



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ЦЕНТР ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Естественные науки»

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

по физике для иностранных студентов
предвузовского этапа обучения

«Динамика»

Автор
Драпкина Н.Е.

Ростов-на-Дону, 2011





Аннотация

Учебное пособие предназначено для иностранных студентов предвузовского этапа технического и естественнонаучного профилей обучения. Может быть использовано как на занятиях в аудиторное время, так и для самостоятельной подготовки студентов при выполнении ими домашних заданий. Содержит теоретический материал, методические указания к решению задач и задачи с ответами.

Автор



Кандидат химических наук,
доцент
Драпкина Н.Е.





Оглавление

| | |
|---|-----------|
| 1. СИЛА | 5 |
| 2. СЛОЖЕНИЕ СИЛ | 6 |
| 3. РАЗЛОЖЕНИЕ СИЛ | 8 |
| 4. ИНЕРЦИЯ. ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЁТА. ИНЕРТНОСТЬ. МАССА ТЕЛА. ПЛОТНОСТЬ ВЕЩЕСТВА | 9 |
| 5. ЗАКОНЫ НЬЮТОНА | 10 |
| 5.1. Первый закон Ньютона – закон инерции | 10 |
| 5.2. Второй закон Ньютона – основной закон механики | 11 |
| 5.3. Третий закон Ньютона – закон действия | 12 |
| и противодействия, или закон взаимодействия тел | 12 |
| 6. Основные типы сил в механике | 14 |
| 6.1. Гравитационные силы | 14 |
| 6.2. Силы упругости | 16 |
| 6.2.1. Вес тела | 18 |
| 6.2.2. Реакция опоры | 19 |
| 6.2.3. Сила натяжения | 19 |
| 6.3. Силы трения | 20 |
| Вопросы по теме «Динамика» | 22 |
| Решение задач I типа | 24 |
| Решение задач II типа | 29 |
| ЗАДАЧИ | 32 |
| I тип - СЛОЖЕНИЕ СИЛ | 32 |
| II тип | 34 |
| ДВИЖЕНИЕ СИСТЕМЫ ТЕЛ ПОД ДЕЙСТВИЕМ РАЗЛИЧНЫХ СИЛ | 34 |
| ОТВЕТЫ | 38 |



Динамика изучает зависимость характера движения тел от причин, которые приводят к данному виду движения. Динамика отвечает на вопросы: **почему** тело **не** движется или **так** движется (прямолинейно или криволинейно, равномерно или неравномерно); **почему** тело может изменить форму или объем.

В разделе «Кинематика» мы изучали только характер движения (**как** движется тело), но не отвечали на вопрос о причинах данного вида движения (**почему так** тело движется).



1. СИЛА

Из опытов следует, что причина изменения величины и направления скорости тела или изменения формы тела – это действие других тел. Все тела в природе взаимодействуют друг с другом. Характеристикой этого взаимодействия является **сила**.

Сила (\vec{F}) – это векторная физическая величина, которая характеризует взаимодействие тел.

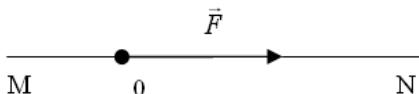
Сила – это мера взаимодействия тел.

Вектор силы имеет: 1) модуль; 2) направление; 3) точку приложения. Таким образом, действие силы зависит от модуля силы, направления силы и точки приложения силы.

Единица силы – 1 Ньютон $\rightarrow F_{СИ} = Н$.

Результат действия силы на тело:

- *ускорение* (изменение скорости тела),
- *деформация* (изменение формы или объема тела).



MN – линия действия силы \vec{F}
 O – точка приложения силы \vec{F}

Точку приложения силы можно переносить вдоль линии действия силы. Результат действия силы от этого не изменится.



2. СЛОЖЕНИЕ СИЛ

Если на тело действуют несколько сил « n », то часто нужно найти одну силу, действие которой эквивалентно (равно) действию всех этих сил. Эта сила называется « **равнодействующая сила** »:

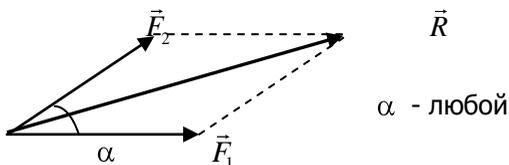
$$\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i.$$

Равнодействующую силу находят по правилу сложения векторов.

Дано: $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \alpha$ - угол между векторами \vec{F}_1 и \vec{F}_2 .

Найти: \vec{R} (модуль и направление).

Направление \vec{R} находим по правилу параллелограмма:

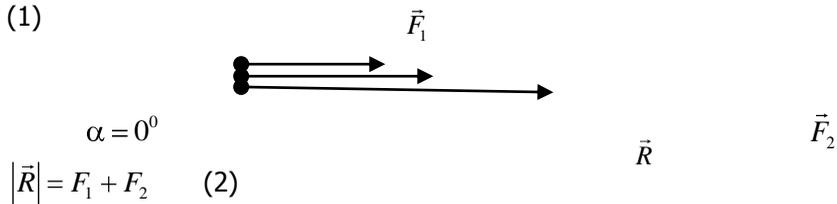


Модуль равнодействующей силы $|\vec{R}|$ находим по формулам:

лам:

$$\alpha - \text{любой} \quad |\vec{R}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}$$

(1)



$\alpha = 180^\circ$



$$|\vec{R}| = |F_1 - F_2| \quad (3)$$

$\alpha = 90^\circ$

$$|\vec{R}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad (4)$$



Если $F_1 = F_2 = F$, то для любого α :

$$|\vec{R}| = 2F \cos \frac{\alpha}{2}. \quad (5)$$



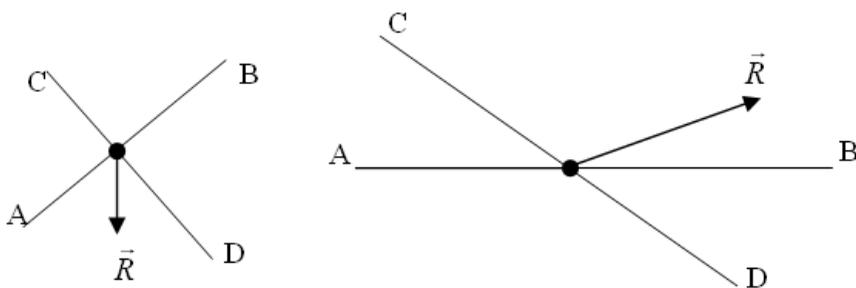
3. РАЗЛОЖЕНИЕ СИЛ

Часто в задачах нужно *разложить силу* на два данных направления (обычно они перпендикулярны друг другу).

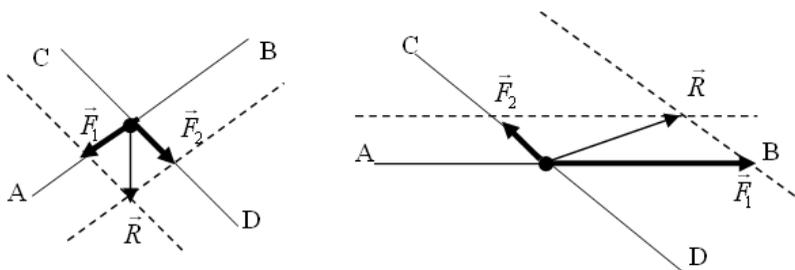
Разложить силу – это значит найти ее составляющие (компоненты).

Дано: \vec{R} и два направления AB и CD.

Найти: \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , если $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{R}$



Выполним построение: через точку конца вектора \vec{R} начертим две линии, параллельные направлениям AB и CD. Найдем на рисунке четырехугольник, в котором \vec{R} является диагональю. Тогда две стороны этого четырехугольника, которые начинаются в точке приложения силы \vec{R} , являются ее составляющими (компонентами) \vec{F}_1 и \vec{F}_2 .





4. ИНЕРЦИЯ. ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЁТА. ИНЕРТНОСТЬ. МАССА ТЕЛА. ПЛОТНОСТЬ ВЕЩЕСТВА

В жизни всем хорошо знакомо явление инерции. Например, когда машина быстро останавливается (скорость уменьшается до нуля), то люди в машине падают вперёд.

Инерция – это физическое явление сохранения модуля и направления скорости тел.

Явление инерции существует только в инерциальных системах отсчёта.

Инерциальными системами отсчёта является Земля или любое тело, которое относительно Земли не движется или движется равномерно прямолинейно.

Опыт показывает:

- скорость тела не может мгновенно измениться под действием других тел,

- *лёгкие* тела изменяют скорость *быстро*, а *тяжелые* тела изменяют скорость *медленно*.

Инертность – это свойство тел изменять скорость в течение определённого интервала времени (большого или меньшего для разных тел).

Чем медленнее изменяется скорость тела под действием силы, тем больше инертность этого тела.

Количественной характеристикой инертности является **масса тела**.

Масса тела (m) – это скалярная физическая величина, которая характеризует инертность тела.

Единица массы – 1 килограмм $\rightarrow m_{СИ} = \text{кг}$.

Опыты показывают, что одинаковые объёмы (V) разных веществ имеют разную массу.

Плотность вещества – это скалярная физическая величина, которая численно равна массе единицы объёма.

Плотность вещества обозначают буквами ρ или D.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (6)$$

Единица плотности $\rightarrow \rho_{СИ} = \text{кг/м}^3$.

Запомните: **масса** – это характеристика **тела**,
плотность – это характеристика **вещества**.



5. ЗАКОНЫ НЬЮТОНА

Исаак Ньютон (1643-1727) – великий английский учёный – сформулировал основные законы классической механики.

Основная задача механики – определить положение физического тела в любой момент времени. Для ее решения необходимо знать ускорение тела. Причиной ускорения тела является его взаимодействие с другими телами.

Законы Ньютона устанавливают связь между взаимодействиями тел и их ускорениями. Поэтому законы Ньютона являются основой (базой) классической механики.

Законы Ньютона - это экспериментальные законы. Они получены в результате обобщения большого числа экспериментальных данных.

5.1. Первый закон Ньютона – закон инерции

Опыты показывают: скорость тела изменяется, только когда на тело действуют другие тела.

I закон Ньютона | Тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения в инерциальных системах отсчёта, если на тело не действуют другие тела или действия других тел компенсируются.

I закон Ньютона

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 \quad (7)$$

Ньютона

Другое определение первого закона Ньютона можно дать по его математическому выражению:

$$\boxed{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0} \rightarrow \vec{V} = 0 \text{ или } \vec{V} = \text{const} \rightarrow \vec{a} = 0$$



**I
за
кон
Ньютона**

Если векторная сумма сил, которые действуют на тело, равна нулю, то тело не движется или движется равномерно прямолинейно.

5.2. Второй закон Ньютона – основной закон механики

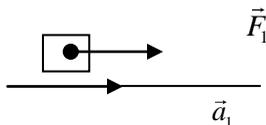
Если векторная сумма сил, которые действует на тело, не равна нулю, то тело будет двигаться с ускорением:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i \neq 0 \rightarrow \vec{a} \neq 0.$$

Чему равно это ускорение? На этот вопрос отвечает второй закон Ньютона.

Опыты показывают:

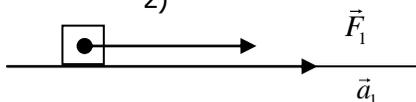
1)



Если $m_1 = m_2$ и $F_1 < F_2 \rightarrow a_1 < a_2$

Ускорение тела прямо пропорционально силе: $\alpha \sim F$.

2)



Если $F_1 = F_2$ и $m_1 < m_2 \rightarrow a_1 > a_2$

Ускорение тела обратно пропорционально его массе:

$$\alpha \sim \frac{1}{m}.$$

3) Направления ускорения и силы одинаковы: $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{F}$.

II закон Ньютона



$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} \quad (8)$$

II закон Ньютона | Ускорение тела прямо пропорционально силе, которая действует на тело, и обратно пропорционально его массе. Направления векторов ускорения и силы одинаковы.

Из формулы $F = ma$ можно получить определение единицы силы – 1 Ньютон:

$$1H = 1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м/с}^2$$

1 Ньютон – это сила, которая телу массой 1 кг сообщает ускорение 1м/с^2 .

Если на тело действуют несколько («n») сил, то формула второго закона Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i}{m} \Rightarrow \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a}$$

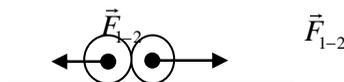
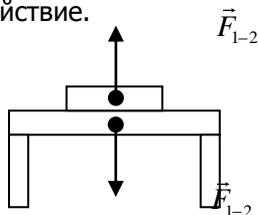
II закон Ньютона
(9)

Формулу (9) называют также «Основное уравнение движения тела».

5.3. Третий закон Ньютона – закон действия и противодействия, или закон взаимодействия тел

Опыты показывают:

действие одного тела на другое всегда вызывает противодействие.





Динамика

II
I
за
кон
Ньютона

Силы, с которыми взаимодействуют тела:
 - равны по величине $|\vec{F}_{1-2}| = |\vec{F}_{2-1}|$,
 - имеют противоположные направления
 $\vec{F}_{1-2} \uparrow \downarrow \vec{F}_{2-1}$,
 - имеют точки приложения на разных телах.

III Закон Ньютона

$$\vec{F}_{1-2} = -\vec{F}_{2-1} \quad (10)$$

Силы \vec{F}_{1-2} и \vec{F}_{2-1} нельзя сложить, потому что они действуют на разные тела (имеют точки приложения на разных телах).



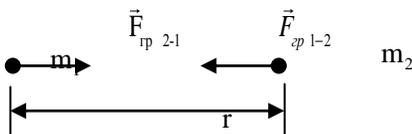
6. ОСНОВНЫЕ ТИПЫ СИЛ В МЕХАНИКЕ

6.1. Гравитационные силы

До XVII века считали, что только Земля может притягивать к себе другие тела и причина свободного падения тел – это притяжение к Земле.

Ньютон первый высказал предположение, что падение тел на Землю, вращение Луны вокруг Земли, вращение планет вокруг Солнца имеют одинаковую причину. Эта причина – взаимное притяжение всех тел во Вселенной. Ньютон доказал, что силы взаимного притяжения (тяготения) зависят от масс этих тел и расстояния между ними.

Закон всемирного тяготения (закон гравитации)



$|\vec{F}_{гр\ 1-2}| = |\vec{F}_{гр\ 2-1}|$ - силы взаимного притяжения тел, или силы гравитации (*действуют на расстоянии, без контакта тел*).

Сила взаимного притяжения двух тел прямо пропорциональна произведению масс этих тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

$$|\vec{F}_{гр}| = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (11)$$

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \times \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ - гравитационная постоянная.

Величина гравитационной постоянной очень мала, следовательно, силы гравитации будут очень малыми для тел с небольшими массами. Поэтому действие этих сил мы можем видеть только, когда взаимодействуют тела с большими массами (например, Солнце, Земля, Луна).

Рассмотрим взаимодействие Земли $m_1 = M_{зем.}$ и любого тела $m_2 = m$ на поверхности Земли. В данном случае мы считаем, что Земля – это материальная точка, которая находится



Динамика

в центре Земли. Тогда расстояние r между телами равно радиусу Земли $R_{зем.}$. В этом случае силу гравитации называют «сила тяжести»:

Формулу закона гравитации можно написать:

$$F_{тяж} = F_{гр} = G \frac{M_{зем} \cdot m}{R_{зем}^2} \quad (12)$$

$$G \frac{M_{зем}}{R_{зем}^2} = \text{const} \approx 9,8 \text{ м/с}^2 = g \text{ - ускорение свободного падения}$$

ния

Следовательно,

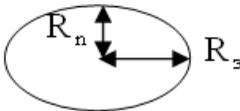
$$g = G \frac{M_{зем}}{R_{зем}^2} \quad (13)$$

Из формулы (13) видно, что **ускорение свободного падения не зависит от массы тела**, которое свободно падает, **а зависит от массы и радиуса Земли.**

$$\text{Из формулы (13)} \Rightarrow g \sim \frac{1}{R_{зем}^2}.$$

Это объясняет, почему ускорение свободного падения имеет разную величину в разных точках Земли: на полюсах $g_n \approx 9,83 \text{ м/с}^2$, на экваторе $g_э \approx 9,78 \text{ м/с}^2$.

Земля имеет форму эллипсоида, поэтому радиус Земли на экваторе $R_э$ больше, чем на полюсах R_n : $R_э > R_n \Rightarrow g_э < g_n$



Если тело находится на высоте H над Землей, то

$$g = G \frac{M_{зем}}{(R + H)^2}. \quad (14)$$



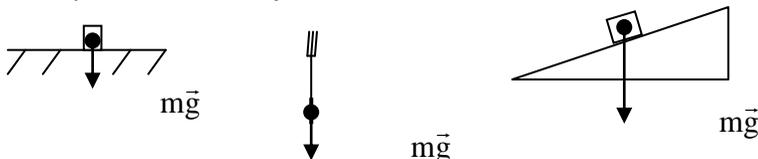
Из формул (12) и (13)

$$(15) \quad \boxed{\vec{F}_{\text{тяж}} = m\vec{g}} \quad - \text{ сила тяжести тела.}$$

Сила тяжести – это сила, с которой Земля притягивает к себе тела.

Сила тяжести всегда **направлена** вертикально вниз к центру Земли.

Точка приложения силы тяжести находится **на теле** (в центре тяжести тела).



Ускорение свободного падения

 $m\vec{g} \vec{g}$ - это результат действия силы тяжести на тело.

6.2. Силы упругости

Силы упругости – это силы, которые возникают при деформации тела и направлены против деформации.

Деформация – это изменение формы или объема тела.

Все силы упругости действуют при контакте тел.

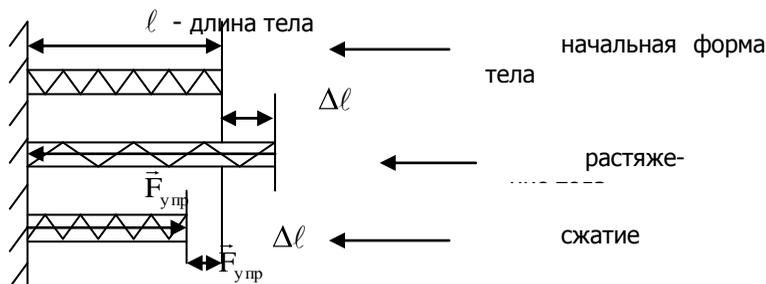
Почему при деформации в теле возникают силы упругости?

Все тела состоят из частиц: молекул, атомов, ионов. Частицы взаимодействуют друг с другом: притягиваются и отталкиваются. Силы упругости – это электромагнитные силы, которые



Динамика

возникают в результате нарушения баланса сил притяжения и отталкивания между частицами при деформации тела.



Δl - изменение длины тела (деформация).

Силы упругости стремятся вернуть телу начальную форму.

$$|\vec{F}_{\text{упр}}| = k\Delta l \quad \text{- Закон Гука} \quad (16)$$

|| Сила упругости прямо пропорциональна деформации тела.

k – коэффициент упругости (жёсткость).

k зависит от материала, размеров и формы тела.

Закон Гука выполняется только при небольших деформациях, когда $\Delta l \ll l$.

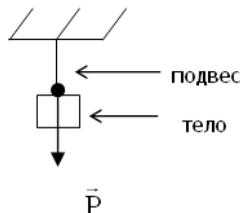
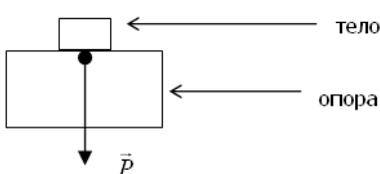




6.2.1. Вес тела

Рассмотрим взаимодействие двух тел: «тело - опора» и «тело – подвес».

Земля притягивает тело, но опора и подвес мешают этому взаимодействию, поэтому тело давит на опору и тянет подвес.



Вес – это сила, с которой тело давит на опору или тянет подвес, в результате притяжения к Земле.

Вес тела – это результат взаимодействия тела и опоры (подвеса).

Вес тела **направлен** вертикально вниз.

Точка приложения веса находится на опоре или на подвесе.

Величина веса $|\vec{P}|$ зависит от ускорения, с которым движется опора (подвес) в вертикальном направлении.

Если опора не движется или движется равномерно вверх или вниз $a=0$:

$$|\vec{P}| = |\vec{F}_{тяж}$$

$$P = mg \quad (17)$$

Если опора движется равноускоренно вверх ($a > 0$):

$$|\vec{P}| > |\vec{F}_{тяж}$$

$$P = m(g + a) \quad (18)$$

Если опора движется равноускоренно вниз ($a > 0$):

$$|\vec{P}| < |\vec{F}_{тяж}$$

$$P = m(g - a) \quad (19)$$

Получение этих формул будет рассмотрено во второй час-



ти пособия «Динамика».

Если опора движется вниз с ускорением $a = g$, то из формулы (19) $\Rightarrow P = 0$. Это состояние тела называется «**невесомость**». В данном случае тело не давит на опору, оно свободно падает.

З а п о м н и т е: вес и сила тяжести имеют разную природу.

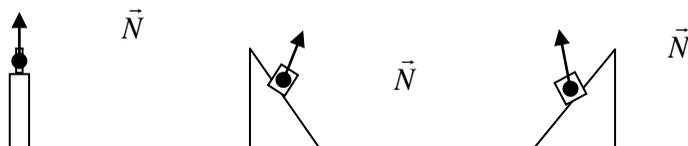
Сила тяжести – это **сила гравитации**.

Вес – это сила упругости (**электромагнитная сила**).

Вес и сила тяжести всегда имеют точки приложения на разных телах!

6.2.2. Реакция опоры

Сила реакции опоры – это сила, с которой опора действует на тело.

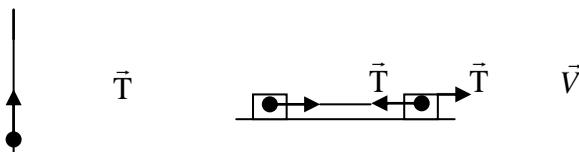


Сила \vec{N} **направлена** перпендикулярно поверхности опоры.

Точка приложения \vec{N} находится на теле.

6.2.3. Сила натяжения

Сила натяжения – это сила, с которой подвес (нить) действует на тело.



Сила \vec{T} **направлена** вдоль нити.

Точка приложения \vec{T} находится на теле.

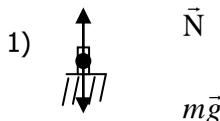
Если тело свободно падает, значит на тело действует только сила тяжести и все силы упругости равны нулю: $P = 0$, $N = 0$, $T = 0$.



6.3. Силы трения $\vec{F}_{тр}$

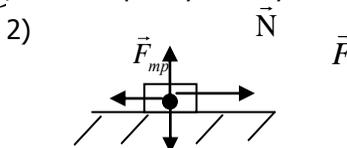
Силы трения – это силы, которые возникают при контакте поверхностей тел и направлены вдоль поверхности контакта.

Рассмотрим такой опыт:



На столе неподвижно лежит тело. В данном случае на тело действуют только две силы: $m\vec{g}$ и \vec{N} . Так как тело не движется

$\vec{v} = 0$, то по первому закону Ньютона $m\vec{g} + \vec{N} = 0$.



На тело начинает действовать сила тяги. При небольшой силе тяги, тело ещё находится в покое, следовательно, действие силы тяги компенсируется действием силы, которая направлена в противоположном направлении. Это **сила трения покоя**.

$$|\vec{F}_{тр. покоя}| = |\vec{F}_{тяги}|.$$

3) Когда сила тяги увеличивается, сила трения покоя тоже увеличивается, пока тело не движется, так как $\vec{v} = 0$, если $\vec{F}_{тяги} + \vec{F}_{тр. покоя} = 0$.

4) В момент начала движения (скольжения) сила трения покоя станет максимальной.

Теперь $F_{тр. покоя} = F_{тр. ск.}$

При увеличении силы тяги **сила трения скольжения** не увеличивается, а будет увеличиваться скорость тела, то есть тело начнёт двигаться с ускорением.



Динамика

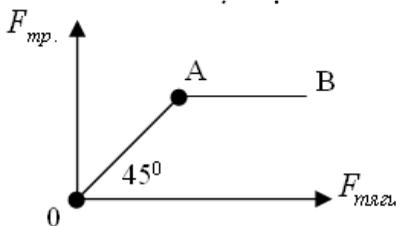


График зависимости силы трения от силы тяги

На участке OA тело не движется, $F_{тр.пок.} = F_{тяги}$.

При увеличении $F_{тяги}$, $F_{тр.пок.}$ увеличивается от 0 до

$F_{тр. покоя \max}$:

$$0 \leq F_{тр. пок.} \leq F_{тр. покоя \max} = F_{тр. ск.}$$

В точке A тело начинает двигаться (скользить) и

$$F_{тр. покоя \max} = F_{тр. ск.}$$

На участке AB сила тяги увеличивается, но сила трения не изменяется:

$$|\vec{F}_{тр.ск.}| = \mu |\vec{N}| \tag{20}$$

N – сила реакции опоры; μ - коэффициент трения,

μ зависит от состояния поверхностей двух тел.

Сила трения скольжения **направлена** против движения.

Сила трения покоя **направлена** против силы, под действием которой тело может начать движение.

Кроме силы трения покоя и силы трения скольжения существует сила трения качения, которую в данном пособии мы не рассматриваем.



ВОПРОСЫ ПО ТЕМЕ «ДИНАМИКА»

1. Что такое сила?
2. От чего зависит действие силы?
3. Какая единица силы в СИ?
4. Какой результат действия силы на тело?
5. Чему равна равнодействующая сила?
6. Что такое инерция?
7. Какие инерциальные системы отсчёта вы знаете?
8. Что такое инертность?
9. Что такое масса тела? Какая единица массы в СИ?
10. Что такое плотность вещества? Какая единица плотности в СИ?
11. Дайте определение и напишите формулу первого закона Ньютона. Как называется этот закон?
12. Дайте определение и напишите формулу второго закона Ньютона. Как называется этот закон?
13. Дайте определение и напишите формулу третьего закона Ньютона. Как называется этот закон?
14. Можно или нельзя сложить силы взаимодействия тел?
15. Дайте определение и напишите формулу закона всемирного тяготения (гравитации).
16. Силы гравитации – это контактные или бесконтактные силы?
17. Из какой формулы следует, что ускорение свободного падения не зависит от массы тела?
18. От чего зависит ускорение свободного падения?
19. Что такое сила тяжести?
20. Какое направление имеет сила тяжести?
21. Где находится точка приложения силы тяжести?
22. Когда возникают и как направлены силы упругости?
23. Что такое деформация?
24. Силы упругости – это контактные или бесконтактные силы?
25. Дайте определение и напишите формулу закона Гука.
26. От чего зависит коэффициент упругости?
27. Когда выполняется закон Гука?
28. Что такое вес тела?
29. Какое направление имеет вес тела и где находится точка приложения веса?
30. От чего зависит величина веса тела? Напишите и объясните три формулы веса.
31. Чему равен вес, когда тело свободно падает? Как называется



- это состояние?
32. Что такое сила реакции опоры?
 33. Как направлена сила реакции опоры и где находится её точка приложения?
 34. Что такое сила натяжения?
 35. Как направлена сила натяжения и где находится её точка приложения?
 36. Чему равны все силы упругости, когда тело свободно падает?
 37. Когда возникают и как направлены силы трения?
 38. Начертите и объясните график зависимости силы трения от силы тяги.
 39. Чему равна сила трения?
 40. От чего зависит коэффициент трения?
 41. Как направлена сила трения скольжения?
 42. Как направлена сила трения покоя?

Учебно-методическая литература, рекомендуемая при изучении темы:

1. Корочкина Л.Н. Физика: учеб. пособие для студентов-иностранцев подготов. фак. вузов / Л.Н. Корочкина, А.С. Каурова, Л.Д. Шутенко [и др.] . – М.: Высшая школа, 1983. – С.37-64.
2. Вердеревская Н.Н. Сборник задач и вопросов по физике: учеб. пособие / Н.Н. Вердеревская, С.П. Егорова. – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Высшая школа, 1980. – С.10-13, 31-48.



Динамика

Данное пособие содержит задачи двух типов:

I тип. Сложение сил: определение величины (модуля) и направления равнодействующей силы \vec{R} .

II тип. Движение системы тел (материальных точек) под действием различных сил.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ I ТИПА

СЛОЖЕНИЕ СИЛ: ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ И НАПРАВЛЕНИЯ РАВНОДЕЙСТВУЮЩЕЙ СИЛЫ

Задачи I типа можно решать двумя методами.

Первый метод – последовательное сложение сил.

По правилам сложения векторов находим модуль и направление равнодействующей двух сил, затем еще двух сил и так далее.

1. Сначала нужно сложить такие силы, между которыми углы равны 0° или 180° . Сразу на рисунке чертим направление равнодействующей \vec{R} .
2. Затем нужно сложить силы, которые имеют равные модули.
3. Затем нужно сложить силы, между которыми угол равен 90° .
4. В конце можно сложить силы, между которыми любой угол.

Для действий 2,3,4 направление \vec{R} находим по правилу параллелограмма, в котором \vec{R} - диагональ.

Второй метод - определение равнодействующей силы через проекции всех сил на оси координат.

Начертим систему координат с началом координат в точке приложения сил. Найдём проекции всех сил на оси OX и OY по формулам: $F_x = F \cos \alpha$, $F_y = F \sin \alpha$, где α - угол между осью OX и данной силой. Найдём суммы проекции на ось OX (R_x) и на ось OY (R_y). Модуль равнодействующей найдём по формуле:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}.$$

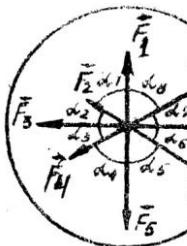
Направление равнодействующей покажем на рисунке по правилу параллелограмма, стороны которого есть R_x и R_y .



Динамика

Пример решения задачи I типа

К материальной точке в центре окружности приложены восемь сил, которые направлены по радиусам, как показано на рисунке.



$$F_1 = 6H, \quad F_2 = 2H, \quad F_3 = 9H,$$

$$F_4 = 4H, \quad F_5 = 8H, \quad F_6 = 10H,$$

$$F_7 = 9H, \quad F_8 = 12H,$$

$$\alpha_1 = \alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_8 = 60^\circ,$$

$$\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_6 = \alpha_7 = 30^\circ.$$

Определить величину и указать на рисунке направление равнодействующей силы.

I метод решения

Сначала найдём векторную сумму таких сил, между которыми углы равны 0° и 180° .

Сложим последовательно:

$$1. \quad \vec{F}_1 \text{ и } \vec{F}_5 \quad \alpha = 180^\circ \quad \rightarrow \quad \vec{R}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_5,$$

$$R_1 = |F_5 - F_1| = 8 - 6 = 2 \quad R_1 = 2H \quad \vec{R}_1 \uparrow \uparrow \vec{F}_5$$

$$2. \quad \vec{F}_2 \text{ и } \vec{F}_6 \quad \alpha = 180^\circ \quad \rightarrow \quad \vec{R}_2 = \vec{F}_2 + \vec{F}_6,$$

$$R_2 = |F_6 - F_2| = 10 - 2 = 8 \quad R_2 = 8H \quad \vec{R}_2 \uparrow \uparrow \vec{F}_6$$

$$3. \quad \vec{F}_3 \text{ и } \vec{F}_7 \quad \alpha = 180^\circ \quad \rightarrow \quad \vec{R}_3 = \vec{F}_7 + \vec{F}_3,$$

$$R_3 = |F_7 - F_3| = 9 - 9 = 0 \quad R_3 = 0H$$

$$4. \quad \vec{F}_4 \text{ и } \vec{F}_8 \quad \alpha = 180^\circ \quad \rightarrow \quad \vec{R}_4 = \vec{F}_4 + \vec{F}_8,$$

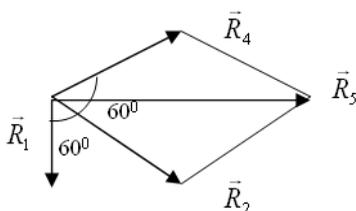
$$R_4 = |F_8 - F_4| = 12 - 4 = 8 \quad R_4 = 8H \quad \vec{R}_4 \uparrow \uparrow \vec{F}_8$$

Теперь вместо 8 сил осталось 3 силы:

$$R_1 = 2H, \quad R_2 = R_4 = 8H.$$



Динамика



Углы между силами равны 60° .

Сначала удобно сложить силы R_2 и R_4 , потому что их модули равны (смотрите формулу (5), стр.4):

$$5. \quad R_2 \text{ и } R_4 \quad \alpha = 60^\circ \quad \rightarrow \quad \vec{R}_5 = \vec{R}_2 + \vec{R}_4,$$

$$R_5 = 2R_2 \cos \frac{60^\circ}{2} = 2 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} \text{ Н.}$$

Направление \vec{R}_5 находим по правилу параллелограмма.

6. Теперь нужно сложить последние две силы:

\vec{R}_1 и \vec{R}_5 ($\alpha = 90^\circ$) $\vec{R} = \vec{R}_1 + \vec{R}_5$ (смотрите формулу (4), стр.4):

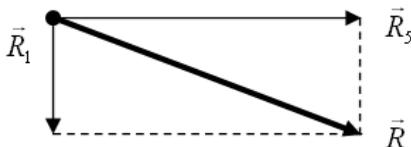
$$R = \sqrt{R_1^2 + R_5^2},$$

$$R = \sqrt{2^2 + (8\sqrt{3})^2} = \sqrt{4 + 192} = \sqrt{196} = 14.$$

Ответ: $R = 14 \text{ Н.}$



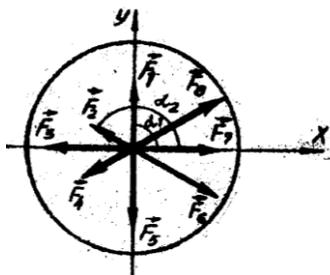
Динамика



Направление \vec{R} находим по правилу параллелограмма.

Эту же задачу можно решить другим методом.

II метод решения



Начертим систему координат с началом координат в центре окружности. Найдём проекции всех сил на оси OX и OY и суммы этих проекций по формулам: $F_x = F \cos \alpha$, $F_y = F \sin \alpha$, где α - угол между осью OX и \vec{F}_i

$$F_{1x} = F_1 \cos 90^\circ = 0 \qquad F_{1y} = F_1 \sin 90^\circ = 6 \cdot 1 = 6$$

$$F_{2x} = F_2 \cos 150^\circ = -2 \frac{\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3}$$

$$F_{2y} = F_2 \sin 150^\circ = 2 \frac{1}{2} = 1$$

$$F_{3x} = F_3 \cos 180^\circ = -9 \cdot 1 = -9$$

$$F_{3y} = F_3 \sin 180^\circ = 9 \cdot 0 = 0$$

$$F_{4x} = F_4 \cos 210^\circ = -4 \frac{\sqrt{3}}{2} = -2\sqrt{3}$$



Динамика

$$F_{4y} = F_4 \sin 210^\circ = -4 \cdot \frac{1}{2} = -2$$

$$F_{5x} = F_5 \cos 270^\circ = 8 \cdot 0 = 0$$

$$F_{5y} = F_5 \sin 270^\circ = -8 \cdot 1 = -8$$

$$F_{6x} = F_6 \cos 330^\circ = 10 \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

$$F_{6y} = F_6 \sin 330^\circ = -10 \cdot \frac{1}{2} = -5$$

$$F_{7x} = F_7 \cos 0^\circ = 9 \cdot 1 = 9$$

$$F_{7y} = F_7 \sin 0^\circ = 9 \cdot 0 = 0$$

$$F_{8x} = F_8 \cos 30^\circ = 12 \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

$$F_{8y} = F_8 \sin 30^\circ = 12 \frac{1}{2} = 6$$

$$R_x = -\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

$$R_y = 6 + 1 - 2 - 8 - 5 + 6 = -2$$

$$R_x = 8\sqrt{3}H$$

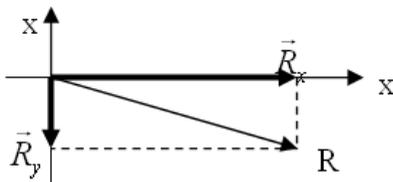
$$R_y = -2H.$$

Найдём модуль равнодействующей по формуле:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$R = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 + (-2)^2} = \sqrt{192 + 4} = \sqrt{196} = 14$$

Ответ: $R = 14H$.



Направление \vec{R} найдём на рисунке по правилу параллелограмма, стороны которого есть \vec{R}_x



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ II ТИПА

ДВИЖЕНИЕ СИСТЕМЫ ТЕЛ ПОД ДЕЙСТВИЕМ РАЗЛИЧНЫХ СИЛ

Обратите внимание: в задачах II типа мы считаем, что все тела системы являются материальными точками, блоки и нити не имеют массы, блоки неподвижны, нити не деформируются; трения в блоках нет.

Задачи II типа рекомендуем вам решать по следующему плану:

1. Сделайте рисунок. На рисунке начертите силы, которые действуют на каждое тело. Это могут быть: сила тяжести ($m\vec{g}$), сила трения ($\vec{F}_{тр}$), сила реакции опоры (\vec{N}), сила натяжения нити (\vec{T}).

Не забывайте правильно рисовать направления сил:

$m\vec{g}$ - направлена вертикально вниз;

$\vec{F}_{тр}$ - направлена вдоль поверхности контакта против движения тела;

\vec{N} - направлена перпендикулярно поверхности опоры;

\vec{T} - направлена вдоль нити.

2. Начертите для каждого тела систему координат XOY так, чтобы ось OX показывала направление движения, ось OY показывала направление перпендикулярное движению.

3. Напишите формулу II закона Ньютона для каждого тела системы в векторной форме. Число уравнений должно быть равно числу тел системы.

4. Напишите для каждого тела эти уравнения в проекциях на ось OX и OY .

5. Решите систему уравнений относительно неизвестных величин.

Пример решения задачи II типа

Два тела с массами $m_1 = 5\text{кг}$ и $m_2 = 1\text{кг}$ движутся равноускоренно под действием силы тяги $F = 32\text{Н}$ (рис.1). Угол между этой силой и горизонтальной плоскостью равен 30° . Тела соединены нитью, которая проходит через блок. Коэффициент трения первого тела о плоскость равен $0,2$.

Определить ускорение, с которым движется система тел, и



силу натяжения нити.

Решение.

1. Сделаем рисунок и начертим все силы, которые действуют на каждое тело (рис.2).

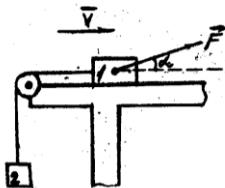


Рис.1

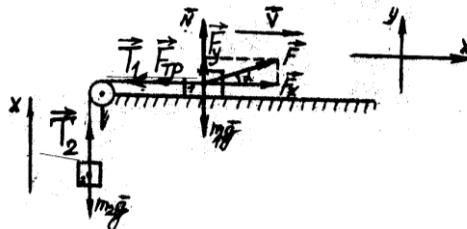


Рис.2

2. Начертим для каждого тела систему координат XOY . Для второго тела ось OY не проводим, так как на это тело не действуют силы перпендикулярно направлению движения.

3. Напишем II закон Ньютона в векторной форме:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a}.$$

Для первого тела $\Rightarrow \vec{F} + \vec{N} + m_1\vec{g} + \vec{F}_{mp} + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}$
(1)

Для второго тела $\Rightarrow \vec{T}_2 + m_2\vec{g} = m_2\vec{a}$
(2)

4. Напишем для каждого тела уравнения (1) и (2) в проекциях на оси X и Y .

Силу \vec{F} лучше сначала разложить на компоненты по оси X и Y и найти их проекции:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_x = F \cos \alpha \\ F_y = F \sin \alpha. \end{array} \right.$$

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = ma_x$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = ma_y = 0$$



Динамика

$$\begin{cases} F_x - F_{mp} - T_1 = m_1 a & (1) \\ T_2 - m_2 g = m_2 a & (2) \end{cases}$$

Сложим уравнения (1) и (2):

$$F_x - F_{mp} - T_1 + T_2 - m_2 g = (m_1 + m_2) a \quad (3)$$

$N + F_y - m_1 g = 0$
 \Downarrow отсюда полу-
 $N = m_1 g - F_y = m_1 g - F$

чим:

Мы знаем: $T_1 = T_2$ (по третьему закону Ньютона).

$$F_{mp} = \mu N = \mu m_1 g - \mu F \sin \alpha$$

5. Подставим в уравнение (3) F_x и F_{mp} . Сократим (T_1) и (T_2) :

$$F \cos \alpha - \mu m_1 g + \mu F \sin \alpha - m_2 g = m_1 + m_2 a$$

6. Найдём ускорение:

$$a = \frac{F \cos \alpha + \mu F \sin \alpha - g \mu m_1 + m_2}{m_1 + m_2} \quad - \quad \text{это формула}$$

ответа.

7. Выполним действия над единицами:

$$a_{СИ} = \frac{Н \cdot кг \cdot \frac{М}{с^2}}{кг} = \frac{\frac{М}{с^2} \times кг}{кг} = \frac{М}{с^2}$$

8. Сделаем расчёт:

$$a = \frac{32 \cdot 0,87 + 0,2 \cdot 0,5 - 10 \cdot 0,2 \cdot 5 + 1}{5 + 1} \approx 2 \frac{М}{с^2}$$

9. Из уравнения (2) найдём силу натяжения:

$$\begin{aligned} T_2 - m_2 g &= m_2 a \Rightarrow T_2 = m_2 (g + a) \\ T_2 &= 1(10 + 2) = 12Н = T_1 = T \end{aligned}$$

Ответ: $a = 2 \frac{М}{с^2}$, $T = 12Н$

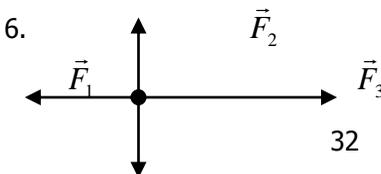
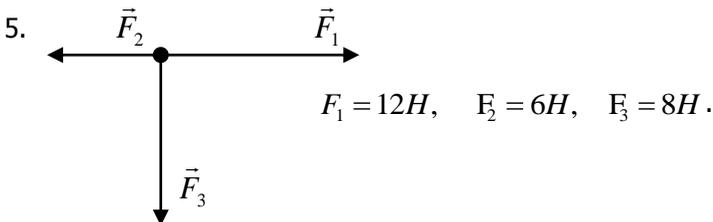
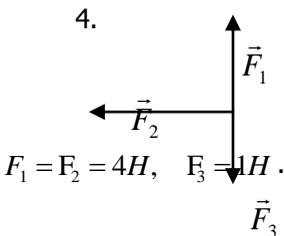
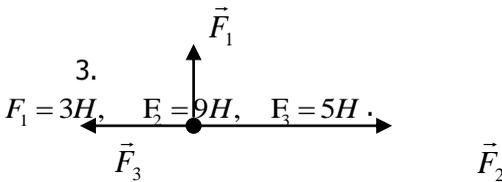
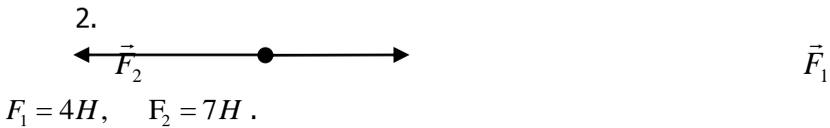
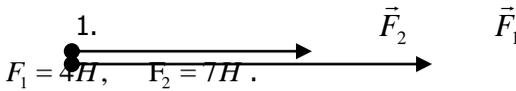


ЗАДАЧИ

I тип - СЛОЖЕНИЕ СИЛ

На тело (материальную точку) действуют силы, как показано на рисунке.

Определить величину и направление равнодействующей силы.

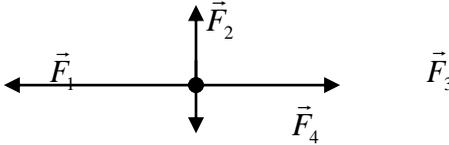




$$\vec{F}_4$$

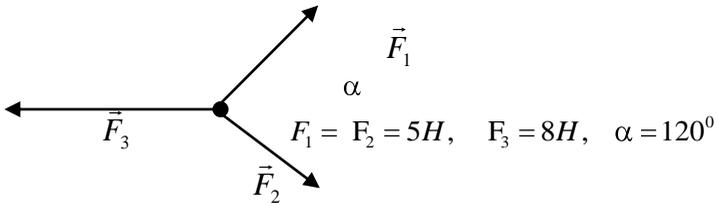
$$F_1 = 9H, F_2 = 5H, F_3 = 17H, F_4 = 11H.$$

7.

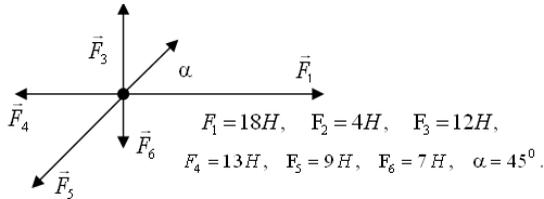


$$F_1 = 15H, F_2 = 10H, F_3 = 3H, F_4 = 1H.$$

8.

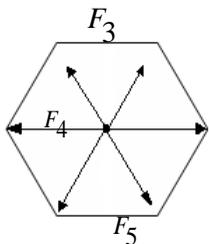


9.



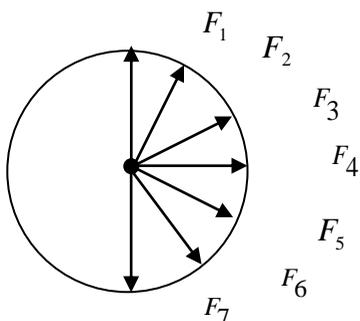


Динамика



В центре правильного шестиугольника приложены силы: $F_1 = 2H$, $F_2 = 4H$, $F_3 = 6H$, $F_4 = 8H$, $F_5 = 10H$, $F_6 = 12H$. Силы направлены к вершинам шестиугольника. Определить величину и направление равнодействующей силы $\vec{R} = ?$.

11.



К материальной точке в центре окружности приложены силы, которые направлены по радиусам.

Все силы равны по величине $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F_5 = F_6 = F_7 = 50$. Угол между F_1 и F_7 равен 180° .

Остальные углы между силами одинаковы. Определить величину и указать на рисунке направление равнодействующей силы.

II тип

ДВИЖЕНИЕ СИСТЕМЫ ТЕЛ ПОД ДЕЙСТВИЕМ РАЗЛИЧНЫХ СИЛ

Обратите внимание: в задачах II типа мы считаем, что все тела системы являются материальными точками, блоки и нити не имеют массы, блоки неподвижны, нити не деформируются; трения в блоках нет.

12. Тело массой 2 кг движется горизонтально под действием силы 10 Н, как показано на рис.3. Определить ускорение, с которым движется тело, если коэффициент трения $\mu = 0,2$.



Динамика

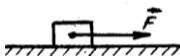


Рис.3

13. Человек поднимает груз массой 1 кг вертикально вверх с ускорением 2 м/с^2 . Определить *силу*, с которой человек действует на груз. Сопротивление воздуха не учитывать.

14. Два тела соединены нитью, которая проходит через блок, как показано на рис.4, *а* и *б*. Определить *ускорение*, с которым движутся тела, и *силу натяжения* нити, если дано:

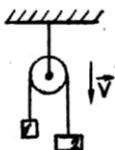
а) $m_1 = 1 \text{ кг}$,

б) $m_1 = 3 \text{ кг}$,

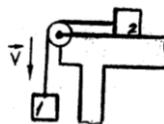
$m_2 = 4 \text{ кг}$,

$m_2 = 1 \text{ кг}$,

$\mu = 0,2$.



а)



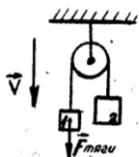
б)

Рис.4

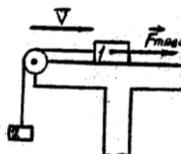
15. Два тела соединены нитью, которая проходит через блок, как показано на рис.5, *а* и *б*.

а) определить *ускорение*, с которым движутся тела, и *силу натяжения* нити, если дано: $F_{\text{тяги}} = 40 \text{ Н}$, $m_1 = 4 \text{ кг}$, $m_2 = 6 \text{ кг}$:

б) определить *коэффициент трения* первого тела в плоскость и *силу натяжения* нити, если дано: $F_{\text{тяги}} = 122 \text{ Н}$, $a = 2 \text{ м/с}^2$, $m_1 = 10 \text{ кг}$, $m_2 = 6 \text{ кг}$.



а)



б)

Рис.5



Динамика

16. Два тела, которые соединены нитью, движутся под действием силы тяги, как показано на рис.6. Найти *ускорение*, с которым движутся тела, и *силу натяжения* нити, если дано: $F_{\text{тяги}} = 60 \text{ Н}$, $m_1 = 2 \text{ кг}$, $m_2 = 5 \text{ кг}$, $\mu = 0,2$.

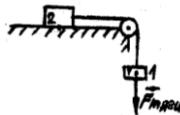


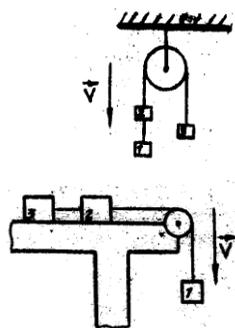
Рис.6

17. Три тела соединены нитью, которая проходит через блок, как показано на рис.7, а и б.

а) Определить *ускорение*, с которым движутся тела, и *силы натяжения* нитей, если массы тел равны: $m_1 = 1 \text{ кг}$, $m_2 = 2,5 \text{ кг}$, $m_3 = 1,5 \text{ кг}$.

б) Определить *коэффициент трения* и *силы натяжения* нитей, если тела движутся с ускорением $a = 4 \text{ м/с}^2$.

Массы тел равны: $m_1 = 6 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$, $m_3 = 4 \text{ кг}$.



а)

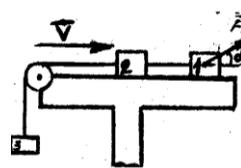


Рис.8

б)

Рис.7

18. Три тела, которые соединены нитью, движутся под действием силы тяги ($F_{\text{тяги}}$), как показано на рис.8. Массы тел: m_1 , m_2 , m_3 . Угол между направлением силы тяги и горизонтальной плоскостью α . Коэффициент трения μ . Найти *ускорение*, с которым движутся тела, и *силы натяжения* нитей. Задачу решить в



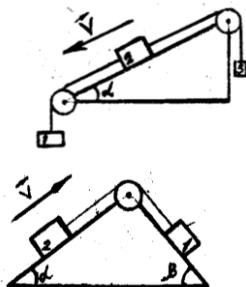
общем виде.

19. Система тел, которые соединены нитью, движется с ускорением, как показано на рис.9, а и б. Определить *ускорение*, с которым движется система, и *силы натяжения нитей*, если дано:

а) $m_1, m_2, m_3, \alpha, \mu$.

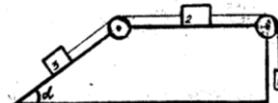
б) $m_1, m_2, \alpha, \beta, \mu$.

Задачу решить в общем виде.



а)

Рис.9



б)

Рис.10

20. Три тела с массами m_1, m_2, m_3 соединены нитью и движутся с ускорением равным a , как показано на рис.10. Угол наклона плоскости к горизонту - α . Определить *коэффициент трения* тел о поверхность и *силы натяжения нитей*.

Задачу решить в общем виде.

