



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ  
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Программное обеспечение вычислительной тех-  
ники и автоматизированных систем»

## **Учебно-методическое пособие** по дисциплине

# **«МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ»**

Автор  
Медведева Т.А.

Ростов-на-Дону, 2018

## Аннотация

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов очной формы обучения по направлениям 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем», 09.03.04 «Программная инженерия».

## Авторы

К.Т.Н., доцент  
Медведева Т.А.



## Оглавление

<b>1. Лабораторная работа №1: Особенности технологии расчетов в системе компьютерной математики (MathCAD).</b>	<b>4</b>
1.1. Цель работы .....	4
1.2. Теория .....	4
1.3. Задания .....	5
<b>2. Лабораторная работа №2: Работа с векторами и матрицами.....</b>	<b>10</b>
2.1. Цель работы .....	10
2.2. Теория .....	11
2.3. Задание .....	13
<b>3. Лабораторная работа №3: Трехмерная графика .....</b>	<b>17</b>
3.1. Цель работы .....	17
3.2. Задание к лабораторной работе .....	18
<b>4. Лабораторная работа №4: Символьные вычисления</b>	<b>20</b>
4.1. Цель работы .....	20
4.2. Задание к лабораторной работе .....	20
<b>5. Лабораторная работа №5: Программирование в СКМ...</b>	<b>26</b>
1.1. Цель работы .....	26
1.2. Задание к лабораторной работе .....	26
<b>6. Лабораторная работа №6: Решение уравнений и систем.....</b>	<b>32</b>
1.1. Цель работы .....	32
1.2. Задание к лабораторной работе .....	32

# 1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1: ОСОБЕННОСТИ ТЕХНОЛОГИИ РАСЧЕТОВ В СИСТЕМЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ (MATHCAD).

## 1.1. Цель работы

Знакомство с системой компьютерной математики MathCAD; получение навыков в исследовании функций, построении двумерных и трехмерных графиков различными способами, их форматирование; работа с векторами и матрицами.

## 1.2. Теория

Исследование функций необходимо провести по известной из курса математического анализа схеме:

- 1) найти область определения функции  $y = f(x)$ ;
- 2) исследовать функцию на четность ( $f(-x) = f(x)$ ) и нечетность ( $f(-x) = -f(x)$ );
- 3) найти точки пересечения графика функции с осями координат;
- 4) исследовать функцию на непрерывность; найти, если есть, точки разрыва первого или второго рода, найти пределы слева и справа в этих точках (если существуют конечные пределы слева и справа, то точка разрыва первого рода); найти вертикальные асимптоты;
- 5) исследовать поведение функции на бесконечности  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ); найти горизонтальные асимптоты;
- 6) найти наклонные асимптоты  $y = kx + b$ , используя формулы  $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ ,  $b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx)$ ;
- 7) найти первую производную  $y' = f'(x)$ ; найти интервалы возрастания ( $f'(x) > 0$ ) и убывания ( $f'(x) < 0$ ) функции  $f(x)$ , ее экстремумы;

- 8) найти вторую производную  $y'' = f''(x)$ ; найти интервалы выпуклости ( $f''(x) < 0$ ) и вогнутости ( $f''(x) > 0$ ) функции  $f(x)$ , ее точки перегиба.

Замечание. Некоторые предложенные для построения плоские кривые, заданные параметрически, имеют механический смысл.

Циклоида - траектория точки  $M$  окружности радиуса  $r$ , катящейся без скольжения по прямой.

Эпициклоида - траектория точки  $M$  производящей окружности радиуса  $r$ , катящейся без скольжения по другой неподвижной окружности радиуса  $R$  вне ее, а гипоциклоида - внутри нее.

Трохоида, эпитрохоида, гипотрохоида являются обобщением выше описанных кривых. Это траектории точки  $M$ , жестко связанной с окружностью и находящейся на расстоянии  $h$  от центра производящей окружности радиуса  $r$ , катящейся без скольжения по прямой, вне окружности радиуса  $R$  и внутри нее соответственно. Эпитрохоида при  $r = R$  - улитка Паскаля, гипотрохоида при  $R = 2r$  - эллипс. Обе эти кривые при  $h = R + r$  - розы.

### 1.3. Задания

#### Задание 1:

Выполнить исследование функции из таблицы 1 по приведенной схеме и построить ее график в декартовой системе координат: на одних осях функцию  $y = f(x)$  и ее первую производную  $y' = f'(x)$ , на других осях функцию  $y = f(x)$  и ее вторую производную  $y'' = f''(x)$ . Отметить на соответствующих графиках точки экстремума и точки перегиба.

## Функции в декартовой системе координат

Таблица 1

	Задание		Задание
	$y = \frac{x^2 + 1}{x}$	6	$y = \frac{8}{x^2 - 4}$
	$y = \frac{2x}{1 - x^2}$	7	$y = x^2 + \frac{1}{x}$ x - трезубец Ньютона
	$y = (x - 1)e^x$	8	$y = x \ln x$
	$y = \frac{x}{2} - \arctg x$	9	$y = \frac{e^{1/x}}{x}$
	$y = e^{2x - x^2}$	0	$y = 5xe^{-x}$
	$y = \frac{x - 1}{x + 3}$	1	$y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$
	$y = \frac{a^3}{x^2 + a^2}$ - локон Аньези	2	$y = \frac{2x}{x^2 + 1}$ - серпентин Ньютона
	$y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$	3	$y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$
	$y = \frac{x^2}{x^2 - 9}$	4	$y = \frac{e^x}{x + 1}$
0	$y = \frac{x^4 + 1}{x^3}$	5	$y = \frac{16}{x^2(x - 4)}$
1	$y(x) := \sqrt{\frac{x^3}{x - 2}}$	6	$y(x) := \frac{x^2 - 2 \cdot x + 3}{x + 2}$
2	$y(x) := x + 2 \cdot \text{atan}(x)$	7	$y(x) := x + e^{-x}$
3	$y(x) := 2 \cdot x - \frac{\cos(x)}{x}$	8	$y(x) := \frac{\ln(x)^2}{x} - 3 \cdot x$

4	$y = \frac{a}{2} \left( e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)$ цепная линия	9	$y(x) := x^2 \cdot e^{-x}, y(x) := \sqrt[3]{x^3 - 6 \cdot x^2}$
5	$y(x) := -x \operatorname{atan}(x)$	0	$y(x) := \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

Варианты заданий соответствуют номеру в списке

**Задание 2.** Построить график параметрической функции (таблица 2) в декартовой системе координат, указывая по оси абсцисс в графической области  $x(t)$ , а по оси ординат  $y(t)$ . Для некоторых графиков параметр  $t$  следует задать как ранжированную переменную, например  $t := -50, -49.99..50$

Функции, заданные параметрически

Таблица 2

	Задание		Задание
	$\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = b \sin^3 t \end{cases}$ - астроида	1	$\begin{cases} x = a \cos^2 t + b \cos t \\ y = a \cos t \sin t + b \sin t \end{cases}$ - улитка Паскаля
	$\begin{cases} x = 2a \cos t - a \cos 2t \\ y = 2a \sin t - a \sin 2t \end{cases}$ - кардиоида	12	$\begin{cases} x = a \cos^2 t \\ y = b \sin^2 t \end{cases}$ - отрезок прямой
	$\begin{cases} x = \frac{at^2}{1+t^2} \\ y = \frac{at^3}{1+t^2} \end{cases}$ - циссоида	13	$\begin{cases} x = \frac{a(t^2 - 1)}{1+t^2} \\ y = \frac{at(t^2 - 1)}{1+t^2} \end{cases}$ - строфоида

	$\begin{cases} x = \frac{at}{1+t^3} \\ y = \frac{at^2}{1+t^3} \end{cases}$ - декартов лист	14	$\begin{cases} x = \frac{a}{\sqrt{1+t^2}} \\ y = \frac{at}{\sqrt{1+t^2}} \end{cases}$ - полуокружность
	$\begin{cases} x = r(t - \sin t) \\ y = r(1 - \cos t) \end{cases}$ - циклоида	15	$\begin{cases} x = a \cos t + at \sin t \\ y = a \sin t - at \cos t \end{cases}$ - развертка окружности
	$\begin{cases} x = (R+r) \cos \frac{r}{R}t - r \cos \frac{R+r}{R}t \\ y = (R+r) \sin \frac{r}{R}t - r \sin \frac{R+r}{R}t \end{cases}$ - эпициклоида	16	$\begin{cases} x = (R+r) \cos \frac{r}{R}t - h \cos \frac{R+r}{R}t \\ y = (R+r) \sin \frac{r}{R}t - h \sin \frac{R+r}{R}t \end{cases}$ - эпитрохида
	$\begin{cases} x = (R-r) \cos \frac{r}{R}t + r \cos \frac{R-r}{R}t \\ y = (R-r) \sin \frac{r}{R}t - r \sin \frac{R-r}{R}t \end{cases}$ - гипоциклоида	17	$\begin{cases} x = (R-r) \cos \frac{r}{R}t + h \cos \frac{R-r}{R}t \\ y = (R-r) \sin \frac{r}{R}t - h \sin \frac{R-r}{R}t \end{cases}$ - гипотрохида
	$\begin{cases} x = rt - h \sin t \\ y = r - h \cos t \end{cases}$ трохида, $h < r, h > r, h = r$	18	$\begin{cases} x = t^3 \\ y = t^2 \end{cases}, \begin{cases} x = t^2 \\ y = t^3 \end{cases}$ - парабола Нейля, полукубическая парабола
	$\begin{cases} x = e^t + e^{-t} \\ y = e^t - e^{-t} \end{cases}$ - ветвь гиперболы	19	$\begin{cases} x = t + \frac{1}{t} \\ y = t + \frac{1}{t^2} \end{cases}$
0	$\begin{cases} x = t^3 - 3\pi \\ y = t^3 - 6a \arctgt \end{cases}$	20	$\begin{cases} x = at^2 \\ y = at - t^3 \end{cases}$



**Задание 3.** Построить график функции из таблицы 3 в полярной системе координат.

Функции в полярной системе координат  
Таблица 3

	Задание		Задание
	$r = a(1 - \cos \varphi)$ - кардиоида	1	$r = a \sin 3\varphi$ - трехлепестковая роза
	$r = a \cos 2\varphi$ - четырехлепестковая роза	12	$r = \frac{a}{\varphi}$ - гиперболическая спираль
	$r = a\varphi$ - архимедова спираль	13	$r = a \operatorname{tg} \varphi \sin \varphi$ циссоида
	$r = a(1 + 2 \cos \varphi)$ улитка Паскаля	14	$r^2 = a \cos 2\varphi$ - лемниската Бернулли
	$r = \frac{a(1 \pm \sin \varphi)}{\cos \varphi}$ - строфоида	15	$r = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\varphi}{\pi}$
	$r = \frac{a}{b - c \cos \varphi}$ - парабола, если $b=c$ ; овал, если $b>c$ ; гипербола для $b<c$ .	16	$r = \frac{a}{\sin \varphi}$ $r = \frac{b}{\cos \varphi}$ - прямая; $r = a \sin \varphi$ - окружность
	$r = e^{a\varphi}$ - логарифмическая спираль	17	$r = a(1 + \operatorname{tg} \varphi)$
	$r = a \sin 5\varphi + b$ $a > b, a < b, a = b$	18	$r = \frac{a}{\sqrt{\cos(b\varphi)}}$
	$r = \frac{a\varphi}{\varphi + b}$	19	$r = a\sqrt{\sin 3\varphi}$ $r1 = a\sqrt{\cos(3\varphi + \pi/2)}$
0	$r^2 + \varphi^2 = a^2$	20	$r = a \cdot \arcsin(\varphi/2\pi)$
1	$r = a \cdot \sec(\varphi - \theta)$ - нерадиальная прямая	22	$r = a \cdot \cos ec(\varphi - \theta)$ - нерадиальная прямая

В процессе исследования функций и построения графиков на математической панели (Math) необходимо использовать панели инструментов:

- Calculator (Калькулятор) для вставки основных математических операций;
- Evaluation (Выражения) для вставки операторов управления вычислениями;
- Calculus (Вычисления) для вставки операторов дифференцирования, пределов;
- Graph (График) для вставки графиков.

Для нахождения корней уравнений на панели инструментов для вставки операторов символьных вычислений Symbolic можно использовать оператор solve.

Построенные графики должны быть отформатированы. На осях (вкладка X-Y Axes) должны быть установлены линии сетки (Grid lines, не менее 4), стиль осей должен быть выбран в виде пересекающихся прямых (Crossed). Точки экстремума и перегиба могут быть выделены с помощью маркеров или выбором типа точки во вкладке Trace. В этой же вкладке можно выбрать стиль, ширину, тип, вид символа линии, а также задать цвет и легенду каждой из них. Надписи на графике выполняются с помощью вкладки Labels.

Отчет должен содержать:

1. результаты исследования и построения графика кубической параболы, полученные на лабораторном занятии в аудитории:

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

2. результаты индивидуальной работы по пунктам, изложенным в задании с подробными комментариями.

## 2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2: РАБОТА С ВЕКТОРАМИ И МАТРИЦАМИ

### 2.1. Цель работы

В системе MathCAD научиться работать с векторами и матрицами, решать задачи линейной алгебры, при этом векторные и матричные операторы использовать не только в численных, но и в символьных расчетах.

## 2.2. Теория

В лабораторной работе, посвященной векторам и матрицам, необходимо использовать следующие сведения, известные из курса линейной алгебры:

- 1) Единичный вектор, сонаправленный с ненулевым вектором  $b$ :  $d = b/|b|$ , ( $|d| = 1$ );

- 2) Одно из свойств модуля – неравенство треугольника:  
 $|b + v| \leq |b| + |v|$

- 3) Косинус угла  $\varphi$  между векторами  $b \neq 0$ ,  $v \neq 0$ :  
 $\cos \varphi = \frac{b \cdot v}{|b||v|}$ ;

- 4) Транспонированная матрица может быть получена из исходной заменой строк соответствующими столбцами; определитель и ранг матрицы не меняются при транспонировании;

- 5) Для квадратных матриц одинаковых размеров верно равенство:  $|A \cdot C| = |C \cdot A| = |A| \cdot |C|$ ; (1)

- 6) Если  $A$  и  $C$  сцепленные матрицы, т.е. число столбцов первой матрицы равно числу строк второй матрицы, то справедливо равенство:  $(A \cdot C)^T = C^T \cdot A^T$ ; (2)

- 7) Для квадратных невырожденных (определитель отличен от нуля) матриц  $A$  и  $C$  справедливо:

$$(A \cdot C)^{-1} = C^{-1} \cdot A^{-1}, \quad (A^{-1})^{-1} = A; \quad (3)$$

- 8) Для матрицы  $A$  размера  $n \times n$  любой  $n$ -мерный вектор  $x \neq 0$ , для которого  $Ax = \lambda x$  или  $(A - \lambda E)x = 0$ , называется собственным вектором  $A$ , а  $\lambda$  - соответствующим ему собственным значением матрицы  $A$ .

- 9) Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) в матричном виде  $Ax = b$  может быть слева умножена на  $A^{-1}$ :  $A^{-1}Ax = A^{-1}b$  или  $Ex = A^{-1}b$ . Тогда решение СЛАУ матричным методом имеет вид:  $x = A^{-1}b$ .

**Некоторые векторные и матричные функции**

1. **length(v)** – возвращает число элементов вектора;
2. **last(v)** – возвращает номер последнего элемента вектора;
3. **cols(A)** – возвращает число столбцов матрицы A;
4. **rows(A)** – возвращает число строк матрицы A;
5. **sort(v)** – сортировка элементов вектора в порядке возрастания;
6. **reverse(v)** – перестановка элементов вектора в обратном порядке;
7. **csort(A,n)** – перестановка строк матрицы A так, чтобы отсортированным в порядке возрастания оказался n-й столбец;
8. **rsort(A,n)** – перестановка столбцов матрицы A таким образом, чтобы отсортированной оказалась n-я строка;
9. **identity(n)** – создает единичную квадратную матрицу размером  $n \times n$ ;
10. **diag(v)** – создает диагональную матрицу, элементы главной диагонали которой равны элементам вектора v;
11. **matrix(n,m,f)** – создает матрицу  $A$  размера  $n \times m$ , каждый элемент которой  $a_{ij}$  равен значению функции  $f(i, j)$ ;
12. **max(M)** – возвращает максимальный по значению элемент матрицы (вектора) M;
13. **min(M)** – возвращает минимальный по значению элемент M;
14. **mean(M)** – возвращает среднее значение элементов M;
15. **rank(A)** – возвращает ранг матрицы A;
16. **tr(A)** – возвращает след (сумму диагональных элементов) квадратной матрицы A;
17. **Re(M)** – возвращает матрицу (вектор) действительных частей матрицы (вектора) M с комплексными элементами;
18. **Im(M)** – возвращает матрицу (вектор) мнимых частей M с комплексными элементами;
19. **eigenvals(A)** – возвращает вектор, содержащий собственные значения матрицы A;
20. **eigenvecs(A)** – возвращает матрицу, столбцами которой являются собственные векторы матрицы A;
21. **eigenvec(A,p)** – возвращает собственный вектор матрицы A, соответствующий собственному значению p;
22. **submatrix(M,i1,j1,i2,j2)** – возвращает часть M, находящуюся между строками i1,i2 и столбцами j1,j2 включи-

- тельно;
23. **augment(M1,M2,M3,..)** – объединяет в одну матрицы, имеющие одинаковое число строк (M1 левее M2 и т.д.);
  24. **stack(M1,M2,M3,..)** – объединяет в одну матрицы, имеющие одинаковое число столбцов (M1 над M2 и т.д.);
  25. **rref(M)** – преобразование матрицы M к ступенчатому виду;
  26. **lsolve(A,b)** – возвращает вектор  $x$  для системы линейных уравнений  $A \cdot x = b$  при заданной матрице коэффициентов  $A$  и векторе свободных членов  $b$ .

### 2.3. Задание

Для матриц  $A$  и  $C$ , вектора  $b$  из таблицы 1 выполнить:

1. Различные операции с векторами и матрицами:
  - суммирование  $A$  и  $C$ , их линейную комбинацию;
  - умножение матрицы  $A$  на  $C$  слева и справа, произведение матрицы и вектора;
    - с помощью оператора векторизации поэлементно перемножить две матрицы и к одной из них применить тригонометрическую функцию;
    - выделить из матрицы  $C$  второй столбец (вектор  $v$ ), посчитать сумму его элементов, умножить его на вектор  $b$  скалярно и векторно слева и справа;
2. Расчет норм векторов и определителей матриц:
  - найти норму вектора  $b$  и сонаправленный с ним единичный вектор; - для норм векторов  $b$  и  $v$  проверить неравенство треугольника и посчитать косинус угла между этими векторами;
  - вычислить определители матриц  $A$  и  $C$ , их произведений и проверить равенство (1);
3. Транспонирование и обращение квадратной матрицы:
  - транспонировать матрицу  $A$  и найти определитель новой матрицы, сравнить его с  $|A|$ , проверить равенство (2);

- вычислить матрицу, обратную к  $A$ , умножить обратную матрицу на исходную слева и справа, проверить равенства (3);

#### 4. Символьные операции с векторами и матрицами:

- применить некоторые символьные операции для матриц и векторов, элементами которых являются не числа, а переменные, используя символьный процессор в качестве математического справочника. С помощью символьной стрелки найти: сумму матриц размера  $2 \times 3$ , произведение матриц размера  $2 \times 3$  и  $3 \times 2$ , норму, скалярное и векторное произведение трехмерных векторов;

- пользуясь символьным меню Symbolic или панелью инструментов транспонировать матрицы размера  $2 \times 2$  и  $3 \times 3$ , найти их определители и для матрицы  $2 \times 2$  найти обратную матрицу;

#### 5. Векторные и матричные функции:

- решить систему линейных алгебраических уравнений, матрица коэффициентов которой  $A$ , вектор свободных членов  $b$  матричным методом и с помощью встроенной функции; аналогично решить СЛАУ, заданную в таблице 1, сделать проверку;

- для заданных матриц и вектора применить встроенные функции, приведенные в теоретическом разделе.

### Варианты заданий

№	$A$	$C$	$b$	СЛАУ
1	$\begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 4 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} x - y + z - w = 3 \\ 2x + 4z - w = 2 \\ 7x + y + 6z = -1 \\ 6x + 5z + 2w = -1 \end{cases}$
2	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} 2x - y + 2w = 9 \\ x + 2y + 4z = 13 \\ 2x + y + 3z - w = 0 \\ 4x + 5y - z = 26 \end{cases}$

3	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 9 & 2 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 \\ 12 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} y + 2z - 4w = 12 \\ 3x - 2y + z + w = 3 \\ 4x + 3y - 2z = 11 \\ 5x + 4y - 3z - w = 1 \end{cases}$
4	$\begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & -1 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} 3x + y - 5z + w = 2 \\ -x - y + z - w = -1 \\ 5x + 3y - 2z + 2w = 4 \\ -x + 7y + 3w = -4 \end{cases}$
5	$\begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} -x + y - z + 2w = 3 \\ 4x + 2y - z + 3w = 1 \\ 5x + 3y - 2z - w = 4 \\ 3x + 2y - z - 4w = 3 \end{cases}$
6	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 1 & -3 & -2 \\ 2 & -1 & -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 4 & -6 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} 2y - 3z + 5w = -11 \\ x - 3y - 2z + w = 6 \\ -x + 5y + 3z - w = -7 \\ -x + 4y + 3z = -8 \end{cases}$
7	$\begin{pmatrix} 5 & -6 & 4 \\ 4 & -5 & 2 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} -3x + 2y - 5w = 7 \\ -2y - z + 3w = -1 \\ -x + y + z - 2w = 2 \\ 6x + 6y + 3z = -9 \end{cases}$
8	$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -8 & -3 \\ 2 & 4 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} 4x - 3y + z - 2w = 1 \\ x + y - z - 4w = 7 \\ 6x - y + z + 3w = 0 \\ 2x + 3y + z = -2 \end{cases}$
9	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} -2x + 3y - 2z + w = 0 \\ x + 5y + 2z - w = 2 \\ 3x + 7y + 9z + 2w = 4 \\ -x + 8y + 6z - w = 5 \end{cases}$
10	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 4 & 5 & 9 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -13 \\ -5 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} 3y - 5z + 4w = -2 \\ 2x + 4z - 3w = -1 \\ 7x + y + 6z + w = 1 \\ 6x + y - 5z - w = 3 \end{cases}$

11	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -5 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} x + 5y - 3w = -4 \\ x + 2y - 3z + w = 2 \\ -x + y + z - w = 7 \\ 4x - 2y + 3z + 2w = 3 \end{cases}$
12	$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = -7 \\ 2x - y - 2z + 2w = 5 \\ -2x + y + 3z - w = -9 \\ 4x - y - 2z - 6w = 9 \end{cases}$
13	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -3 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} -3x + 6z - 7w = -5 \\ 2x + y + 4z - w = -1 \\ -x + y - 3z + 4w = 0 \\ 3x + 2y - 2z + w = 1 \end{cases}$
14	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ -3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} x - 5y + z - 7w = 2 \\ 2x + 3y + 2z + w = 9 \\ x + 2y - 3z - w = 4 \\ 3x + 4y + z = 6 \end{cases}$
15	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 7 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 7 & 1 & 6 \\ 6 & 0 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ y + 3z + w = 15 \\ 4x + z + w = 11 \\ x + y + 5w = 23 \end{cases}$
16	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ 5 & 4 & -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 13 \\ 0 \\ 26 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} -7x - 5y - 2z - w = 8 \\ -3x + 2y + z + 2w = 3 \\ 2x - y - z - 2w = 1 \\ -x - y - 2w = 1 \end{cases}$
17	$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} 9x - 3y + 5z + 6w = 4 \\ 6x - 2y + 3z + 4w = 5 \\ 3x - y + 3z + w = -8 \\ 3x - y + 2z + 2w = -1 \end{cases}$
18	$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 \\ -1 & 5 & 3 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 6 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 \\ -7 \\ -8 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} 3x + 2y - 3z + 4w = 1 \\ 2x + 3y - 2z + 2w = 2 \\ 4x + 2y - 3z + 2w = 3 \\ 4y + z + 4w = 1 \end{cases}$



19	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} x + 2y + z - w = 4 \\ 7y + 3z + w = -5 \\ 4x - y + z + w = 1 \\ 3x + 2y + 5w = 9 \end{cases}$
20	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 9 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} x + y - z + w = 4 \\ 2x - y + 3z - 2w = 1 \\ x - z + 2w = 6 \\ 3x - y + z - w = 0 \end{cases}$

В процессе выполнения задания на математической панели (Math) необходимо использовать панели инструментов (палитры): - Calculator (Калькулятор) для вставки основных математических операций;

- Matrix (Матрица) для вставки векторов и матриц, их операторов;
- Symbolic (Символика) для вставки символьных операторов.

Для выполнения некоторых символьных расчетов может быть использовано меню символьных операций Symbolics, в разделе Matrix содержащее три функции: транспонирование (Transpose), обращение (Invert) и вычисление определителя матрицы (Determinant).

**Отчет** должен содержать: результаты вычислений с подробными комментариями по всем разделам задания, аналогично озаглавленными

### 3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3: ТРЕХМЕРНАЯ ГРАФИКА

#### 3.1. Цель работы

В системе MathCAD получение навыков в построении трехмерных графиков различными способами (поверхностей и кривых в пространстве), их форматирование.

**3.2. Задание к лабораторной работе**

Таблица 1

	<b>Уравнение</b>		<b>Уравнение</b>
	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ - эллипсоид	6	$z(x, y) = x \cdot y \exp\left(-\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b}\right)$
	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ - однополостной гиперболоид	17	$z(x, y) = x \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b}\right)$ $z(x, y) = y \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b}\right)$
	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$ - двуполостной гиперболоид	18	$z(x, y) = x \cdot y^2 \exp\left(-\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b}\right)$ $z(x, y) = x^2 \cdot y \exp\left(-\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b}\right)$
	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ - конус	19	$z(x, y) = x^2 \cdot y^2 \exp\left(-\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b}\right)$
	$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$ - эллиптический параболоид	20	$z(x, y) = x \cdot y^3 \exp\left(-\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b}\right)$ $z(x, y) = x^3 \cdot y \exp\left(-\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b}\right)$
	$\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$ - гиперболический параболоид	21	$z(x, y) = x^3 \cdot y^3 \exp\left(-\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b}\right)$

	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$ - эллиптический цилиндр	22	$z(x, y) = \sin\left(\frac{x \cdot y}{10}\right) e^{(-x^2 - y^2)}$
	$\frac{z^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ - гиперболический цилиндр	23	$z(x, y) = a \cdot x^2 - b \cdot y^2 \cdot (\sin y)^2$
	$z = \frac{x^2}{2p}$ - параболический цилиндр	24	$z(x, y) = \sqrt{y}(x^2 + 1)$
0	$z = \frac{y^2}{2q}$ - параболический цилиндр	25	$z(x, y) = \sin(x - y) \cos(x \cdot y)$
1	$z(x, y) = \sin(x^2 \pm y^2)$	26	$z(x, y) = x \cdot \cos(y) + y \cdot \cos(x)$
2	$z(x, y) = \cos(x \cdot y)$	27	$z(x, y) = x \cdot \sin(y) - y \cdot \sin(x)$
3	$z(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$	28	$z(x, y) = \sin(x \cdot y) \cos(x + y)$
4	$z(x, y) = \ln \frac{\cos y}{\cos x}$ - поверхность Шерка	29	$z(x, y) = \sin(x \pm y)$
5	$z(x, y) = \cos(x \pm y)$	30	$z(x, y) = \sin(x \cdot y)$

*Замечание.* Для вариантов 1- 8 следует выразить переменную  $z$  через  $x, y$  и на одних координатных осях (варианты 1-10) построить две поверхности.

### Задания

1. С помощью матрицы аппликат  $M$  построить поверхность второго порядка (варианты 1-10). Например, для  $x, y \in [-2, 2]$  и шага  $h = 0.2$  :

$$i := 0..20$$

$$j := 0..20$$

$$h := 0.2$$

$$x_i := -2 + i \cdot h \quad y_j := -2 + j \cdot h \quad M_{i,j} := z(x_i, y_j)$$

Номер варианта выбрать по последней цифре номера в журнале.

2. Построить поверхность с помощью встроенной функции CreateMesh, изобразить ее пятью различными способами (в виде линий уровня, с помощью столбиковых диаграмм и т.д.). Номер варианта выбрать: номер в журнале +10.

3. Построить поверхность вращения вокруг оси Ox и оси Oy графика функции из лабораторной работы №1 (таб.1). Интервал выбрать самостоятельно, исключая точки разрыва.

4. Построить поверхность, заданную параметрически (катеноид или геликоид).

5. Построить поверхность, заданную в виде вектора параметрических функций.

6. Построить линию в пространстве (спираль), заданную параметрически.

7. Построить многогранник.

## 4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4: СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

### 4.1. Цель работы

Знакомство с возможностями символьного процессора MathCAD; получение навыков в использовании компьютерных технологий символьных вычислений различными способами: с помощью меню и палитры символьных вычислений.

### 4.2. Задание к лабораторной работе

1. Упростить выражение

$$1) \left( \frac{a}{ab-b^2} + \frac{b}{a^2-ab} - \frac{2}{a-b} \right) \cdot \left( \frac{1}{ab} \right)^{-1}$$

$$2) \frac{(a^2 + b^2 - ab)(a^4 - b^4)}{(a^3 + b^3)(a^2 + b^2)(a - b)}$$

$$3) \left( a - \frac{4ab}{a+b} + b \right) \cdot \frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2}$$

$$4) \left( \frac{a^2 + 9}{a^2 - 6a + 9} \right) \cdot \left( 3 + a - \frac{18}{3-a} \right)^{-1} \cdot (a-3)$$

$$5) \left( \frac{a}{a+1} + \frac{2a}{a^2 - 1} \right) \cdot a^{-1} + \left( \frac{a}{a-1} - \frac{1}{a^2 - a} \right) \cdot a$$

$$6) \left( \frac{4}{a^2 - 4a} - \frac{4}{a^2 + 4a} \right) \cdot \frac{a^3 - 16a}{16}$$

$$7) \left( \frac{4a - 9a^{-1}}{2\sqrt{a} - 3(\sqrt{a})^{-1}} + \frac{a - 4 + 3a^{-1}}{\sqrt{a} - (\sqrt{a})^{-1}} \right)^2$$

$$8) \left( \frac{1}{a^2 - 3a + 2} + \frac{1}{a^2 - 5a + 6} + \frac{1}{a^2 - 4a + 3} \right) \cdot (a-3)$$

$$9) \left( \frac{1}{a + \sqrt{2}} - \frac{a^2 + 4}{a^3 + 2\sqrt{2}} \right) \left( \frac{a}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{a} \right)$$

$$10) \left( \frac{1}{(a+5)^2} - \frac{1}{(a-5)^2} \right) \cdot \frac{\sqrt{(a+5)^4 (a-5)^4}}{2a}$$

$$11) \left( \frac{b}{a^2 - ab} - \frac{b}{a^2 + ab} \right) \cdot \frac{a^2 - ab}{2b^2}$$

$$12) \left( \frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \sqrt{ab} \right) \cdot \left( \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b} \right)^2$$

$$13) \frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \cdot \left( \frac{1 - a}{\sqrt{ab}} + \sqrt{\frac{a}{b}} \right)^{-1}$$

$$14) \left( \frac{1 - a^{-2}}{\sqrt{a} - (\sqrt{a})^{-1}} - \frac{2}{\sqrt{a^3}} + \frac{a^{-2} - a}{\sqrt{a} - (\sqrt{a})^{-1}} \right) \cdot \left( \frac{\sqrt{a^3}}{-1} \right)$$

2. Раскрыть скобки, а затем полученное выражение разложить на множители.

- 1)  $(a - b)^4$
- 2)  $(a - b)^3(a + b)$
- 3)  $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- 4)  $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- 5)  $(a - b)^5$
- 6)  $(a + b)^6$
- 7)  $(a - 2ab)(a^2 + b^2)$
- 8)  $(a + b)^3(a - b)^2$
- 9)  $(a + b)(a - c)(c + b)^2$
- 10)  $(y + 1)^2(x + y)(x - 2)$
- 11)  $(b - c)^6$
- 12)  $(b^2 - a^2)(a^2 + b^2)$
- 13)  $(x^2 + y^2)(x - y)^3$

$$14) (2b + 3c)(b^2 - 5c)bc$$

3. Дифференцировать по переменной  $x$ , а затем по переменной  $y$ , полученные выражения проинтегрировать по тем же переменным.

$$1) xy(2x - 1) + 9x - 3y + 1$$

$$2) 3x^3 + 4xy^2 - 5xy + 6x - 7y - 9$$

$$3) \ln(5x + y^2) + 3x^5 y^3 - 2xy + 4y - 1$$

$$4) \sqrt{3x + 2y} - 7x^2 y + 4xy + 2x - 8y + 1$$

$$5) \sin(x + 9y) - 7x^4 y^3 + 3xy + 5x - 2y$$

$$6) \cos(2x - y) + 3x^3 y^2 - 8x^2 y + 4x - 9$$

$$7) \sqrt[3]{3xy} + x(4y - x^2) - 5xy + 7y + 2$$

$$8) \ln(x^3 - 5y) + \sqrt{x + y^2} - 3x^2 y + 6x - 7y + 1$$

$$9) \sin(x^2 + 3y) - \cos(y + xy) + 4x - 2y + 1$$

$$10) e^{xy} + 3\sqrt{x^2 - y^2} - xy^{-1/2} + 10x - 8y$$

$$11) 5\arcsin^4(x - y) + \ln(xy) - 5x^2 y^2 + 3y + 2x - 7$$

$$12) 2\arctg^3(y - x) - y \cdot e^{xy} + 4x^5 y - 9x + 5y - 2$$

$$13) \ln \sqrt{x + xy - y^2} + 9x^3 y^2 - 7x + 4$$

$$14) \arccos^3(xy) + \sqrt{x^2 + y^2} - 3x^5y + 2y - 8$$

4. Разложить выражение в ряд Тейлора.

$$1) \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$8) \sin^2 x$$

$$2) \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

$$9) \ln(2-3x+x^2)$$

$$3) \ln(1-x+x^2)$$

$$10) \exp(x^2)$$

$$4) xe^x$$

$$11) 2^x$$

$$5) \frac{1}{(1+x)^3}$$

$$12) \ln(x+5)$$

$$6) \operatorname{arctg}(x-1)$$

$$13) \exp(-2x)$$

$$7) \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$14) \sqrt{x+7}$$

5. Разложить выражение на элементарные дроби:

$$1) \frac{15x+6}{(2x+1)^2(x^2+2x+2)(x-3)}$$

$$2) \frac{x-1}{(x-5)^2(x^2+x+6)(x+4)}$$

$$3) \frac{x^2-2x+2}{(3x-1)^2(x^2+1)(x+4)}$$

$$4) \frac{x^3-2x^2+x}{(x-1)^2(x^2+x+5)(x-3)}$$

$$5) \frac{x^3+10x^2-x+1}{(x+2)^2(x^2+x+4)(x-5)}$$



$$6) \frac{x^2 - 2x + 3}{(x^3 + x)(x + 5)^2}$$

$$7) \frac{5x^2 - 7x + 5}{(x - 3)(3x^2 + 1)x^3}$$

$$8) \frac{x + 1}{(x^2 + 4x + 5)(2x + 1)^2(x - 2)}$$

$$9) \frac{5x - 3}{(x - 3)^2(4x + 5)(x^2 + 1)}$$

$$10) \frac{x^2 - x - 2}{(x^2 + 9)(x - 1)^2(x + 2)}$$

$$11) \frac{5}{(x^2 + 3)(x^2 - 1)}$$

$$12) \frac{x - 2}{(x^2 + x + 1)(x - 3)^2(x + 7)}$$

$$13) \frac{x^2 + 3x + 9}{(x^3 - 1)(x + 5)^2}$$

$$14) \frac{2x + 10}{(x - 7)^3(x^3 + 8)}$$

**Задание:** Выполнить символьные вычисления по всем указанным пунктам двумя способами: в командном режиме (с помощью меню **Symbolics**) и с помощью символьной палитры.

Командой **Evaluation Style** (Формат вычислений) указанного меню необходимо установить стиль вывода результатов символьных вычислений - **Horizontally** (горизонтально) и «Показывать комментарий».

Варианты заданий соответствуют номеру в списке группы.

## 5. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5: ПРОГРАММИРОВАНИЕ В СКМ

### 1.1. Цель работы

Знакомство с программированием в системе компьютерной математики MathCAD; получение навыков в реализации программных модулей различного уровня сложности.

### 1.2. Задание к лабораторной работе

**Задание 1** (Реализовать программно функцию знака (sign), построить график).

Создать программный модуль и построить графики функций:

Таблица 1

<p style="text-align: center;">1.</p> $f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x \leq -1 \\ x, & -1 < x \leq 1 \\ x^4, & x > 1 \end{cases}$	<p style="text-align: center;">8.</p> $f(x) = \begin{cases} 5^x, & x \leq 0 \\ \cos x, & 0 < x \leq \pi \\ -1, & x > \pi \end{cases}$
<p style="text-align: center;">2.</p> $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2 - x, & 0 < x \leq 1 \\ x^2 - \sin \pi x^2, & x > 1 \end{cases}$	<p style="text-align: center;">9.</p> $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \leq 0 \\ 1 - x, & 0 < x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$
<p style="text-align: center;">3.</p> $f(x) = \begin{cases} 7, & x \leq -7 \\ -x, & -7 < x \leq 0 \\ -x^2, & x > 0 \end{cases}$	<p style="text-align: center;">10.</p> $f(x) = \begin{cases} \arctg x, & x \leq 0 \\ \sin x, & 0 < x \leq 2\pi \\ (x - 2\pi)^2, & x > 2\pi \end{cases}$

4. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2}, & x \leq -1 \\ x^2, & -1 < x \leq 2 \\ 4, & x > 2 \end{cases}$	11. $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2}, & x \leq -1 \\ x, & -1 < x \leq 0 \\ \arctg x, & x > 0 \end{cases}$
5. $f(x) = \begin{cases}  x , & x \leq 1 \\ 1, & 1 < x \leq 2 \\ -2x + 5, & x > 2 \end{cases}$	12. $f(x) = \begin{cases} -3x - 6, & x \leq -2 \\ \sqrt{1 - (x+1)^2}, & -2 < x \leq 0 \\ e^x - 1, & x > 0 \end{cases}$
6. $f(x) = \begin{cases} (x+1)^3, & x \leq -1 \\ 1 - x^2, & -1 < x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$	13. $f(x) = \begin{cases} (x + \pi)^2 - 2, & x \leq -\pi \\ 2 \cos x, & -\pi < x \leq \pi \\ -\frac{2x}{\pi}, & x > \pi \end{cases}$
7. $f(x) = \begin{cases} (x+2)^2, & x \leq -2 \\ \sqrt{4 - x^2}, & -2 < x \leq 2 \\ \sqrt{x-2}, & x > 2 \end{cases}$	14. $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2, & x \leq -1 \\ 1 - x^4, & -1 < x \leq 1 \\ -\ln x, & x > 1 \end{cases}$

Создать программные модули, руководствуясь заданиями 2 и 3. Номер варианта соответствует № в журнале.

**Задание 2.** Одномерный массив  $\{B_i\}$  из  $k$  элементов (элементы массива – случайные целые числа в интервале от  $z^1$  до  $z^2$ ) выдать на экран в виде матрицы из  $n$  строк и  $m$  столбцов и выполнить для него задание из таблицы 2.

Таблица 2

№ варианта	k	z1	z2	n	m	Задание
1	80	-30	20	10	8	Найти разность между максимальным и минимальным элементами массива.
2	60	-30	70	10	6	Определить количество и сумму элементов массива, лежащих в интервале $[-5,15]$
3	64	-40	50	8	8	Определить сумму и количество отрицательных элементов массива.
4	90	-30	50	10	9	Определить максимальный элемент массива и его координаты.
5	72	-20	80	8	9	Определить минимальный элемент массива и его координаты.
6	70	-40	60	10	7	Определить количество и сумму элементов, меньших $-10$ и больших $30$ .
7	12 0	-20	70	15	8	Определить среднее арифметическое значение элементов массива.
8	56	-50	50	8	7	Определить количество и произведение элементов, лежащих в интервале $[-10,10]$
9	81	-10	80	9	9	Определить сумму положительных и произведение отрицательных элементов массива.
10	84	-20	50	12	7	Определить сумму отрицательных и количество положительных элементов массива.
11	60	-10	70	10	6	Определить номера отрицательных элементов массива.
12	64	-60	40	8	8	Найти сумму модулей отрицательных элементов
13	72	-40	60	9	8	Определить количество и сумму элементов, меньших $-20$ и больших $30$ .
14	90	-50	20	10	9	Определить номера положительных элементов массива.

15	64	-10	90	8	8	Найти норму вектора, координатами которого являются отрицательные элементы массива.
16	80	-10	60	10	8	Определить сумму квадратов отрицательных элементов.
17	84	-70	10	12	7	Найти среднее геометрическое положительных элементов массива.
18	70	-30	20	10	7	Найти норму вектора, координатами которого являются положительные элементы массива.
19	56	-50	10	7	8	Определить сумму квадратов положительных элементов.
20	81	-60	30	9	9	Определить количество нулевых и сумму положительных элементов массива.

### **Задание 3**

Наиболее рациональным методом сформировать двумерный массив  $\{A_{ij}\}$  из  $n$  строк и  $m$  столбцов, если элементы массива выражаются формулой, приведенной в таблице.

Для данного массива выполнить задание, указанное в таблице 3, выдать в качестве выходных данных исходную и преобразованную матрицы.

Таблица 3

№ варианта	n	m	Формула	Задание
1	8	8	$a_{ij} = \frac{\sin(i)}{\ln(2i + j)}$	Определить сумму элементов каждой строки матрицы. Поменять местами первый и последний столбцы матрицы.
2	9	9	$a_{ij} = \frac{i^2}{tg(i + j)}$	Определить минимальные элементы каждого столбца и их координаты. Минимальные элементы каждого столбца поменять местами с элементами главной диагонали.

3	7	7	$a_{ij} = \frac{\sin(i)}{\sqrt{j+1}}$	Определить максимальные элементы каждой строки и их координаты. Максимальные элементы каждой строки поменять местами с элементами главной диагонали.
4	12	6	$a_{ij} = \frac{\ln(i)}{\cos(i+j)}$	Определить сумму элементов каждой четной строки. Поменять местами вторую и последнюю строки матрицы.
5	8	8	$a_{ij} = \frac{\sin(j)}{\ln(i+2j)}$	Определить количество и сумму отрицательных элементов главной диагонали. Поменять местами второй и последний столбцы матрицы.
6	7	7	$a_{ij} = \frac{\sin(i)+2}{\ln(3i+j)}$	Определить максимальный элемент главной диагонали и его координаты. Поменять его местами с последним элементом матрицы.
7	9	9	$a_{ij} = \frac{\cos(i)}{\sqrt{i+j}}$	Определить количество и сумму отрицательных и положительных элементов главной диагонали. Поменять местами первую и последнюю строки матрицы.
8	12	9	$a_{ij} = \frac{\ln(2i+j)}{\cos(j)}$	Определить сумму максимальных элементов нечетных столбцов. Поменять местами первый и последний элементы матрицы.
9	15	6	$a_{ij} = \frac{\operatorname{tg}(i)}{\ln(i+2j)}$	Определить в 4-м столбце максимальный элемент и его координаты. Поменять местами первый и 4-ый столбцы матрицы.
10	14	8	$a_{ij} = \frac{5\sin(i+j)}{\ln(2i+j)}$	Определить максимальные элементы каждого столбца и их координаты. Поменять местами первый и максимальный элементы столбцов матрицы.
11	12	7	$a_{ij} = \frac{4\sin(i-j)}{\ln(2i+3j)}$	Определить сумму положительных элементов каждого столбца. Поменять местами первый и предпоследний столбцы матрицы.

12	10	7	$a_{ij} = \frac{\sqrt{i+j}}{\sin(2i+j)}$	Определить среднее арифметическое каждой строки матрицы. Результат поместить на место последнего столбца.
13	14	8	$a_{ij} = \frac{j^2 \sin(i^2+j)}{\ln(2i+j)}$	Определить максимальные элементы строк матрицы и найти их среднее арифметическое. Поменять местами первую и предпоследнюю строки матрицы.
14	12	8	$a_{ij} = \frac{1+\sin(i-j)}{\ln(i+2j)}$	Определить сумму минимальных элементов нечетных строк. В первой строке матрицы поменять местами первый и последний элемент.
15	14	7	$a_{ij} = \frac{\cos(j-i)}{\ln(2 \cdot i+j)}$	Определить количество и сумму положительных элементов нечетных строк. Поменять местами первый и второй столбцы матрицы.
16	8	8	$a_{ij} = \frac{2+\sin(i)}{\cos(2i+j)}$	Определить количество и произведение положительных элементов главной диагонали. Поменять местами первый и последний элементы побочной диагонали матрицы.
17	9	9	$a_{ij} = \frac{5i+\sin(i-j)}{\ln(i+j)}$	Определить величину и координаты максимального и минимального элементов главной диагонали. Поменять их местами.
18	7	7	$a_{ij} = \frac{3\cos(i)}{\ln(2i+j)-1}$	Определить количество и координаты отрицательных элементов главной диагонали. Поменять местами первый и пятый столбцы матрицы.
19	8	8	$a_{ij} = \frac{7\sin^3(i)}{\ln(i+j)}$	Определить минимальные элементы столбцов матрицы и найти их среднее арифметическое. Поменять местами первый и третий столбцы матрицы.

20	9	9	$a_{ij} = \frac{5 \cos^2(j)}{\ln(2i + j)}$	Определить среднее арифметическое каждого столбца матрицы. Результат поместить на место первой строки.
----	---	---	--	--

## 6. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6: РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ

### 1.1. Цель работы

Получить навыки в использовании компьютерных технологий решения алгебраических и трансцендентных уравнений и систем различными способами; научиться визуализировать полученные результаты.

### 1.2. Задание к лабораторной работе

- С помощью встроенных функций решить уравнение вида  $f(x)=0$  из табл.1. Построить график функции  $y=f(x)$ .

Таблица 1

	Уравнение		Уравнение
1.	$3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0$	12.	$x - \sin x = 0,35$
2.	$0,5^x + 1 = (x - 2)^2$	13.	$\sqrt{x} - \cos(0,374 + x) = 0$
3.	$(x - 4)^2 \log_{0,5}(x - 3) = -1$	14.	$\sin(0,5 + x) = 2x - 0,5$
4.	$x^2 \cos(2x) = -1$	15.	$\ln x + (x + 1)^3 = 0$
5.	$(x - 2)^2 2^x = 1$	16.	$3x - 2e^x = 1$
6.	$\left((x - 2)^2 - 1\right) 2^x = 1$	17.	$2 \sin(x - 0.6) = 1,5 - x$
7.	$(x - 2) \cos x = 1, -2\pi \leq x \leq 2\pi$	18.	$5x - 8 \ln x = 8$
8.	$(x - 2)^3 \lg(x + 11) = 1$	19.	$x = \sqrt{\lg(x + 2)}$
9.	$5 \sin x = x - 1$	20.	$1,8x^2 - \sin 10x = 0$
10.	$x^4 \cdot 3^x = 2$	21.	$\operatorname{ctg}(1,05 + x) - x^2 = 0$
11.	$2 \lg x - \frac{x}{3} + 1 = 0$	22.	$\operatorname{ctg} x - \frac{x}{5} = 1$



	Уравнение		Уравнение
23.	$2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0,5x^2 - 1$	32.	$\lg x - \frac{7}{2x+6} = 0$
24.	$2x^2 - 0,5^x - 3 = 0$	33.	$x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$
25.	$\cos(x + 0,5) = x^3$	34.	$0,5x + \lg(x - 1) = 0,5$
26.	$2e^x = 5x + 2$	35.	$\sin 0,5x + 1 = x^2$
27.	$\sin(x - 0,5) - x + 0,8 = 0$	36.	$2x + \lg x = -0,5$
28.	$\operatorname{tg}^3 x = x - 1, -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$	37.	$(x - 2)^2 = \frac{1}{2}e^x$
29.	$\operatorname{arctg}(x - 1) + 2x = 0$	38.	$x = \sqrt{\lg(x + 2)} + 6$
30.	$2 \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + x^2 = 4x - 3$	39.	$\sqrt{x+1} = \frac{1}{x}$
31.	$x^2 - 5 + 0,4^{2x} = 0$	40.	$x^2 + 4 \sin x = 0$

2. С помощью вычислительного блока Given ....Maximize (Minimize) найти экстремумы функции.
3. Используя вычислительный блок Given ....Find, решить СЛАУ из табл.2, двумя способами (в развернутом и матричном виде).

Таблица 2

Задание	Задание
$\begin{cases} 0,21x_1 - 0,45x_2 - 0,20x_3 = 1,97 \\ 0,30x_1 + 0,25x_2 + 0,43x_3 = 0,32 \\ 0,60x_1 - 0,35x_2 - 0,25x_3 = 1,83 \end{cases}$	$\begin{cases} 14,38x_1 - 2,41x_2 + 1,39x_3 = 5,86 \\ 1,84x_1 + 25,36x_2 - 3,31x_3 = -2,28 \\ 2,46x_1 - 3,49x_2 + 16,37x_3 = 4,47 \end{cases}$
$\begin{cases} 1,53x_1 - 1,65x_2 - 0,76x_3 = 2,18 \\ 0,86x_1 + 1,17x_2 + 1,84x_3 = 1,95 \\ 0,32x_1 - 0,65x_2 + 1,11x_3 = -0,47 \end{cases}$	$\begin{cases} 2,34x_1 - 4,21x_2 - 11,61x_3 = 14,41 \\ 8,04x_1 + 5,22x_2 + 0,27x_3 = -6,44 \\ 3,92x_1 - 7,99x_2 + 8,37x_3 = 55,56 \end{cases}$

Задание	Задание
$\begin{cases} 0,45x_1 - 0,94x_2 - 0,15x_3 = -0,15 \\ -0,01x_1 + 0,34x_2 + 0,06x_3 = 0,31 \\ -0,35x_1 + 0,05x_2 + 0,65x_3 = 0,37 \end{cases}$	$\begin{cases} 1,02x_1 - 0,73x_2 - 9,11x_3 = -1,25 \\ 6,25x_1 + 2,32x_2 + 7,62x_3 = 2,33 \\ 1,13x_1 - 8,88x_2 + 4,64x_3 = -3,75 \end{cases}$
$\begin{cases} 0,63x_1 + 0,05x_2 + 0,15x_3 = 0,34 \\ 0,15x_1 + 0,10x_2 + 0,71x_3 = 0,42 \\ 0,03x_1 + 0,34x_2 + 0,10x_3 = 0,32 \end{cases}$	$\begin{cases} 0,62x_1 + 0,92x_2 + 0,03x_3 = -0,82 \\ 0,99x_1 + 0,01x_2 + 0,07x_3 = 0,66 \\ 1,01x_1 - 0,02x_2 + 0,99x_3 = -0,98 \end{cases}$
$\begin{cases} -0,20x_1 + 1,60x_2 - 0,10x_3 = 0,30 \\ -0,30x_1 + 0,10x_2 - 1,50x_3 = 0,40 \\ 1,20x_1 - 0,20x_2 + 0,30x_3 = -0,60 \end{cases}$	$\begin{cases} 0,10x_1 - 0,07x_2 - 0,96x_3 = -2,04 \\ 0,04x_1 - 0,99x_2 - 0,85x_3 = -3,73 \\ 0,91x_1 + 1,04x_2 + 0,19x_3 = -1,67 \end{cases}$
$\begin{cases} 0,30x_1 + 1,20x_2 - 0,20x_3 = -0,60 \\ -0,10x_1 - 0,20x_2 + 1,60x_3 = 0,30 \\ 0,50x_1 + 0,34x_2 + 0,10x_3 = 0,32 \end{cases}$	$\begin{cases} 0,62x_1 + 0,84x_2 + 0,77x_3 = -8,18 \\ 0,03x_1 - 1,11x_2 - 1,08x_3 = 0,08 \\ 0,97x_1 + 0,02x_2 - 1,08x_3 = 0,06 \end{cases}$
$\begin{cases} 0,20x_1 + 0,44x_2 + 0,81x_3 = 0,74 \\ 0,58x_1 + 0,29x_2 + 0,05x_3 = 0,02 \\ 0,05x_1 + 0,34x_2 + 0,10x_3 = 0,32 \end{cases}$	$\begin{cases} 0,63x_1 - 0,37x_2 + 1,76x_3 = -9,29 \\ 0,90x_1 + 0,99x_2 + 0,05x_3 = 0,12 \\ 0,13x_1 - 0,95x_2 + 0,69x_3 = 0,69 \end{cases}$
$\begin{cases} 6,34x_1 + 11,75x_2 + 10x_3 = -41,40 \\ 7,42x_1 - 19,03x_2 + 11,75x_3 = -49,49 \\ 5,57x_1 + 7,48x_2 + 6,36x_3 = -27,67 \end{cases}$	$\begin{cases} 0,98x_1 + 0,88x_2 - 0,24x_3 = 1,36 \\ 0,16x_1 - 0,44x_2 - 0,88x_3 = -1,27 \\ 9,74x_1 - 10x_2 + 1,74x_3 = -5,31 \end{cases}$
$\begin{cases} 0,13x_1 - 0,14x_2 - 2,00x_3 = 0,15 \\ 0,75x_1 + 0,18x_2 + 0,77x_3 = 0,11 \\ 0,28x_1 - 0,17x_2 + 0,39x_3 = 0,12 \end{cases}$	$\begin{cases} 0,21x_1 - 0,94x_2 - 0,94x_3 = -0,25 \\ 0,98x_1 - 0,19x_2 + 0,93x_3 = 0,23 \\ 0,87x_1 + 0,56x_2 - 0,14x_3 = 0,33 \end{cases}$
$\begin{cases} 56,43x_1 - 8,54x_2 + 6,36x_3 = 9,76 \\ 4,34x_1 + 49,87x_2 + 9,18x_3 = 43,48 \\ 6,75x_1 - 8,93x_2 + 48,88x_3 = 56,92 \end{cases}$	$\begin{cases} 3,43x_1 + 4,07x_2 - 1,06x_3 = 46,08 \\ 74,4x_1 + 1,84x_2 - 1,85x_3 = -26,5 \\ 3,34x_1 + 94,3x_2 + 1,02x_3 = 92,3 \end{cases}$

Задание	Задание
$\begin{cases} 0,66x_1 + 0,44x_2 + 0,22x_3 = -0,58 \\ 1,54x_1 + 0,74x_2 + 1,54x_3 = -0,32 \\ 1,42x_1 + 1,42x_2 + 0,86x_3 = 0,83 \end{cases}$	$\begin{cases} 0,72x_1 + 3,54x_2 + 7,28x_3 = 0,33 \\ -0,28x_1 - 0,72x_2 + 3,04x_3 = 0,22 \\ 1,00x_1 + 0,35x_2 - 0,78x_3 = 1,12 \end{cases}$
$\begin{cases} 0,78x_1 - 0,02x_2 - 0,12x_3 = 0,56 \\ 0,02x_1 - 0,86x_2 + 0,04x_3 = 0,77 \\ 0,12x_1 + 0,44x_2 - 0,72x_3 = 1,01 \end{cases}$	$\begin{cases} 0,34x_1 + 0,71x_2 + 0,63x_3 = 2,08 \\ 0,71x_1 - 0,65x_2 - 0,17x_3 = 0,18 \\ 1,18x_1 - 2,35x_2 + 0,75x_3 = 1,28 \end{cases}$
$\begin{cases} -3x_1 + 0,5x_2 + 0,5x_3 = -56,5 \\ 0,5x_1 - 6x_2 + 0,5x_3 = -100 \\ 6,5x_1 + 0,6x_2 - 3x_3 = -210 \end{cases}$	$\begin{cases} 0,21x_1 - 0,18x_2 + 0,75x_3 = 0,11 \\ 0,13x_1 + 0,75x_2 - 0,11x_3 = 2,01 \\ 3,01x_1 - 0,33x_2 + 0,11x_3 = 0,13 \end{cases}$
$\begin{cases} 0,92x_1 - 0,83x_2 + 0,62x_3 = 2,15 \\ 0,24x_1 - 0,54x_2 + 0,43x_3 = 0,62 \\ 0,73x_1 - 0,81x_2 - 0,67x_3 = 0,88 \end{cases}$	$\begin{cases} 3,75x_1 - 0,28x_2 + 0,17x_3 = 0,75 \\ 2,11x_1 - 0,11x_2 - 0,12x_3 = 1,11 \\ 0,22x_1 - 3,17x_2 + 1,81x_3 = 0,05 \end{cases}$
$\begin{cases} 1,02x_1 + 0,72x_2 - 0,65x_3 = 1,27 \\ 0,74x_1 - 1,24x_2 - 1,73x_3 = 0,77 \\ 1,78x_1 + 2,32x_2 + 0,74x_3 = 1,16 \end{cases}$	$\begin{cases} 3,14x_1 - 2,12x_2 + 1,17x_3 = 1,27 \\ -2,12x_1 + 1,32x_2 - 2,45x_3 = 2,13 \\ 1,17x_1 - 2,45x_2 + 1,18x_3 = 3,14 \end{cases}$
$\begin{cases} 4,03x_1 + 2,71x_2 - 2,32x_3 = -1,60 \\ -2,45x_1 + 5,28x_2 - 0,36x_3 = 5,36 \\ 1,42x_1 + 2,91x_2 + 12,37x_3 = 5,75 \end{cases}$	$\begin{cases} 1,65x_1 - 2,27x_2 + 0,18x_3 = 2,25 \\ -2,27x_1 + 1,73x_2 - 0,46x_3 = 0,93 \\ 0,18x_1 - 0,46x_2 + 2,16x_3 = 1,33 \end{cases}$
$\begin{cases} -3,45x_1 - 1,25x_2 + 0,38x_3 = 5,01 \\ 2,15x_1 + 7,24x_2 - 0,39x_3 = 3,56 \\ 8,61x_1 + 12,94x_2 + 22,92x_3 = -4,72 \end{cases}$	$\begin{cases} 2,45x_1 + 1,75x_2 - 3,24x_3 = 1,23 \\ 1,75x_1 - 1,16x_2 + 2,18x_3 = 3,43 \\ -3,24x_1 + 2,18x_2 - 1,85x_3 = -0,16 \end{cases}$
$\begin{cases} -5,24x_1 + 2,66x_2 - 2,39x_3 = 9,11 \\ 2,47x_1 + 8,20x_2 + 2,31x_3 = 7,76 \\ 5,45x_1 - 6,27x_2 + 9x_3 = -9,37 \end{cases}$	$\begin{cases} 3,23x_1 + 1,62x_2 + 0,65x_3 = 1,28 \\ 1,62x_1 - 2,33x_2 - 1,43x_3 = 0,87 \\ 0,65x_1 - 1,43x_2 + 2,18x_3 = -2,87 \end{cases}$

Задание	Задание
$\begin{cases} -3,3x_1 + 2,1x_2 - 4,3x_3 = -0,21 \\ 4x_1 - 3,2x_2 + 5x_3 = 6 \\ 2x_1 + 1,23x_2 + 3,5x_3 = -1,2 \end{cases}$	$\begin{cases} 5,4x_1 - 2,46x_2 + 3,9x_3 = 5,51 \\ 2,57x_1 + 6,28x_2 - 1,3x_3 = 4,45 \\ 2,71x_1 - 0,76x_2 + 1,59x_3 = -3,57 \end{cases}$
$\begin{cases} 7,6x_1 + 5,8x_2 + 4,7x_3 = 10,01 \\ 3,8x_1 + 4,1x_2 + 2,7x_3 = 9,7 \\ 2,9x_1 + 2,1x_2 + 3,89x_3 = 7,37 \end{cases}$	$\begin{cases} 0,9x_1 + 2,7x_2 - 3,9x_3 = 2,41 \\ 2,51x_1 + 5,86x_2 - 0,5x_3 = 3,96 \\ 4,45x_1 - 2,57x_2 + 3,9x_3 = -1,28 \end{cases}$

4. Используя вычислительный блок, решить систему нелинейных уравнений из табл. 3. Визуализировать решение.

Таблица 3

	Задание		Задание
1.	$\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1,2 \\ 2x + \cos y = 2 \end{cases}$	14.	$\begin{cases} \sin x + 2y = 2 \\ \cos(y-1) + x = 0,7 \end{cases}$
2.	$\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0,5 \\ x + \cos y = 3 \end{cases}$	15.	$\begin{cases} \cos x + y = 1,5 \\ 2x - \sin(y-0,5) = 1 \end{cases}$
3.	$\begin{cases} \cos(y+0,5) + x = 0,8 \\ \sin x - 2y = 1,6 \end{cases}$	16.	$\begin{cases} \sin(x+0,5) - y = 1,2 \\ x + \cos(y-2) = 0 \end{cases}$
4.	$\begin{cases} \sin(y-1) + x = 1,3 \\ y + \sin(x+1) = 0,8 \end{cases}$	17.	$\begin{cases} \sin(y+1) - x = 1,2 \\ 2y + \cos x = 2 \end{cases}$
5.	$\begin{cases} 2x - \cos(y+1) = 0 \\ y + \sin x = -0,4 \end{cases}$	18.	$\begin{cases} \cos(x+0,5) + y = 1 \\ \sin y - 2x = 2 \end{cases}$
6.	$\begin{cases} \cos(y+0,5) - x = 2 \\ \sin x - 2y = 1 \end{cases}$	19.	$\begin{cases} \cos(y-1) + x = 0,5 \\ y + \cos x = 3 \end{cases}$
7.	$\begin{cases} \sin(x+0,5) - y = 1 \\ x + \cos(y-2) = 0 \end{cases}$	20.	$\begin{cases} \sin(x-1) + y = 1,5 \\ x - \sin(y+1) = 1 \end{cases}$

	Задание		Задание
8.	$\begin{cases} \sin(y+2) - x = 1,5 \\ y + \cos(x-2) = 0,5 \end{cases}$	21.	$\begin{cases} \sin y + 2x = 2 \\ y + \cos(x-1) = 0,7 \end{cases}$
9.	$\begin{cases} \cos(x+0,5) + y = 0,8 \\ \sin y - 2x = 1,6 \end{cases}$	22.	$\begin{cases} \sin(y+1) - x = 1 \\ 2y + \cos x = 2 \end{cases}$
10.	$\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1 \\ 2x + \cos y = 2 \end{cases}$	23.	$\begin{cases} \cos y + x = 1,5 \\ 2y + \sin(x-0,5) = 1 \end{cases}$
11.	$\begin{cases} \sin(x-1) = 1,3 - y \\ x - \sin(y+1) = 0,8 \end{cases}$	24.	$\begin{cases} \cos(y-1) + x = 0,8 \\ y - \cos x = 2 \end{cases}$
12.	$\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0,8 \\ x - \cos y = 2 \end{cases}$	25.	$\begin{cases} \cos(y-1) + x = 0,9 \\ y - \cos x = 2 \end{cases}$
13.	$\begin{cases} 2y - \cos(x+1) = 0 \\ x + \sin y = -0,4 \end{cases}$	26.	$\begin{cases} \sin(x+0,6) - y = 0,5 \\ \cos(x-2) + y = 0 \end{cases}$
27.	$\begin{cases} \sin x + 2y = 1,6 \\ x + \cos(y-1) = 1 \end{cases}$	34.	$\begin{cases} \cos(x-1) + y = 1 \\ 2x + \sin y = 1,6 \end{cases}$
28.	$\begin{cases} \cos(x+0,5) - y = 2 \\ \sin y - 2x = 1 \end{cases}$	35.	$\begin{cases} \cos(x-1) + \ln y = 0,5 \\ 3x - \cos y = 3 \end{cases}$
29.	$\begin{cases} \cos x + y = 1,2 \\ 2x - \sin(y-0,5) = 2 \end{cases}$	36.	$\begin{cases} \cos(x+1,8) + 2y = 0,5 \\ \ln x + \cos y = 0,3 \end{cases}$
30.	$\begin{cases} \sin(x+2) - y = 1,5 \\ x + \cos(y-2) = 0,5 \end{cases}$	37.	$\begin{cases} \operatorname{tg}(x-1) + 3y = 0,5 \\ 4x - \cos y = 0,6 \end{cases}$
31.	$\begin{cases} \cos(x-1) + 2y = 2,5 \\ x - \cos y = 3 \end{cases}$	38.	$\begin{cases} \cos x + \log_3 y = 1,5 \\ xy + \cos y = 3 \end{cases}$
32.	$\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0,5 \\ x + \sin y \cdot \cos y = 0,4 \end{cases}$	39.	$\begin{cases} 2 \cos(x-1) - y = 0,5 \\ -5x + \cos y = 0,7 \end{cases}$
33.	$\begin{cases} \cos(2x-1) + 4y = 0,5 \\ xy + \cos y = 3 \end{cases}$	40.	$\begin{cases} \cos(x+5) - xy = 2,5 \\ \ln x + y^2 = 3 \end{cases}$

*Функции третьей степени*

1)  $y = x^3 + 4x^2 - 3x - 5$

2)  $y = x^3 + 5x^2 - 7x + 4$

3)  $y = 3x^3 + 8x^2 - 2x + 3$

4)  $y = 2x^3 - 9x^2 + 4x - 7$

5)  $y = 2x^3 - 7x^2 + 3x - 9$

6)  $y = 3x^3 - 8x^2 + 2x - 5$

7)  $y = -3x^3 - 6x^2 + 2x + 4$

8)  $y = -2x^3 - 5x^2 + x + 3$

9)  $y = -x^3 - 4x^2 + 3x + 2$

10)  $y = -x^3 - 3x^2 + 2x - 1$

11)  $y = -3x^3 + 5x^2 + x - 2$

12)  $y = -2x^3 + 7x^2 + 3x - 1$