



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Автоматизация производственных процессов»

Методические указания к курсовой работе

по дисциплине

«Синтез систем управления движением»

Авторы
Лапшин В. П.,
Туркин И. А.

Ростов-на-Дону, 2019

Аннотация

Методические указания к курсовой работе предназначен для студентов очной форм обучения направлений 15.03.04 и 27.03.04.

Авторы



Доцент, к.т.н.,
ДГТУ
Лапшин В.П.



Доцент, к.т.н.,
ДГТУ
Туркин И.А.





Оглавление

Введение	Ошибка! Закладка не определена.
1 Краткая теория по методам синтеза	5
1.1 Описание синтезируемой системы управления.....	5
1.2 Принцип максимума	7
1.3 Метод АКАР	10
2 Пример решения задачи синтеза	12
2.1 Синтез управления на основе принципа максимума.	12
2.2 Синтез управления с использованием метода АКАР..	16
2.3 Синтез управления с использованием метода АКАР ..	23
3 Задание на курсовое проектирование	24
Список литературы	26

ВВЕДЕНИЕ

Современная научная мысль позволяет получить различные решения для множества задач управления возникающих в сфере производства и автоматизации технологических процессов. Это разнообразие связано с математическим аппаратом, используемым при описании различных технологических процессов. Основной задачей, решаемой в курсовом проекте, является синтез электромеханической системы, обладающей свойством оптимальности, либо квазиоптимальности по быстродействию. При этом одним из условий синтеза является исходная линейная зависимость момента сопротивления от выходной координаты системы. Такая задача была выбрана неслучайно, дело в том, что ее решение позволяет добиться повышения эффективности реальных (действующих) систем управления технологическими процессами. С одной стороны эта задача проста: необходимо определить математическую зависимость момента сопротивления, возникающего в зоне резания, от координат состояния привода, но с другой стороны: динамика этой систем, в результате этого, оказывается сложной, что может существенно осложнить вопросы моделирования. В результате, здесь возникает новая задача, задача синтеза системы управления учитывающей сложный, нелинейный характер технологических процессов.

В курсовом проекте предлагается два различных подхода для решения этой задачи, а также методика позволяющая сравнить полученные решения. В качестве первого подхода к вопросам синтеза управления технологическим процессом, выступает использование принципа максимума, предложенного Л.С. Понтрягиным и его учениками. Отметим, что принцип максимума и синтез систем управления на его основе, сегодня являются базой такого направления Теории управления, как Методы синтеза оптимальных систем управления. Вторым подходом, решающим эту задачу, является более современный метод синтеза нелинейных систем управления предложенный А.А. Колесниковым и получивший название: метод Аналитического Конструирования Агрегированных Регуляторов (АКАР). Отличие АКАР от методов синтеза оптимальных систем управления заключается в том, что здесь отсутствует критерий оптимизации системы управления. Однако с точки зрения реализации процедуры синтеза, метод АКАР обладает несомненным преимуществом перед методами синтеза оптимальных систем, которое выражается в отсутствии ограничений на нелинейность системы дифференциальных уравнений.

Нами в ряде работ подробно рассмотрены эти методы и предложен подход, сближающий решения, полученные по этим методам, который по нашему мнению позволит повысить эффективность метода синергетического синтеза, добавив в него некоторые особенности методологии синтеза оптимальных систем. В результате применения этой методики в курсовом проекте Вы должны добиться схожести полученного закона управления при синтезе системы оптимальной по Л.С. Понтрягину и синтеза с использованием метода АКАР.

1 КРАТКАЯ ТЕОРИЯ ПО МЕТОДАМ СИНТЕЗА

1.1 Описание синтезируемой системы управления

В машиностроении, при решении задач автоматизации процессов сборки различного оборудования, часто возникает задача крепления различного вида частей друг к другу. Так, к примеру, в автомобилестроении ежегодная замена колес, проводимая при смене сезонов, операция ручная, требующая некоторого опыта и навыков от осуществляющих ее операторов. Колеса прикручиваются, как правило, электродвигателем постоянного тока, который должен прекратить эту операцию при достижении момента сопротивления критического значения. Такого рода задача возникает также и при обработке металлов резанием на металлорежущих станках, так при сверлении глубоких отверстий привод обеспечивающий подачу сверла сталкивается с постоянно нарастающим осевым сопротивлением, которое связано с трением нарастающего объема стружки в стружкоотводящих каналах. Проиллюстрируем эти примеры следующей схемой (см. рис. 1.1).

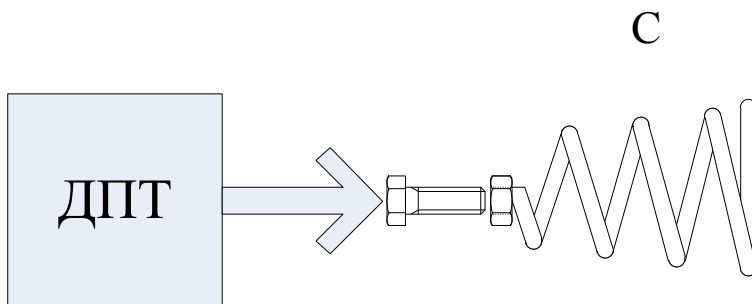


Рис. 1.1 Иллюстрационная схема

На рисунке 1.1 представлен двигатель постоянного тока, осуществляющий операцию крепления оборудования, где C - суммарная характеристика жесткости сжимающегося при скручивании материала.

В основе электромеханических систем лежит привод, обеспечивающий преобразование электрической энергии в механическую энергию движения исполнительных механизмов системы. В случае, рассматриваемом в курсовом проекте, такое преобразование осуществляется электродвигателем постоянного тока с коллекторным управлением, который описывается следующей системой уравнений [10]:

$$\begin{aligned} U - c_e \omega &= L \frac{di}{dt} + Ri \\ c_m i &= J \frac{d\omega}{dt} + M_c \end{aligned} \quad (1.1)$$

где U - напряжение, подаваемое на коллектор двигателя, i - ток потребляемый двигателем, R, L - параметры электрической части двигателя, J - параметр, характеризующий инерционные свойства ротора двигателя, приведенный инерционный момент всех вращающихся масс, ω - частота вращения ротора двигателя, M_c - внешний, приложенный момент сопротивления, C_m, C_e - механическая и электрическая постоянные двигателя. В рассматриваемом случае момент представлен как функция угла поворота ротора двигателя, то есть $M_c = C\alpha$, с учетом чего (1.1) перепишем как:

$$\begin{aligned} U - c_e \omega &= L \frac{di}{dt} + Ri \\ c_m i &= J \frac{d\omega}{dt} + C\alpha \\ \frac{d\alpha}{dt} &= \omega \end{aligned} \quad (1.2)$$

Выразим во втором уравнении значение тока и подставим полученное в первое уравнение, получим:

$$U \frac{1}{c_e} - \omega = \frac{LJ}{c_e c_m} \frac{d^2 \omega}{dt^2} + \frac{RJ}{c_e c_m} \frac{d\omega}{dt} + \frac{LC}{c_e c_m} \omega + \frac{RC}{c_e c_m} \alpha \quad (1.3)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega$$

Разрешим первое уравнение относительно старшей производной и перепишем его вторым, получим:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega \quad (1.4)$$

$$\frac{d^2 \omega}{dt^2} = -\frac{R}{L} \frac{d\omega}{dt} - \left(\frac{c_m c_e}{LJ} + \frac{C}{J} \right) \omega - \frac{RC}{LJ} \alpha + \frac{c_m}{LJ} U$$

Обозначим переменные $\alpha = x_1, \omega = x_2, \frac{d\omega}{dt} = x_3$, в каче-

стве постоянных введем

$$\frac{R}{L} = a_{33}, \left(\frac{c_m c_e}{LJ} + \frac{C}{J} \right) = a_{32}, \frac{RC}{LJ} = a_{31}, \frac{c_m}{LJ} = b, \text{ тогда система (1.4)}$$

примет вид:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2 \quad (1.5)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = x_3$$

$$\frac{dx_3}{dt} = -a_{31}x_1 - a_{32}x_2 - a_{33}x_3 + bU$$

Или в матрично-векторном виде:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (1.6)$$

$$\text{где } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_{31} & -a_{32} & -a_{33} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ U \end{pmatrix}.$$

1.2 Принцип максимума

Принцип максимума был разработан группой советских ученых под руководством академика Л.С. Понтрягина в пери-

од 1956-1960 г.г. Принципом максимума Л.С. Понтрягин назвал теорему о необходимом условии оптимальности, которая была сформулирована им в этот период.

Рассмотрим некоторые положения оптимизации систем с использованием принципа максимума.

Пусть объект управления описывается дифференциальными уравнениями:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x, u, t), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.7)$$

где $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – вектор состояния;

$u = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ – вектор управления.

Требуется перевести объект из начального состояния при $t = t_0$; $x(t_0) = x^0$ в конечное состояние при $t = t_k$; $x(t_k) = x^k$.

Таким образом, краевые условия:

$$x(t_0) = x^0; \quad x(t_k) = x^k \quad (1.8)$$

и время перевода $(t_k - t_0)$ полагаются заданными. На вектор управления накладывается ограничение

$$u \in V, \quad (1.9)$$

где V – некоторая ограниченная область.

Требуется определить оптимальное управление $u^*(t)$ и траекторию состояния $x^*(t)$, которые обеспечивают минимизацию функционала качества

$$J(x, u) = \int_{t_0}^{t_k} f_0(x, u, t) dt.$$

Считают, что все функции $f_i(x, u, t)$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$ непрерывны по переменным $x(t)$, $i = 1, n$; $u(t)$, $i = 1, m$, t и непрерывно дифференцируемы по $x(t)$, $i = 1, n$, t . Управление $u^*(t)$ отыскивается в классе кусочно-непрерывных функций из области V . Таким образом, рассматривается задача с закрепленными концами и фиксированным временем.

Для решения задачи вводится дополнительная переменная из условия $\frac{dx_0}{dt} = f_0(x, u, t)$, $x_0(0) = 0$, эта переменная определяется функционалом качества $x_0 = J(x, u)$ и поэтому в про-

цессе решения задачи должна принимать минимальное значение.

Далее составляется функция *Гамильтона* (*Гамильтониан*)

$$H(\psi, x, u) = \sum_{i=0}^n \psi_i(t) \cdot f_i(x, u, t), \quad (1.9)$$

где функции $\psi(t)$ должны удовлетворять уравнениям:

$$\frac{d\psi_i}{dt} = - \frac{\partial H(\psi, x, u)}{\partial x_i} = - \sum_{k=0}^n \psi_k(t) \frac{\partial f_k(x, u, t)}{\partial x_i}, \quad (1.10)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, n.$$

Уравнения (11) называют сопряженными. Это вытекает из определенной симметричности записи уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_i}{dt} &= \frac{\partial H(\psi, x, u)}{\partial \psi_i}; \\ \frac{d\psi_i}{dt} &= - \frac{\partial H(\psi, x, u)}{\partial x_i}. \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

Поскольку все функции $f(x, u, t)$, $i=0, 1, 2, \dots, n$ не зависят от переменной x_0 , то $\frac{d\psi_0}{dt} = 0$ и $\psi_0 = const$.

Формулировка принципа максимума.

Для оптимальности управления $u^* = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ и траектории состояния $x^* = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ необходимо существование такой *ненулевой непрерывной* функции $\psi^* = (\psi_0, \psi_1, \dots, \psi_n)$ сопряженных уравнений, что при любом $t(t_0 \leq t \leq t_k)$ функция Гамильтона $H(\psi, x, u)$ переменного $u \in V$ достигает в точке $u = u^*(t)$ максимума

$$H(\psi^*, x^*, u^*) = \max_{u \in V} (\psi^*, x^*, u)$$

при условии $\psi_0 \leq 0$.

Применение принципа максимума позволяет вместо задачи отыскания экстремума функционала качества $J(x, u)$ по управлению u , решать более простую задачу определения параметра u , обеспечивающего максимум функции $H(u)$ (отсюда и название максимума).

При оптимальном управлении функции $H(t)$ и $\Psi_0(t)$ постоянны во времени и $\Psi_0 \leq 0$, $H(t) = 0$. Решая задачу оптимального управления с использованием принципа максимума, прежде

всего определяется максимум функции Гамильтона $H(\Psi, x, u)$ относительно управления $u(t)$. Затем в курсовом проекте вместо решения систем дифференциальных уравнений, предлагается определить аналитически функциональную структуру управления, чтобы в последующем промоделировать систему управления с этой структурой в среде Matlab/Simulink с целью численного решения задачи синтеза параметров закона управления. Такое рода отличие от самого метода нами предлагается не потому, что это упрощает поиск оптимального управления, а с целью развития умения и навыков проведения численных экспериментов с использованием современных пакетов прикладных математических программ.

1.3 Метод АКАР

Метод АКАР опирается на идею введения притягивающих *инвариантных многообразий* (ИМ) $\varphi_s(x_1, \dots, x_n) = 0$, с которыми наилучшим образом согласуются естественные (энергетические, механические, тепловые и т.д.) свойства объекта и требования задач управления.

С математической точки зрения отличительная особенность постановки проблемы синтеза состоит в способе генерации такой совокупности обратных связей — законов управления $u(\varphi) = u(x, z)$, которые переводят систему из произвольного исходного состояния сначала в окрестность ИМ $\varphi_s(x) = 0$, а затем обеспечивают асимптотически устойчивое движение вдоль этих ИМ вплоть до попадания на целевые аттракторы. На этих аттракторах гарантируется выполнение заданных инвариантов — технологических, механических, энергетических и др.

В методе АКАР, основанном на процедуре агрегирования (декомпозиции), для обеспечения асимптотической устойчивости синтезируемых нелинейных систем высокой размерности используется параллельно-последовательная совокупность функций Ляпунова. Эти особенности метода АКАР позволяют наделить синтезируемые системы замечательным свойством *грубости* (робастности) переходных процессов к структурным вариациям и параметрическим возмущениям. Известно, что асимптотическая устойчивость систем в определенной области фазового пространства является грубым свойством, которое усиливается в случае экспоненциальной устойчивости систем.

Системы управления, синтезируемые по синергетическим принципам, являются как асимптотически устойчивыми в целом (т.е. во всей области фазового пространства), так и экспоненциально устойчивыми относительно вводимых инвариантных многообразий $\varphi_s = 0$. Это означает, что такие системы обладают отличительным свойством грубости (робастности) переходных процессов.

Задача АКАР с ограничением на управление выглядит следующим образом:

$$|u(t)| \leq u_{\max}$$

$$|x_i| \leq x_{i\max}$$

С такими ограничениями задачу можно считать сложной и нерешаемой как в системе АКОР, так и в других методах. Прямая причина этой сложности можно сказать в том, что указанные ограничения на управления и координаты могут привести к появлению нелинейности синтезируемого закона управления.

Одним из очевидных способов учета ограничения $|u(t)| \leq u_{\max}$ является введение в канал управления статического звена, имеющего характеристику типа «насыщение», т.е. обладающего свойствами релейного элемента в режиме больших отклонений. Отличительной особенностью такого способа является необходимость установки на выходе этого звена некоторого дополнительного динамического звена, например интегратора. Тогда за новое условное (неограниченное) управление следует выбрать управление $u(t)$ на входе введенного интегратора. Следовательно, размерность неизменяемой части синтезируемой системы увеличивается на единицу по сравнению с размерностью сходного объекта. Здесь, также как и в предыдущем случае, мы предлагаем сделать больший упор на вопросы численного решения задачи синтеза управления с широким использованием возможностей пакета прикладных математических программ Matlab.

2 ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА

2.1 Синтез управления на основе принципа максимума

Для начала сформулируем задачу синтеза оптимального управления в следующем виде:

- используя принцип максимума для объекта, описываемого Системой (1.5), определить алгоритм оптимального управления, который обеспечивает перевод объекта из начального состояния $x_1(0)=50, x_2(0)=0, x_3(0)=0$ в конечное состояние $x_1(T)=0, x_2(T)=0, x_3(T)=0$ за минимальное время T , при этом определить число переключений, моменты переключений и построить кривые управления $u(t)$ и координат $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$. На управляющее воздействие наложено ограничение $|u| \leq U_{\max}$. Параметры системы: $a_{31} = 4.65, a_{32} = 4.6, a_{33} = 2, b = 1.; U_{\max} = 440$ В.

Решение

Запишем гамильтониан

$$H = \sum_{i=1}^2 \psi_i f_i \quad (2.1)$$

где ψ_i и f_i – координаты векторов $\vec{\psi}$ и \vec{f} . В дополнение к системе (2.1) составим систему уравнений для вспомогательных переменных ψ_i , где $i = 1, 2$, используя следующую зависимость:

$$\frac{d\psi_i}{dt} = - \sum_{j=1}^2 \psi_j \frac{\partial f_j}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2.$$

Учитывая систему (1.5), получим:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dt} &= - \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_1} \psi_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \psi_2 + \frac{\partial f_3}{\partial x_1} \psi_3 \right] \\ \frac{d\psi_2}{dt} &= - \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_2} \psi_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \psi_2 + \frac{\partial f_3}{\partial x_2} \psi_3 \right] \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\frac{d\psi_3}{dt} = - \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_3} \psi_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \psi_2 + \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \psi_3 \right]$$

Таким образом, система уравнения (2.2) имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{d\psi_1}{dt} = 4.65\psi_3 \\ \frac{d\psi_2}{dt} = -\psi_1 + 4.6\psi_3 \\ \frac{d\psi_3}{dt} = -\psi_2 + 2\psi_3 \end{cases} \quad (2.3)$$

По полученной системе уравнений составим матрицу A^ψ :

$$A^\psi = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4.65 \\ -1 & 0 & 4.6 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Нормализованная матрица, состоящая из собственных векторов полученным значениям будет иметь следующий вид:

$$V^\psi = \begin{pmatrix} -0.9474 + 0.0000i & 0.5812 - 0.3347i & 0.5812 + 0.3347i \\ -0.1893 + 0.0000i & 0.6883 + 0.0000i & 0.6883 + 0.0000i \\ -0.2581 + 0.0000i & 0.1812 + 0.2086i & 0.1812 - 0.2086i \end{pmatrix}$$

Тогда диагонализированная матрица с собственными значениями примет вид:

$$A^{\psi-D} = \begin{pmatrix} 1.2666 + 0.0000i & 0 & 0 \\ 0 & 0.3667 + 1.8806i & 0 \\ 0 & 0 & 0.3667 - 1.8806i \end{pmatrix}$$

Решение системы (2.3) для диагонализированного случая матрицы $A^{\psi-D}$ примет вид:

$$\begin{cases} \psi_1^* = C_1 * e^{1.2666t} \\ \psi_2^* = C_2 * e^{(0.3667+1.8806i)t} \\ \psi_3^* = C_3 * e^{(0.3667-1.8806i)t} \end{cases}$$

С учетом матрицы V^ψ в исходном базисе решение примет

вид:

где C_1, C_2, C_3 – постоянные интегрирования.

Тогда выражение для гамильтониана принимает вид:

$$H = \Psi_1 f_1 + \Psi_2 f_2 + \Psi_3 f_3$$

В выражении (2.5) рассмотрим член, зависящий от управления:

$$H^* = \psi_3 * U = (-C_1 * 0.2581 * e^{1.2666t} + C_2 * (0.1812 + 0.2086i) * e^{(0.3667 + 1.8806i)t} + C_3 * (0.1812 - 0.2086i) * e^{(0.3667 - 1.8806i)t}) * bU$$

Для того чтобы гамильтониан H принимал максимальное положительное значение слагаемое H^* должно быть всегда положительным и наибольшим. Для этого алгоритм оптимального управления должен иметь вид: $u(t) = \sigma U_{\max}$, где

$\sigma =$

$$\text{sign}(-C_1 * 0.2581 * e^{1.2666t} + C_2 * (0.1812 + 0.2086i) * e^{(0.3667 + 1.8806i)t} + C_3 * (0.1812 - 0.2086i) * e^{(0.3667 - 1.8806i)t})$$

Оптимальное управление $u(t)$ является кусочно-постоянной функцией, принимающей значения $\pm U_{\max}$, и имеет не более двух интервалов постоянства, так как нелинейная функция

$$-C_1 * 0.2581 * e^{1.2666t} + C_2 * (0.1812 + 0.2086i) * e^{(0.3667 + 1.8806i)t} + C_3 * (0.1812 - 0.2086i) * e^{(0.3667 - 1.8806i)t}$$

меняет знак не более одного раза. При этом возможная смена знака происходит с плюса на минус, то есть для выполнения принципа максимума требуется сначала подавать на двигатель $U = +U_{\max}$, а затем $U = -U_{\max}$. Построим полученную функциональную зависимость, используя пакет Matlab (смотри рис. 2.1).

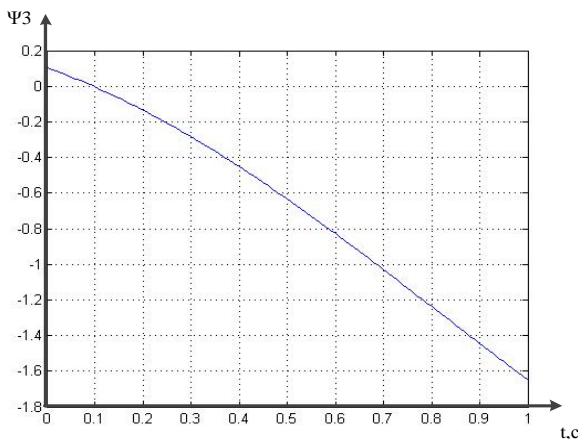


Рис. 2.1 График изменения Ψ_3

Как видно из рисунка 2.1 Ψ_3 действительно меняет знак с + на – один раз. С учетом этих рассуждений определим алгоритм оптимального уравнения, который обеспечивает перевод объекта из начального состояния $x_1(0)=0, x_2(0)=0, x_3(0)=0$ в конечное состояние $x_1(T)=50, x_2(T)=0, x_3(T)=0$ за минимальное время T . Для этого разработаем в среде Matlab программную реализацию системы управления, включающую в себя релейную систему переключения управления (смотри рис. 2.2).

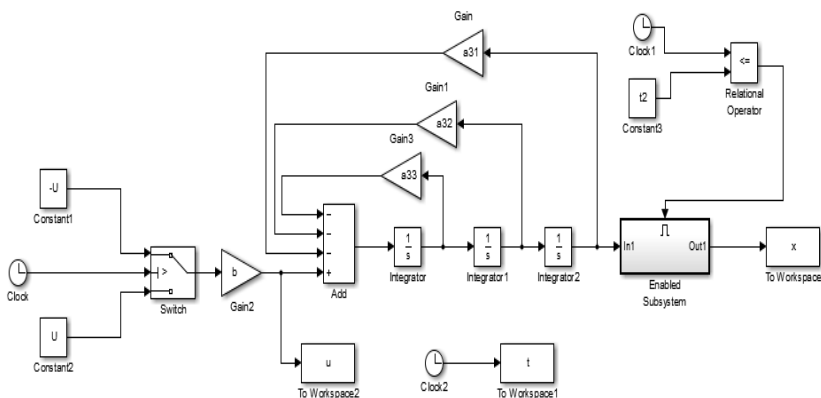


Рис. 2.2 – Схема математической модели в Matlab/Simulink

В представленной на рис. 2.2 схеме моделирования левая часть схемы реализует предложенный нами подход по переключению знака управления с плюса на минус. В центральной части схемы реализована математическая модель электропривода выражение (1.5), в правой части схемы элементы позволяющие вывести результаты моделирования.

Отметим, что в современных условиях нет необходимости получать аналитическое решение исходной системы уравнений, можно используя имеющиеся возможности современных пакетов прикладных программ типа Matlab, достаточно просто и наглядно получить численное решение для нашего случая.

Результаты численного моделирования для расчетного оптимального по быстродействию алгоритма управления представлены на рисунке 2.3. При этом параметры модели подобраны, та-

ким образом, чтобы она выполняла требуемое нам по правой границе граничное условие.

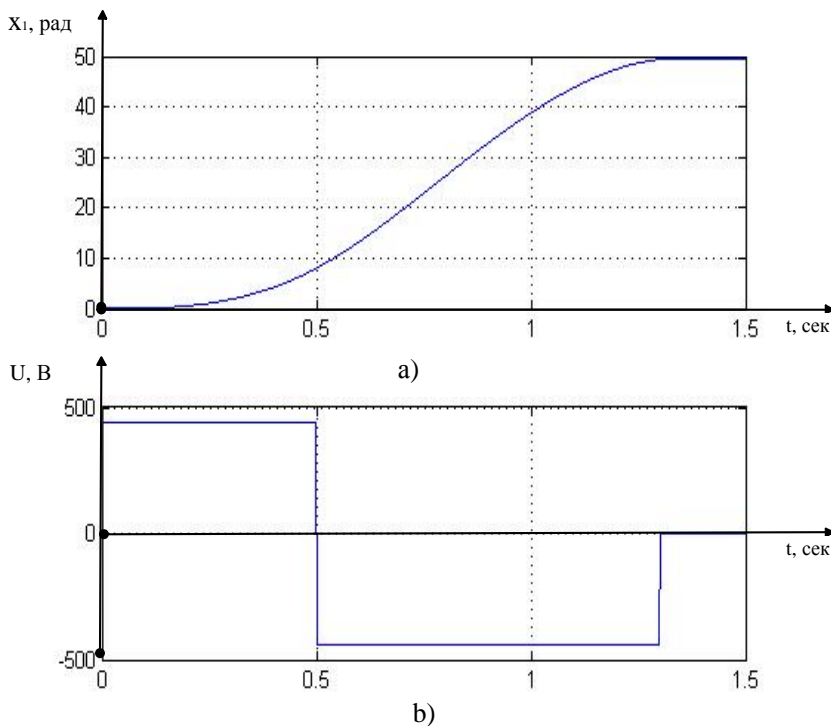


Рис. 2.3 Графики а) выходной координаты б) переключения управления

Как видно из рис. 2.3 время переключения управления с $(+U_{\max})$ на $(-U_{\max})$ выбрано как $t_1 = 0.5$ секунды, а общее время регулирования составило и $T = 1.3$ секунды. При этом система управления выходит на требуемый нам уровень выходного сигнала, то есть достигается правая граница краевых условий.

2.2 Синтез управления с использованием метода АКАР

Для синтеза системы управления методом АКАР можно не осуществлять переход к абстрактному фазовому случаю пространства состояния (смотри выражение (1.5)), а удобно использовать

исходную систему (1.2), однако требуется преобразовать ее к следующему виду:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -a_{21}x_1 + a_{23}x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} &= -a_{32}x_2 - a_{33}x_3 + bU \end{aligned} \quad (2.6)$$

где переменные $\alpha = x_1, \omega = x_2, i = x_3$, в качестве постоянных введены $\frac{c_m}{J} = a_{23}, \frac{C}{J} = a_{21}, \frac{c_e}{L} = a_{32}, \frac{R}{L} = a_{33}, \frac{1}{L} = b$. С учетом введенных ранее значений получим: $a_{23} = 1.515, a_{21} = 2.325, a_{32} = 1.5, a_{33} = 2, b = 1$ и система (2.6) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -2.325x_1 + 1.515x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} &= -1.5x_2 - 2x_3 + U \end{aligned} \quad (2.7)$$

Матрица A с учетом этого примет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -2.325 & 0 & 1.515 \\ 0 & -1.5 & -2 \end{pmatrix}.$$

Зная матрицу A найдем собствен-

ные числа λ матрицы A : $\lambda_1 = -1.2674 + 0.0000i, \lambda_2 = -0.3663 + 1.8801i, \lambda_3 = -0.3663 - 1.8801i$. Как видно из этих результатов речь идет именно о рассматриваемом при синтеза методом максимума случае системы управления.

Координата, характеризующая угол поворота ротора (x_1) является выходной координатой системы, поэтому для формирования требований к желаемому поведению системы в пространстве состояний введем следующую макропеременную порядка $\Psi_1 = x_1 - x_{01} \Rightarrow 0$, где x_{01} - заданное, требуемое значение координаты.

наты x_1 . Значение скорости изменения угла должно обеспечивать стремление угла поворота ротора к заданному выше значению, для этого введем еще одну макропеременную $\Psi_2 = x_2 - \varphi_2(x_1) \Rightarrow 0$, где $\varphi_2(x_1)$ некоторая функция, описывающая стремление $x_2 \Rightarrow \varphi_2(x_1)$ в стационарном состоянии. Далее вводим макропеременную порядка по координате $\Psi_3 = x_3 - \varphi_3(x_1, x_2) \Rightarrow 0$, где $\varphi_3(x_1, x_2)$ некоторая функция, описывающая связь между координатами в стационарном состоянии системы и, следовательно, $x_3 \Rightarrow \varphi_3(x_1, x_2)$.

Для вновь введенных макропеременных Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 потребуем асимптотически устойчивый закон изменения, то есть выполнение следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} T_1 \frac{d\Psi_1}{dt} + \Psi_1 = 0 \\ T_2 \frac{d\Psi_2}{dt} + \Psi_2 = 0 \\ T_3 \frac{d\Psi_3}{dt} + \Psi_3 = 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

где T_1, T_2, T_3 постоянные времени определяющие скорость стремления введенных макропеременных к нулю, либо, иными словами, скорость стягивания произвольной траектории движения системы в пространстве состояния к требуемому с технологической точки зрения аттрактору.

Введенная в выражении (2.8) система уравнений расширила пространство состояний системы с 3 – го до 6-го, что является одним из основных положений метода АКАР, дальнейший синтез системы управления сводиться к поэтапному процессу декомпозиции (сжатия) этого пространства до начального уровня. Начнем процесс декомпозиции с подстановки в первое уравнение системы (2.8) вместо макропеременной Ψ_1 ее значение в координатах управляемого процесса, в результате получим:

$$T_1 \frac{dx_1}{dt} + (x_1 - x_{01}) = 0 \quad (2.9)$$

где с учетом (2.7) $\frac{dx_1}{dt} = x_2$, тогда (2.9) примет вид:

$$T_1 x_2 + (x_1 - x_{01}) = 0 \quad (2.10)$$

Учитывая следующий шаг алгоритма синтеза, в результате которого мы приняли, что $x \Rightarrow \varphi_2(x_1)$, найдем значение $\varphi_2(x_1)$, как:

$$\varphi_2(x_1) = -\frac{(x_1 - x_{01})}{T_1} \quad (2.11)$$

Учитывая это, макропеременная Ψ_2 примет вид:

$$\Psi_2 = x_2 - \varphi_2(x_1) = x_2 + \frac{(x_1 - x_{01})}{T_1} \quad (2.12)$$

Справедливость выражения (2.12), с точки зрения целей управления, подтверждает тот факт, что в стационарном состоянии значение $x_2 \Rightarrow \varphi_2(x_1) \Rightarrow 0$. Тогда с учетом (2.12) второе уравнение системы (14), примет следующий вид:

$$T_2 \frac{dx_2}{dt} - T_2 \frac{d\varphi_2(x_1)}{dt} + x_2 - \varphi_2(x_1) = 0 \quad (2.13)$$

Или с учетом значения $\varphi_2(x_1)$:

$$T_2 \frac{dx_2}{dt} + \frac{T_2}{T_1} \frac{dx_1}{dt} + x_2 + \frac{(x_1 - x_{01})}{T_1} = 0 \quad (2.14)$$

С учетом системы (2.7):

$$-T_2 2.325x_1 + T_2 1.515x_3 + \frac{T_2}{T_1} x_2 + x_2 + \frac{(x_1 - x_{01})}{T_1} = 0 \quad (2.15)$$

На следующем шаге алгоритма синтеза пользуясь теми же рассуждениями, что и раньше и тем фактом, что $x_3 \Rightarrow \varphi_3(x_1, x_2)$, определим из (2.15) значение $\varphi_3(x_1, x_2)$ в координатах управляемого процесса:

$$\varphi_3(x_1, x_2) = 1.535x_1 - 0.66 \frac{(T_2 + T_1)}{T_1} x_2 - 0.66 \frac{(x_1 - x_{01})}{T_2 T_1} 0 \quad (2.16)$$

Получив значение $\varphi_3(x_1, x_2)$ в координатах управляемого процесса, мы можем определить значение макропеременной Ψ_3 в координатах состояния системы и раскрыть третье уравнение системы (2.7).

$$T_3 \left[\frac{dx_3}{dt} - \frac{d\varphi_3(x_1, x_2)}{dt} \right] + x_3 - \varphi_3(x_1, x_2) = 0. \quad (2.17)$$

После подстановки в (2.17) полученных ранее значений $\varphi_3(x_1, x_2)$ из (2.16) и использования системы (2.7) получим:

Асимптотические методы исследования нелинейных систем

$$-1.5x_2 - 2x_3 + U - 1.535x_2 - 1.5x_1 \frac{(T_1 + T_2)}{T_1 T_2} + x_3 \frac{(T_1 + T_2)}{T_1 T_2} + \frac{0.66x_2}{T_1 T_2} + \frac{x_3}{T_3} - \frac{1.535x_1}{T_3} + \Leftrightarrow (2.18)$$

$$\Leftrightarrow 0.66x_2 \frac{(T_1 + T_2)}{T_1 T_2 T_3} + 0.66 \frac{(x_1 - x_{01})}{T_1 T_2 T_3} = 0$$

Из уравнения (2.18) полученного на этом шаге декомпозиции пространства состояния системы управления, определим значение управления в координатах управляемого процесса:

$$U = 1.5x_2 + 2x_3 + 1.535x_2 + 1.5x_1 \frac{(T_1 T_3 + T_2 T_3 + T_1 T_2)}{T_1 T_2 T_3} - x_3 \frac{(T_1 T_3 + T_2 T_3 + T_1 T_2)}{T_1 T_2 T_3} - \Leftrightarrow (2.19)$$

$$\Leftrightarrow 0.66x_2 \frac{(T_1 + T_2 + T_3)}{T_1 T_2 T_3} - 0.66 \frac{(x_1 - x_{01})}{T_1 T_2 T_3}$$

Выражение (2.19) и определяет асимптотически устойчивое управляющее воздействие на систему управления, описываемую уравнениями (2.7).

Структурная схема системы управления в среде Matlab/Simulink представлена на рис. 2.4.

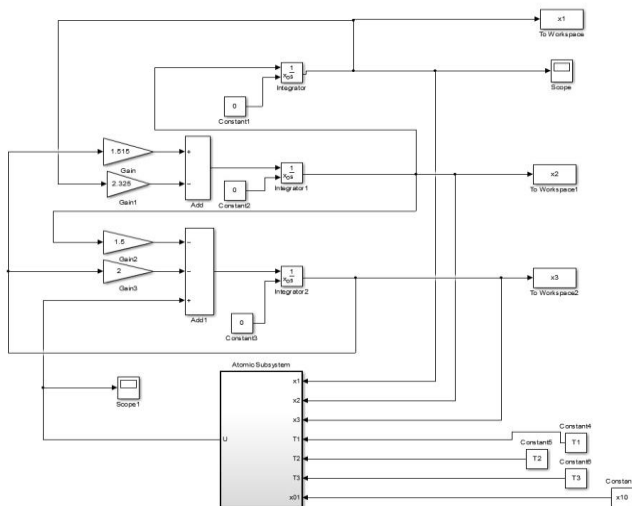


Рис. 2.4 Схема эксперимента с синтезированным блоком управления

Как видно из рисунка 2.4 синтезированное управление замкнуло в себе в виде обратной связи все координаты состояния системы, а также введенные при синтезе постоянные времени и управляющее значение x_{10} . Внутренняя структура блока управления представлена на рисунке 2.5.

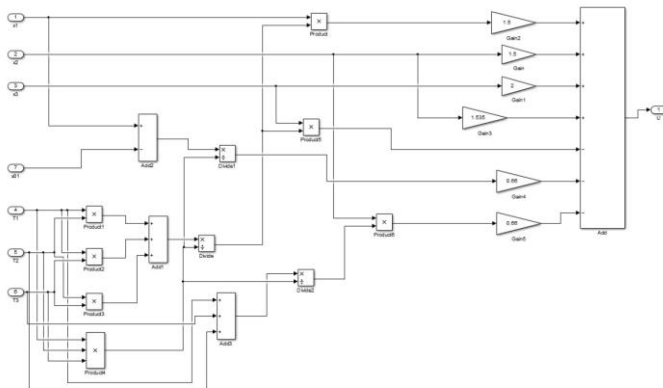
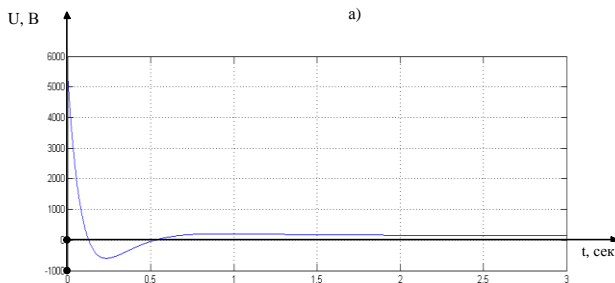
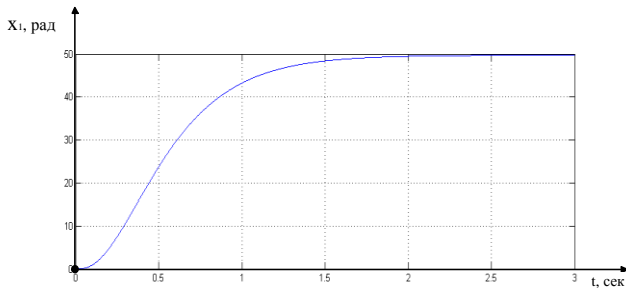


Рис. 2.5 Блок управления, реализующий уравнение (2.19)

Результаты моделирования системы, представленной рисунками 2.4 и 2.5, с требуемым значением угла поворота ротора двигателя $x_{10}=50$ рад., и значениями введенных постоянных времени $T_1=0.1, T_2=0.2, T_3=0.3$ показаны на рисунке 2.6.



b)

Рис. 2.6 Результаты моделирования с управлением при $T_1=0.1, T_2=0.2, T_3=0.3$, а) Переходный процесс по выходной ко-

ординате, б) график изменения управления

Как видно из рис.2.6, в сравнении с рисунком 2.3, структура управления в обоих случаях одинакова, то есть речь идет об том, что в начале подается положительное по знаку управление, а затем его знак меняется на противоположный. Время регулирования резко увеличилось до значения близкого к 2.5 секунде, но при этом максимальное управление достигает значений больших 5000 В, что не допустимо с точки зрения ограничений на управление максимумом. Для ограничения максимального значения управления введем в контур управления нелинейное звено типа «насыщения» с таким же порогом, как и в случае максимума. Результаты моделирования системы с учетом этого порога и с подобранными значениями постоянных T_1, T_2, T_3 , представлены на рисунке 2.7.

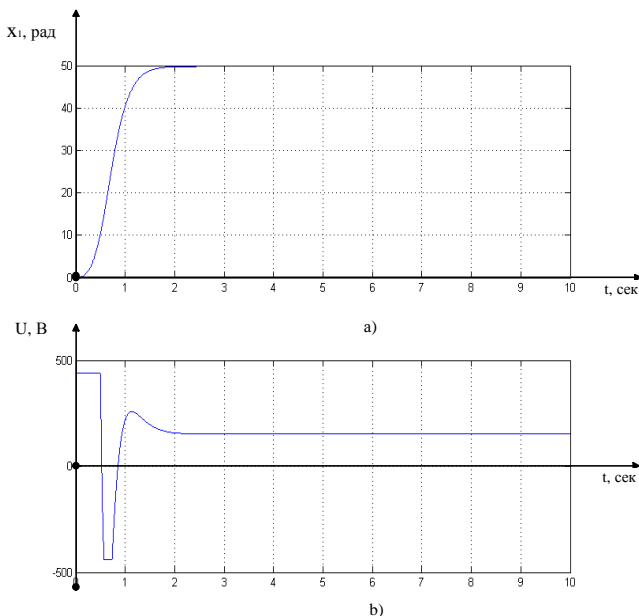


Рис. 2.57 Результаты моделирования с управлением при $T_1 = 0.15, T_2 = 0.16, T_3 = 0.17$, а) переходный процесс по выходной координате, б) график изменения управления

Как видно из рисунка 2.7 введение нелинейного ограни-

чения на управление типа «насыщения» позволяет получить требуемый с точки зрения допустимости управления результат, при этом фактически соблюдается определенная методом максимума структура управления, но управление не является оптимальным по быстродействию. Здесь мы должны отметить, что такая модификация метода АКАР может приводить и к потере устойчивости системы (смотри рисунок 2.8).

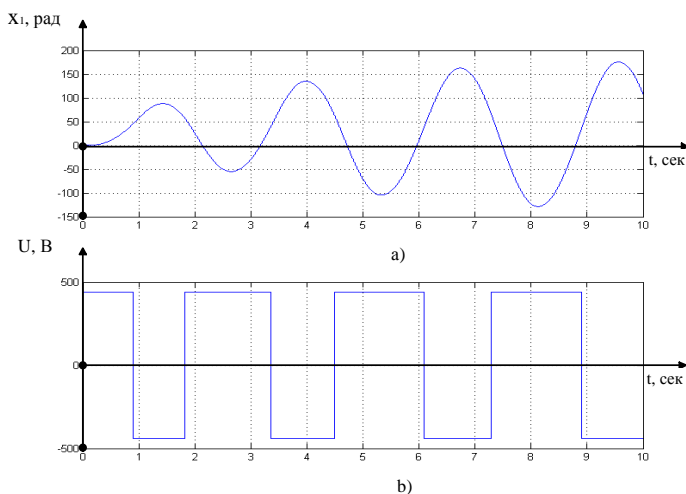


Рис. 2.8 Результаты моделирования с управлением при $T_1 = 0.015, T_2 = 0.016, T_3 = 0.017$, а) переходный процесс по выходной координате, б) график изменения управления

Однако, не смотря на результат, представленный на рисунке 2.8, дополнение системы управления полученной методом АКАР, ограничения на амплитуду управляющих сигналов существенно сближает ее с решениями получаемые при реализации процедуры синтеза методом максимума.

2.3 Обсуждение результатов курсового проектирования

Синтезированные в курсовом проекте законы показали

схожую структуру управления, однако синтезированное методом АКАР управление не позволяет системе управления решить поставленную задачу за столь же краткое время, как в случае принципа максимума. Однако, введенные при синтезе методом АКАР постоянные времени T_1, T_2, T_3 играют роль схожую с ролью, которая определяется временем переключения управления в случае реализации управления на основе принципа максимума. При сопоставлении управления полученного методом АКАР и управления на основе принципа максимума, с учетом введения дополнительного нелинейного элемента, ограничивающего амплитуду управляющего сигнала, подбор вводимых постоянных времени T_1, T_2, T_3 позволяет получить быстродействие этой системы близкое к оптимальному, которое вычислено для случая реализации системы на основе принципа максимума. Таким образом, предлагаемый подход позволяет получить квазиоптимальную систему управления, синтезированную методом АКАР.

3. Задание на курсовое проектирование

1. Составить математическую модель системы автоматического управления, с учетом выданного варианта параметров.
2. Синтезировать управление с использованием принципа максимума.
3. Синтезировать управление на основе метода АКАР.
4. Провести численное моделирование синтезированных систем управления в среде Matlab.
5. Провести сравнение полученных результатов с определением одного из синтезированных управлений как базового.

Выбор варианта задания:

В основе выбора варианта системы управления лежит использования номера Вашей зачетной книжки, вернее двух последних значений, к примеру, если номер зачетной книжки студента 237896, то нужно использовать значение 9 как n_1 , а значение 6

как n_2 , в приведенных ниже, вариантах расчета значений параметров уравнений системы управления. Если одно из этих значений равно нулю, то вместо него студент должен использовать число 1. Пример, зачетная книжка с номером 237890 - $n_1=9$, а $n_2=1$, еще пример, 237806 -- $n_1=1$, а $n_2=6$.

Для синтеза системы управления методом АКАР, то есть для системы (2.6) используем следующие варианты выбора параметров системы управления:

$$a_{23}^* = \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}, a_{21}^* = 2n_1, a_{32}^* = 0.5n_2, a_{33}^* = |n_1 - n_2|, b^* = 1,$$

для случая расчета системы управления представленной уравнениями (1.5), используются значения рассчитанные в предыдущем случае (для случая уравнений (2.6)), но при этом:

$$a_{31} = (a_{21}^* a_{33}^*), a_{32} = (a_{32}^* a_{23}^* + a_{21}^*), a_{33} = a_{33}^*, b = 1$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, и др., "Математическая теория оптимальных процессов" М.: Наука, 1976.
2. В.А. Дыхта, и Н.В. Деренко, "Численные методы решения задач оптимального импульсного управления, основанные на вариационном принципе максимума", Известия высших учебных заведений. Математика. 2001. № 12. pp. 32-40.
3. А.А. Колесников Прикладная синергетика: основы системного синтеза. Таганрог: изд-во ТТИ ЮФУ, 2007. – 384 с.
4. Синергетика и проблемы теории управления. / Под ред. А.А. Колесникова // М.: Физматлит, 2004. – 504 с.
5. В.Л. Заковоротный Синергетический системный синтез управляемой динамики металлорежущих станков с учетом эволюции связей /В.Л. Заковоротный, А.Д. Лукьянов, Нгуен Донг Ань, Фам Динь Тунг// Ростов н/Д: изд-во ДГТУ, 2008. – 324 с.
6. Ю.З. Житников, и И.В. Житникова, "Анализ погрешностей моментов затяжки одношпindelными гайковертами на основе муфт предельного момента", Сборка в машиностроении, приборостроении. 2011. № 8. pp. 12-15.
7. O.V. Uzunov, "The "screwdriver" technology of the model building for simulating of the processes in the mechatronic objects", Solid State Phenomena. 2009. Т. 147-149. pp. 468-473.
8. В.Л. Заковоротный, В.П. Лапшин, и А.А. Губанова, " Определение оптимальных координат переключения циклов обработки в эволюционной динамической системе резания", Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. 2014. № 4 (179). pp. 59-63.
9. В.П. Лапшин, и И.А. Туркин, "Моделирование динамики формообразующих движений при сверлении глубоких отверстий малого диаметра" Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 4: Естественно-математические и технические науки. 2012. № 4 (110). pp. 226-233.
10. V.P. Lapshin, I.A. Turkin Dynamic influence of the spindle servo drive on the drilling of deep narrow holes// Russian Engineering Research. 2015. Т. 35. № 10. pp. 795-797.
11. V.P. Lapshin, I.A. Turkin Modeling tractive effort torque of wheel in deformation movements of pneumatic tire wheel//Procedia Engineering. 2017. Т. 206. pp. 594-599.
12. V.L. Zakovorotny, V.P. Lapshin, T.S. Babenko Assessing the

- Regenerative Effect Impact on the Dynamics of Deformation Movements of the Tool during Turning. *Procedia Engineering* 2017. Т 206. pp.68–73.
13. В.Л. Заковоротный, В.П. Лапшин, и И.А. Туркин, "Зависимость перестройки динамической системы сверления глубоких отверстий спиральными сверлами от параметров серводвигателей", *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки*. 2014.№ 1. pp. 36-42.
 14. В.Л. Заковоротный, В.П. Лапшин, и И.А. Туркин, "Управление процессом сверления глубоких отверстий спиральными сверлами на основе синергетического подхода", *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки*. 2014.№ 3 (178). pp. 33-41.
 15. V.L. Zakovorotnyi, A.D. Lukyanov, A.A. Gubanova, and V.V. Khristoforova, "Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting", *Journal of Sound and Vibration*. 2016. Т. 368. pp. 174-190.
 16. V.L. Zakovorotnyi, and I.A. Vinokurova, "Mathematical modeling of the dynamic cutting system taking into account the irreversible transformation in the area of cutting", В сборнике: *Modern informatization problems in the technological and telecommunication systems analysis and synthesis Proceedings of the XXII-th International Open Science Conference*. Editor in Chief O.Ja. Kravets. 2017. pp. 351-356.
 17. V.L. Zakovorotnyi, and A.D. Lukyanov, "System synthesis of machine tool manufacturing process control based on synergetic conception", В сборнике: *Procedia Engineering 2. Сер. "2nd International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2016"* 2016. pp. 370-375.
 18. V.L. Zakovorotnyi, and V.S. Bykador, "Cutting-system dynamics", *Russian Engineering Research*. 2016. Т. 36. № 7. pp. 591-598.
 19. В.П. Лапшин, И.А. Туркин, "Электродвигатель постоянного тока - привод электромобиля" *Автомобильная промышленность*. 2017. № 1. С. 16-18.
 20. А.Г. Младов *Системы дифференциальных уравнений и устойчивость движения по Ляпунову*. М. Высшая школа, 1966.