



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ  
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Программное обеспечение вычислительной тех-  
ники и автоматизированных систем»

## **Учебно-методическое пособие** по дисциплине

# **«Основы теории принятия решений»**

Автор  
Кобак В. Г.

Ростов-на-Дону, 2019



## Аннотация

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов очной формы обучения направления 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем».

## Авторы

Кобак В.Г.



## Оглавление

<b>1. Лабораторная работа №1: Выбор в двухкритериальном дискретном пространстве. Множество Парето. Функция полезности. ....</b>	<b>5</b>
1.1. Задание к лабораторной работе №1.....	5
<b>2. Программа и методика проведения практических занятий №1-2 .....</b>	<b>10</b>
2.1. Цель работы .....	10
2.2. Работа с модельными данными.....	10
2.3. Создание модельных данных и их обработка.....	17
<b>3. Программа и методика проведения практических занятий № 3-5 .....</b>	<b>23</b>
3.1. Цель работы .....	23
3.2. Задание к лабораторной работе .....	24
3.3. Указания.....	25
3.4. Приложение 1.....	30
3.5. Приложение 2.....	31
<b>4. Программа и методика проведения практических занятий № 6-8 .....</b>	<b>32</b>
4.1. Тема .....	32
4.2. Общие замечания .....	32
4.3. Распределение затрат на общественный проект	33
4.4.1. Задача 2А .....	33
4.4.2. Задание 1 .....	34
4.4.3. Указания к заданию 1 .....	35
4.5.1. Задача 2Б .....	36
4.5.2. Задание 2 .....	36
4.5.3. Указания к заданию 2 .....	37
4.6. Приложение 1.....	38
4.7. Приложение 2.....	39
4.8. Приложение 3.....	40
<b>5. Программа и методика проведения практических занятий №9-11 .....</b>	<b>41</b>
5.1. Цель работы .....	41

5.2.	Постановка задачи.....	42
5.3.	Критерии .....	42
5.4.	Практическая часть .....	45
5.5.	Индивидуальные задания .....	46
<b>6.</b>	<b>Лабораторная работа №4: Принятие решений в условиях риска .....</b>	<b>47</b>
6.1.	Цель работы .....	47
6.2.	Постановка задачи.....	48
6.3.	Практическая часть .....	51
6.4.	Индивидуальные задания .....	52
	Список используемой литературы литературы ...	<b>Ошибка!</b>

**Закладка не определена.**

## 1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1: ВЫБОР В ДВУХКРИТЕРИАЛЬНОМ ДИСКРЕТНОМ ПРОСТРАНСТВЕ. МНОЖЕСТВО ПАРЕТО. ФУНКЦИЯ ПОЛЕЗНОСТИ.

### 1.1. Задание к лабораторной работе №1

В таблицах ниже приведены список альтернатив, характеризующихся по двум критериям. Значения критериев указаны в строках, причем ориентации критериев таковы: критерий  $x$  – «Dx», критерий  $y$  – «Dy». Построить на чертеже границу Парето для ситуации выбора.

Выполнить полное упорядочение альтернатив по лексиконному критерию, пренебрегая ориентацией координатных критериев.

Формула для функции полезности  $U(A_i) = U(A(X_i), A(Y_i))$ , полученная экспертной оценкой коэффициента замещения критериев, имеет вид  $U(X_i, Y_i) = k_1 \cdot X_i + k_2 \cdot Y_i$ . Выпишите альтернативы в порядке возрастания полезности и соответствующие полезности.

\*\*\*\*\*

#### Вариант №1

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
X	5	3	4	6	6	7	5	3	7	7
Y	6	7	8	7	8	6	6	7	6	7

Ориентация критериев  $Dx = "+"$ ,  $Dy = "+"$

Коэффициенты функции полезности  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 1.4$ .

\*\*\*\*\*

#### Вариант №2

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
X	5	6	5	4	5	5	6	6	6	4
Y	4	7	6	8	8	6	8	8	7	8

Ориентация критериев  $Dx = "+"$ ,  $Dy = "-"$

Коэффициенты функции полезности  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = -1.6$ .

\*\*\*\*\*



Основы теории принятия решений

Вариант №3

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
X	7	5	6	5	3	5	6	5	5	7
Y	8	8	6	7	8	8	7	6	7	4

Ориентация критериев  $Dx = "-"$ ,  $Dy = "+"$

Коэффициенты функции полезности  $k1 = -1$ ,  $k2 = 2$ .

\*\*\*\*\*

Вариант №4

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
X	5	6	7	7	5	6	5	7	7	7
Y	6	6	6	7	8	8	7	7	5	8

Ориентация критериев  $Dx = "-"$ ,  $Dy = "-"$

Коэффициенты функции полезности  $k1 = -1$ ,  $k2 = -6$ .

\*\*\*\*\*

Вариант №5

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
X	5	4	7	6	7	4	6	6	4	5
Y	6	7	6	8	8	6	6	7	8	7

Ориентация критериев  $Dx = "+"$ ,  $Dy = "+"$

Коэффициенты функции полезности  $k1 = 1$ ,  $k2 = 2.4$ .

\*\*\*\*\*

Вариант №6

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
X	5	5	5	6	7	6	3	6	5	5
Y	5	8	6	6	6	6	7	7	6	6

Ориентация критериев  $Dx = "+"$ ,  $Dy = "-"$

Коэффициенты функции полезности  $k1 = 1$ ,  $k2 = -2.6$ .

\*\*\*\*\*

Вариант №7

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
X	5	6	7	6	5	7	4	3	3	4
Y	6	6	4	7	4	5	7	8	8	7

Ориентация критериев  $Dx = "-"$ ,  $Dy = "+"$

Основы теории принятия решений

Коэффициенты функции полезности  $k_1 = -1, k_2 = 2$ .

\*\*\*\*\*

Вариант №8

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
X	7	5	5	5	5	5	3	7	3	5
Y	8	6	7	8	8	8	5	6	8	7

Ориентация критериев  $D_x = \text{"-"}, D_y = \text{"-"}$

Коэффициенты функции полезности  $k_1 = -1, k_2 = -6$ .

\*\*\*\*\*

Вариант №9

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
X	5	6	7	5	4	5	5	7	6	6
Y	7	6	7	7	5	7	7	6	8	7

Ориентация критериев  $D_x = \text{"+"}, D_y = \text{"+"}$

Коэффициенты функции полезности  $k_1 = 1, k_2 = 1.4$ .

\*\*\*\*\*

Вариант №10

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
X	5	5	5	6	6	5	6	7	6	6
Y	5	6	7	6	4	6	8	4	8	4

Ориентация критериев  $D_x = \text{"+"}, D_y = \text{"-"}$

Коэффициенты функции полезности  $k_1 = 1, k_2 = -1.6$ .

\*\*\*\*\*

Вариант №11

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
X	6	5	4	5	4	6	5	3	3	4
Y	4	6	8	7	7	8	4	8	5	7

Ориентация критериев  $D_x = \text{"-"}, D_y = \text{"+"}$

Коэффициенты функции полезности  $k_1 = -1, k_2 = 2$ .

\*\*\*\*\*

Вариант №12

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
X	4	5	3	6	7	7	7	5	4	4
Y	7	7	7	4	7	7	5	8	7	6

Ориентация критериев  $D_x = \text{"-"}, D_y = \text{"-"}$



Основы теории принятия решений

Коэффициенты функции полезности  $k_1 = -1, k_2 = -6$ .

\*\*\*\*\*

Вариант №13

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
X	7	6	5	7	5	5	6	5	4	5
Y	8	6	5	6	6	6	8	6	6	6

Ориентация критериев  $D_x = "+"$ ,  $D_y = "+"$

Коэффициенты функции полезности  $k_1 = 1, k_2 = 2.4$ .

\*\*\*\*\*

Вариант №14

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
X	4	4	3	5	4	4	5	4	5	6
Y	6	7	4	6	4	6	4	5	5	6

Ориентация критериев  $D_x = "+"$ ,  $D_y = "-"$

Коэффициенты функции полезности  $k_1 = 1, k_2 = -2.6$ .

\*\*\*\*\*

Вариант №15

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
X	4	4	5	7	7	4	5	5	5	4
Y	4	6	5	4	8	6	8	7	4	7

Ориентация критериев  $D_x = "-"$ ,  $D_y = "+"$

Коэффициенты функции полезности  $k_1 = -1, k_2 = 2$ .

\*\*\*\*\*

Вариант №16

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
X	6	6	5	4	6	4	5	7	7	5
Y	6	7	8	8	7	6	8	6	8	4

Ориентация критериев  $D_x = "-"$ ,  $D_y = "-"$

Коэффициенты функции полезности  $k_1 = -1, k_2 = -6$ .

\*\*\*\*\*

Вариант № Z

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
X	5	6	4	5	4	5	5	3	5	5
Y	6	6	6	5	8	8	8	5	7	6

Ориентация критериев  $D_x = "-"$ ,  $D_y = "-"$



Коэффициенты функции полезности  $k_1 = -1, k_2 = -6$ .

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
1	(5,6)+									
2	5,6)+	6,6)-								
3	5,6)-	6,6)-	4,6)+							
4	5,6)-	6,6)-	4,6)+	5,5)+						
5	5,6)-	6,6)-	4,6)+	5,5)+	4,8)-					
6	5,6)-	6,6)-	4,6)+	5,5)+	4,8)-	5,8)-				
7	5,6)-	6,6)-	4,6)+	5,5)+	4,8)-	5,8)-	5,8)-			
8	5,6)-	6,6)-	4,6)-	5,5)-	4,8)-	5,8)-	5,8)-	3,5)+		
9	5,6)-	6,6)-	4,6)-	5,5)-	4,8)-	5,8)-	5,8)-	3,5)+	5,7)-	
10	5,6)-	6,6)-	4,6)-	5,5)-	4,8)-	5,8)-	5,8)-	3,5)+	5,7)-	5,6)

	A1*	A2*	A3*	A4*	A5*	A6*	A7*	A8*	A9*	A10*
X	5	6	4	5	4	5	5	3	5	5
Y	6	6	6	5	8	8	8	5	7	6

	A8*	A3*	A5*	A4*	A1*	A10*	A9*	A6*	A7*	A2*
X	3	4	4	5	5	5	5	5	5	6
Y	5	6	8	5	6	6	7	8	8	6

Полезности:

$$U(A1) = -1*5 - 6*6 = -41; U(A2) = -1*6 - 6*6 = -42; U(A3) = -1*4 -$$

$$6*6 = -40; U(A4) = -1*5 - 6*5 = -35;$$
$$U(A5) = -1*4 - 6*8 = -52; U(A6) = -1*5 - 6*8 = -53; U(A7) = -1*5 - 6*8 = -53; U(A8) = -1*3 - 6*5 = -33;$$
$$U(A9) = -1*5 - 6*7 = -47; U(A10) = -1*5 - 6*6 = -41$$

$$A8(-33) > A4(-35) > A3(-40) > A1(-41) = A10(-41) > A2(-42) > A5(-52) > A6(-53) = A7(-53)$$

Ваш номер варианта X определяется исходя из числа N, образованного последними двумя цифрами номера Вашей зачетки.

- 1) Если  $N = 0$ , то  $X = 16$ .
- 2) Если  $1 \leq N \leq 16$ , то  $X = N$ .
- 3) Если  $N > 16$ , то заменяем N его остатком от деления на 16. Идти на 1).

## 2. ПРОГРАММА И МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ №1-2

### 2.1. Цель работы

ТЕМА: Освоение инструментальной экспертной системы программного комплекса MALT - системы поддержки принятия решений в условиях определенности по количественным и качественным критериям.

Изучение программного комплекса MALT производится сначала на заранее подготовленных файлах с данными контрольного примера, а затем путем имитации работы с модельными данными, создаваемыми в соответствии с индивидуальными проектами.

### 2.2. Работа с модельными данными

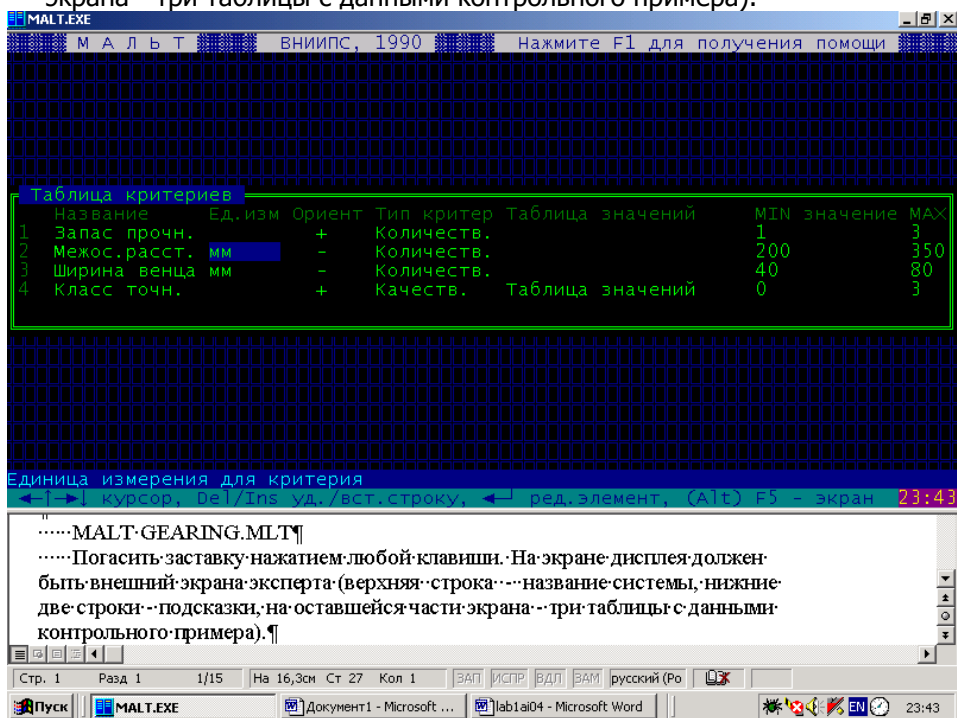
В ходе работы проверяется способность программного средства при работе в следующих режимах и ситуациях:

- 1) Ввод, редактирование и просмотр информации о задаче принятия решений в режимах эксперта и конечного пользователя.
- 2) Диалог с экспертом для извлечения знаний о системе предпочтений эксперта.
- 3) Обработка поступающих данных об альтернативных решениях в соответствии с ранее полученной информацией о предпочтениях.
- 4) Объяснение полученных решений.

1) Войти в программный комплекс МАЛЪТ с чтением файла с данными контрольного примера командой

### MALT GEARING.MLT

Погасить заставку нажатием любой клавиши. На экране дисплея должен быть внешний экран эксперта (верхняя строка - название системы, нижние две строки - подсказки, на оставшейся части экрана - три таблицы с данными контрольного примера).



М А Л Ъ Т ВНИПС, 1990 Нажмите F1 для получения помощи

Таблица критериев						
№	Название	Ед.изм	Ориент	Тип критер	Таблица значений	MIN значение MAX
1	Запас прочн.		+	Количеств.		1 3
2	Межос.расст.	мм	-	Количеств.		200 350
3	Ширина венца	мм	-	Количеств.		40 80
4	Класс точн.		+	Качеств.	Таблица значений	0 3

Единица измерения для критерия  
 курсор, Del/Ins уд./вст. строку, ← ред. элемент, (Alt) F5 – экран 23:43

.....MALT.GEARING.MLT  
 .....Погасить заставку нажатием любой клавиши. На экране дисплея должен быть внешний экран эксперта (верхняя строка - название системы, нижние две строки - подсказки, на оставшейся части экрана - три таблицы с данными контрольного примера).

Стр. 1 Разд 1 1/15 На 16,3см Ст 27 Кол 1 ВАП ИСПР ВДЛ ВАМ русский (Po)

Пуск MALT.EXE Документ1 - Microsoft ... lab1ai04 - Microsoft Word 23:43

2) Установить режим пересчета множества недоминируемых альтернатив только по запросу (нажать клавишу F10, выбрать в меню пункты "Альтернативы" - "Режим сравнения" - "Только по запросу").

3) Проверка возможностей просмотра и редактирования информации в таблицах (развернуть таблицу на весь экран нажатием клавиши F5, посмотреть таблицу, свернуть таблицу снова повторным нажатием клавиши F5, войти в таблицу значений качественного критерия, посмотреть ее, выйти из нее, нажав Esc, войти в таблицу альтернатив нажатием клавиши табуляции дважды, редактировать строку в столбце "Класс точн.", войти в

таблицу значений, выбрав "<<<таблица>>>" в предложенном меню значений и нажав Enter, войти в комментарий, нажав F2, выйти из всех объектов, трижды нажав Esc).

4) Проверка работы режима визуализации (войти в меню нажатием F10, выбрать пункты "Альтернативы" - "Визуализация"). Перемещая курсор по таблице альтернатив, убедиться, что в верхней части экрана выдаются гистограммы для соответствующих альтернатив. Выйти из режима нажатием клавиши Enter.

5) Проверка режима добавления предпочтений.

5.1) Войти в меню нажатием клавиши F10, выбрать пункты "Предпочтения" - "Добавление информации".

5.2) На предложение программы выбрать два критерия выбрать первый критерий "Запас прочности" и второй - "Межосевое расстояние".

5.3). Далее на вопросы программы отвечать в соответствии с табл.1.

Таблица 1

Оценки сравниваемых альтернатив, выдаваемые программой				Выбор в меню	Примечание
Запас прочн.		Межос. расст.			
1-я альт.	2-я альт.	1-я альт.	2-я альт.		
1.5	1.3	220	200	2-я	
1.5	1.3	220	210	2-я	
1.5	1.3	220	215	Равноц.	
1.5	1.3	220	213	Равноц.	
1.5	1.3	220	211.5	1-я	Программа должна выдать ошибку, ответить на вопрос "нет"
1.5	1.3	220	211.5	Равноц.	
1.5	1.3	220	218	1-я	
1.5	1.3	220	216.5	Равноц.	

После этого программа должна выдать сообщение о промежуточном результате. В нижней строке должна быть оценка коэффициента замещения - [10, 50]. На вопрос о продолже-

нии опроса ответить "да". Далее на вопросы отвечать в соответствии с табл. 2.

Таблица 2

Оценки сравниваемых альтернатив, выдаваемые программой				Выбор в меню	Примечание
Запас прочн.		Межос. расст.			
1-я альт.	2-я альт.	1-я альт.	2-я альт.		
1.5	1.3	320	200	2-я	
1.5	1.3	320	270	2-я	
1.5	1.3	320	300	2-я	
1.5	1.3	320	310	2-я	
1.5	1.3	320	315	Равноц.	
1.5	1.3	320	313	Равноц.	
1.5	1.3	320	311.5	Равноц.	
1.5	1.3	320	318	1-я	
1.5	1.3	320	316.5	1-я	

После этого программа должна выдать сообщение о промежуточном результате. В нижней строке должна быть оценка коэффициента замещения - [17.5, 50]. На вопрос о продолжении опроса ответить "нет".

5.4) Далее должно быть выдано итоговое сообщение по результатам опроса, в котором должна быть указана оценка коэффициента замещения - [10, 50].

5.5) Проверить наличие в таблице предпочтений строки, отражающей введенную информацию.

6) Проверка сравнения альтернатив с учетом введенной информации о предпочтениях (войти в меню нажатием клавиши F10, выбрать пункты "Альтернативы" - "Сравнить с учетом предпочтений"). Должно быть выдано сообщение: общее количество альтернатив - 70; количество альтернатив на границе Парето - 46; количество недоминируемых альтернатив - 8. Нажать любую клавишу для снятия сообщения с экрана.

7) Проверка режима выдачи информации (войти в меню нажатием клавиши F10, выбрать пункты "Общее" - "Информация"). Убедиться, что выданная информация соответствует изложенной в п.

(6). Выйти из меню нажатием Esc три раза.

8) Проверить режим показа только недоминируемых альтернатив (войти в меню нажатием клавиши F10, выбрать пункты "Альтернативы" - "Показ только недоминируемых"). Перемещая курсор, просмотреть описания недоминируемых альтернатив.

9) Проверка режима визуализации только недоминируемых альтернатив. Выполняется как в п.(4). Следует убедиться, что в выданной таблице присутствуют только недоминируемые альтернативы.

10) Добавление предпочтений в режиме непосредственного указания границ коэффициента замещения: войти в таблицу предпочтений, нажать Ins. Выбрать режим 1.

Ввести в добавленную строку информацию:

Критерий 1 - Ширина венца

Критерий 2 - Запас прочности

MINкз - 0.001 МАХкз - 0.03. Сравнить альтернативы с учетом введенной информации (как в п.(6)). В результате должно быть три недоминируемых альтернативы.

11) Проверка режима контроля непротиворечивости. Войти в меню нажатием клавиши F10, выбрать пункты "Предпочтения" - "Проверка непротиворечивости". Должно быть выдано сообщение "Противоречий в информации о предпочтениях не обнаружено". Погасить сообщение, нажав любую клавишу.

12) Проверка режима анализа предпочтений (войти в меню нажатием клавиши F10, выбрать пункты "Предпочтения" - "Границы коэффициента замещения". Выбрать критерии: первый - "Ширина венца", второй - "Межос. расст".

Программа должна выдать информацию о границах коэффициента замещения: [0.01; 1.5]. Выйти из режима, нажав любую клавишу.

13) Проверка реакции системы на противоречия в информации о предпочтениях. Ввести информацию о еще одном коэффициенте замещения (как в п.(10)).

Ввести в добавленную строку информацию:

Критерий 1 - Ширина венца

Критерий 2 - Межосевое расстояние

MINкз - 5

МАХкз - 10

Для того, чтобы вызвать проверку непротиворечивости, попытаться перейти на другую строку (нажать клавишу

"стрелка вверх").

Должно быть выдано сообщения о противоречии, а также о том, что нижняя граница не может превышать 1.5. Ответить "да" на вопрос программы о том, следует ли показать объяснение. Должно быть выдано объяснение противоречивости.

Убедиться в том, что при перемещении курсора по таблице в центре экрана выдаются соответствующие сообщения в нижней части экрана.

Для выхода из режима объяснения нажать Esc.

14) Изменить (в соответствии с рекомендациями программы) нижнюю границу коэффициента замещения на 1.5. Проверить, что противоречий нет (как в п.(11)).

Удалить введенную строку таблицы предпочтений (нажать Del, ответить "да").

15) Добавить информацию о коэффициенте замещения (как в п. (10)).

Ввести в добавленную строку информацию:

Критерий 1 - Класс точности

Критерий 2 - Межосевое расстояние

MINкз - 10

MAXкз - 120

Построить множество недоминируемых альтернатив (как в п. (6)). Должна получиться одна недоминируемая альтернатива.

16) Восстановить режим показа всех альтернатив (войти в меню нажатием клавиши F10, выбрать пункты "Альтернативы" - "Показ всех альтернатив". В таблице альтернатив должны появиться все альтернативы.

17) Проверить работу режима объяснения. Назначить базовую для объяснений альтернативу (войти в меню нажатием клавиши F10, выбрать пункты "Объяснения" - "Назначить базовую для объяснений альтернативу"). Выбрать в качестве базовой 4-ю альтернативу.

18) Получение объяснений: перейти в таблицу альтернатив; установить курсор на 1-ю альтернативу. Войти в меню нажатием клавиши F10, выбрать пункты "Объяснить" - "Почему текущая альтернатива лучше/хуже базовой". Посмотреть объяснения для нескольких альтернатив, сменяя альтернативы клавишей Tab.

19) Проверка режима генерации конкретной подсистемы предназначенной для поддержки принятия решений.

19.1) Установить тип пользователя "конечный пользователь" (войти в меню нажатием клавиши F10, выбрать пункты

"Общее" "Пользователь" - "Установить тип пользователя" - "Пользователь").

Установить пароль (в том же меню выбрать пункт "Задать пароль"; ввести пароль GEAR - программа потребует ввести его два раза).

Выйти из меню нажатием Esc три раза.

19.2) Вывод данных: войти в меню нажатием клавиши F10, выбрать пункты "Общее" - "Запись" - "Во внутреннем формате", указать имя файла GEAR1.MLT.

19.2) Выйти из системы: войти в меню нажатием клавиши F10, выбрать пункты "Общее" - "Конец работы", ответить "да" на запрос подтверждения.

19.3) Войти в сгенерированную подсистему, набрав команду

MALT GEAR1.MLT

Погасить заставку нажатием любой клавиши. На экране дисплея должен быть внешний вид экрана пользователя (блок-схема задачи).

19.4) Перейти к просмотру таблицы критериев (нажать F4). Просмотреть таблицу. Убедиться, что она не редактируется. Выйти нажатием Esc.

19.5) Установить режим пересчета множества недоминируемых альтернатив только по запросу (нажать F9, далее должен быть выведен новый набор блоков, нажать F3, погасить появившееся сообщение нажатием любой клавиши, далее вернуться к экрану эксперта нажатием клавиши F10).

19.6) Перейти к просмотру таблицы альтернатив (нажать F5). Просмотреть таблицу. Выйти нажатием Esc.

19.7) Получить множество недоминируемых альтернатив (нажать F8, после окончания расчета погасить сообщение нажатием любой клавиши). Ответив "да" на вопрос системы, просмотреть множество недоминируемых альтернатив (в этом множестве должна быть только одна альтернатива - четвертая). Выйти, нажав Esc.

19.8) Установить режим автоматического пересчета при любом изменении альтернатив (нажать F9 - F2 - любую клавишу - F10).

19.9) Войти в режим редактирования таблицы альтернатив (нажать F5). Внести в нее изменения (у четвертой альтернативы изменить класс точности на 6, для чего подвести к этой оценке курсор, нажать Enter, выбрать "класс 6", нажать Enter). Убедиться, что выполнен пересчет. Восстановить старое значе-



ние (класс 7) вышеуказанным способом. Выйти из режима нажатием Esc.

19.10) Проверка перехода к экрану эксперта и обратно. Для перехода к экрану эксперта нажать клавишу F10, подтвердить переход, ответив "да". Для обратного перехода войти в меню нажатием клавиши F10, выбрать пункты "Общее" - "Схема задачи".

20) Проверка работы системы помощи: нажать F1 и далее просмотреть несколько экранов помощи. Выйти из системы помощи нажатием Esc.

21) Проверка работы программного комплекса в режиме обработки поступающих данных об альтернативах в соответствии с ранее выявленной информацией о предпочтениях.

21.1) Прочитать новый файл данных об альтернативах (нажать F3 - F4, ответить "да" на вопрос, следует ли удалять старые данные об альтернативах; выбрать в меню имя файла - GEAR\_DAT.DBF, нажать Enter). Выйти из режима чтения (нажать F10).

21.2) Просмотреть новый набор альтернатив (нажать F5). Выйти из режима просмотра, нажав Esc.

21.3) Выполнить расчет множества недоминируемых альтернатив, нажав клавишу F8. Погасить выданное сообщение нажатием любой клавиши, ответить "да" на вопрос, выйти из таблицы нажатием Esc.

21.4) Выйти из системы, нажав клавиши Alt-F10 и подтвердив выход ответом "да".

### 2.3. Создание модельных данных и их обработка

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

Рекомендуемый порядок решения отдельной задачи для пользователя-эксперта

При решении отдельной многокритериальной задачи принятия решений пользователем-экспертом (аналитиком) рекомендуется следующий порядок работы.

1) Войти в систему.

2) Если данные о решаемой задаче (о критериях, предпочтениях и альтернативах) в предыдущем сеансе работы были сохранены в файле, то прочитать их, в противном случае заполнить таблицу критериев и таблицу альтернатив.

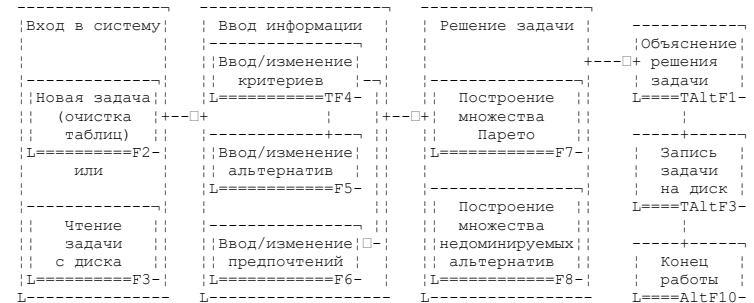
3) Построить множество Парето. Если число альтернатив во





Основы теории принятия решений

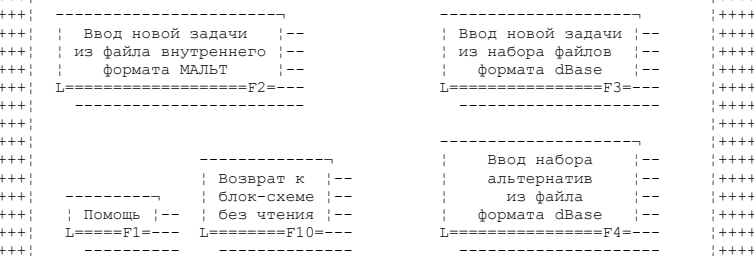
----- М А Л Ь Т ----- ВНИПС, 1990 ----- Нажмите F1 для получения помощи -----  
 С Х Е М А Р Е Ш Е Н И Я З А Д А Ч И



----- Экран эксперта -----  
 -  - блок может быть выбран сейчас -  
 -  - блок сейчас не может быть выбран -  
 -  - блок рекомендуется выбрать -----  
 L=====F1- L=====F9- L=====F10-

Для выбора действия нажать клавишу, обозначенную в углу блока (F1,F2,...) 11 49

----- М А Л Ь Т ----- ВНИПС, 1990 ----- Нажмите F1 для получения помощи -----  
 < Выберите требуемый вариант ввода данных >-----



Для выбора действия нажать клавишу, обозначенную в углу блока (F1,F2,...) 11 50



## Основы теории принятия решений

----- М А Л Ь Т ----- ВНИИПС, 1990 ----- Нажмите F1 для получения помощи -----  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++

Г Таблица критериев =====  
| Название Ед.изм Ориент Тип критер Таблица значений MIN значение MAX |  
| 1 |  
| 2 |  
| 3 |  
| 4 |  
| |

++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++

Единица измерения для критерия  
□-□-□ курсор, Del/Ins уд./вст.строку, □-- ред.элемент, (Alt) F5 - экран 11 50

----- М А Л Ь Т ----- ВНИИПС, 1990 ----- Нажмите F1 для получения помощи -----  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++

-----< Требуется подтверждение >-----  
++++++| Запрошен переход к экрану эксперта |++++++  
++++++| ----- |++++++  
++++++| Работа в этом режиме для неподготовленного пользователя |++++++  
++++++| более сложна. На всякий случай напоминаем, что Вы сможете |++++++  
++++++| вернуться обратно к блок-схеме из экрана эксперта, войдя в |++++++  
++++++| меню (нажав F10) и выбрав пункт "Общее" - "Схема задачи". |++++++  
++++++| ----- |++++++  
++++++| Переходить к экрану эксперта ? |++++++  
++++++| Да Нет |++++++

++++++|-----|++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++  
++++++

□-, □ - курсор, □-- - выбор нужного ответа 11 51

## Основы теории принятия решений

----- М А Л Ь Т ----- ВНИИПС, 1990 ----- Нажмите F1 для получения помощи -----  
 г Таблица критериев ----- Таблица предпочтений -----

Название	Тип критер	Таблица зна	Критерий 1	Критерий 2	MINкз	MAXкз
1						
2						
3						
4						

-----L-----L-----

- Таблица альтернатив -----

Название	Мах ?	Запас прочн.	Межос.расст.	Ширина венца	Класс точн.
Вариант 1	+	1.02197	202.194	60	класс 5
Вариант 2	+	1.43539	202.194	70	класс 5
Вариант 3	+	1.36653	202.194	70	класс 6
Вариант 4	+	1.26218	202.194	70	класс 7
Вариант 5	+	1.13743	212.836	60	класс 5
Вариант 6	+	1.04408	212.836	60	класс 6
Вариант 7	+	1.59756	212.836	70	класс 5
Вариант 8	+	1.52093	212.836	70	класс 6

-----L-----L-----  
 Тип критерия (качественный или количественный) - изменять нельзя  
-- курсор, Del/Ins уд./вст.строку, -- ред.элемент, (Alt) F5 - экран 11:51

----- М А Л Ь Т ----- ВНИИПС, 1990 ----- Нажмите F1 для получения помощи -----

Вы работает в экране эксперта.

На экране постоянно присутствуют три таблицы:

- таблица критериев;
- таблица предпочтений;
- таблица альтернатив.

Вы можете просматривать и редактировать эти таблицы. Кроме того, можете войти в главное меню системы и выбрать там нужное действие.

В самой нижней строке экрана постоянно находится краткая подсказка по клавиатуре, в предпоследней строке - краткое описание объекта, на котором находится курсор (столбца таблицы, пункта меню и т.п.).

Смотрите также информацию о работе с клавиатурой.

-----L-----L-----  
 Для просмотра дополнительных разделов помощи можно использовать клавиши :  
 F1 - как пользоваться помощью F3 - клавиатура F5 - оглавление  
-- - выбор ключ.слова, -- - помощь по нему, Esc - выход из помощи 11:51

## Основы теории принятия решений

----- М А Л Ь Т ----- ВНИИПС, 1990 ----- Нажмите F1 для получения помощи -----  
г Таблица предпочтений -----  
Критерий 1 Критерий 2 MINkз MAXkз

Для добавления информации о предпочтениях у Вас есть две возможности:

- 1) Вы самостоятельно указываете границы интервала, в котором находится интервальный коэффициент замещения одного критерия на другой;
- 2) система сформирует эту информацию, задав Вам серию достаточно простых вопросов о взаимной предпочтительности альтернатив для нескольких пар альтернатив. Второй способ проще, но потребует больше времени.

Выберите способ добавления информации:

2 1

-----  
Таблица с данными о системе предпочтений ЛПР (интервальные замещения критериев)  
□-, □ - курсор, □-- - выбор нужного ответа 11:53

----- М А Л Ь Т ----- ВНИИПС, 1990 ----- Нажмите F1 для получения помощи -----  
г Таблица предпочтений -----  
Критерий 1 Критерий 2 MINkз MAXkз

Для добавления информации о предпочтениях у Вас есть две возможности:

- 1) Вы самостоятельно указываете границы интервала, в котором находится интервальный коэффициент замещения одного критерия на другой;
- 2) система сформирует эту информацию, задав Вам серию достаточно простых вопросов о взаимной предпочтительности альтернатив для нескольких пар альтернатив. Второй способ проще, но потребует больше времени.

Выберите способ добавления информации:

2 1

-----  
Таблица с данными о системе предпочтений ЛПР (интервальные замещения критериев)  
□-, □ - курсор, □-- - выбор нужного ответа 11:53



## Основы теории принятия решений

```
----- М А Л Ь Т ----- ВНИИПС, 1990 ----- Нажмите F1 для получения помощи -----
г Таблица предпочтений -----
| Критерий 1  Критерий 2  MINkз  МАХkз
| Запас прочн.  Запас прочн.  0      0
|-----|-----|-----|-----|
|-----|-----|-----|-----|
Минимальное значение коэффициента замещения
□-□-□ курсор, Del/Ins уд./вст.строку, □-- ред.элемент, (Alt) F5 - экран 11 53
```

## 3. ПРОГРАММА И МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ № 3-5

### 3.1. Цель работы

ТЕМА: Теория благосостояния: эгалитаризм и утилитаризм.  
Размещение объекта коллективного пользования на кольцевой дороге.

По мере формирования Вами плана достижения цели работы, надлежит обращаться к литературным источникам, перечисленным в конце документа, а данные индивидуальных заданий находятся в Приложениях 1-2. Под оптимальным положением мы понимаем такое, которое удовлетворяет хотя бы одному из двух первых из перечисленных ниже критериев оптимальности:

- 1) Эгалитарному - реализующему максимум по всем допустимым размещениям минимумов полезностей для жителей обоих городов.
- 2) Утилитарному - реализующему максимум по всем допустимым размещениям суммы полезностей для всех участников проекта.

Необходимо принимать во внимание также нижеследующий принцип.

**Оптимальность по Парето – принцип единогласия.**  
**Если альтернатива Z такова, что найдется допустимая**

***альтернатива  $Y$ , не уступающая ей по всем критериям, а хотя бы по одному – строго лучше, то альтернатива  $Z$  не должна быть выбрана.***

Проводимые вычисления следует организовать так, чтобы решение было обосновано с помощью графического представления множества допустимых полезностей на плоскости « $uA$ - $uB$ », где полезности  $uA$ ,  $uB$  для каждого города называем взятое со знаком минус расстояние до объекта, вычисляемое по кратчайшей дуге.

### 3.2. Задание к лабораторной работе

#### Задача 1 А

Размещение объекта коллективного пользования на кольцевой дороге в случае двух пользователей при наличии препятствия на дороге.

Требуется найти оптимальное положение объекта коллективного пользования, которым будут пользоваться жители городов  $A$  и  $B$ . Маршрут, по которому можно достичь объекта, составляет кольцо, на котором имеется участок, где объект невозможно разместить по техническим причинам. Для удобства описания, на кольцо введем периодическую систему координат, такую, что город  $A$  имеет координату ' $0$ ', город  $B$  имеет координату ' $B$ ', объект  $Z$  имеет координату ' $n$ ', полная протяженность (период) равен  $N$ , координаты границ запрещенных участков дороги обозначены через  $B_1$  и  $B_2$ .

#### Задача 1 Б

Размещение объекта коллективного пользования на кольцевой дороге в случае пяти пользователей.

Требуется найти оптимальное положение объекта коллективного пользования, которым будут пользоваться жители городов  $A$  и  $B_i$ . Маршрут, по которому можно достичь объекта, составляет кольцо. Для удобства описания, на кольцо введем периодическую систему координат, такую, что город  $A(1)$  имеет координату ' $0$ ', город  $A(i)$  имеет координату ' $A(i)$ ', объект  $Z$  задается координатой ' $n$ ', полная протяженность (период) равен  $N$ .



### 3.3. Указания

В КАЧЕСТВЕ ПРИМЕРА ИСПОЛНЕНИЯ РЕКОМЕНДУЮ СРИПТЫ ДЛЯ ППП MATLAB. СНАЧАЛА ЗАДАНИЕ 1А. ВОТ ТЕКСТ ФУНКЦИИ MOV1, КОТОРАЯ ОБЕСПЕЧИВАЕТ ЦИКЛИЧЕСКУЮ ПЕРЕСТАНОВКУ ЭЛЕМЕНТОВ СПИСКА, ЧТО И ДАЕТ ВОЗМОЖНОСТЬ ВЫЧИСЛИТЬ РАССТОЯНИЕ ДО ОБЪЕКТА ПО КРАТЧАЙШЕЙ ДУГЕ.

```

*****
function res = mov1(x,k)
% Циклическая перестановка элементов вектора x
% Получив вектор x(i),i=1:N
% и номер k нового начального элемента, в колонке res возвращает:
% res(1)=y(k),
% res(j)=y(j + k - 1),j=2:(N-k),
% res(j)=y(j - k), j=(N-k+1):N
% Защитим от некорректного ввода параметра сдвига, заменяя его
на остаток
% от деления на длину length(x)
y = x(:);
N1=length(x);
kr = fix(k/N1);
k1 = k - N1*kr;
res0(1:N1-k1)=y(k1+1:N1);
res0((N1-k1+1):N1)=y(1:k1); % j=(N1-k1+1):N1
res=res0(:);
*****
Вот текст скрипта U02.m.
clc
clear all
a = 0; % Координата города A
b = 230; % Координата B
A = a + b + 170; % Полный путь
N=A; % Размер сетки полного пути
t=linspace(a,A,N)'; % Параметризация полного пути
y1=linspace(a,(a+A)/2,N/2)'; % y1(n) - расстояние от точки,
% лежащей на первой полуокружности и параметр которой n
y2=linspace((a+A)/2,a,N/2+1)'; % y2(n) - расстояние от точки,
% лежащей на второй полуокружности и параметр которой n
y = [y1;y2(2:N/2+1)]; % Расстояния до A по кратчайшему пути
% как функция номера элемента n
% В таких условиях отношение [t,y]определяет функцию расстояния
% до объекта от города A.
gg=abs(t-b); % Расстояния до B по отрезку
[gr1,n0] = min(gg); % n0 индекс точки B по дуге от 0 до A
    
```

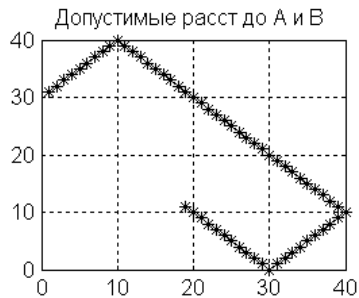
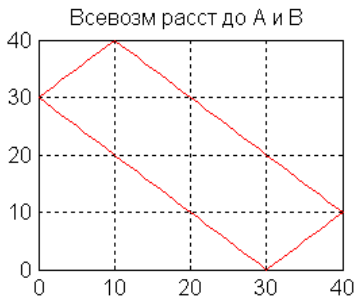
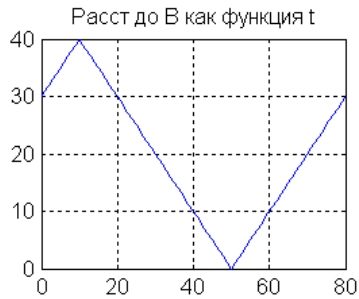
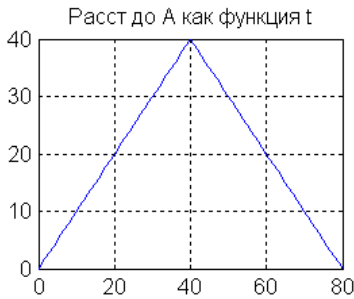
Основы теории принятия решений

```

r = mov1(y,N-n0); % Расстояния до В по замкнутой дуге
    % как функция t
% В таких условиях отношение [t,r]определяет функцию расстояния
% до объекта от города В.
n1 = n0 - 140; % Индекс начальной точки запретной зоны
n2=n0; % Индекс конечной точки запретной зоны
% Эти данные Вам надо выбрать согласно варианту задания
y01u=[y(n1+1 : n2)]; % Недопустимое
r01u=[r(n1+1 : n2)];
y01=[y(1:n1);y(n2:N)]; % Осталось после удаления
r01=[r(1:n1);r(n2:N)];
ua = -[y(1) r(1)]; % координаты образа точки А на плоскости u1-u2
ub = -[y(n0) r(n0)]; % координаты образа точки В на плоскости u1-u2
disp(['Координата А = ', num2str(a)]);
disp(['Координата В = ', num2str(b)]);
disp(['Полный путь = ', num2str(A)]);
disp(['Размер сетки N = ', num2str(N)]);
disp(['n0 индекс точки В по дуге от 0 до А = ', num2str(n0)]);
disp(['n1 индекс начальной точки запретной зоны ', num2str(n1)]);
disp(['координаты образа точки А на плоскости u1-u2 ' ,
num2str(ua)]);
disp(['координаты образа точки В на плоскости u1-u2 ' ,
num2str(ub)]);
figure(1),
subplot(2,2,1),plot(t,y),grid,title('Расст до А как функция t');
subplot(2,2,2),plot(t,r),grid,title('Расст до В как функция t');
subplot(2,2,3),plot(r,y,'r'),grid,title('Всевозм расст до А и В ');
subplot(2,2,4),plot(r01,y01,'go'),grid, title('Допустимые расст до А и В
');
figure(2),
subplot(2,1,1),plot(-y01,-r01,'*'), grid, title('Допустимые полезности
для А и В ');
subplot(2,1,2),plot(-y01u,-r01u,'*'), grid, title(' Недопустимо ');
*****

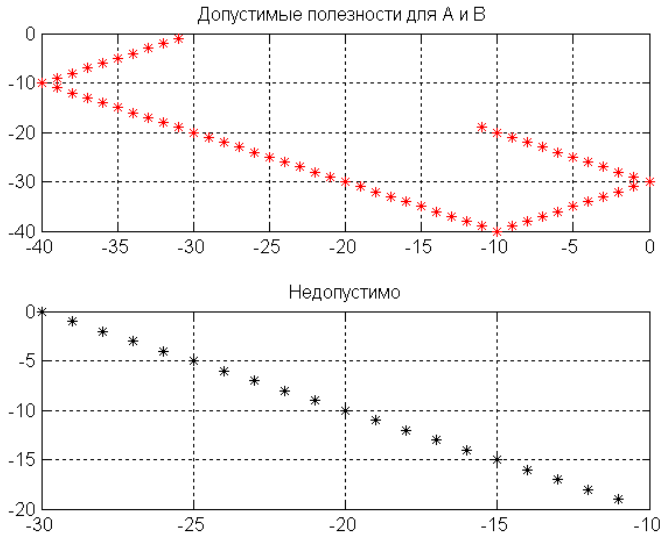
```

Основы теории принятия решений



Вот результаты работы этого скрипта. Относительно выводов, ввиду их неоднозначности, прошу к обсуждению лично. Сначала текст, что на экране:

```
*****
Координата А = 0
Координата В = 230
Полный путь = 400
Размер сетки N = 400
n0 индекс точки В по дуге от 0 до А = 230
n1 индекс начальной точки запретной зоны 90
координаты образа точки А на плоскости u1-u2 0 -170
координаты образа точки В на плоскости u1-u2 -170
59.29648
*****
```



ТЕПЕРЬ ЗАДАЧА 1Б. СКРИПТ U06T:

\*\*\*\*\*

```
% Этот скрипт тестирует варианты заданий для МТПРлаб26
% В задаче требуется найти оптимальное положение объекта
% коллективного пользования, которым будут пользоваться жители
% нескольких городов: A(1),...A(m). Маршрут, по которому можно
% достичь
% объекта, составляет кольцо.
% Для удобства описания, на кольце введем периодическую систему
% координат, такую, что
% город A(1) имеет координату '0',
% город B имеет координату b(i),
% объект Z имеет координату 'n',
% полная протяженность (период) равен N,
% координаты границ запрещенных участков дороги
% обозначены через g1,g2.
% Координаты указаны для периодической функции на [0,N]
```

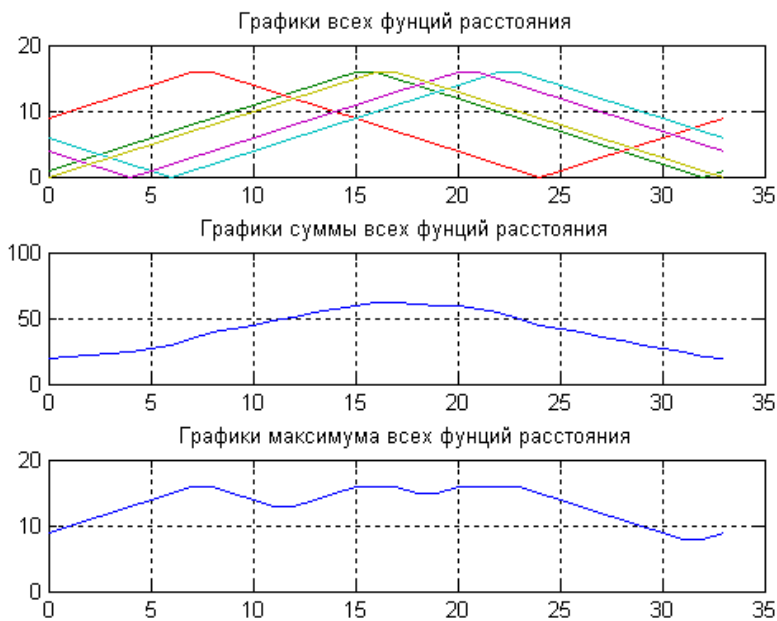
```
clear all
scale0=10;
NN=5;
ib = 2*ceil(scale0*(rand(1,NN)));
b=cumsum(ib); % Вектор координат городов
N = b(NN); % Последний город совпадает с первым
t=linspace(0,N-1,N)'; % Параметризация полного пути
```

```

y1=linspace(0,N/2-1,N/2)'; % y1(n) - расстояние от точки,
% лежащей на первой полуокружности и параметр которой n
y2=linspace(N/2-1,0,N/2)'; % y2(n) - расстояние от точки,
% лежащей на второй полуокружности и параметр которой n
y = [y1;y2]; % Расстояния до A по кратчайшему пути
% как функция номера элемента n
% [y1 y2]
% pause
ysize=size(y); % Размер созданного пути
sumy = zeros(ysize); % Инициализация счетчика
% для утилитарной полезности
sumylst = y; % Инициализация матрицы, где соберем
% все одиночные функции расстояния
for j = 1:NN
    dort = mov1(y,T-b(j));
    sumylst = [sumylst, dort];
    sumy = sumy + dort;
end
ymax = max(sumylst)';
[q1,q2] = min(ymax);
disp([' Минимум среди максимальных значений равен q1 = ', num2str(q1)]);
disp([' Минимум достигается при t = ', num2str(t(q2))]);
subplot(3,1,1),plot(t,sumylst),grid,title('Графики всех функций расстояния');
subplot(3,1,2),plot(t,sumy),grid,title('Графики суммы всех функций расстояния');
subplot(3,1,3),plot(t,ymax),grid,title('Графики максимума всех функций расстояния');
    
```

Минимум среди максимальных значений равен  $q1 = 8$

Минимум достигается при  $t = 31$



### 3.4. Приложение 1

Н-р вар-та	A	B	g2	N
1	0	251,2902	315,2902	352
2	0	251,3372	346,3372	378
3	0	253,5725	309,5725	342
4	0	245,1902	337,1902	378
5	0	249,9011	318,9011	352
6	0	249,0597	335,0597	376
7	0	238,7714	324,7714	370
8	0	252,0584	318,0584	364
9	0	240,4917	328,4917	372
10	0	264,1514	345,1514	384
11	0	241,144	296,144	332
12	0	256,3449	339,3449	378
13	0	252,8512	310,8512	360
14	0	237,0934	295,0934	340

## Основы теории принятия решений

15	0	217,4399	309,4399	348
16	0	249,053	317,053	368
17	0	232,8192	289,8192	334
18	0	261,0603	315,0603	360
19	0	259,6471	326,6471	376
20	0	283,8486	351,8486	398
21	0	262,4169	327,4169	376
22	0	235,8409	303,8409	342
23	0	258,7478	332,7478	382
24	0	225,7812	293,7812	336
25	0	249,5122	308,5122	344
26	0	248,7463	302,7463	350
27	0	250,0012	307,0012	350
28	0	241,0999	324,0999	372
29	0	281,7551	341,7551	390
30	0	193,7803	287,7803	322

**3.5. Приложение 2**

Н-р в-та	A(2)	A(3)	A(4)	A(5)	A(6)
1	18	30	40	42	62
2	14	34	54	70	90
3	18	24	26	44	56
4	4	18	26	46	50
5	2	20	28	46	66
6	20	26	36	54	72
7	12	20	38	56	64
8	14	28	30	40	48
9	12	16	32	52	62
10	16	20	40	42	62
11	16	32	36	52	60
12	20	28	32	44	48
13	4	8	24	36	40
14	10	28	40	50	56
15	10	24	30	48	50

Основы теории принятия решений

16	16	24	44	50	62
17	20	24	42	52	54
18	2	14	28	32	46
19	4	24	32	36	54
20	2	22	36	48	66
21	10	24	28	32	44
22	2	4	8	22	30
23	6	18	28	42	52
24	14	20	38	48	68
25	8	18	26	42	52
26	2	22	38	46	62
27	10	22	26	34	40
28	6	10	28	36	42
29	10	14	20	40	48
30	18	26	30	50	52

## 4. ПРОГРАММА И МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ № 6-8

### 4.1. Тема

Совместное финансирование объекта. Дележ продуктов.

### 4.2. Общие замечания

По мере формирования Вами плана достижения цели работы, надлежит обращаться к литературным источникам, перечисленным в конце документа, а данные индивидуальных заданий находятся в Приложении. Под оптимальным решением мы будем здесь понимать такое, которое удовлетворяет одному из вариантов эгалитарного подхода, именно:

- 1) Простое равенство - обеспечивается равенство полезностей для всех участников.
- 2) Максимум - реализуется максимум полезности для самого «несостоятельного» участника.
- 3) Лексиминному -- реализующему максимум в смысле



порядка, задаваемого на множестве  $n$ -мерных векторов следующим образом.

Лексиминное упорядочение коллективного благосостояния задает полный порядок на множестве  $n$ -мерных векторов полезностей из  $E(n)$ . Оно уточняет эгалитарную функцию коллективной полезности  $We$ , когда имеется несколько допустимых векторов с одинаковым значением этой функции. В определении этого порядка будем использовать обозначения  $u^*$ ,  $v^*$  для векторов, полученных из векторов  $u$ ,  $v$  из  $E^n$  упорядочением компонент  $u_i$  и  $v_i$  по возрастанию. Например, если  $u = (5, 3, 2, 4, 3)$ , то  $u^* = (2, 3, 3, 4, 5)$ .

Векторы  $u$  и  $v$  являются эквивалентными в смысле лексиминного порядка, если выполнено равенство  $u^* = v^*$ . Будем говорить, что вектор  $u$  предпочтительнее  $v$ , если существует целое число  $k = 0, 1, \dots, n-1$ , для которого выполнены условия:

$$u_i^* = v_i^* \text{ для } i = 1, \dots, k, \text{ но } u_{k+1}^* > v_{k+1}^*.$$

В частности, если  $We(u) > We(v)$  (т.е.  $\min(u) > \min(v)$ , или  $u^* > v^*$ ), то вектор  $u$  лексикографически предпочтительнее  $v$ .

Лексиминный порядок "работает" следующим образом: сначала сравниваются полезности "наиболее бедных" агентов в обоих распределениях благосостояния, если же они совпадают, то сравниваются полезности "следующих по бедности" агентов и т.д. В [1], стр 37 показано, что этот порядок обладает более привлекательными свойствами, чем эгалитарная функция коллективной полезности  $We$ .

### 4.3. Распределение затрат на общественный проект

#### 4.4.1. Задача 2А

Нижеследующую задачу можно рассматривать как приложение лексиминного порядка. Требуется найти оптимальное распределение затрат  $(x_1, \dots, x_n)$  между  $n$  агентами, намеревающимися финансировать проект, стоимость реализации которого составляет  $c$ , а потребления результата реализации агентами составят величины  $(b_1, \dots, b_n)$ .

Предположим, что осуществление проекта является эффективным решением:  $\sum (b_i, i = 1:n) > c$ . Мы ищем эгалитарное распределение затрат между агентами. Предположим сначала, что допустимы любые распределения затрат  $(x_1, \dots, x_n)$ , такие, что  $\sum(x_i, i = 1:n) = c$  и допустимы как положительные, так и отрицательные значения  $x_i$ . Полезности в задаче распределения затрат  $c$  мы определим как  $u_i = b_i - x_i$  для аген-

та  $i$ . Следующее распределение затрат уравнивает полезности агентов:

$$x_i = b_i - (\text{sum}(x_i, i = 1:n) - c) / n, i = 1:n$$

**Ситуация, когда допустимы как положительные, так и отрицательные значения  $x_i$  представляется маловероятной, поскольку предполагает допустимость субсидий малоинтересованным (а точнее, малоимущим) агентам, однако, см рынок ПО в РФ .**

Для определения единственного распределения затрат в случае, когда для некоторых агентов средняя эффективность проекта :  $\text{meff} = (\text{sum}(x_i, i = 1:n) - c) / n$  превосходит их потребности в проекты  $b_i$ .

Можно показать, что этот подход предлагает единственное распределение затрат, в котором как можно большее число агентов, начиная с тех, которым проект нравится менее всего, не платят ничего, в то время как тем, кто платит, соответствует один и тот же уровень чистой полезности.

Этот уровень чистой полезности должен быть не меньше уровня полезности любого из "зайцев" (агентов, которые не затрачивают ресурсов на общественный проект).

Формально, упорядочим агентов так, чтобы было выполнено

$$b_1 \leq b_2 \leq \dots \leq b_n.$$

Лексиминный оптимум определяется по формуле:

$$x_i = 0, i = 1:k,$$

$$x_i = b_i - (\text{sum}(b_j, j=k+1:n) - c) / (n-k), i = k+1:n,$$

где  $k$  – единственное решение задачи:

$$1 \leq k \leq n,$$

$$b_k \leq (\text{sum}(b_j, j=k+1:n) - c) / (n-k) < b_{k+1}.$$

#### 4.4.2. Задание 1

**Используя таблицу из Приложения 1, а также указания [3], выполнить расчет распределения затрат и результирующие полезности для своего варианта.**

### 4.4.3. Указания к заданию 1

Рекомендую для расчетов алгоритмы, представленные в следующем скрипте.

\*\*\*\*\*

```

echo off
clc
clear all
% Распределение затрат на общественный проект
% c - цена проекта
% N - количество количество участников проекта
% b(i) (i=1:N) - потребление i-го участника проекта
% Проект рентабелен, значит sum(b(i),i=1:N)>= c.
% Проект финансируется за счет взносов участников x(i) => 0,
% значит sum(x(i),i=1:N) = c
% Если возможны любые распределения платежей, т.е. допустимы
% x(i) < 0, то можно Полезность каждого участника проекта можно
% вычислить по формуле:
% u(i) = b(i)- x(i), u(i) => 0, i=1:N
% где x(i) = b(i) - (sum(b) - c)/N
% Это уравнивает все полезности.
% Сначала пусть средняя полезность проекта meff = (sum(b) - c)/N
% не меньше минимальной заинтересованности min(b)
% Тогда все полезности совпадают и эгалитарное решение найдено.
% Рассмотрим, далее, варианты, когда заинтересованности
% участников проекта отличаются настолько сильно,
% что имеется контингент, чья заинтересованность в проекте
% b(i) (i=1:k)
% менее средней его полезности:
% b(i) b(i) <= (sum(b) - c)/N
diary 1_14_01.txt
N=5;
% Случай 1
b = [17,19,22,27,30];
bs=sum(b);
c = 30;
disp(['Массив потреблений b(1:N) = ', num2str(b)]);
disp([' Затраты на проект c = ', num2str(c)]);
disp([' Сумма потреблений bs = ', num2str(bs)]);
meff = (sum(b) - c)/N;
disp([' Средняя эффективность проекта = ', num2str(meff)]);
x = b - meff;
disp([' Вектор индивидуальных затрат x(i) = ', num2str(x)]);
u = b - x;
disp(['Массив полезностей u(1:N) = ', num2str(u)]);
pause
    
```

```

clc
clear all
N=5;
% Случай 2
b = [5,10,20,27,30];
bs=sum(b);
c = 30;
disp(['Массив потреблений b(1:N) = ', num2str(b)]);
disp([' Затраты на проект c = ', num2str(c)]);
disp([' Сумма потреблений bs = ', num2str(bs)]);
meff = (sum(b) - c)/N;
disp([' Средняя эффективность проекта = ', num2str(meff)]);
x = b - meff;
disp([' Вектор индивидуальных затрат x(i) = ', num2str(x)]);
u = b - x;
disp(['Массив полезностей u(1:N) = ', num2str(u)]);
diary off
% Случай 3
diary 18_14_03.txt
b = [5,10,20,27,30];
c = 30;
disp(['Массив потреблений b(1:N) = ', num2str(b)]);
disp([' Затраты на проект c = ', num2str(c)]);
disp([' Сумма потреблений bs = ', num2str(bs)]);
meff = (sum(b) - c)/N;
disp([' Средняя эффективность проекта = ', num2str(meff)]);
x = b - meff;
disp([' Вектор индивидуальных затрат x(i) = ', num2str(x)]);
u = b - x;
disp(['Массив полезностей u(1:N) = ', num2str(u)]);
diary off
    
```

#### 4.5.1. Задача 2Б

Два агента получили в качестве общего подарка 'lb' фунтов печенья и 'lw' литров вина и должны поделить этот подарок между собой. Предпочтения обоих агентов являются линейными (кривые безразличия суть параллельные прямые линии). Но предельные коэффициенты замещения различаются: агент 1 один фунт печенья ценит как 'uc1', один литр вина как 'uw1', а агент 2 – соответственно как 'uc2' и 'uw2'.

#### 4.5.2. Задание 2

Используя таблицу из Приложения 2, а также указания [4], выполнить расчет эгалитарного распределения продуктов, включая доли продуктов, получаемые каждым агентом, полезности соответствующих долей и обоснование решения в виде графических файлов для своего варианта.

### 4.5.3. Указания к заданию 2

Рекомендую для расчетов алгоритмы, представленные в следующем скрипте.

```

clear all
clc
global lc lw uc1 uw1 uc2 uw2
FF=100; % Размер сетки табуляции значений функций
lc=3; % Размер подарка печеньем
lw=1; % Размер подарка вином
uc1=1; uw1=1; % Параметры функции полезности для 1-го агента
uc2=1; uw2=4; % Параметры функции полезности для 2-го агента
x = linspace(0,lc,FF); % Сетка значений
    % вариантов доли печенья 1-го агента
y = linspace(0,lw,FF); % Сетка значений
    % вариантов доли вина 1-го агента
[x1,y1] = meshgrid(x,y); % Варианты дележа в формате
    % приемлемом для построения 3-d графика
z1 = u1(x1,y1); % Полезности для 1-го агента
z2 = u2(x1,y1); % Полезности для 2-го агента

figure(1),
mesh(x1,y1,z1),hold on,title('Useness 1 & 2');
mesh(x1,y1,z2);

figure(2),
[C3,h] = contour(x1,y1,z1,5),grid,hold on, title('Useness 1');
text_handle = clabel(C3,h);
set(text_handle,'BackgroundColor',[1 1 .6],'Edgecolor',[.7 .7 .7]);

figure(3),
[C4,h] = contour(x1,y1,z2,5),grid,hold on, title('Useness 2');
text_handle = clabel(C4,h);
set(text_handle,'BackgroundColor',[0.9 0.9 .8],'Edgecolor',[.3 .3 .3]);

figure(4),
[C7,h] = contour(x1,y1,z1-z2, [0 0],'b'),title('Useness1 equals Useness2,vs Usness1'),hold on;
set(text_handle,'BackgroundColor',[0.9 0.9 .8],'Edgecolor',[.3 .3 .3]);
[C3,h] = contour(x1,y1,z1,5),grid;
text_handle = clabel(C3,h);
set(text_handle,'BackgroundColor',[1 1 .6],'Edgecolor',[.7 .7 .7]);

figure(5),
[C7,h] = contour(x1,y1,z1-z2, [0 0],'b'),title('Useness1 equals Useness2,vs Useness2'),hold on;
    
```

```
set(text_handle,'BackgroundColor',[0.9 0.9 .8],'Edgecolor',[.3 .3 .3]);
[C4,h] = contour(x1,y1,z2,5),grid;
text_handle = clabel(C4,h);
set(text_handle,'BackgroundColor',[0.9 0.9 .8],'Edgecolor',[.3 .3 .3]);

figure(6),
[C6,h] = contour(x1,y1,z1-z2, [0 0],'b'),title('Useness1 equals Useness2'),grid;
set(text_handle,'BackgroundColor',[0.9 0.9 .8],'Edgecolor',[.3 .3 .3]);
```

```
[s1,s2] = size(C7);
cmax = C7(1,s2); % Самое большое значение x на изолинии "u1=u2"
```

```
u1par=u1(cmax,redc(cmax))
u2par=u2(cmax,redc(cmax))
```

```
disp([' Доля печенья первого агента равна = ', num2str(cmax)]);
disp([' Доля вина первого агента равна = ', num2str(reduc(cmax))]);
disp([' Доля печенья второго агента равна = ', num2str(lc - cmax)]);
disp([' Доля вина первого агента равна = ', num2str(reduc(cmax))]);
disp([' Полезность первого агента = ', num2str(u1par)]);
disp([' Полезность второго агента = ', num2str(u2par)]);
```

\*\*\*\*\*

```
function res = reduc(x)
% Функция вычисляющая res долю вина 1-го агента по x -
% его доле печенья в ситуации, когда полезности агентов выравнены
% lc=3; % Размер подарка печеньем
% lw=1; % Размер подарка вином
% uc1=1; uw1=1; % Параметры функции полезности для 1-го агента
% uc2=1; uw2=4; % Параметры функции полезности для 2-го агента
global lc lw uc1 uw1 uc2 uw2
res=((uc2*lc + uw2*lw)-x*(uc1+uc2))/(uw1+uw2);
```

\*\*\*\*\*

### 4.6. Приложение 1

Н-Р варианта	Потребление агента 1	Потребление агента 2	Потребление агента 3	Потребление агента 4	Потребление агента 5	Потребление агента 6	Потребление агента 7	Цена реализации
1	2	5	9	13	15	0	0	26,4
2	3	5	10	13	17	21	25	56,4
3	4	8	10	14	18	20	0	44,4
4	3	6	10	13	15	0	0	28,2

5	3	7	11	13	17	20	22	55,8
6	3	7	11	13	17	20	22	55,8
7	2	6	9	13	18	22	0	42
8	3	8	13	16	20	23	27	66
9	4	9	13	18	22	25	0	54,6
10	4	9	13	18	22	25	0	54,6
11	4	7	12	17	21	0	0	36,6
12	5	10	15	18	22	0	0	42
13	2	5	7	11	14	0	0	23,4
14	3	6	10	12	16	21	0	40,8
15	3	6	10	12	16	21	0	40,8
16	4	7	10	15	17	22	25	60
17	5	10	14	18	21	24	0	55,2
18	4	8	10	15	18	21	0	45,6
19	4	8	10	15	18	21	0	45,6
20	2	6	9	14	16	0	0	28,2
21	4	9	13	17	20	22	0	51
22	4	9	13	17	20	22	0	51
23	2	7	9	11	16	19	23	52,2
24	4	8	11	16	21	25	0	51
25	4	8	11	16	21	25	0	51
26	5	8	13	16	21	23	0	51,6
27	3	7	10	14	19	22	0	45
28	5	8	13	18	21	23	0	52,8

#### 4.7. Приложение 2

Н-Р варианта	Размер подарка печеньем	Размер подарка вином	Полезность печенья для первого	Полезность вина для первого	Полезность печенья для второго	Полезность вина для второго
1	40	40	40	4	30	5

2	40	40	4	60	3	70
3	4	60	20	6	10	7
4	2	4	2	60	1	70
5	20	180	2	40	1	50
6	40	120	40	40	30	50
7	20	120	2	60	1	70
8	20	60	40	180	30	210
9	40	180	20	40	10	50
10	120	60	20	180	10	210
11	4	60	4	6	3	7
12	40	6	2	40	1	50
13	60	40	60	60	30	70
14	60	120	4	60	3	70
15	40	6	60	6	30	7
16	20	40	40	40	30	50
17	20	40	20	60	10	70
18	40	4	20	180	10	210
19	20	120	40	6	30	7
20	20	4	2	120	1	150
21	120	4	20	120	10	150
22	40	60	2	40	1	50
23	4	60	20	60	10	70
24	20	40	4	4	3	5
25	20	4	4	40	3	50
26	20	120	2	4	1	5
27	2	60	4	120	3	150
28	4	60	40	40	30	50

### 4.8. Приложение 3

Ниже приведен текст скрипта, использование которого позволит проверить Вашу версию решения задачи о дележе продуктов с помощью линейного программирования. Отредактируйте его согласно Вашим исходным данным и включите содержание текстового файла, полученного директивой diary в отчет о работе.

\*\*\*\*\*

clear all



```

clc
diary 123.txt
% Решение задачи о дележе продуктов методом линейного
% программирования. С этой целью преобразуем её в приемлемую для MATLAB'a
% форму. Нам потребуется определить ряд векторов и матриц, которые нужно
% использовать при вызове функции linprog. Мы используем форму
%
%  $X = \text{LINPROG}(f,A,b,Aeq,beq,LB,UB)$ ,
% которая возвращает значение X, которое минимизирует значение функции
%  $f(X) = f^*x$ , при ограничениях  $A^*x \leq b$ ,  $Aeq^*x = beq$ ,  $LB \leq X \leq UB$ , где
% все матричные соотношения интерпретируются покомпонентно.
% За минимизируемую функцию примем  $u1(X) = f^*X$ , где  $X = [x1;x2;y1;y1]$ ,
%  $f = [-uc1; 0; -uw1; 0]$ , ограничения типа равенств зададим с помощью
% матрицы  $Aeq = [-uc1 \ uc2 \ -uw1 \ uw2;$ 
%
%  $\begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 0; \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$ 
% и вектора правых частей  $beq = [0; lc; lw]$ .
% Ограничения по диапазону зададим векторами
%  $LB = \text{zeros}(4,1)$ ;  $UB = [lc; lc; lw; lw]$ 
% Иную полезную информацию можно собрать вызовом
%  $[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT,LAMBDA] = \dots$ 
%  $\text{LINPROG}(f,A,b,Aeq,beq,LB,UB,X0,OPTIONS)$ 
lc=3; % Размер подарка печеньем
lw=1; % Размер подарка вином
uc1=1; uw1=1; % Параметры функции полезности для 1-го агента
uc2=1; uw2=4; % Параметры функции полезности для 2-го агента
f = [-uc1; 0; -uw1; 0];
Aeq = [-uc1 uc2 -uw1 uw2;
        1 1 0 0;
        0 0 1 1];
beq = [0; lc; lw];
LB = zeros(4,1); UB = [lc; lc; lw; lw];
[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT,LAMBDA] = ...
linprog(f,[],[],Aeq,beq,LB,UB)
diary off
    
```

## 5. ПРОГРАММА И МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ №9-11

### 5.1. Цель работы

Освоить методы и алгоритмы решения задач принятия решений в условиях неопределенности, приобрести навыки и умения разработки математического обеспечения поддержки принятия решений на основе реализации стандартных и модифицированных алгоритмов теории исследования операций.

Рассматриваемые объекты: задач принятия решений в

условиях неопределенности, компьютерные инструментальные средства программной реализации алгоритмов и методов, компьютерные средства автоматизации решения вычислительных задач исследования операций, графические компьютерные средства визуализации результатов работы.

Для разрешения многих важнейших прикладных проблем необходимо принимать решения *в условиях ограниченности информации*. Такие характерные случаи часто приводят к необходимости анализа математических *задач принятия решений в условиях неопределенности* (ЗПРУН), когда отсутствует априорная информация о законах распределения параметров системы как случайных величин; т.е. не известны и вероятности реализации возможных состояний исследуемой системы.

Для принятия решения в условиях неопределенности используются различные *критерии «оптимальности»*, несмотря на свой численный характер отражающие субъективную оценку «Лица принимающего решение» (ЛПР) сложившейся ситуации. Ниже рассмотрим лишь *одноэтапные процедуры* принятия решений, осуществляемые одним ЛПР.

### 5.2. Постановка задачи

Рассмотрим ЗПРУН, когда из множества  $G$  допустимых решений  $X_i$  требуется выбрать оптимальное решение  $X_* \in G$ , где  $G = \{X_i\}_{i=\overline{1..n}}$ . Пусть  $S_j$  - одно из возможных состояний изучаемой системы из множества  $S$  всех возможных ее состояний  $S = \{S_j\}_{j=\overline{1..m}}$ . Тогда каждому  $S_j \in S$  соответствует свой результат  $v_{ij} = v(X_i, S_j)$ ; ( $j = \overline{1..m}$ ), определяющий *выигрыш (потери)* при принятии данного решения  $X_i$  и реализации данного состояния  $S_j$ . Такие  $v_{ij}$  образуют *матрицу исходных данных* для принятия решения

$$v(G, S) = \{v_{ij}\}, \quad i = \overline{1..n}, \quad j = \overline{1..m} \quad (1)$$

Если  $v_{ij}$  определяют выигрыш (доход) или потери (затраты), то и  $v(G, S)$  называется *матрицей выигрышей* или *потерь*, соответственно.

### 5.3. Критерии

### **Критерий лапласа**

Использует «*принцип недостаточного обоснования*», когда в условиях неопределенности отсутствуют основания отрицать возможность равновероятной ( $p_{ij} = 1/m$ ) реализации каждого состояния  $S_j$ . Тогда исходная ЗПРУН сводится к задаче *принятия решения в условиях риска* (ЗПРУР) с *критерием ожидаемых результатов*, когда оптимальное решение  $X_* \in G$  обеспечивает наименьшие *ожидаемые* потери  $\min_{1 \leq i \leq n} \left\{ \sum_{j=1}^m p_{ij} \cdot v_{ij} \right\}$  или наибольший *ожидаемый* выигрыш (min в формулах следует заменить на max), т.е.

$$\mu_* \equiv \min_{X_i \in G} \mu_i = \frac{1}{m} \min_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^m v_{ij} \quad \left( \max_{X_i \in G} \mu_i = \frac{1}{m} \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^m v_{ij} \right)$$

(2)

**Пример.** Авиационная компания должна определить уровень предложения услуг перевозок  $X_i \in G; i = \overline{1..4}$ , так чтобы удовлетворить сезонный спрос заказчиков. По прогнозам (по опыту предыдущих сезонов) объем перевозок может принять (в среднем) одно из известных значений  $S_j \in S; j = \overline{1..4}$ . Для каждого из этих состояний существует наилучший уровень предложений  $X_i$  (по уровню возможных затрат), отклонения от которого приводят к дополнительным издержкам как за счет неполного удовлетворения спроса, так и превышения предложения над спросом. Пусть известна (1) - матрица таких потерь:

$$v(G, S) \equiv \{v_{ij}\}_{\substack{i=\overline{1..4} \\ j=\overline{1..4}}} = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 18 & 25 \\ 8 & 7 & 8 & 23 \\ 21 & 18 & 12 & 21 \\ 30 & 22 & 19 & 15 \end{pmatrix}$$

(3)

Рассчитаем возможные потери  $v_i$  при принятии каждого  $i$ -го решения и занесем результаты в таблицу. Затем выберем оп-

тимальное  $X_*$ , минимизирующее потери  $\mu_* = \min \mu_i$

**Табл.1**

$j \backslash i$	$v_{ij}$				$\mu_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^4 v_{ij}$	$X_i$
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>		
<b>ИТОГ:</b>					$\mu_* = \mathbf{11,5}$	$X_* = X_2$

Видно, что оптимальным уровнем предложения по Лапласу будет  $X_2$  с минимальными издержками.

### **Минимаксный критерий**

Дает наиболее «пессимистичные» оценки. Если в (1)  $v_{ij}$  - потери, то оптимальным по *минимаксу* является допустимое решение  $X_* \in G$ , минимизирующее (по  $i$ ) максимальные (по  $j$ ) издержки возможных состояний:

$$v_* \equiv \min_{X_i \in G} v_i = \min_{(1 \leq i \leq n)} \max_{(1 \leq j \leq m)} v_{ij} \quad (4)$$

Если  $v_{ij}$  - выигрыши, то используется *максиминный* критерий  $v_* \equiv \max_{X_i \in G} v_i = \max_{(1 \leq i \leq n)} \min_{(1 \leq j \leq m)} v_{ij}$  (5)

Из (4) для нашего примера (3) выводим

**Табл.2**

$i \backslash j$	$v_{ij}$				$v_i = \max_{1 \leq j \leq 4} v_{ij}$	$X_i$
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>		
<b>Результат</b>					$v_* = \mathbf{21,0}$	$X_* = X_3$

Видно, что  $X_3$  оптимально по минимаксному критерию.

### **Критерий сэвиджа**

Вместо  $\{v_{ij}\}$  введем матрицу «*сожалений*»  $\{\rho_{ij}\}$ :

$$\rho_{ij} = v_{ij} - \min_{1 \leq i \leq n} v_{ij}, \quad \left( \rho_{ij} = \max_{1 \leq i \leq n} v_{ij} - v_{ij} \right)$$

Тогда для оптимального  $X_*$  необходимо выполняется

$$\rho_* \equiv \min_{X_i \in G} \rho_i = \min_{(1 \leq i \leq n)} \max_{(1 \leq j \leq m)} \rho_{ij}, \quad \left( \max_{X_i \in G} \rho_i = \max_{(1 \leq i \leq n)} \min_{(1 \leq j \leq m)} \rho_{ij} \right)$$

(6)

В случае примера (3) для критерия (6) получим

Здесь по Сэвиджу оптимальным является решение  $X_2$ , что совпадает с критерием Лапласа.

### **Критерий Гурвица**

Охватывает подходы к решению ЗПРУН от крайне «пессимистичного» ( $\alpha=0$ ) до предельно «оптимистичного» ( $\alpha=1$ ), баланс между которыми определяет весовой параметр  $\alpha \in [0, 1]$ . Оптимальное  $X_*$  соответствует наименьшему  $v_i^\mp$  (наибольшему) значению *взвешенной суммы* потерь (доходов)

$$v_* \equiv \min_{X_i \in G} v_i^- = \min_{1 \leq i \leq n} v_i^-, \quad v_i^- = \alpha \min_{1 \leq j \leq m} v_{ij} + (1 - \alpha) \max_{1 \leq j \leq m} v_{ij}$$

(7)

$$\left( v_* \equiv \max_{X_i \in G} v_i^+ = \max_{1 \leq i \leq n} v_i^+, \quad v_i^+ = \alpha \max_{1 \leq j \leq m} v_{ij} + (1 - \alpha) \min_{1 \leq j \leq m} v_{ij} \right)$$

В условиях примера (3) используя (7) при  $\alpha=0.5$ , имеем

**Табл.4**

$i$	$\min_{1 \leq j \leq 4} v_{ij}$	$\max_{1 \leq j \leq 4} v_{ij}$	$v_i^-$	$X_i$
<b>ИТОГ:</b>			$v_* = 1$ <b>5,0</b>	$X_* = X_1, X_2$

Видно, что по Гурвицу оптимальными являются  $X_1, X_2$ .

**Замечание.** При отсутствии мотивации выбора критерия, *оптимальным* целесообразно принять решение, следующее из большинства рассмотренных критериев. В нашем примере это  $X_2$ , оптимальное по Лапласу, Сэвиджу и Гурвицу.

## 5.4. Практическая часть

Разработать информационную систему (программу), решающую в параллельном режиме одну из задач (согласно варианту задания) из таблицы 2.1.

1. Провести анализ задачи задач принятия решений в условиях риска в соответствии с индивидуальным вариантом задания.
2. Программно реализовать решение задачи, используя критерий Лапласа, минимаксный критерий, критерии Сэвиджа и Гурвица.
3. Выполнить анализ результатов, полученных с помощью различных критериев, позволяющий оценить целесообразность принятия оптимального решения в условиях риска.
4. Результаты работы оформить в виде отчета.

### 5.5. Индивидуальные задания

Получить числовые значения матрицы потерь (1)  $\{v_{ij}\}$ , используя генератор случайных чисел, приведенный ниже в кодах MapleV. Найти оптимальное решение  $X_*$ , используя каждый из обсужденных выше критериев. Расчеты реализовать с использованием процессора MapleV или MS EXCEL, как это было показано в разобранным примере.

#### Генератор задания матрицы потерь.

```

> restart: with(linalg):
> MatrixGen:=proc(Nst::integer)
> local n,m, dn, dm; global Nu;
> randomize():dn:=eval(rand(5..7)): n:=dn();
> randomize(): dm:=eval(rand(4..6)); m:=dm();
> Nu:=randmatrix(n,m,entries=rand(1..51)):
RETURN(Nu =eval(Nu));
> end:
> MatrixGen(12);

```

Warning, the protected names norm and trace have been redefined and unprotected

$$N = \begin{bmatrix} 34 & 8 & 31 & 30 & 20 & 3 \\ 24 & 4 & 51 & 17 & 51 & 38 \\ 10 & 45 & 14 & 10 & 18 & 12 \\ 26 & 6 & 4 & 49 & 40 & 20 \\ 22 & 2 & 33 & 44 & 46 & 23 \\ 17 & 5 & 35 & 19 & 10 & 1 \\ 46 & 51 & 37 & 12 & 39 & 49 \end{bmatrix}$$

В последней строке вызываем процедуру **MatrixGen**, задав свой списочный номер, например **Nst=12**, по которому генерируем случайный вариант матрицы  $\{v_{ij}\}$ .

## 6. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4: ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ РИСКА

### 6.1. Цель работы

Освоить методы и алгоритмы решения задач принятия решений в условиях риска, приобрести навыки и умения разработки математического обеспечения поддержки принятия решений на основе реализации стандартных и модифицированных алгоритмов теории исследования операций.

Рассматриваемые объекты: задач принятия решений в условиях риска, компьютерные инструментальные средства программной реализации алгоритмов и методов, компьютерные средства автоматизации решения вычислительных задач исследования операций, графические компьютерные средства визуализации результатов работы.

Многие задач принятия решения, характеризуемые типом информационного состояния *лица принимающего решение* (ЛПР), сводятся к стохастическим задачам с одноэтапными процедурами принятия решений в условиях риска. Здесь принципы оптималь-

ности, как правило, реализуются в скалярных критериях, для каждого из которых устанавливается как область возможного, так и наиболее целесообразного применения.

Индивидуальные задания для освоения рассматриваемых методик принятия решений в условиях риска, краткие пояснения вариантов, рекомендации по изучению и реализации наиболее часто используемых процедур и алгоритмов, приведены ниже.

## 6.2. Постановка задачи

Пусть задача принятия решения характеризуется случайной величиной  $n(\omega)$ , имеющей математическое ожидание  $m$  и дисперсию  $\sigma^2$ , т.е.

$$M[n(\omega)] = m, \quad D[n(\omega)] = \sigma^2. \quad (1)$$

Тогда для некоторой случайной выборки  $\{n_k(\omega)\}$  объема  $N$  из ее генеральной совокупности выборочное среднее

$$\bar{n}(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N n_k(\omega)$$

обладает следующими точечными числовыми характеристиками:

$$M[\bar{n}(\omega)] = m, \quad D[\bar{n}(\omega)] = \sigma^2 / N$$

Введем критериальную функцию «полезности» задачи  $f(n(\omega))$ , являющуюся случайной. Считая ее достаточно гладкой в малой, но конечной окрестности точки  $n(\omega) = m$ , приблизим ее отрезком ряда Тейлора:

$$f(n(\omega)) \approx f(m) + f'(m) \cdot (n(\omega) - m) + \frac{1}{2} f''(m) \cdot (n(\omega) - m)^2 \quad (2)$$

Откуда (с учетом (1)) оценка ожидаемого значения функции «полезности» имеет представление

$$M[f(n(\omega))] \approx f(m) \pm \frac{1}{2} f''(m) \cdot \sigma^2 \quad (3)$$

Здесь «-» соответствует минимаксной оценке ожидаемого значения функции дохода, а знак «+» - функции издержек.

Из соотношения (3) следует, что возможен критерий принятия решений как на основе лишь главного члена



$M[f(n(\omega))] \approx f(m)$ , зависящего только от математического ожидания  $m$ , так и более точный на основе всего разложения (3), учитывающий и дисперсию  $\sigma^2$ .

### **Критерий ОЖИДАЕМОГО ЗНАЧЕНИЯ**

Из соотношения (3) критерий ожидаемого значения принято записывать в виде

$$M[f(n(\omega))] \approx f(m) \equiv M[F(\omega)] \rightarrow \min \quad (\max) \quad (4)$$

Пример 1. В компьютерном центре размещено  $n$  однотипных станций, каждая из которых ремонтируется индивидуально по мере поломки. Периодически, каждые  $T$  временных этапов, для всех РС без исключения выполняется регламентное обслуживание.

Требуется определить наименьшее значение  $T$ , при котором общие издержки на текущий ремонт и периодическое обслуживание всех компьютеров минимальны в расчете на один временной этап.

Обозначим через  $C_0$ ,  $C_1$  – средние затраты на разовый ремонт и профилактику одной станции, соответственно. Пусть дискретная случайная величина  $n_k = n_k(\omega)$  – это число компьютеров, вышедших из строя на  $k$  – ом временном этапе ( $1 \leq k \leq T$ ), распределена по биномиальному закону с параметрами  $n$ ,  $p_k$  и математическим ожиданием

$m \equiv M[n_k(\omega)] = np_k$ , где  $p_k$  – вероятность поломки одного компьютера на соответствующем временном этапе. Тогда случайная функция полезности, выражающая общие издержки на текущий ремонт и периодическое обслуживание всех компьютеров относительно одного временного этапа имеет вид

$$F(\omega) \equiv f(n_k(\omega)) = \frac{1}{T} \left( C_0 \sum_{k=1}^T n_k(\omega) + C_1 n \right) \quad (5)$$

Применяя к (5) критерий ожидаемого значения, проявляющего свою устойчивость при расчете на длительную эксплуатацию станций, получим общие ожидаемые издержки  $k$ -того из  $T$  временных этапов

$$M[F(\omega)] = \frac{n}{T} \left( C_0 \sum_{k=1}^T p_k + C_1 \right) \quad (6)$$

Конкретные значения исходных данных и результаты использования критерия ожидаемого значения издержек (4),(6) при

различных  $C_1$  приведены в таблице

Таблица 1.

$k$	$p_k$	$\Sigma p_k$	$M[F(\omega)]$		T
			$C_1=10$	$C_1=20$	
1	0,05	0,05	750	1250	1
2	0,07	0,12	550	800	2
3	0,01	0,22	<b>533</b>	<b>700</b>	<b>3</b>
4	0,14	0,36	575	700	4
5	0,19	0,55	650	750	5

Видно, что при указанных данных оптимальным периодом T проведения регламентных работ является 3 временных этапа.

### ***Критерий ОЖИДАЕМОГО ЗНАЧЕНИЯ-ДИСПЕРСИИ***

На основании (3) для достаточно редко повторяющихся ситуаций целесообразно применять критерий комбинации ожидаемого значения-дисперсии, в простейшей нотации принимающий вид

$$M[f(n(\omega))] \approx M[F(\omega)] \pm \mu \cdot D[F(\omega)] \rightarrow \min \quad (\max) \quad (7)$$

где  $F(\omega)$  – оптимизируемая критериальная функция издержек (дохода), а параметр  $\mu$  характеризует уровень несклонности к риску ЛПР.

Пример 2. В условиях примера 1 дополнительно для случайной величины  $n_k(\omega)$ , распределенной по биномиальному закону, считаем известной и дисперсию, т.е.

$$D[n_k(\omega)] = np_k(1 - p_k)$$

Тогда, используя функцию общих этапных издержек (5), получим ее дисперсию

$$D[F(\omega)] = n \left( \frac{C_0}{T} \right)^2 \left( \sum_{k=1}^T p_k - \sum_{k=1}^T p_k^2 \right) \quad (8)$$

Результаты использования критерия ожидаемого значения-дисперсии (6)-(8) для ранее заданных значений исходных данных и  $C_0 = 100$  приведены ниже:

Таблица 2.

k	p <sub>k</sub>	M[F(ω)]	D[F(ω)]	M[F(ω)] + μD[F(ω)]	
		C <sub>0</sub>	C <sub>1</sub>	μ=1	μ=0,05
1	0,05	750	23750	24500	1938
2	0,07	550	14075	14625	1254
3	0,01	533	11256	11789	1096
4	0,14	575	10094	10669	<b>1080</b>
5	0,19	650	9538	10188	1127
6	0,25	750	9228	9978	1211
7	0,32	871	9000	<b>9871</b>	1321

Из таблицы следует, что в рассматриваемом случае масштабы значений математического ожидания и дисперсии различны, а оптимальные результаты (T=7) последнего критерия (7) при μ близких к 1 будут сильно отличаться от полученных выше (T=3) на основе критерия ожидаемого значения. Видно, что при применении критерия ожидаемого значения-дисперсии (7) возникает проблема обоснованного выбора значения уровня несклонности к риску μ. Так, по-видимому, в нашем примере оправданным может быть принято μ=0,05, что приводит к оптимальному периоду T=4.

### 6.3. Практическая часть

1. Провести анализ задачи задач принятия решений в условиях неопределенности в соответствии с индивидуальным вариантом задания.

2. Программно реализовать решение задачи методами «Ожидаемого значения», «Комбинации ожидаемого значения и дисперсии», нелинейного критерия «Комбинации ожидаемого значения и дисперсии».

3. Выполнить анализ результатов, полученных с помощью различных критериев, позволяющий оценить целесообразность принятия оптимального решения в условиях неопределенности.

4. Результаты работы оформить в виде отчета.

#### 6.4. Индивидуальные задания

1. Программно, используя Maple-код ниже приведенного генератора заданий, основанного на псевдо-случайных равновероятных выборках, построить индивидуальное задание: сгенерировав уникальные входные параметры примеров 1 и 2:  $C_0, C_1, n, p_k$  ( $k=1..10$ ).

*Генератора заданий:*

> restart;

> randomize: Crh:=evalf(rand(100..150));

c0:=Crh();

> randomize: Srv:=evalf(rand(20..50));

c1:= Srv();

> randomize: Npc:=evalf(rand(40..80)): n:=Npc();

> with(stats);

> stats[random, binomial](10);

2. Реализовать в табличном процессоре MS Excel (или с помощью его надстройки «Поиск решения») алгоритмы принятия решений, основанные на приведенных выше критериях:

а) Ожидаемого значения;

б) Комбинации ожидаемого значения-дисперсии с самостоятельным подбором обоснованного  $\mu$  - значения уровня несклонности к риску ЛПР;

в) Нелинейного комбинации ожидаемого значения-дисперсии.

3. Обосновать выбор оптимального  $T$ , из предлагаемых на основе рассмотренных критериев принятия решения.

### Список используемой литературы

1. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели: М.: Мир, 1991. – 464 с.
2. Коледов Л. В. Теория благосостояния-3.ppt., Материалы УМК дисциплины "МЕТОДЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ".
3. Коледов Л. В. Теория благосостояния-4.ppt., Материалы УМК дисциплины "МЕТОДЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ".
4. Коледов Л. В. Дележ продуктов.ppt.
5. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных Странах: Учебник. - М.: Логос, 2009. -296 с.
6. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели: М.: Мир, 1991. – 464 с.
7. Нейман Дж. фон, Моргенштерн О. М. Теория игр и экономическое поведение.: Наука, 1970.
8. Теория благосостояния -1.ppt. Материалы УМК дисциплины "МЕТОДЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ".