

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ “ Информатика и вычислительная техника”

Кафедра “Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем”

Коледов Л.В.

МЕТОДИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО для выполнения лабораторных работ по курсу "Ис-
следование операций"

часть 6.

«Решение транспортной задачи средствами LiPS и MATLAB»

Пособие предназначено для студентов специальностей 010503, 230105

РОСТОВ - НА - ДОНУ

2014

Задание ЛР6. Ниже приведены постановки «ВАШИХ» транспортных задач, выпишите спецификации, необходимые для решения средствами LiPS и MATLAB. Решите их в указанных средах. Сохраняя протоколы исполнения, сравните оба полученных результата.

Пример выполнения. Продолжим решение задачи 3 из [2, стр. 6-7] посредством интерфейса, предлагаемого в LiPS'е и MATLAB'е.

Задача составления оптимального плана перевозок (транспортная задача)

На двух железнодорожных станциях сосредоточено топливо для трех электростанций. На C_1 имеется 300 т, на C_2 – 500 т. На электростанцию Θ_1 нужно доставить 500 т, на Θ_2 – 200 т, на Θ_3 – 100 т. Стоимость перевозки 1 т топлива для каждого маршрута задана таблицей:

	Θ_1	Θ_2	Θ_3	
C_1	x_{11} 7	x_{12} 9	x_{13} 8	300 т
C_2	x_{21} 3	x_{22} 4	x_{23} 6	500 т
	500 т	200 т	100 т	

Необходимо составить план перевозок.

Анализ задачи 3. Обозначим $x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}$ – количество топлива, перевозимого по маршрутам, указанным в таблице. Требуется найти такие числовые значения этих шести неизвестных, чтобы общая стоимость перевозок, т.е. $S = 7x_{11} + 9x_{12} + 8x_{13} + 3x_{21} + 4x_{22} + 6x_{23}$ (целевая функция), приняла наименьшее значение, при условии выполнения системы ограничений:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} = 500, \\ x_{12} + x_{22} = 200, \\ x_{13} + x_{23} = 100, \\ x_{11} + x_{12} + x_{13} = 300, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 500. \end{cases}$$

Представление задачи в TR01Polis.lps:

min: $7 \cdot X1 + 9 \cdot X2 + 8 \cdot X3 + 3 \cdot X4 + 4 \cdot X5 + 6 \cdot X6$;

Row1: $X1 + X4 = 500$;

Row2: $X2 + X5 = 200$;

Row3: $X3 + X6 = 100$;

Row4: $X1 + X2 + X3 = 300$;

Row5: $X4 + X5 + X6 = 500$;

Экспорт отчета TR01Polis в excel:

Переменная	Значение	Коэфф. ЦФ	Оценочный коэфф.	
X1	200	7	0	
X2	0	9	-1	
X3	100	8	0	
X4	300	3	0	
X5	200	4	0	
X6	0	6	-2	
Ограничение	Значение	ССЧ	Двойств. оценка	
Row1	500	500	3	
Row2	200	200	4	
Row3	100	100	4	
Row4	300	300	4	
Row5	500	500	0	

А вот отчет, сгенерированный по запуску.

*** Фаза I --- Старт ***

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	x6	s7	s8	s9	s10	s11	ССЧ
s7	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	500
s8	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	200
s9	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	100
s10	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	300
s11	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	500
ЦФ	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	1600

Переменная, вводимая в базис -> x1

Соотношения: ССЧ/Столбец x1 -> { 500 - - 300 - }

Переменная, исключаемая из базиса -> s10

*** Фаза I --- Итерация 1 ***

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	x6	s7	s8	s9	s10	s11	ССЧ
s7	0	-1	-1	1	0	0	1	0	0	-1	0	200
s8	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	200
s9	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	100
x1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	300
s11	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	500
ЦФ	0	0	0	-2	-2	-2	0	0	0	2	0	1000

Переменная, вводимая в базис -> x4

Соотношения: ССЧ/Столбец x4 -> { 200 - - - 500 }

Переменная, исключаемая из базиса -> s7

*** Фаза I --- Итерация 2 ***

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	x6	s7	s8	s9	s10	s11	ССЧ
x4	0	-1	-1	1	0	0	1	0	0	-1	0	200
s8	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	200
s9	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	100
x1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	300
s11	0	1	1	0	1	1	-1	0	0	1	1	300
ЦФ	0	-2	-2	0	-2	-2	2	0	0	0	0	600

Переменная, вводимая в базис -> x2

Соотношения: ССЧ/Столбец x2 -> { - 200 - 300 300 }

Переменная, исключаемая из базиса -> s8

*** Фаза I --- Итерация 3 ***

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	x6	s7	s8	s9	s10	s11	ССЧ
x4	0	0	-1	1	1	0	1	1	0	-1	0	400
x2	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	200
s9	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	100
x1	1	0	1	0	-1	0	0	-1	0	1	0	100
s11	0	0	1	0	0	1	-1	-1	0	1	1	100
ЦФ	0	0	-2	0	0	-2	2	2	0	0	0	200

Переменная, вводимая в базис -> x3

Соотношения: ССЧ/Столбец x3 -> { - - 100 100 100 }

Переменная, исключаемая из базиса -> s9

*** Фаза I --- Итерация 4 ***

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	x6	s7	s8	s9	s10	s11	ССЧ
x4	0	0	0	1	1	1	1	1	1	-1	0	500
x2	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	200
x3	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	100
x1	1	0	0	0	-1	-1	0	-1	-1	1	0	0
s11	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	1	1	0
ЦФ	0	0	0	0	0	0	2	2	2	0	0	0

*** Фаза II --- Итерация 4 ***

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	x6	s7	ССЧ
x4	0	0	0	1	1	1	0	500

x2	0	1	0	0	1	0	0	200
x3	0	0	1	0	0	1	0	100
x1	1	0	0	0	-1	-1	0	0
s7	0	0	0	0	0	0	1	0
цф	0	0	0	0	-1	2	0	4100

Переменная, вводимая в базис -> x5

Соотношения: ССЧ/Столбец x5 -> { 500 200 - - - }

Переменная, исключаемая из базиса -> x2

*** фаза II --- Итерация 5 ***

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	x6	s7	ССЧ
x4	0	-1	0	1	0	1	0	300
x5	0	1	0	0	1	0	0	200
x3	0	0	1	0	0	1	0	100
x1	1	1	0	0	0	-1	0	200
s7	0	0	0	0	0	0	1	0
цф	0	1	0	0	0	2	0	3900

>> Оптимальное решение НАЙДЕНО

>> Минимум = 3900

*** РЕЗУЛЬТАТЫ - ПЕРЕМЕННЫЕ ***

Переменная	Значение	Кэфф. цф	Оценочный коэфф.
x1	200	7	0
x2	0	9	-1
x3	100	8	0
x4	300	3	0
x5	200	4	0
x6	0	6	-2

*** РЕЗУЛЬТАТЫ - ОГРАНИЧЕНИЯ ***

Ограничение	Значение	ССЧ	Двойств. оценка
Row1	500	500	3
Row2	200	200	4
Row3	100	100	4
Row4	300	300	4
Row5	500	500	0

Вот как выглядит запись этой задачи в тексте скрипта, вызываемого для решения этой задачи в среде MATLAB'a.

```
% Простая транспортная задача 3 {стр 6-7 Полисмаков}
% Искомый план перевозок [x11 x12 x13 x21 x22 x23]';
clear all
clc
diary tr01polic.txt
echo on
f = [7 9 8 3 4 6];
Beq = [ 1 0 0 1 0 0; 0 1 0 0 1 0; 0 0 1 0 0 1;
        1 1 1 0 0 0; 0 0 0 1 1 1];
lb = zeros(6,1);
beq = [500; 200; 100; 300; 500];
[ x, fval] = linprog(f',[],[],Beq,beq, lb, [])
diary off
```

Вот содержимое файла «tr01polic.txt», созданного в результате исполнения скрипта:

```
echo on
f = [7 9 8 3 4 6];
Beq = [ 1 0 0 1 0 0; 0 1 0 0 1 0; 0 0 1 0 0 1;
        1 1 1 0 0 0; 0 0 0 1 1 1];
lb = zeros(6,1);

beq = [500; 200; 100; 300; 500];

[ x, fval] = linprog(f',[],[],Beq,beq, lb, [])

x =

    200.0000
     0.0000
    100.0000
    300.0000
    200.0000
     0.0000

fval =

    3.9000e+03

diary off
```

Приложение 1

Ниже сформулированы варианты заданий Вашей ЛР6.

Ваши Транспортные задачи представлены следующей матрицей: C_{ij} – транспортные издержки по перемещению единицы продукции из пункта A_i в пункт B_j .

Задача состоит в отыскании такого плана перевозок, при котором весь продукт из пунктов производства будет вывезен, запросы потребителей полностью удовлетворены и суммарные транспортные издержки минимальны.

Условия Т-задачи представим в виде

$$C = \begin{array}{cccccc} & & & & & a_i \\ \begin{array}{c} c_{11} \quad c_{12} \quad c_{13} \quad \dots \quad c_{1n} \\ c_{21} \quad c_{22} \quad c_{23} \quad \dots \quad c_{2n} \\ \vdots \\ c_{m1} \quad c_{m2} \quad c_{m3} \quad \dots \quad c_{mn} \end{array} & \begin{array}{c} \parallel \\ \parallel \\ \parallel \\ \parallel \\ \parallel \end{array} & \begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{array} \\ b_j & b_1 & b_2 & b_3 & \dots & b_m \end{array}$$

Для составления математической модели задачи введем переменные $x_{ij} \geq 0$, $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$, обозначающие количество груза, перевозимого из i -го пункта производства в j -й пункт потребления.

Требуется найти множество переменных $x_{ij} \geq 0$, минимизирующих функцию

$$L = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1.11.1)$$

и удовлетворяющих условиям

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, m; \quad (1.11.2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n. \quad (1.11.3)$$

Вариант 1

$$C = \begin{array}{cccccc} & & & & & a_i \\ \begin{array}{c} 1 \quad 8 \quad 2 \quad 3 \\ 4 \quad 7 \quad 5 \quad 1 \\ 5 \quad 3 \quad 4 \quad 4 \end{array} & \begin{array}{c} \parallel \\ \parallel \\ \parallel \end{array} & \begin{array}{c} 30 \\ 50 \\ 20 \end{array} \\ b_j & 15 & 15 & 40 & 30 \end{array}$$

Вариант 2

$$C = \begin{array}{cccccc} & & & & & a_i \\ \begin{array}{c} 2 \quad 6 \quad 3 \quad 4 \quad 8 \\ 1 \quad 5 \quad 6 \quad 9 \quad 7 \\ 3 \quad 4 \quad 1 \quad 6 \quad 10 \end{array} & \begin{array}{c} \parallel \\ \parallel \\ \parallel \end{array} & \begin{array}{c} 40 \\ 30 \\ 35 \end{array} \\ b_j & 20 & 34 & 16 & 10 & 15 \end{array}$$

Вариант 3

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 9 & 4 \\ 3 & 4 & 22 & 5 \end{bmatrix}$$

a_i
60
70
20

b_j 40 30 30 50

Вариант 4

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \\ 3 & 7 & 9 & 5 \\ 1 & 2 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

a_i
30
20
40
50

b_j 35 20 55 30

Вариант 5

$$G = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 5 & 7 \\ 8 & 7 & 5 & 4 \\ 9 & 6 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 9 & 3 \end{bmatrix}$$

a_i
100
120
150
130

b_j 140 130 90 140

Вариант 6

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 7 & 5 \\ 6 & 4 & 8 & 2 \\ 7 & 1 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

a_i
50
20
30
20

b_j 40 30 35 15

Вариант 7

$$G = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 9 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

a_i
60
70
20

b_j 40 30 30 50

Вариант 8

$$C = \begin{array}{cccc|c} & & & & a_i \\ 1 & 2 & 6 & 4 & 40 \\ 3 & 1 & 3 & 2 & 30 \\ 5 & 7 & 5 & 1 & 20 \end{array}$$

$$b_i \quad 30 \quad 25 \quad 18 \quad 20$$

Вариант 9

$$C = \begin{array}{cccc|c} & & & & a_i \\ 2 & 4 & 3 & 2 & 60 \\ 3 & 1 & 2 & 3 & 65 \\ 5 & 4 & 1 & 5 & 70 \end{array}$$

$$b_i \quad 40 \quad 60 \quad 70 \quad 25$$

Вариант 10

$$C = \begin{array}{cccc|c} & & & & a_i \\ 10 & 5 & 7 & 4 & 40 \\ 7 & 4 & 9 & 10 & 25 \\ 6 & 14 & 8 & 7 & 35 \end{array}$$

$$b_i \quad 15 \quad 40 \quad 30 \quad 15$$

Приложение 2

В этом месте приводятся фрагменты из [1, стр. 653-659], необходимые для организации решения задачи ЛП в среде MATLAB и переведенные на русский язык сообщения help-системы MATLAB.

Линейное программирование

Для решения задачи линейного программирования в MATLAB используется функция `linprog`. Область поиска для нее задается следующими условиями:

- ☐ $A*x \leq b$ — линейные неравенства (A — матрица, b — вектор);
- ☐ $Aeq*x = beq$ — линейные уравнения (Aeq — матрица, beq — вектор);
- ☐ $lb \leq x \leq ub$ — ограничения на координаты (lb , ub — два вектора).

Целевая функция $f'*x$ в `linprog` задается вектором коэффициентов f .

f , x , b , beq , lb и ub это векторы, тогда как A и Aeq — матрицы.

Формы обращения к этой функции:

```
x = linprog(f,A,b,Aeq,beq)
x = linprog(f,A,b,Aeq,beq,lb,ub)
x = linprog(f,A,b,Aeq,beq,lb,ub,x0)
x = linprog(f,A,b,Aeq,beq,lb,ub,x0,options)
[x,fval] = linprog(...)
[x,fval,exitflag] = linprog(...)
[x,fval,exitflag,output] = linprog(...)
[x,fval,exitflag,output,lambda] = linprog(...)
```

$x = \text{linprog}(f,A,b)$ возвращает $\min f^*x$ так что $A*x \leq b$.

$x = \text{linprog}(f,A,b,Aeq,beq)$ решает эту проблему при дополнительном ограничении $Aeq*x = beq$. Присвоить $A = []$ и $b = []$ если нет ограничений - неравенств.

$x = \text{linprog}(f,A,b,Aeq,beq,lb,ub)$ решает проблему минимизации в наличии нижних и верхних границ, определяющих x , так, что для каждой координаты $lb \leq x \leq ub$. Присвоить $Aeq = []$ и $beq = []$ если нет ограничений-равенств.

$[x,fval] = \text{linprog}(\dots)$ возвращает значение целевой функции при найденном значении решения x : $fval = f^*x$.

Литература.

1. Кетков Ю. Л. И др. MATLAB7: Программирование, численные методы. Гл. 16. СПб.: 2007г.
2. Полисмаков А.И, Математическая экономика. Изд. РГУ. 2006 г.