



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Естественные науки»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по математике для иностранных обучающихся
предвузовской подготовки

«Алгебраические дроби.

Действия над алгебраическими дробями»

Автор
Ковалева Т. Г.

Ростов-на-Дону, 2014



Аннотация

Методические указания предназначены для иностранных обучающихся на начальном этапе обучения; содержат задания как для аудиторной так и для самостоятельной работы обучающихся.

Автор

Старший преподаватель

Ковалева Т. Г.





Оглавление

Сокращение алгебраических дробей.	4
Сложение и вычитание алгебраических дробей.	6
Упражнения для самостоятельной работы.	7



Алгебраическая дробь это выражение вида: $\frac{P}{Q}$, где P и Q – целые рациональные выражения, $Q \neq 0$ и Q содержит хотя бы одну переменную. Например:

$$\frac{x+1}{2x}; \frac{(a-b)(a^2-c)}{2a+b}; \frac{a+b}{a-b}.$$

Основное свойство дроби выражается тождеством:

$$\frac{P}{Q} = \frac{PR}{QR}, \text{ при условии } R \neq 0, Q \neq 0.$$

Например,

$$\frac{\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x + 1}{\frac{1}{4}x + \frac{1}{6}} = \frac{12\left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x + 1\right)}{12\left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{6}\right)} = \frac{4x^2 - 6x + 12}{3x + 2}.$$

СОКРАЩЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ.

Сократить дробь – это надо числитель и знаменатель дроби разделить на общий множитель.

Например 1. Сократить дробь $\frac{x^2 - 3xy}{x^2 - 9y^2}$

Решение.
$$\frac{x^2 - 3xy}{x^2 - 9y^2} = \frac{x(x - 3y)}{(x - 3y)(x + 3y)} = \frac{x}{x + 3y}, \text{ при}$$

условии $x - 3y \neq 0$.

Пример2.

$$\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - ab} = \frac{(a - b)^2}{a(a - b)} = \frac{(a - b)(a - b)}{a(a - b)} = \frac{a - b}{a}, \text{ при условии}$$

$a - b \neq 0$.

Приведение дробей к общему знаменателю.

Общий знаменатель нескольких алгебраических дробей – это целое рациональное выражение, которое делится на



Алгебраические дроби. Действия над алгебраическими дробями

знаменатель каждой дроби. Чтобы привести дроби к общему знаменателю, нужно:

- 1) разложить знаменатель каждой дроби на множители;
- 2) найти общий знаменатель, который состоит из всех множителей полученных в п. 1 – если множитель имеется в нескольких разложениях, то он берется с показателем степени, равным наибольшему из множителей;
- 3) найти дополнительные множители для каждой из дробей (для этого общий знаменатель делится на знаменатель дроби);
- 4) умножить числитель и знаменатель каждой дроби на дополнительный множитель и привести дроби к общему знаменателю.

Пример 1. Привести дроби к общему знаменателю:

$$\frac{a}{12a^2 - 12b^2}; \quad \frac{b}{18a^2 + 18b^2}; \quad \frac{a + b}{24a^2 - 24ab}.$$

Решение. Разложим знаменатели на множители:

$$12a^2 - 12b^2 = 12(a - b)(a + b);$$

$$18a^3 + 18a^2b = 18a^2(a + b);$$

$$24a^3 - 24ab = 24a(a - b).$$

Общим знаменателем будет: $72a^2(a - b)(a + b)$.

Дополнительные множители для первой дроби: $6a^2$;

Для второй: $4(a - b)$; для третьей: $3a(a + b)$.

Получаем:

$$\frac{a}{12a^2 - 12b^2} = \frac{6a^3}{72a^2(a - b)(a + b)};$$

$$\frac{b}{18a^3 + 18a^2b} = \frac{4b(a - b)}{72a^2(a - b)(a + b)};$$

$$\frac{a + b}{24a^2 - 24ab} = \frac{3a(a + b)^2}{72a^2(a - b)(a + b)}.$$



СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ.

Для сложения и вычитания алгебраических дробей с разными знаменателями нужно привести дроби к общему знаменателю, а потом выполнить действия с дробями с одинаковыми знаменателями.

Пример 1. Упростить выражение

$$\frac{3}{2x^2 + 2x} + \frac{2x - 1}{x^2 - 1} - \frac{2}{x}.$$

Решение. Разложим знаменатели на множители:

$$2x^2 + 2x = 2x(x + 1); \quad x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1).$$

Следовательно, общий знаменатель будет: $2x(x - 1)(x + 1)$.

Имеем:

$$\begin{aligned} \frac{3}{2x^2 + 2x} + \frac{2x - 1}{x^2 - 1} - \frac{2}{x} &= \frac{3}{2x(x + 1)} + \frac{2x - 1}{(x - 1)(x + 1)} - \frac{2}{x} = \\ \frac{3(x - 1) + 2x(2x - 1) - 4(x - 1)(x + 1)}{2x(x - 1)(x + 1)} &= \frac{3x - 3 + 4x^2 - 2x - 4x^2 + 4}{2x(x - 1)(x + 1)} = \frac{x + 1}{2x(x - 1)(x + 1)} = \\ &= \frac{1}{2x(x - 1)} \end{aligned}$$

Умножение и деление алгебраических дробей.

Пример 1. Выполнить умножение $\frac{x^2 + 2x + 1}{18x^3} \cdot \frac{9x^4}{x^2 - 1}$

Решение.
$$\frac{x^2 + 2x + 1}{18x^3} \cdot \frac{9x^4}{x^2 - 1} = \frac{(x + 1)^3 \cdot 9x^4}{18x^3(x - 1)(x + 1)} = \frac{x(x + 1)}{2(x - 1)}.$$

Пример 2. Выполнить деление: $\frac{a^3 - 2a^2}{3a + 3} : \frac{a^2 - 4}{3a^2 + 6a + 3}$;

Решение.

$$\frac{a^3 - 2a^2}{3a + 3} : \frac{a^2 - 4}{3a^2 + 6a + 3} = \frac{a^2(a - 2) \cdot 3(a + 1)^2}{3(a + 1) \cdot (a - 2)(a + 2)} = \frac{a^2(a + 1)}{a + 2}.$$



УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ.

Сократить дроби:

$$1) \frac{a^5 - 3a^2}{a^3 - 2a^2}, \quad 2) \frac{2a^2 - 2ab^2}{6a^2b - 6a^3}, \quad 3) \frac{x^3 - 3x^2}{9 - x^2}, \quad 4) \frac{4 - x^2}{2y - xy}, \quad 5) \frac{7x(x - y)}{21x^2(y - x)}.$$

2. Выполнить действия:

$$1) \frac{x - y}{2a} - \frac{x + y}{2a} + \frac{x}{2a}, \quad 2) \frac{5 - x}{x - y} + \frac{6 - x}{x^2 - y^2} - \frac{4 - x}{x + y},$$

$$3) \frac{13}{2x - 6} - \frac{2x}{x^2 - 9}$$

$$4) \left(\frac{a^2}{a + b} - \frac{a^3}{a^2 + b^2 + 2ab} \right) : \left(\frac{a}{a + b} + \frac{a^2}{b^2 - a^2} \right),$$

$$5) \left(\frac{x + 5y}{x^2 - 5xy} - \frac{x - 5y}{x^2 + 5xy} \right) \cdot \frac{25y^2 - x^2}{5y^2},$$

$$6) \left(\frac{a - 2b}{a^2 + 2ab} - \frac{a + 2b}{a^2 - 2ab} \right) : \frac{4b^2}{4b^2 - a^2},$$

$$7) \left(\frac{a^3 - 27}{3a^3 + 18a^2 + 27a} \right) : \left(\frac{a - 3}{3a + 9} - \frac{a + 3}{a^2 - 3a} - \frac{3a + 3}{9 - a^2} \right),$$

$$8) \left(\frac{a^3 - 8}{a^2 - 4} - \frac{6a}{a + 2} \right) : \left(1 - \frac{4}{a + 2} \right)^2,$$

$$9) \left(c - \frac{c^3 + 8}{2c + c^2} \right) \cdot \frac{c}{(c - 2)^2} + \frac{2}{2 - c},$$

$$10) \frac{(a + 3)^2}{a} : \left(\frac{a^3 - 27}{a^2 - 3a} - a \right) - \frac{a}{3}$$