ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Информационные технологии пластического формоизменения»

ПРИМЕНЕНИЕ ГРАДИЕНТНОГО МЕТОДА И МЕТОДА ЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РАСЧЁТАХ КУЗНЕЧНО-ШТАМПОВОЧНОГО ПРОИЗВОДСТВА

Методические указания к практическим занятиям по дисциплине
«Оптимизация технологических процессов обработки металлов давлением»

Авторы

Вовченко А.В., Резников Ю.Н.

Ростов-на-Дону, 2013

Аннотация

Методические указания по дисциплине «Оптимизация технологических процессов ОМД» предназначены для студентов специальности 150201 – «Машины и технология обработки металлов давлением» очной и заочной форм обучения

Авторы

к.т.н., доцент А.В. Вовченко,
д.т.н., профессор Ю.Н. Резников

Оглавление

Представлены оптимизационные задачи, решение которых может быть выполнено градиентными методами и методами линейного программирования. Задачи градиентного поиска оптимума приводятся совместно с методикой их решения. Задачи линейного программирования рекомендуется решать самостоятельно, по методике, изложенной в работах [1,2].

1.ГРАДИЕНТНЫЕ МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ.

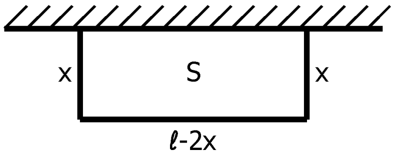

Рис. 1

ЗАДАЧА №1 ([3], стр.193). Найти наименьшую длину ℓ изгороди, с помощью которой можно огородить участок в форме прямоугольника площадью *S*, примыкающий к стенке (рис.1).

Учитывая принятые обозначения, площадь ограждения можно представить как $S = x(\ell - 2x)$, откуда $\ell = 2x + \dfrac{S}{x}$.

Решение задачи сводится к определению наименьшего значения этой функции при изменении *x* от *0* до *∞*. При *x→0* и при *x→∞* функция $\ell \to \infty$. Следовательно, наименьшее значение следует искать среди минимумов функции в интервале (0,∞). Возьмём производную $\ell' = 2 - \dfrac{S}{x^2}$.

В интересующем нас интервале имеем одну стационарную точку: $x = \sqrt{\dfrac{S}{2}}$ (при $\ell' = 0$), которая является точкой минимума функции (т.к. $\ell'' = (2S)/\left(\dfrac{S}{2}\right)^{\frac{3}{2}} > 0$), ибо $\ell' < 0$, если $x < \sqrt{\dfrac{S}{2}}$, и $\ell' > 0$, если $x > \sqrt{\dfrac{S}{2}}$. Минимальное значение

$$\ell_{\min} = 2\sqrt{\frac{S}{2}} + \frac{S}{\sqrt{\dfrac{S}{2}}} = 2\sqrt{2S}$$

здесь служит и наименьшим значением функции во всём интервале (0,∞). Значит, какой бы забор, огораживающий прямоугольный участок с площадью *S* и примыкающий к стене, мы ни взяли, его длина не может быть меньше $2\sqrt{2S}$ и равна этому значению только в том случае, когда меньшая сторона прямоугольника (равная $\sqrt{\frac{2}{S}}=\frac{1}{2}\sqrt{2S}$) в два раза меньше его большей стороны (равной $2\sqrt{2S}-2\frac{1}{2}\sqrt{2S}=\sqrt{2S}$). В указанных условиях самый экономичный забор тот, у которого бóльшая сторона в два раза длиннее меньшей стороны.

ЗАДАЧА №2 ([4], стр.134). Указать наилучший вариант консервной банки фиксированного объёма *V*, имеющей обычную форму прямого кругового цилиндра при: а)наименьшей поверхности *S* (наименьшем количестве жести); б)наименьшей длине сварных швов ℓ.

Для решения задачи запишем формулы для объёма банки, площади её поверхности и длины швов:

$$V=\pi r^2 h,\quad S=2\pi r^2+2\pi rh,\quad \ell=4\pi r+h.$$

Объём банки задан, что определяет связь между радиусом *r* и высотой *h*. Выразим высоту через радиус: $h=V/(\pi r^2)$ и подставим полученное выражение в формулы для поверхности и длины швов. В результате получим

$$S(r)=2\pi r^2+\frac{2V}{r},\quad 0<r<\infty,\qquad \ell(r)=4\pi r+\frac{V}{\pi r^2},\quad 0<r<\infty.$$

Таким образом задача сводится к определению такого значения *r*, при котором достигает своего наименьшего значения в одном случае функция $S(r)$, в другом – функция $\ell(r)$.

Рассмотрим первый вариант задачи. Вычислим производную функции $S(r)$:

$$S(r)=4\pi r-\frac{2V}{r^2}=\frac{2}{r^2}(2\pi r^3-V)$$

и исследуем её знак. При $0<r<r_1=\sqrt[3]{V/(2\pi)}$ производная отрицательна и функция $S(r)$ убывает, при $r_1<r<\infty$ производная положительна и функция $S(r)$ возрастает. Следовательно, своего наименьшего значения эта функция достигает в точке $r=r_1$, в которой её производная обращается в нуль. График функции $S(r)$, иллюстрирующий приведенный анализ, показан на рис.2.

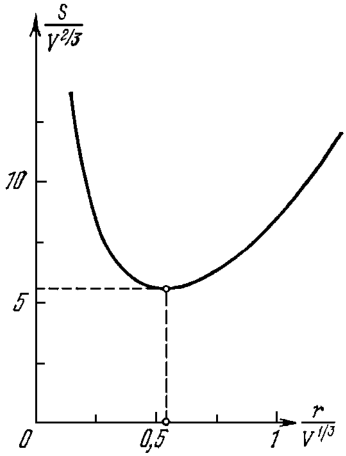

Рис. 2

Итак, радиус и высота банки, наилучшие с точки зрения условия минимальности $S(r)$, определяются формулами

$$r_1 = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}, \quad h_1 = 2r_1,$$

при этом $S(r_1) = 3\sqrt[3]{2\pi V^2} \le S(r)$.

Рассмотрим теперь задачу во второй постановке. Продифференцируем функцию $\ell(r)$:

$$\ell'(r) = 4\pi - \frac{2V}{\pi r^3} = \frac{2}{\pi r^3}(2\pi^2 r^3 - V).$$

Как и в предыдущем случае, при $0 < r < r_2 = \sqrt[3]{V/(2\pi^2)}$ производная отрицательна и функция $\ell(r)$ убывает, при $r_2 < r < \infty$ производная положительна и функция $\ell(r)$ возрастает. Следовательно, своего наименьшего значения эта функция достигает в точке $r = r_2$, в которой её производная обращается в нуль. График функции показан на рис.3.

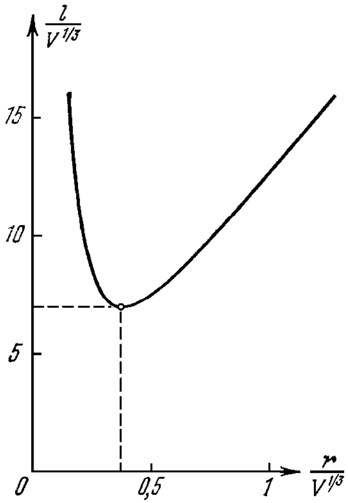

Рис. 3

Итак, радиус и высота банки, наилучшие с точки зрения условия минимальности $\ell(r)$, определяется формулами $r_2 = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi^2}}, \quad h_2 = 2\pi r_2,$ при этом $\ell(r_2) = 3\sqrt[3]{4\pi V} \le \ell(r)$.

2.ОПТИМИЗАЦИЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ.

ЗАДАЧА №3 ([2], стр.149). Процесс изготовления двух видов промышленных изделий состоит в последовательной обработке каждого из них на трёх станках. Время использования этих станков для производства данных изделий ограничено 10-ю часами в сутки. Время обработки и прибыль от продажи одного изделия каждого вида приведены в табл.1. Найти оптимальный объём производства изделий каждого вида.

Время обработки и прибыль от продажи одного изделия. Таблица 1

Изделие	Время обработки одного изделия, мин.			Удельная прибыль, $
	Станок 1	Станок 2	Станок 3	
1	10	6	8	2
2	5	20	15	3

ЗАДАЧА №4 ([2], стр.154). Изделия четырёх типов проходят последовательную обработку на двух станках. Время обработки одного изделия каждого типа на каждом из станков приведено в табл.2.

Время обработки 1 изделия. Таблица 2

Станок	Время обработки 1 изделия, ч.			
	Тип 1	Тип 2	Тип 3	Тип 4
1	2	3	4	2
2	3	2	1	2

Затраты на производство одного изделия каждого типа определяются как величины, прямо пропорциональные времени использования станков (в машино-часах). Стоимость машино-часа составляет 10 и 15 $ для станков 1 и 2, соответственно. Допустимое время использования станков для обработки изделий всех типов ограничено следующими значениями: 500 машино-часов для станка 1 и 380 машино-часов для станка 2. Цены изделий типов 1, 2, 3 и 4 равны 65, 70, 55 45 $, соответственно. Составить план производства, максимизирующий прибыль.

ЗАДАЧА №5 ([2], стр.155). Завод выпускает изделия трёх моделей (I, II, III). Для их изготовления используются два вида ресурсов (A и B), запасы которых составляют 4000 и 6000 ед. Расходы ресурсов на одно изделие каждой модели приведены в табл.3.

Расходы ресурсов. Таблица 3

Ресурс	Расход ресурса на одно изделие данной модели		
	I	II	III
A	2	3	5
B	4	2	7

Трудоёмкость изготовления изделия модели I вдвое больше, чем изделия модели II, и втрое больше, чем изделия модели III. Численность рабочих завода позволяет выпускать 1500 изделий модели I. Анализ условий сбыта показывает, что минимальный спрос на продукцию завода составляет 200, 200 и 150 изделий I, II и III, соответственно. Однако соотношение выпуска изделий моделей I, II и III должно быть равно 3:2:5. Удельная прибыль от реализации изделий моделей I, II и III составляет 30, 20 и 50 $, соответственно. Определить выпуск изделий, максимизирующий прибыль.

ЗАДАЧА №6 ([2], стр.157). Небольшая фирма выпускает два типа автомобильных деталей (A и B). Для этого она закупает литьё, подвергаемое токарной обработке, сверловке и шлифовке. Данные, характеризующие производительность станочного парка фирмы, приведены в табл.4.

Производительность станков. Таблица 4

Станки	Деталь A, шт/ч.	Деталь B, шт/ч.
Токарный	25	40
Сверлильный	28	35
Шлифовальный	35	25

Каждая отливка, из которой изготавливают деталь A, стоит 2$. Стоимость отливки для детали B – 3$. Продажная цена деталей равна, соответственно, 5 и 6 $. Стоимость часа станочного времени составляет по трём типам используемых станков 20, 14 и 17.5 $, соответственно. Предполагая, что можно выпускать для продажи любую комбинацию деталей A и B, нужно найти план выпуска продукции, максимизирующий прибыль.

ЗАДАЧА №7 ([5], стр.18). Из полос длиной 4000 мм необходимо получать следующие комплекты заготовок (см. табл.5).

Таблица 5

№ детали	Длина заготовки, мм	Количество на изделие
1	698	8
2	518	8

ЗАДАЧА №8 ([6], №196, стр.137). Автомобильный завод выпускает машины типов A и B. Производственные мощности отдельных участков приведены в табл.6.

Таблица 6

№	Участок	Количество машин в год	
		тип А	тип В
1	Подготовки производства	125	110
2	Кузовной	80	320
3	Производства шасси	110	110
4	Производства двигателей	240	120
5	Сборочный	160	80
6	Участок испытаний	280	70

Определить наиболее рентабельную производственную программу при следующих дополнительных условиях:

1) прибыли от выпуска одной машины типов А и В соответственно равны 2000 и 2400 руб.;
2) выпуск одной машины А приносит прибыль, в два раза меньшую, чем выпуск одной машины В;
3) производственная мощность 1-го и 5-го цехов увеличена в 1.5 раза за счёт использования сверхурочных работ, что приводит к уменьшению прибыли от выпуска одной машины типа А до 1500 руб. и типа В – до 2100 руб.;
4) в задаче 1) производственная программа ограничена сверху условиями: машин типа А не более 50 и машин типа В не более 60.

ЛИТЕРАТУРА

1. Резников Ю.Н., Вовченко А.В. Решение оптимизационных задач ОМД с использованием электронных таблиц MS Excel: Метод. указ. к лаб. раб. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ. 2001.–8с.
2. Гарнаев А.Ю. Использование MS Excel и VBA в экономике и финансах. – СПб.: БХВ – Санкт-Петербург, 1999.–336с.
3. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа для втузов. – М.: Наука. ГРФМЛ, 1969.–736с.
4. Тихонов А.Н., Костомаров Д.П. Вводные лекции по прикладной математике. – М.: Наука. ГРФМЛ, 1984.–192с.
5. Канторович Л.В., Залгаллер В.А. Рациональный раскрой промышленных материалов. – Новосибирск: Наука. Сибирское отделение, 1971. –300с.
6. Калихман И.Л. Сборник задач по математическому программированию. – М.: Высш. шк., 1975.–270с.