грубо говоря, эти условия обращаются в нуль только на многообразиях $\varphi_s = 0$, относительно которых система заданных функциональных уравнений асимптотически устойчива в целом.

А также, как правило, в методе АКАР используются функциональные уравнения:

$$T_s \psi_s(t) + \psi_s = 0 \quad (1.3)$$

что говорит об условии, которое будет выявлено типом $\varphi_s(\psi_s) = \psi_s 0$. И уравнения такого типа, как видно, характеризуются асимптотической устойчивостью относительно многообразия $\psi_s = 0$ при условии $T_s > 0$.

2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Говоря о синтезе, можно сказать, что синтез системы управления – это самый что ни есть уникальный пример технического проектирования. Он является одной из ответственных стадий проектирования, где производится сложные математические расчеты, которые должны формироваться под стать техническим требованиям проектируемого объекта. Целью же синтеза выступает определение и проектирование конфигурации системы, а также ее требований, которым она должна удовлетворять, и задачи основных параметров, удовлетворяющих предъявляемым к системе требованиям. Это производится с помощью макропеременных, которые добыты через системный анализ. В общем виде, задачи синтеза систем управления заключаются в определении структуры и параметров системы, исходя из заданных требований к значениям показателей эффективности ее функционирования, а также способов обеспечения целей функционирования системы.

Нам нужно же описать агрегированные макропеременные, которые выбираются из соображений, связанных с желаемыми переходными процессами и установившимися режимами движения объекта, степень близости которых проверяется обычно моделированием.

Опишем механический и электрический режимы работ двигателя методом АКАР в системе уравнений (2.1):

$$\begin{cases} U - C_e \omega = L \frac{di}{dt} - \text{электрическая характеристика} \\ C_m i = J \frac{d\omega}{dt} + f(\omega) - \text{механическая характеристика.} \end{cases} \quad (2.1)$$

Приведем систему уравнений (2.1) к нормальной форме:

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = \frac{C_m}{J} i - \frac{1}{J} f(\omega) \\ \frac{di}{dt} = -\frac{C_e \omega}{L} - \frac{R}{L} i + \frac{U}{L} \end{cases} \quad (2.2)$$

Примем переменные из системы (2.2) таким образом, чтобы система получилась дифференциальной, где $\omega = x_1$; $i = x_2$ и получаем систему (2.3):

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -a_{11}f(x_1) + a_{12}x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = -a_{21}x_1 - a_{22}x_2 + bu \end{cases} \quad (2.3)$$

Отсюда же высчитываем параметры переменных, показанные в виде выражения (2.4):

$$a_{11} = \frac{1}{J}; a_{12} = \frac{C_m}{J}; a_{21} = \frac{C_e}{L}; a_{22} = \frac{R}{L}. \quad (2.4)$$

Зададимся целью добиться стабилизации скорости вращения ротора двигателя. Для этого введем технологические инварианты, отвечающие задаче стабилизации скорости вращения. [13]

Для начала введем макропеременную:

$$\psi_1 = x_1 - x_{01} \quad (2.5)$$

где x_1 – частота вращения; x_{01} – заданное значение скорости и выведем в выражение (2.6):

$$\frac{d\psi_1}{dt} = \frac{dx_1}{dt} \quad (2.6)$$

Видно, что ток носит подчиненное отношение, а так же можно сказать, что $\psi_2 = x_2 - \varphi(x_1)$ – это требуемое изменение тока.

Сделаем допущение, что требование стремления к нулю второй инварианты выполняется. И так же следует, что $x_2 = \varphi(x_1)$.

Поэтому расширение пространства состояний имеет вид:

$$\begin{cases} T_1 \frac{d\psi_1}{dt} + \psi_1 = 0 \\ T_2 \frac{d\psi_2}{dt} + \psi_2 = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

Подставив (2.1) в (2.2), получаем:

$$T_1 \frac{dx_1}{dt} + x_1 = x_{01} \quad (2.8)$$

Отсюда, чтобы избавиться от $\frac{dx_1}{dt}$, подставим:

$$-T_1 a_{11}f(x_1) + a_{12}x_2 - x_{01} = 0 \quad (2.9)$$

Выражение (2.9) преобразовываем в новое, дополняя его суммой переменных:

$$-T_1 a_{11}f(x_1) + T_1 a_{12}\varphi(x_1) + x - x_{01} = 0 \quad (2.10)$$

Из выражения (2.10) получаем переменную $\varphi(x_1)$:

$$\varphi(x_1) = f(x_1) \frac{a_{11}}{a_{12}} - \frac{1}{T_1 a_{12}} (x_1 - x_{01}) \quad (2.11)$$

Далее берем производную по $\varphi(x_1)$:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{a_{11}}{a_{12}} \frac{df(x_1)}{dx_1} \frac{dx_1}{dt} - \frac{1}{T_1 a_{12}} \frac{dx_1}{dt} \\ &= \left(\frac{a_{11}}{a_{12}} \frac{df}{dx_2} - \frac{1}{T_1 a_{12}} \right) \frac{dx_1}{dt} \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$T_2 \frac{dx_2}{dt} - T_2 \frac{d\varphi}{dt} + x_2 - \varphi = 0 \quad (2.13)$$

Подставляем выражения (2.12) и (2.13) в выражение (2.10):

$$\begin{aligned} -T_2 a_{21} x_1 - T_2 a_{22} x_2 + T_2 b u - T_2 \left(\frac{a_{11}}{a_{12}} \frac{df}{dx_1} - \frac{1}{T_1 a_{12}} \right) \frac{dx_1}{dt} \\ + x_2 - \frac{a_{11}}{a_{12}} f + \frac{1}{T_1 a_{12}} (x_1 - x_{01}) = 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Из выражения (2.14) выразим переменную u :

$$\begin{aligned} u = \left[\frac{a_{21}}{b} x_1 + \frac{a_{22} x_2}{b} + \left(\frac{a_{11}}{a_{12}} \frac{df}{dx_1} - \frac{1}{T_1 a_{12}} \right) \frac{dx_1}{dt} - \frac{x_2}{T_2 b} \right. \\ \left. + \frac{a_{11}}{a_{12} T_2 b} f - \frac{1}{T_1 a_{12} T_2 b} (x_1 - x_{01}) \right] \\ = 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Для упрощения уравнения (2.15) вынесем общий член $\frac{1}{b}$ за скобки:

$$\begin{aligned} u = \frac{1}{b} \left[a_{21} x_1 + a_{22} x_2 \right. \\ \left. + \left[\frac{a_{11}}{a_{12}} \frac{df}{dx_1} - \frac{1}{T_1 a_{12}} \right] [-a_{11} f + a_{12} x_2] \right. \\ \left. - \frac{x_2}{T_2} + \frac{a_{11}}{a_{12} T_2} f - \frac{1}{T_1 T_2 a_{12}} (x_1 - x_{01}) \right], \end{aligned} \quad (2.16)$$

где u обеспечивает стабилизацию частоты вращения.

Полученное управление u подставляем в следующее выражение (2.17):

$$\begin{aligned} \frac{dx_2}{dt} = -\frac{a_{11}^2}{a_{12}} f \frac{df}{dx_1} + \frac{a_{11} f}{a_{12}} \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) - x_2 \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) \\ - \frac{1}{T_1 T_2 a_{12}} (x_1 - x_{01}). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Приведем к общему множителю выражение (2.17), которое является проводимостью:

$$\left[\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right] = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \quad (2.18)$$

Из проработанных выражений, получаем систему уравнений, которую можно промоделировать уже в математическом пакете MatLab:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -a_{11}f(x_1) + a_{12}x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = \left[-\frac{a_{11}}{a_{12}} f(x_1) + x_2 \right] - \left[-a_{11} \frac{df(x_1)}{dx_1} + \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \right] \end{cases} \quad (2.19)$$

Таким образом, выражение (2.19) является нелинейной системой, описывающей стабилизацию привода по скорости. Это говорит о том, что основным показателем работы системы является точность поддержания заданной скорости при воздействии на систему возмущений. Данная скоростная стабилизация в установившемся режиме может зависеть и от нагрузки на двигатель. Из этого точность стабилизации можно оценивать электрической и механической характеристикой, что собственно и приведено в следующем пункте работы, где основным параметром будет являться постоянное значение напряжения сети. [14]

3. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО СИНТЕЗУ

Для синтеза системы управления методом АКАР требуется преобразовать систему к следующему виду:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2 \quad (3.1)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -a_{21}x_1 + a_{23}x_3$$

$$\frac{dx_3}{dt} = -a_{32}x_2 - a_{33}x_3 + bU$$

где переменные $\alpha = x_1, \omega = x_2, i = x_3$, в качестве постоянных

введены $\frac{c_m}{J} = a_{23}, \frac{C}{J} = a_{21}, \frac{c_e}{L} = a_{32}, \frac{R}{L} = a_{33}, \frac{1}{L} = b$.

Имеются значения n_1 и n_2 . Необходимо воспользоваться двумя последние цифрами номера зачетной книжки. Например, номер зачетной книжки – 1871275, где $n_1=7$, а $n_2=5$.

Для синтеза системы управления методом АКАР, выбираем следующие параметры системы управления:

$$a_{23}^* = \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2} = 0.34; a_{21}^* = 2n_1 = 14; a_{32}^* = 0.5n_2 = 2.5;$$

$$a_{33}^* = |n_1 - n_2| = 2; b^* = 1; U_{max} = 220 \text{ В};$$

Далее:

$$a_{31} = (a_{21}^* \cdot a_{33}^*) = 28; a_{32} = (a_{32}^* \cdot a_{23}^* + a_{21}^*) = 14.85; a_{33} = a_{33}^*; b = 1;$$

С учетом введенных ранее значений система (3.1) примет вид:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = -14x_1 + 0.34x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} = -14.85x_2 - x_3 + U \end{cases} \quad (3.2)$$

Матрица A с учетом этого примет вид: $A =$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -14 & 0 & 0.34 \\ 0 & -14.85 & -2 \end{pmatrix}.$$

Координата, характеризующая угол поворота ротора (x_1) является выходной координатой системы, поэтому для формирования требований к желаемому поведению системы в пространстве состояний введем следующую макропеременную порядка $\Psi_1 = x_1 - x_{01} \Rightarrow 0$, где x_{01} - заданное, требуемое значение координаты x_1 . Значение скорости изменения угла должно обеспечивать стремление угла поворота ротора к заданному выше значению, для этого введем еще одну макропеременную $\Psi_2 = x_2 - \varphi_2(x_1) \Rightarrow 0$, где $\varphi_2(x_1)$ некоторая функция, описывающая стремление $x_2 \Rightarrow \varphi_2(x_1)$ в стационарном состоянии. Далее вводим макропеременную порядка по координате $\Psi_3 = x_3 - \varphi_3(x_1, x_2) \Rightarrow 0$, где $\varphi_3(x_1, x_2)$ некоторая функция, описывающая связь между координатами в стационарном состоянии системы и, следовательно, $x_3 \Rightarrow \varphi_3(x_1, x_2)$.

Для вновь введенных макропеременных Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 потребуем асимптотически устойчивый закон изменения, то есть выполнение следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} T_1 \frac{d\Psi_1}{dt} + \Psi_1 = 0 \\ T_2 \frac{d\Psi_2}{dt} + \Psi_2 = 0, \\ T_3 \frac{d\Psi_3}{dt} + \Psi_3 = 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

где T_1, T_2, T_3 постоянные времени определяющие скорость стремления введенных макропеременных к нулю, либо, иными словами, скорость стягивания произвольной траектории движения системы в пространстве состояния к требуемому с технологической точки зрения аттрактору.

Введенная в выражении (3.3) система уравнений расширила пространство состояний системы с 3-го до 6-го, что является одним из основных положений метода АКАР, дальнейший синтез системы управления сводится к поэтапному процессу декомпозиции (сжатия) этого пространства до начального уровня. Начнем процесс декомпозиции с подстановки в первое уравнение системы (3.3) вместо макропеременной Ψ_1 ее значение в координатах управляемого процесса, в результате получим:

$$T_1 \frac{dx_1}{dt} + (x_1 - x_{01}) = 0, \quad (3.4)$$

где с учетом (3.2) $\frac{dx_1}{dt} = x_2$, тогда (3.4) примет вид:

$$T_1 x_2 + (x_1 - x_{01}) = 0. \quad (3.5)$$

Учитывая следующий шаг алгоритма синтеза, в результате которого мы приняли, что $x \Rightarrow \phi_2(x_1)$, найдем значение $\phi_2(x_1)$, как:

$$\phi_2(x_1) = -\frac{(x_1 - x_{01})}{T_1}. \quad (3.6)$$

Учитывая это, макропеременная Ψ_2 примет вид:

$$\Psi_2 = x_2 - \phi_2(x_1) = x_2 + \frac{(x_1 - x_{01})}{T_1}. \quad (3.7)$$

Справедливость выражения (3.7), с точки зрения целей управления, подтверждает тот факт, что в стационарном состоянии значение $x_2 \Rightarrow \phi_2(x_1) \Rightarrow 0$. Тогда с учетом (3.7) второе уравнение системы, примет следующий вид:

$$T_2 \frac{dx_2}{dt} - T_2 \frac{d\phi_2(x_1)}{dt} + x_2 - \phi_2(x_1) = 0. \quad (3.8)$$

Или с учетом значения $\phi_2(x_1)$:

$$T_2 \frac{dx_2}{dt} + \frac{T_2 dx_1}{T_1 dt} + x_2 + \frac{(x_1 - x_{01})}{T_1} = 0. \quad (3.9)$$

С учетом системы (3.2):

$$-T_2 14x_1 + T_2 0.34x_3 + \frac{T_2}{T_1} x_2 + x_2 + \frac{(x_1 - x_{01})}{T_1} = 0. \quad (3.10)$$

На следующем шаге алгоритма синтеза пользуясь теми же рассуждениями, что и раньше и тем фактом, что $x_3 \Rightarrow \phi_3(x_1, x_2)$,

определим из (3.10) значение $\phi_3(x_1, x_2)$ в координатах управляемого процесса:

$$\phi_3(x_1, x_2) = \left(\frac{14}{0,34}\right)x_1 - \left(\frac{1}{0,34}\right)\frac{(T_2+T_1)}{T_1}x_2 - \left(\frac{1}{0,34}\right)\frac{(x_1-x_{01})}{T_2T_1} = 0. \quad (3.11)$$

$$\left(\frac{1}{0,34}\right) = 2.94; \left(\frac{14}{0,34}\right) = 41.17.$$

Получив значение $\phi_3(x_1, x_2)$ в координатах управляемого процесса, мы можем определить значение макропеременной Ψ_3 в координатах состояния системы и раскрыть третье уравнение системы (3.2).

$$T_3 \left[\frac{dx_3}{dt} - \frac{d\phi_3(x_1, x_2)}{dt} \right] + x_3 - \phi_3(x_1, x_2) = 0. \quad (3.12)$$

После подстановки в (3.12) полученных ранее значений $\phi_3(x_1, x_2)$ из (3.11) и использования системы (3.2) получим:

$$\begin{aligned} -14.85x_2 - x_3 + U - 41.17x_2 - 14.85x_1 \frac{(T_1 + T_2)}{T_1T_2} + x_3 \frac{(T_1 + T_2)}{T_1T_2} \\ + \frac{2.94x_2}{T_1T_2} + \frac{x_3}{T_3} - \frac{14.85x_1}{T_3} + \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2.94x_2 \frac{(T_1+T_2)}{T_1T_2T_3} + 2.94 \frac{(x_1-x_{01})}{T_1T_2T_3} = 0. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Из уравнения (3.13) полученного на этом шаге декомпозиции пространства состояния системы управления, определим значение управления в координатах управляемого процесса:

$$\begin{aligned} U = 14.85x_2 + x_3 + 41.17x_2 + 14.85x_1 \frac{(T_1T_3 + T_2T_3 + T_1T_2)}{T_1T_2T_3} \\ - x_3 \frac{(T_1T_3 + T_2T_3 + T_1T_2)}{T_1T_2T_3} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2.94x_2 \frac{(T_1+T_2+T_3)}{T_1T_2T_3} - 2.94 \frac{(x_1-x_{01})}{T_1T_2T_3}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Выражение (3.14) и определяет асимптотически устойчивое управляющее воздействие на систему управления, описываемую уравнениями (3.2).

Математическая модель системы управления в среде MatLab Simulink представлена на рисунке 3.1.

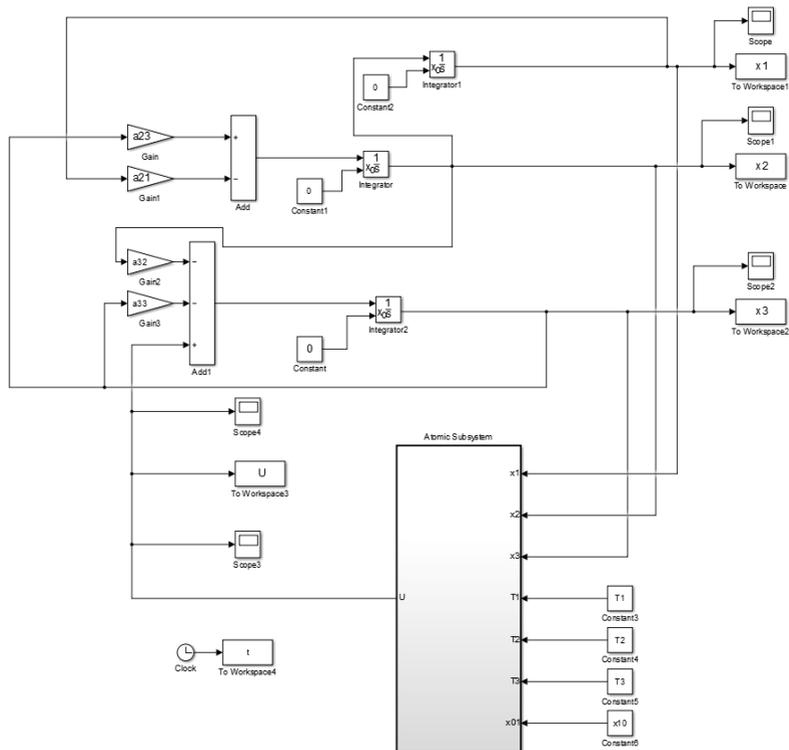


Рисунок 3.1. Математическая модель эксперимента с синтезированным блоком управления

Как видно из рисунка 3.1 синтезированное управление замкнуло в себе в виде обратной связи все координаты состояния системы, а также введенные при синтезе постоянные времени и управляющее значение x_{10} . Внутренняя структура блока управления представлена на рисунке 3.2.

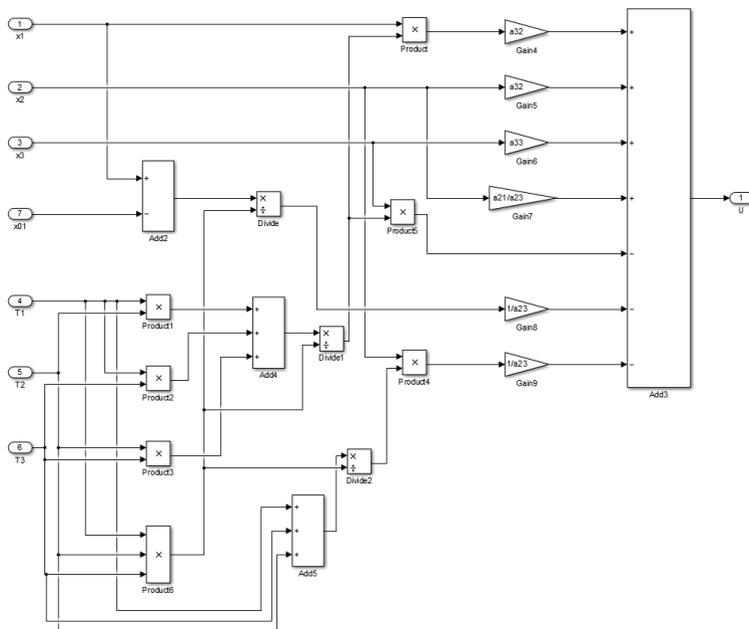


Рисунок 3.2. Блок управления, реализующий уравнение (14)

Результаты моделирования системы, представленной рисунками 3.1 и 3.2, с требуемым значением угла поворота ротора двигателя $x_{10}=10$ рад., и значениями введенных постоянных времени $T_1 = 0.01$; $T_2 = 0.08$, $T_3 = 0.3$ показаны на рисунке 3.3.

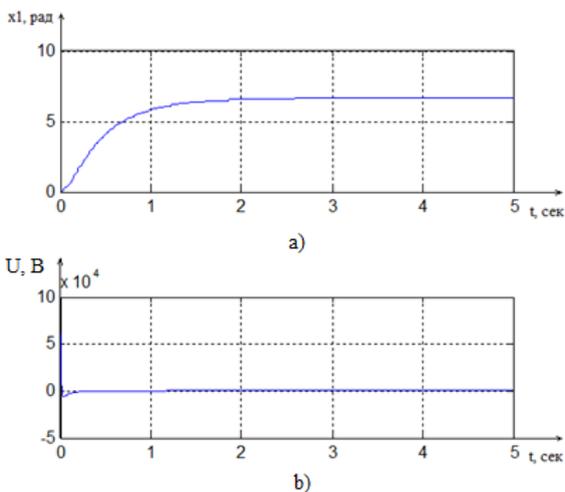
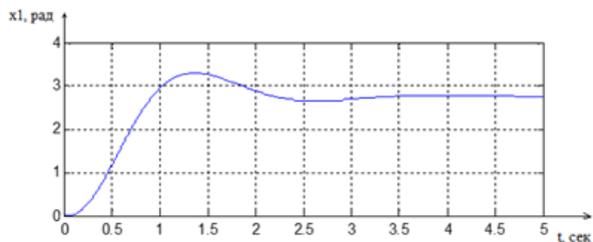
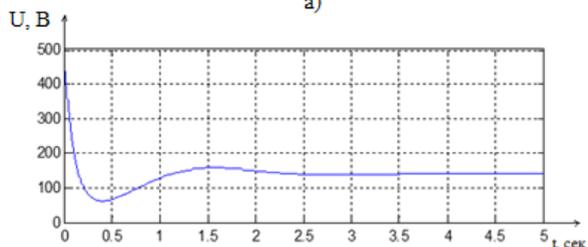


Рисунок 3.3. Результаты моделирования с управлением без ограничения при $T_1 = 0.01$; $T_2 = 0.08$, $T_3 = 0.3$, а) Переходный процесс по выходной координате, б) график изменения управления

Как видно из рисунка 3.3 структура управления в обоих случаях одинакова, то есть речь идет об том, что в начале подается положительное по знаку управление, а затем его знак меняется на противоположный. Для ограничения максимального значения управления введем в контур управления нелинейное звено типа «насыщения» с таким же порогом, как и в случае максимума. Результаты моделирования системы с учетом этого порога и с подобранными значениями постоянных T_1, T_2, T_3 , представлены на рисунке 3.4.



a)



b)

Рисунок 3.4. Результаты моделирования с управлением при $T_1 = 0.70$; $T_2 = 0.56$, $T_3 = 0.1$, а) Переходный процесс по выходной координате, б) график изменения управления

Как видно из рисунка 3.4 введение нелинейного ограничения на управление типа «насыщения» позволяет получить требуемый с точки зрения допустимости управления результат, при этом фактически соблюдается определенная методом максимума структура управления, но управление не является оптимальным по быстродействию. Здесь мы должны отметить, что такая модификация метода АКАР может приводить и к потере устойчивости системы (рисунок 3.5).

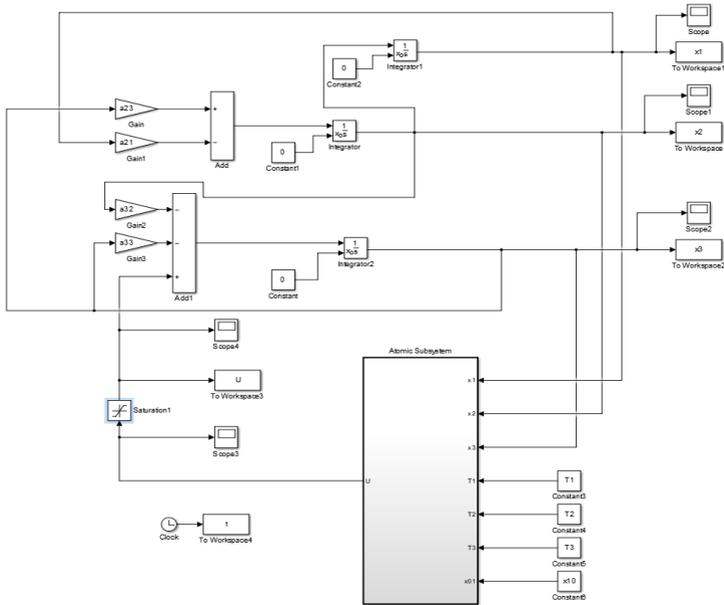
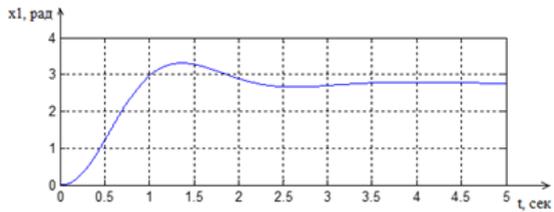
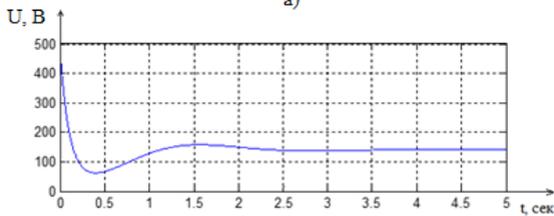


Рисунок 3.5. Схема эксперимента с синтезированным блоком управления с ограничением



a)



b)

Рисунок 3.6. Результаты моделирования с управлением при $T_1 = 0.70$; $T_2 = 0.56$, $T_3 = 0.1$, а) переходный процесс по выходной координате, б) график изменения управления

Однако, не смотря на результат, представленный на рисунке 3.6, дополнение системы управления полученной методом АКАР, ограничениями на амплитуду управляющих сигналов существенно сближает ее с решениями получаемые при реализации процедуры синтеза методом максимума.



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Особенности данных методических указаний выражаются в том, что решение задачи по синтезированию методом АКАР позволяет стабилизировать работу системы управления.

В качестве результатов выступают:

– выбор приборного состава и устройств, входящих в систему управления и составление функциональной схемы системы управления;

– составление системы дифференциальных уравнений;

– проведение анализа динамики системы;

– создание кода в прикладном пакете MatLab;

– создание математической модели системы управления и описание решения дифференциальных уравнений в прикладном пакете MatLab Simulink;

синтезирование системы управления.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы.: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1976.
2. Батищев Д.И. Методы оптимального проектирования.: Учеб. пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 1984.
3. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. М.Наука. 1975.
4. Гайдук А.Р. Оптимальные и адаптивные системы автоматического управления.: -М.: УМ и ИЦ «Учебная литература». 2006.
5. Ногин В.Д., Протодьяконов И.О., Евлампиев И.И. Основы теории оптимизации.: Учеб. пособие для студентов втузов: – М.: Высш. школа, 1986.
6. Попов Е. П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления. – М.: Наука, 1979.
7. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления. / Под. ред. Бесекерского В.А. – М.: Наука, 1969.
8. Колесников, А. А. Современная прикладная теория управления: синергетический подход в теории управления/ А. А. Колесников. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. – С. 68.
9. Межаков О. Г. Цифровой импульсный понижающий преобразователь напряжения под управлением «АКАР» (часть 1) // Молодой ученый. – 2016. – №6. – С. 133-139.
10. Васильев Е.М. Применение метода АКАР для управления нелинейными подвижными объектами / Васильев Е.М., Мельник Н.О. // Актуальные направления научных исследований 21 века: теория и практика. – 2017. – №8-1(34-1). – С. 78-81.
11. Колесников А.А. Методы АКАР и бекстеппинг в задачах синтеза нелинейных систем управления / Колесников А.А., Колесников Ал.А., Кузьменко А.А // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2016. – №7. – С. 435–445.
12. Пупков К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления: учеб. В 5 т. Т. 1: Теория оптимизации систем автоматического управления/под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. –744 с.



13. Камке, Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке. – М.: Наука, 1971 – 576 с.

14. Филимонов Н. Б. Проблема качества процессов управления: смена оптимизационной парадигмы // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2010. – № 12. – С. 2–11.