ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

"MATLAB для оценки тройного интеграла методом Монте-Карло"

по дисциплине

"Методы и системы компьютерной математики"

Автор

Коледов Леонид Викторович, к. ф.-м.н., доцент

Ростов-на-Дону, 2013

Оглавление

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6

Подготовить программы для оценки значения объема трехмерного тела методом Монте-Карло. Последняя цифра номера задачи для контрольного примера в Приложении совпадает с последней цифрой номера Вашей зачетки.

Требуется вычислить объем трехмерного тела D, ограниченного рядом поверхностей, задаваемых явными уравнениями. Иными словами, можно записать несколько условий типа неравенств для x, y и z, чтобы проверить, принадлежит ли описываемой области некоторая точка (x,y,z). Например, область ограниченная поверхностями, z=0, x=y^2, x=3-2*y^2, z=4-2*x^2, описывается, как нетрудно проверить, следующими неравенствами:

{-1<=y<=1; y^2<=x<=3-2*y^2; 0<=z<=9-2*x^2.}

Тогда

D={(x,y,z): -1<=y<=1; y^2<=x<=3-2*y^2; 0<=z<=9-2*x^2}.

Пусть нам удалось найти прямоугольный параллелепипед G с ребрами, параллельными координатным осям, целиком содержащий объект D. Таким свойством для нашего примера обладает G={(x,y,z): 0<=x<=3; -1<=y<=1; 0<=z<=9}. Метод Монте-Карло предлагает следующий прием для оценки (но не вычисления) объема D: проведем N бросаний точек (x, y, z), равномерно распределенных по G, и найдем N(G) - число точек, попавших в G. Тогда мы сможем получить оценку N(G)/N вероятности P(G) попадания точки в область, а по определению равномерного распределения, эта вероятность равна отношению объемов G и D. Тогда из соотношения N(G)/N=V(G)/V(D) найдем:

V(G)=V(D)*N(G)/N (*)

Используя, приведенные в [4], стр 231-324 оценки для вероятности события P(G) и формулы для доверительных интервалов можно придать этому делу более законченный вид, но мы ограничимся лишь точечной оценкой (*).

Вот текст функции, которая нам обеспечит необходимые N точек, равномерно распределенных в D:

```
<TOF>
function xyzout=F3_u(X1,X2,Y1,Y2,Z1,Z2,N)
% генерирует N точек (xout,yout,zout) равномерно
% распределенных в параллелепипеде,
% описываемом неравенствами:
% X1<=xout<=X2; Y1<=yout<=Y2; Z1<=zout<=Z2.
rand('uniform');
   xout=rand(N,1)*(X2-X1)+X1;
   yout=rand(N,1)*(Y2-Y1)+Y1;
   zout=rand(N,1)*(Z2-Z1)+Z1;
    xyzout=[xout,yout,zout];
end;
<BOF>
```

А в следующем скрипте оформлено обращение к F3_U, проверка принадлежит ли точка области, описанной неравенствами, и подсчет соответствующих величин.

Имя скрипта: act_j.

```
<TOF>
int=0;
N=input('Введите число точек-');
a=0;b=3;c=-1;d=1;e=0;f=2; qq=f3_u(a,b,c,d,e,f,N);
% qq(:,1) - равномерно распределен на [0,3],
% qq(:,2) - равномерно распределен на [-1,1],
% qq(:,3) - равномерно распределен на [0,9],
% Теперь нужно записать логическое условие принадлежности
% точки qqi=qq(i,:) к области интегрирования D,
% задаваемой неравенствами:
% -1<=y<=1; y*y<=x<=3-y*y;
% 0<=z<=9-2*x*x.
 for ww=1:N
        x=qq(ww,1);
        y=qq(ww,2);
        z=qq(ww,3);
        if (y*y<=x)&(x<=3-y*y)&(x<=9-2*x*x), int=int+1;
        end
 end
Integr=int/N*(b-a)*(d-c)*(f-e);
disp(['Оценка значения интеграла ']); Integr end
<BOF>
```

И, наконец протокол запуска скрипта:

```
<TOF>
```

п act_j

Введите число точек- % Мой ответ - 1000

Оценка значения интеграла Integr = 6.3120

п act_j

Введите число точек- % Мой ответ - 2000 Оценка значения интеграла

Integr = 6.2040 п act_j

Введите число точек- % Мой ответ - 2500

Оценка значения интеграла Integr = 6.3168

<EOF>

Список литературы.

1. Кетков Ю. Л, Кетков А. Ю., Шульц, MATLAB 7: программирование, численные методы, СПБ. 2005

2. В.Е.Гмурман. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике, - М.: Статистика, 1983.

3. В.С.Пугачев. Теория вероятностей и математическая статистика, - М.: Наука, 1979.

Приложение. Варианты заданий:

371—380 Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями Данное тело и его проекцию на плоскость xOy изобразить на чертежах

371 $z=0,\ z=2x,\ x+y=3,\ x=\sqrt{\dfrac{y}{2}}$.

372 $z=0,\ z=\sqrt{1-y},\ y=x^2$

373 $z=0,\ x=0,\ y=0,\ x+y=1,\ z=x^2+3y^2$.

374 $z=0,\ z=x^2,\ 2x-y=0,\ x+y=9$

375 $z=0,\ z=2-x,\ y=2\sqrt{x},\ y=\dfrac{1}{4}x^2$.

376 $z^2=4-y,\ x^2+y^2=4y$.

377 $z=0,\ x=0,\ z=y^2,\ 2x+3y=6$.

378 $z=0,\ z=(x-1)^2,\ y^2=x$

379 $z=0,\ z=4-x^2,\ x^2+y^2=4$.

380 $z=0,\ x=0,\ y=0,\ z=y^2+1,\ x+y=1$.