



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Прикладная математика»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ к проведению практических занятий

«Сборник контрольных работ по математике для бакалавров»

Автор

Азарова Л.В., Белушкина Г.В., Мул А.П., Рябых
В.Г., Рябых Г.Ю., Фролова Н.В.

Ростов-на-Дону, 2014



Аннотация

Методические указания предназначены для студентов очной и заочной форм обучения всех специальностей.

Автор

Азарова Л.В.,

Белушкина Г.В.,

Мул А.П., ст. преподаватель

Рябых В.Г., к.ф.-м.н., доцент

Рябых Г.Ю., к.ф.-м.н., профессор

Фролова Н.В., ст. преподаватель



КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1**Вариант №1**

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -2 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

вычислить матричный многочлен $A^2 - BA + 3A$.

2. а)
$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 5 \\ 4x - y + 10z = 11. \\ 5x + 3y - 5z = 9 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ x + 2y - 3z = 1. \\ 5x + y - 6z = 5 \end{cases}$$

3. Разложить вектор $\vec{c} = (9; 4)$ по векторам \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a} = (1; 2)$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$.

4. Найти вектор \vec{d} , зная, что $\vec{d} \perp \vec{a}$, $\vec{d} \perp \vec{b}$, где $\vec{a} = (2; 3; -1)$, $\vec{b} = (1; -2; 3)$ и $\vec{d} \cdot (2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = -6$.

5. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q}$ и $\vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}$, где $|\vec{p}| = 4$, $|\vec{q}| = 1$, $(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{4}$.

Вариант №2

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ и

$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & -2 & -4 \end{pmatrix}$ вычислить матричный многочлен $A^2 - 2BA + A$.

$$2.a) \begin{cases} x - 3z + 4t = -4 \\ 2x + y + 10z - 15t = 10 \\ 2y + 3z - 6t = 7 \\ 3x + 4y - z + 2t = 4 \end{cases} .$$

$$б) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 - x_5 = 2 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 - 2x_5 = -1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 2 \end{cases} .$$

3. Радиус-вектор точки M составляет с осью Ox угол 45° , с осью Oy - 60° . Его длина $|\vec{r}| = 6$. Найти координаты точки M , зная, что третья координата отрицательная.

4. Найти единичный вектор, перпендикулярный векторам $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = (1; 1; 2)$.

5. Найти площадь треугольника ABC , в котором $A(2; 1; 0)$, $B(-2; 4; 1)$, $C(-3; -8; 4)$.

Вариант №3

$$1. \text{Для матриц } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ -3 & 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ вы-}$$

числить матричный многочлен $2A^2 + BA + 3A$.

$$2.a) \begin{cases} 2x - y + 5t = 6 \\ 3x + 2y - z = 3 \\ -x + 2y + 4z + t = 10 \\ -y - z + 3t = 0 \end{cases} .$$

$$б) \begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y - 3z = 3 \\ -x - 2y + 3z = 0 \end{cases} .$$



Сборник контрольных работ по математике

3. Проверить, что четыре точки $A(3; -1; 2)$, $B(1; 2; -1)$, $C(-1; 1; -3)$ и $D(3; -5; 3)$ служат вершинами трапеции.

4. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$. Найти вектор \vec{x} , если $\vec{x}\vec{a} = -5$, $\vec{x}\vec{b} = -11$, $\vec{x}\vec{c} = 20$.

5. В треугольнике с вершинами $A(4; -14; 8)$, $B(2; -18; 12)$, $C(12; -8; 12)$ найти длину высоты, опущенной из вершины C на сторону AB .

Вариант №4

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & -3 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ и

$B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ 5 & -4 & 1 \end{pmatrix}$ вычислить матричный многочлен

$$B^2 - BA + 4A.$$

$$2.a) \begin{cases} 4x + 4y - 5z = -2 \\ 3x + 2y + z = 7 \\ x - y + 10z = 20 \end{cases}.$$

$$б) \begin{cases} x + 3y - z = 4 \\ x + 2y + z = 1 \\ x + 4y - 3z = 7 \end{cases}.$$

3. Зная одну из вершин треугольника $A(1; -6; 3)$ и векторы, совпадающие с двумя сторонами $\vec{AB} = 3\vec{j} + 5\vec{k}$ и $\vec{BC} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, найти остальные вершины и вектор \vec{CA} .

4. Найти вектор \vec{m} , зная, что $\vec{m} \perp \vec{c}$, $\vec{m}\vec{a} = 4$, $\vec{m}\vec{b} = 35$, где $\vec{a} = (3; -2; 4)$, $\vec{b} = (5; 1; 6)$, $\vec{c} = (-3; 0; 2)$.



Сборник контрольных работ по математике

5.3.зная две стороны $\overline{AB} = (-3; -2; 6)$, $\overline{BC} = (-2; 4; 4)$ треугольника ABC , вычислить длину высоты AD .

Вариант №5

1.Для матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ и

$B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 5 & -5 & 0 \end{pmatrix}$ вычислить матричный многочлен

$$A^2 + BA + 3B.$$

2.a)
$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z + 5t = 3 \\ -y - t = -1 \\ x - 3z + 8t = -1 \\ x + 2y - 4z + 3t = 0 \end{cases}.$$

б)
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ x + 2y - 3z = 1 \\ 5x + y - 6z = 5 \\ 3x - y - 2z = 3 \end{cases}.$$

3.Радиус-вектор точки M составляет с осью Oy угол 60° , а с осью Oz угол 45° ; его длина $|\vec{r}| = 8$. Найти координаты точки M , если ее абсцисса отрицательная.

4.Показать, что четырехугольник с вершинами $A(-5; 3; 4)$, $B(-1; -7; 5)$, $C(6; -5; -3)$ и $D(2; 5; -4)$ есть квадрат.

5.Найти площадь треугольника с вершинами $A(1; -2; 3)$, $B(0; -1; 2)$, $C(3; 4; 5)$.



Вариант №6

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 \\ -2 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

вычислить матричный многочлен $A^2 - BA + 4B$.

2. а)
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 4 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x - 3y + 2z = 2 \\ x + y - 5z = 7 \\ 3x - y - 8z = 16 \end{cases}$$

3. Даны радиус-векторы вершин треугольника ABC : $\vec{r}_A = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{r}_B = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{r}_C = \vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$. Показать, что треугольник ABC равносторонний.

4. Найти вектор \vec{d} , коллинеарный вектору $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ и удовлетворяющий условию $\vec{b} \cdot \vec{a} = 28$.

5. Даны вершины треугольника $A(1; -1; 2)$, $B(5; -6; 2)$, $C(1; 3; -1)$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону AC .

Вариант №7

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & -7 & 2 \end{pmatrix}$ и

$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ вычислить матричный многочлен $B^2 - BA + 3A$.

$$2.a) \begin{cases} 7x - 2y + 4z = 13 \\ 2x + 2y - z = 2 \\ 3x - y + z = 0 \end{cases} .$$

$$б) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 - x_5 = 2 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 - 2x_5 = -1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 2 \end{cases} .$$

3. Три силы $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ приложены к одной точке, имеют взаимно перпендикулярные направления. Найти величину их равнодействующей \vec{F} , если известны величины сил: $|\vec{F}_1| = 2, |\vec{F}_2| = 10, |\vec{F}_3| = 11$.

4. Векторы $\vec{AB} = 2\vec{a} - 6\vec{b}, \vec{BC} = \vec{a} + 7\vec{b}, \vec{CA} = -3\vec{a} - \vec{b}$ образуют треугольник ABC ; векторы \vec{a} и \vec{b} - взаимно перпендикулярные орты. Найти углы треугольника ABC .

5. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$ и $\vec{b} = 5\vec{j} - 7\vec{k}$.

Вариант №8

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ и

$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -4 & 0 & 2 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$ вычислить матричный многочлен $A^2 + 3BA + 2B$.

$$2.a) \begin{cases} 2x - y + 5t = 6 \\ 3x + 2y - z = 3 \\ -x + 2y + 4z + t = 10 \\ -y - z + 3t = 0 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 2x + y - 3z = 5 \\ x - y + 2z - 2t = -4 \\ 2y - z - t = 3 \end{cases}$$

3. Три вектора \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} попарно перпендикулярны, а длины их соответственно равны 2, 3 и 6. Найти длину суммы S этих векторов и направляющие косинусы вектора \vec{S} .

4. Найти вектор \vec{x} , зная, что он перпендикулярен к оси Oz и удовлетворяющие условиям $\vec{x} \cdot \vec{a} = 9$, $\vec{x} \cdot \vec{b} = -4$, где $\vec{a} = (3; -1; 5)$, $\vec{b} = (1; 2; -3)$.

5. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 3\vec{p} + 2\vec{q}$ и $\vec{b} = 2\vec{p} - \vec{q}$, где $|\vec{p}| = 4$, $|\vec{q}| = 3$, $(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{3}{4}\pi$.

Вариант №9

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -5 \end{pmatrix}$ и

$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 6 & -2 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ вычислить матричный многочлен $A^2 - BA + 3A$.

Сборник контрольных работ по математике

$$2.a) \begin{cases} 2x + 3y - 4z + 5t = 3 \\ -y - t = -1 \\ x - 3z + 8t = -1 \\ x + 2y - 4z + 3t = 0 \end{cases} .$$

$$б) \begin{cases} x - 2y - z = 2 \\ -2x + 4y + 2z = -4 \end{cases} .$$

3. Найти вектор \bar{x} , коллинеарный вектору $\bar{a} = \bar{i} - 2\bar{j} - 2\bar{k}$, образующий с ортом \bar{j} острый угол и имеющий длину $|\bar{x}| = 15$.

4. Даны векторы $\bar{a} = (1; -3; 4)$, $\bar{b} = (3; -4; 2)$, $\bar{c} = (-1; 1; 4)$. Найти $\text{pr}_{\bar{b}+\bar{c}} \bar{a}$.

5. Вычислить синус угла, образованного векторами $\bar{a} = (2; -2; 1)$ и $\bar{b} = (2; 3; 6)$.

Вариант №10

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ и

$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -3 \end{pmatrix}$ вычислить матричный многочлен

$$B^2 - BA + 2A.$$

$$2.a) \begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 4 \\ x + z = 6 \end{cases} .$$



Сборник контрольных работ по математике

$$6) \begin{cases} 2x + y - 5z - t = 2 \\ x - 2y + 2t = 1 \\ -x + 3y - z - 3t = -1 \\ x - y - z + t = 1 \end{cases}$$

3. Векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} имеют равные длины и попарно образуют равные углы. Найти координаты вектора \vec{c} , если $\vec{a} = (1; 1; 0)$, $\vec{b} = (0; 1; -1)$.

4. Зная, что $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$, $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{c}| = 4$, вычислить $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$.

5. Даны точки $A(1; -1; 4)$, $B(3; 2; -1)$, $C(6; 2; -2)$, $D(5; 0; 1)$. Проверить лежат ли они на одной плоскости.



КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Вариант №1

1. Дана пирамида с вершинами $A_1(7; 2; 4)$, $A_2(7; -1; -2)$, $A_3(3; 3; 1)$, $A_4(-4; 2; 1)$. Найти:

- а) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
- б) объем пирамиды;
- в) длину высоты, опущенной на грань $A_1A_2A_3$.

2. Найти уравнение плоскости, проходящей через $O(0, 0, 0)$ и прямую $\begin{cases} x - y + z - 7 = 0 \\ 3x + 2y - 12z + 5 = 0 \end{cases}$.

3. Найти уравнение плоскости, проходящей через $P(1, -4, 5)$ параллельно OYX

4. Через точку пересечения прямой $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-1}$ и плоскости, $3x - 2y + z - 3 = 0$ провести прямую параллельно прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{3}$.

Вариант №2

1. Дана пирамида с вершинами $A_1(1; 3; 6)$, $A_2(2; 2; 1)$, $A_3(-1; 0; 1)$, $A_4(-4; 6; -3)$. Найти:

- а) косинус угла между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
- б) объем пирамиды;
- в) длину высоты, опущенной на грань $A_1A_2A_3$.

2. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямые $\begin{cases} 2x - y + 3z - 5 = 0 \\ x + 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$, $\frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.

3. Найти уравнение плоскости, проходящей через $P(1, 2, 0)$ параллельно $\vec{a} = (2, 0, 7)$, $\vec{b} = (1, 1, 0)$.

4. Найти уравнение перпендикуляра, опущенного из точки $A(1, -2, 3)$ на прямую $\begin{cases} x - 2y + 4z - 2 = 0 \\ 2x + 2y - 3z + 3 = 0 \end{cases}$.



Сборник контрольных работ по математике

Вариант №3

1. Дана пирамида с вершинами $A_1(-2; 0; -4)$, $A_2(-1; 7; 1)$, $A_3(4; -8; -4)$, $A_4(1; -4; 6)$. Найти:

а) длину ребра A_2A_3 ;

б) косинус угла между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;

в) объем пирамиды.

2. Найти уравнение плоскости, проходящей через $M(0, 4, -2)$ параллельно прямым

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}, \quad \frac{x}{3} = \frac{y+2}{5} = \frac{z-3}{1}.$$

3. Найти уравнение плоскости, проходящей через $A(1, 0, 1)$, $B(-2, 6, 4)$ параллельно $\vec{a} = (2, 6, -5)$.

4. Найти расстояние от точки $B(2, 0, 3)$ по прямой

$$\begin{cases} 2x - y + z - 1 = 0 \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases}$$

Вариант №4

1. Дана пирамида с вершинами $A_1(1; 2; 0)$, $A_2(3; 0; -3)$, $A_3(5; 2; 6)$, $A_4(8; 4; -9)$. Найти:

а) длину ребра A_2A_3 ;

б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;

в) объем пирамиды.

2. Найти уравнение плоскости, проходящей через $M(2, 0, 1)$, $P(0, 1, -3)$ перпендикулярно плоскости $3x - y + 3z - 5 = 0$.

3. Найти уравнение плоскости, проходящей через $A(1, 1, 2)$, $B(0, 2, 0)$, $C(-1, 0, 6)$

4. Найти проекцию начала координат на плоскость $2x + y - 3z - 14 = 0$.

Вариант №5

1. Дана пирамида с вершинами $A_1(7; 2; 4)$, $A_2(7; -1; -2)$, $A_3(3; 3; 1)$, $A_4(-4; 2; 1)$. Найти:

а) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;



Сборник контрольных работ по математике

б) объем пирамиды;

в) длину высоты, опущенной на грань $A_1A_2A_3$.

2. Найти уравнение плоскости, проходящей через прямые

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1}, \quad \frac{x+1}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z}{1}.$$

3. Даны вершины тетраэдра:

$A(2, 0, 1)$, $B(0, 5, 1)$, $C(4, -1, 3)$, $D(3, -1, 5)$. Написать уравнение плоскости, проходящей через CD параллельно AB

4. Найти расстояние от точки $A(3, 0, 4)$ до прямой

$$\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ 2x - z = 0 \end{cases}.$$

Вариант №6

1. Дана пирамида с вершинами $A_1(1; 3; 6)$, $A_2(2; 2; 1)$, $A_3(-1; 0; 1)$, $A_4(-4; 6; -3)$. Найти:

а) косинус угла между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;

б) объем пирамиды;

в) длину высоты, опущенной на грань $A_1A_2A_3$.

2. Найти уравнение плоскости, проходящей через прямые

$$\frac{x-5}{13} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+3}{-4}, \quad \frac{x-2}{13} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{-4}.$$

3. Найти уравнение плоскости, проходящей через $P(1, 0, 1)$ параллельно $\vec{a} = (1, -2, 3)$, $\vec{b} = (-5, 9, 0)$.

4. Найти проекцию точки $(4, -3, 1)$ на плоскость $x + 2y - z - 3 = 0$.

Вариант №7

1. Дана пирамида с вершинами $A_1(-2; 0; -4)$, $A_2(-1; 7; 1)$, $A_3(4; -8; -4)$, $A_4(1; -4; 6)$.

Найти:

а) длину ребра A_2A_3 ;

б) косинус угла между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;

в) объем пирамиды.

2. Составить уравнение плоскости, проходящей через пря-

Сборник контрольных работ по математике

мую $\begin{cases} 2x - y + 3z - 5 = 0 \\ x + 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$ и перпендикулярно плоскости $2x - y - 2z + 15 = 0$.

3. Найти уравнение плоскости, проходящей через $P(1, 0, 1)$ параллельно $\vec{a} = (1, 9, 8)$, $\vec{b} = (-1, 6, 0)$.

4. Найти угол, образованный прямой, проходящей через точки $(2, 1, -1)$ и $\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{4}, \frac{-5}{4}\right)$ с плоскостью $x - y + z - 1 = 0$.

Вариант №8

1. Дана пирамида с вершинами $A_1(1; 2; 0)$, $A_2(3; 0; -3)$, $A_3(5; 2; 6)$, $A_4(8; 4; -9)$. Найти:

а) длину ребра A_2A_3 ;

б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;

в) объем пирамиды.

2. Найти уравнение плоскости, проходящей через $M(3, 5, -4)$ перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{3}$.

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат и параллельной $2y - z + 3 = 0$.

4. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(1, 2, 3)$ и точку пересечения прямой $\frac{x-2}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{1}$ с плоскостью xy .

Вариант №9

1. Дана пирамида с вершинами $A_1(1; 3; 6)$, $A_2(2; 2; 1)$, $A_3(-1; 0; 1)$, $A_4(-4; 6; -3)$. Найти:

а) косинус угла между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;

б) объем пирамиды;

в) длину высоты, опущенной на грань $A_1A_2A_3$.

2. Найти уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+5}{-1}$ перпендикулярно плоскости $x - y + 3z + 5 = 0$.



Сборник контрольных работ по математике

3. Написать уравнение плоскости, перпендикулярной плоскости $3x + 5y - z = 3$ и пересекающей ее по прямой, лежащей в OYZ .

4. Через точку пересечения прямой $\frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ и плоскости $3x + 5y - z - 2 = 0$ провести параллельно прямой $\frac{x}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z}{-3}$.

Вариант №10

1. Дана пирамида с вершинами $A_1(-2; 0; -4)$, $A_2(-1; 7; 1)$, $A_3(4; -8; -4)$, $A_4(1; -4; 6)$.

Найти:

а) длину ребра A_2A_3 ;

б) косинус угла между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;

в) объем пирамиды.

2. Составить уравнение плоскости, проходящей через $M(0, 4, 1)$ параллельно прямым

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-2}{3}, \quad \frac{x}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+5}{-1}.$$

3. Через линию пересечения плоскостей $x + 3y + 4z = 0$, $x - y + z + 2 = 0$ провести плоскость, проходящую через $(1, 2, 1)$.

4. Найти угол $\begin{cases} x - 2z - 1 = 0 \\ y + 2z - 1 = 0 \end{cases}$, образованный с прямой, проходящей через начало координат и через точку $(1, -1, -1)$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3 (А)

Вариант №1		Вариант №2	
1	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$	1	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x}$
2	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}$	2	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$
3	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x + 4}{x^3 + 3x^2 - 2}$	3	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x + x^4}{3 + 2x^3 - x^4}$
4	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}$	4	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - 2x)$
5	$\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5) \frac{2x}{x^2 - 4}$	5	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}$
6	$\lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{3}{x+3} - \frac{2x^2}{9-x^2} \right)$	6	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-1}{4x+3} \right)^x$

Вариант №3		Вариант №4	
1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$	1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$
2	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+6} - 2}{x^3 + 8}$	2	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{2x}}{x^2 - 1}$
3	$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3 - 8} \right)$	3	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^4}{1 + 3x^2 + x^4}$
4	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 3x - 1}{3x^2 - x - 5}$	4	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x+1})$
5	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{x \sin x}$	5	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{4x^2}$
6	$\lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{3}{x+3} - \frac{2x^2}{9-x^2} \right)$	6	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x+1)(\ln(x+3) - \ln x)$

Вариант №5		Вариант №6	
1	$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{6x^2 - x - 1}{3x + 1}$	1	$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{3x^2 + 17x - 6}{x^2 - 36}$
2	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+x^2} - (1+x)}{x}$	2	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{x}}$
3	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 + x + 3x^4}{x^4 - 2x + 1}$	3	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - x + 2}{2x^3 + 4x^2 - 5}$

Сборник контрольных работ по математике

4	$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$	4	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$
5	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x \sin x}$	5	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x}$
6	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2-x)}{1-x}$	6	$\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{1}{4x}}$

Вариант №7		Вариант №8	
1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^4 - 1}$	1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}$
2	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$	2	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 16}$
3	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x + 2}{x^4 + 3}$	3	$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 3} - \sqrt{x^2 - 4x})$
4	$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{2-x} - \frac{x^2}{4-x^2} \right)$	4	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x^2 - x^4}{x^3 + x}$
5	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x^2 + \pi x}$	5	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \tan^2 x}{x^4}$
6	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x+1} \right)^{3x}$	6	$\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \left(1 - \frac{2}{x} \right)$

Вариант №9		Вариант №10	
1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1+x)^2 - (1+3x)}{x^2 - x^5}$	1	$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 2x - 8}$
2	$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{x - 8}$	2	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{6+x} - 2}{x + 2}$
3	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 - 2x + 9}{2x^5 + 2x - 3}$	3	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + 5x^2 - 2x^3}{x^3 + 2x - 6}$
4	$\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{2}{1-x^2} \right)$	4	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$
5	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x}{1 - \cos x}$	5	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x(1 - \cos 2x)}$
6	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-3} \right)^{\frac{x}{2}}$	6	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right)^{\frac{3}{x}}$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3(Б)

Вариант №1		Вариант №2	
1	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$	1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$
2	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$	2	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 13} - 2\sqrt{x + 1}}{x^2 - 9}$
3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}$	3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 4x}$
4	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e - x) - 1}$	4	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(e^{3x} - 1)^2}$
5	$\lim_{x \rightarrow 0} (2 - e^{\sin x})^{ctg \Pi x}$	5	$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln(1 + \sqrt[3]{x}))^{\frac{x}{\sin^4 \sqrt[3]{x}}}$

Вариант №3		Вариант №4	
1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$	1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x)^3 - (1 + 3x)}{x + x^5}$
2	$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}$	2	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 - x}}{\sqrt[3]{x}}$
3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - tg^2 x}{x^4}$	3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{tg x - \sin x}{x(1 - \cos 2x)}$
4	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 1)}{1 - \sqrt{x^2 + 1}}$	4	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}$
5	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(5 - \frac{4}{\cos x}\right)^{\frac{1}{\sin^2 3x}}$	5	$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin^2 3x)^{\frac{1}{\ln \cos x}}$

Вариант №5		Вариант №6	
1	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)^2}{x^4 + 2x + 1}$	1	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x}$
2	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + x^2} - (1 + x)}{\sqrt{x}}$	2	$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1 - x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$
3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{12x^2}$	3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x^2 + \Pi x}$
4	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{2 + x} - \sqrt{2}}$	4	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{e^{x^2 - 1}}$
5	$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x \sin^2 x)^{\frac{1}{\ln(1 + \Pi x^2)}}$	5	$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sqrt{2 - \cos x}$

Сборник контрольных работ по математике



Вариант №7		Вариант №8	
1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^3 + 3x^2 - x - 3}$	1	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}$
2	$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}$	2	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + 3x^2} - (1 + x)}{\sqrt[3]{x}}$
3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x}{1 - \cos 4x}$	3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos x}$
4	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + tg x^2}{e^{2x} - e^x}$	4	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \ln(1 - 2x)}{4 \arctg 3x}$
5	$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\cos x}{\cos 2} \right)^{\frac{1}{x-2}}$	5	$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos \sqrt{x})^{\frac{1}{x}}$

Вариант №9		Вариант №10	
1	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 + 4}$	1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - x^2 - x + 1}$
2	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt[3]{x^3 - 16}}$	2	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 13} - 2\sqrt{x + 1}}{\sqrt[3]{x^2 - 9}}$
3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \sin x}$	3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{tg^2 2x}$
4	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^{3x}}{\sin 2x - \sin x}$	4	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + tg x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x^3}$
5	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(6 - \frac{5}{\cos x} \right)^{ctg^2 x}$	5	$\lim_{x \rightarrow 8} \left(\frac{2x - 7}{x + 1} \right)^{\frac{1}{\sqrt[3]{x} - 2}}$

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4**

Найти производную:

Вариант №1

1. а) $\sin(x-2y) + \frac{x^3}{y} = 7x$

б)
$$\begin{cases} x = e^{-t} \cdot \cos t, \\ y = e^t \cdot \cos t \end{cases}$$

2. а) $y = \arctg^2 \ln \frac{\sqrt{x}}{x+2}$

б) $y = (\sqrt{x})^{\arcsin x}$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x}$

Вариант №2

1. а) $e^{xy} + \frac{y}{x} = \cos 3x$

2. б)
$$\begin{cases} x = \cos t + \sin t, \\ y = \sin t - t \cdot \cos t \end{cases}$$

3. а) $y = \sqrt[5]{\sin^4 \left(\frac{x-3}{x} \right)}$

4. б) $y = x^{\arctg 7x}$

5. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$

Вариант №3

1. а) $x^3 y^2 - \frac{x+1}{y} = \arcsin 4x$

2. б)
$$\begin{cases} x = \frac{t+1}{t}, \\ y = \frac{t-1}{t} \end{cases}$$



3. а) $y = 2^{\operatorname{tg}^7\left(\frac{x^2+4}{\sqrt{x}}\right)}$
4. б) $y = (x^2 + 3)^{\operatorname{tg} x}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x}$

Вариант №4

1. а) $\frac{y-2}{x^3} - \operatorname{tg}(x+5y) = 7^x$
2. б) $\begin{cases} x = e^t \cdot \sin t \\ y = e^t \cdot \cos t \end{cases}$
3. а) $y = \log_3 \arcsin\left(\frac{\sqrt{x}}{x-5}\right)$
4. б) $y = (\cos x)^{\frac{2}{x}}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\operatorname{tg} x}$

Вариант №5

1. а) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{5}$
2. б) $\begin{cases} x = t - \operatorname{arctg} t \\ y = \frac{t^3}{3} + 1 \end{cases}$
3. а) $y = \frac{\sin x}{1 + \operatorname{tg} x}$
4. б) $y = x^{\ln x}$
5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3}$

Вариант №6

1. а) $x^2 + 3y^2 - 4xy + 10 = 0$

2. б)
$$\begin{cases} x = \frac{t+1}{t} \\ y = \frac{t-1}{t} \end{cases}$$
3. а)
$$y = \ln \left(\sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}} \right)$$
4. б)
$$y = (\operatorname{tg} x)^{\cos x}$$
5.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} 2x}$$

Вариант №7

1. а)
$$\arcsin \frac{x}{y} = y \cdot \ln x$$
2. б)
$$\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$$
3. а)
$$y = (1 + \operatorname{tg}^2 3x) \cdot e^{-\frac{\pi}{2}}$$
4. б)
$$y = x^{\operatorname{arctg} x}$$
5.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$$

Вариант №8

1. а)
$$\operatorname{arctg} y = x^2 y$$
2. б)
$$\begin{cases} x = t^3 \\ y = 3t \end{cases}$$
3. а)
$$y = e^{-\frac{\ln(x+2)}{x-3}} - \frac{x-3}{x+2}$$
4. б)
$$f(t) = t^{\frac{1}{\ln t}}$$
5.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}$$

**Вариант №9**

1. а) $y = 2x - x^2$
2. б) $\begin{cases} x = e^t \cdot \sin t \\ y = e^t \cdot \cos t \end{cases}$
3. а) $y = \ln \frac{(x+1)(x+3)^3}{(x+2)^3(x+4)}$
4. б) $y = (x^2 + 1)^{\sqrt{x}}$
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}$

Вариант №10

1. а) $\ln \frac{x^2}{y} = 2xy - x^2$
2. б) $\begin{cases} x = \cos^2 2t \\ y = \sin^2 2t \end{cases}$
3. а) $y = \arcsin^2 \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$
4. б) $y = \left[\ln(1-x^2) \right]^{\sqrt{x}}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\sin^2 5x}$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5(А)

Вариант №1		Вариант №2	
1	$\int \sqrt{2x+3} dx$	1	$\int e^{3x-5} dx$
2	$\int x^2 \sin 3x dx$	2	$\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+12x+10}}$
3	$\int \frac{dx}{\sqrt{7-x^2-6x}}$	3	$\int x \cos 2x dx$
4	$\int \frac{3x^2-x+8}{(x-7)(x^2+4)} dx$	4	$\int \frac{4x^2-2x+3}{(x-2)(x^2+1)} dx$
5	$\int tg^4 x dx$	5	$\int \sin^3 x dx$
6	$\int \frac{x dx}{1-\sqrt{x}}$	6	$\int \frac{\sqrt{2+x}}{x} dx$

Вариант №3		Вариант №4	
1	$\int \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) dx$	1	$\int \frac{x dx}{3x^2+5}$
2	$\int e^{x^6} dx$	2	$\int \frac{dx}{x^2-6x+13}$
3	$\int \frac{dx}{5-x^2+4x}$	3	$\int x^2 e^{-x} dx$
4	$\int \frac{2x^2-1}{x^3-5x^2+6x} dx$	4	$\int \frac{2x^2+6x-2}{x^3+x^2-2x} dx$
5	$\int \cos^3 2x dx$	5	$\int \frac{dx}{\cos^4 x}$
6	$\int \frac{x-2}{1+\sqrt{x}} dx$	6	$\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{2x-3}}$

Вариант №5		Вариант №6	
1	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-2x}}$	1	$\int 2^{5-x^2} x dx$
2	$\int \frac{dx}{9x^2+6x+10}$	2	$\int \frac{dx}{\sqrt{25x^2-20x+5}}$
3	$\int \ln(x+1) dx$	3	$\int x \sin 2x dx$
4	$\int \frac{2x^2+4}{x^3-8} dx$	4	$\int \frac{dx}{x(x^2+2)}$



Сборник контрольных работ по математике

5	$\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$	5	$\int ctg^3 4x dx$
6	$\int \frac{\sqrt{x} dx}{1 + \sqrt[4]{x}}$	6	$\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}$

Вариант №7		Вариант №8	
1	$\int \frac{e^x dx}{1 - 3e^x}$	1	$\int \frac{dx}{\sin^2 7x}$
2	$\int \frac{dx}{7 + 6x - x^2}$	2	$\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 13}$
3	$\int x3^x dx$	3	$\int \ln(x^2 + 1) dx$
4	$\int \frac{4x^2 + 8x + 3}{(x + 2)(x + 1)^2} dx$	4	$\int \frac{4x^2 + x + 4}{(x - 1)(x + 2)^2} dx$
5	$\int \frac{dx}{\sin^4 2x}$	5	$\int \frac{\cos^3 x dx}{\sin x}$
6	$\int \frac{1 - \sqrt{1 + x}}{\sqrt{1 + x}} dx$	6	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{x} - 1)}$

Вариант №9		Вариант №10	
1	$\int \frac{dx}{\cos^2 \left(3x - \frac{\pi}{4}\right)}$	1	$\int \frac{\arctg^2 x dx}{1 + x^2}$
2	$\int \frac{dx}{\sqrt{24 - 4x^2 - 4x}}$	2	$\int \frac{dx}{4x^2 - 4x + 4}$
3	$\int x \ln x dx$	3	$\int (x + 1)e^x dx$
4	$\int \frac{6x^2 - 6x + 9}{(x - 3)(x^2 + 9)} dx$	4	$\int \frac{6x^2 - 4x - 8}{x(x^2 - 4)} dx$
5	$\int tg^3 2x dx$	5	$\int \frac{\cos^3 x dx}{\sqrt{\sin x}}$
6	$\int \frac{\sqrt{x} dx}{1 + \sqrt{x}}$	6	$\int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x + 1}}$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5(Б)

Вариант №1		Вариант №2	
1	$\int \frac{e^{2x} dx}{1 + e^x}$	1	$\int \frac{\cos 10x dx}{\sqrt[5]{1 - \sin 10x}}$
2	$\int \frac{(5x + 1) dx}{\sqrt{3 - 2x - x^2}}$	2	$\int \frac{(3x + 5) dx}{\sqrt{61 + x^2 + 10x}}$
3	$\int x^2 \sin^2 \frac{x}{2} dx$	3	$\int \arccos x dx$
4	$\int \frac{(3x - 7) dx}{(2x + 1)(x^2 + 4)}$	4	$\int \frac{(4x + 7) dx}{(x^2 + 2x + 7)(2 - x)}$
5	$\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[4]{x^3 - \sqrt{x}}}$	5	$\int \sqrt{e^x + 7} dx$
6	$\int \cos^7 x dx$	6	$\int \frac{\sin^2 x dx}{\cos^6 x}$
7	$\int \frac{\sqrt{9 + x^2}}{x^4} dx$	7	$\int \frac{\sqrt{1 + x^2}}{x^4} dx$

Вариант №3		Вариант №4	
1	$\int \frac{\cos x dx}{4 + \sin^2 x}$	1	$\int \frac{x^2 dx}{9 + 4x}$
2	$\int \frac{(2x + 1) dx}{\sqrt{11 - 10x - x^2}}$	2	$\int \frac{(2x + 5) dx}{x^2 - 6x + 25}$
3	$\int x^3 e^{-x^2} dx$	3	$\int x^3 \cos^2 3x dx$
4	$\int \frac{(9x^2 - 3x - 8) dx}{(x^2 + 7)(2x - 1)}$	4	$\int \frac{(5x + 9) dx}{(x + 1)(x^2 + 1)}$
5	$\int \frac{dx}{x(\sqrt{x} + 6)}$	5	$\int \frac{\ln x dx}{x\sqrt{\ln x + 1}}$
6	$\int \frac{dx}{\sin^3 x \cos^5 x}$	6	$\int tg^5 2x dx$
7	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2 - 4}}$	7	$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{4 - x^2}}$

Вариант №5		Вариант №6	
1	$\int \left(4 \cos x - \frac{5}{\sqrt{9 - 4x^2}} \right) dx$	1	$\int \frac{e^{\arctg}}{1 + x^2} dx$
2	$\int \frac{(3x + 2) dx}{2x^2 - 6x + 13}$	2	$\int \frac{(3x - 4) dx}{7 + 4x - x^2}$

Сборник контрольных работ по математике

3	$\int 2x \arctg x dx$	3	$\int \ln 3x^2 dx$
4	$\int \frac{(9x-1) dx}{(1-2x)(x^2+x+1)}$	4	$\int \frac{(1-3x) dx}{(2x^2+x+1)(x+1)}$
5	$\int \frac{x dx}{\sqrt{x-1} + \sqrt[4]{x-1}}$	5	$\int \frac{dx}{\sqrt{2+e^x}}$
6	$\int \frac{dx}{3 \cos x + 2}$	6	$\int \cos^4 3x dx$
7	$\int x^3 \sqrt{1-x^2} dx$	7	$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2+25}}$

Вариант №7		Вариант №8	
1	$\int \frac{\sin \frac{1}{x} - x}{x^2} dx$	1	$\int \sqrt{\cos^6 x \sin^3 x} dx$
2	$\int \frac{(x+4) dx}{6+4x-x^2}$	2	$\int \frac{(3x-5) dx}{\sqrt{4x^2+4x+5}}$
3	$\int x^6 \ln x dx$	3	$\int (x^2+3) \cos \frac{x}{2} dx$
4	$\int \frac{(7x+5) dx}{(2x-1)(x^2+4)}$	4	$\int \frac{(x^2+9x-10) dx}{(x+5)(x^2+4x+5)}$
5	$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x+1} + \sqrt{x+1}}$	5	$\int \frac{dx}{2\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$
6	$\int \frac{dx}{\sin^3 x}$	6	$\int \frac{dx}{5+4 \sin x}$
7	$\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^4} dx$	7	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}$

Вариант №9		Вариант №10	
1	$\int \frac{3-\sqrt{5+x^2}}{5+x^2} dx$	1	$\int \left(\frac{x^2+2}{x^2+1} + 10^{-x} \right) dx$
2	$\int \frac{(3x+7) dx}{x^2-6x+13}$	2	$\int \frac{(4x-7) dx}{x^2-8x+12}$
3	$\int x^3 (e^x + 3^x) dx$	3	$\int x^2 \sin^2 6x dx$
4	$\int \frac{(10-11x) dx}{(2x-3)(x^2+1)}$	4	$\int \frac{(4-5x) dx}{(2x^2+1)(x+1)}$
5	$\int \frac{dx}{(3x+1)\sqrt{x+1}}$	5	$\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[4]{x^5+1}}$



Сборник контрольных работ по математике

6	$\int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x}$	6	$\int \operatorname{ctg}^3 (2x + 1) dx$
7	$\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx$	7	$\int x^2 \sqrt{4-x^2} dx$



КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

Вариант №1

1. Вычислить площадь области, ограниченной осью OX и первой аркой циклоиды: $\begin{cases} x = 2(t - \sin(t)) \\ y = 2(1 - \cos(t)) \end{cases}$

2. Вычислить длину дуги кривой:

$$y = 1 - \ln(x^2 - 1); \quad 3 \leq x \leq 4$$

3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями: $y = 2x - x^2$, $y = 0$.

4. Вычислить несобственные интегралы:

а) $\int_0^{\infty} e^{-2x} dx$ б) $\int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{\ln(x)}}$

Вариант №2

1. Вычислить площадь области, ограниченной астроидой: $\begin{cases} x = 3\cos^3 t \\ y = 3\sin^3 t \end{cases}$

2. Вычислить длину дуги кривой:

$$y = 2 - e^x; \quad \ln\sqrt{3} \leq x \leq \ln\sqrt{8}$$

3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями: $y = x^3$; $y = \sqrt{x}$

4. Вычислить несобственные интегралы:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$ б) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$

Вариант №3

1. Вычислить площадь области, ограниченной линиями

$$a = \sin\varphi, \quad b = 2\sin\varphi$$

2. Вычислить длину дуги кривой:

$$y = \ln(\sin(x)); \quad \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

3. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями:

$$y = -x^2 + 5x - 6, \quad y = 0$$

4. Вычислить несобственные интегралы:

а) $\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^3 + 5}$ б) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2 + 2x - 3}$

Вариант №4

1. Вычислить площадь области, ограниченной линией

$$a = \cos\varphi + \sin\varphi$$

2. Вычислить длину дуги кривой:

$$g = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}, \quad 1 \leq x \leq 2$$

3. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями:

$$y = (x - 1)^2; \quad x = 0; \quad y = 0.$$

Сборник контрольных работ по математике

4. Вычислить несобственные интегралы:

$$a) \int_1^{\infty} \frac{dx}{(x+3)^3} \quad б) \int_2^3 \frac{xdx}{\sqrt{x^2-4}}$$

Вариант №5

1. Вычислить площадь области, ограниченной линией :

$$a = \frac{1}{2} + \cos \varphi$$

2. Вычислить длину дуги кривой: $y = 2 + \ln(\cos(x))$, $0 \leq x \leq$

$$\frac{\pi}{6}$$

3. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$, $y^2 - x = 0$

4. Вычислить несобственные интегралы:

$$a) \int_0^{\infty} x e^{-x} dx \quad б) \int_0^{\sqrt{2}} \frac{xdx}{\sqrt{2-x^2}}$$

Вариант №6

1. Вычислить площадь области, ограниченной линиями

$$a = 2\cos\varphi; \quad a = 4\cos\varphi$$

2. Вычислить длину дуги линии

$$\begin{cases} x = 3(t - \sin(t)) \\ y = 3(1 - \cos(t)) \end{cases} \quad t \in [\pi; 2\pi]$$

3. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y = \ln x$, $x = e$, $y = 0$

4. Вычислить несобственные интегралы

$$a) \int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{1+2x^2}} \quad б) \int_0^1 \frac{x-2}{\sqrt{x}} dx$$

Вариант №7

1. Вычислить площадь области, ограниченной линией

$$a = \frac{1}{2} + \sin \varphi$$

2. Вычислить длину дуги астроида

$$\begin{cases} x = 2\cos^3 t \\ y = 2\sin^3 t \end{cases} \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

3. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2 + 1; \quad y = 2; \quad x = 0$$

4. Вычислить несобственные интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 6x + 10}; \quad б) \int_1^2 \frac{x^2}{x^3 - 1} dx;$$

Вариант №8

1. Вычислить площадь области, ограниченной линиями:

$$y = x^2 + 4x; \quad y = x + 4;$$

2. Вычислить длину дуги линии:

$$\delta = 5(1 - \cos \varphi), \quad -\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq 0;$$



Сборник контрольных работ по математике

3. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями:
 $y = e^{1-x}$; $y = 0$; $x = 0$; $x = 1$;

4. Вычислить несобственные интегралы:

$$a) \int_3^{\infty} \frac{x}{\sqrt[3]{4-x^2}} dx; \quad b) \int_2^3 \frac{dx}{(x-2)^2};$$

Вариант №9

1. Вычислить площадь области, ограниченной линиями:
 $xy = 6$; $x + y = 7$;

2. Вычислить длину дуги линии:

$$\delta = 3(1 + \sin \varphi), \quad -\frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq 0;$$

3. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2 - 2x + 1; \quad x = 2; \quad y = 0;$$

4. Вычислить несобственные интегралы:

$$a) \int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}; \quad b) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{tg} x \, dx;$$

Вариант №10

1. Вычислить площадь области, ограниченной линиями:
 $y = 2 - x^2$; $y = x$; $y = -x$;

2. Вычислить длину дуги линии:

$$\delta = \cos \varphi + \sin \varphi, \quad \varphi \in [0; \frac{\pi}{2}]$$

3. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 3 \sin x; \quad y = \sin x; \quad 0 \leq x \leq \pi;$$

4. Вычислить несобственные интегралы:

$$a) \int_5^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 2x - 2}; \quad b) \int_3^5 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 9}}$$



КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7

Вариант №1

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных:
 $z = \cos(x + y^2)$
2. Используя дифференциал, вычислить приближённо:
 $(1.03)^{0.99}$
3. Найти производную скалярного поля $u(x, y, z)$ в точке M по направлению вектора \vec{a} : $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}$; $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$;
 $M(1; 1; 1)$
4. Найти угол между градиентами скалярных полей $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$

в	точке	M:
$v = \frac{x^3}{2} + 6y^3 + 3\sqrt{6}z^3$;	$u = \frac{yz^2}{x^2}$;	$M\left(\sqrt{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
5. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$

Вариант №2

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных:
 $z = 2^{x^2+2y}$
2. Используя дифференциал, вычислить приближённо:
 $(\arcsin 0.49)^{0.01}$
3. Найти производную скалярного поля $u(x, y, z)$ в точке M по направлению вектора \vec{a} : $u = x^2y - \sqrt{xy - z^2}$; $\vec{a} = 2\vec{j} - 2\vec{k}$;
 $M(1; 5; -2)$
4. Найти угол между градиентами скалярных полей $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$

в	точке	M:
$v = \frac{x^3}{2} + 6y^3 + 3\sqrt{6}z^3$;	$u = x^2yz^3$;	$M(1; 0; -1)$
5. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$

Вариант №3

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных:
 $z = \ln(x^2 + y^2)$
2. Используя дифференциал, вычислить приближённо:
 $\frac{\arctg 0.99}{\sqrt{3.98}}$
3. Найти производную скалярного поля $u(x, y, z)$ в точке M по направлению вектора \vec{a} : $u = x(\ln y - \arctg x)$; $\vec{a} = 8\vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k}$;
 $M(-2; 1; -1)$;
4. Найти угол между градиентами скалярных полей $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$

в

точке

M:

$$v = 9\sqrt{2}x^3 - \frac{y^3}{2\sqrt{2}} - \frac{4z^3}{\sqrt{3}}; \quad u = \frac{z^3}{xy^2}; \quad M\left(\frac{1}{3}; 2; \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$$

5. Исследовать на экстремум функцию: $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$

Вариант №4

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных:
 $z = x^{1-y}$

2. Используя дифференциал, вычислить приближённо:
 $(0.99)^2 + \sqrt{3.98}$

3. Найти производную скалярного поля $u(x, y, z)$ в точке M по направлению вектора \vec{a} : $u = \sin(x + 2y) + \sqrt{xyz}$; $\vec{a} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$; $M\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi; 3\right)$

4. Найти угол между градиентами скалярных полей $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$

в

точке

M:

$$v = 6\sqrt{6}x^3 - 6\sqrt{6}y^3 + 2x^3; \quad u = x\frac{z^2}{y}; \quad M\left(\frac{1}{\sqrt{6}}; \frac{1}{\sqrt{6}}; 1\right)$$

5. Исследовать на экстремум функцию: $z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$

Вариант №5

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных:
 $z = e^{x+y^2}$

2. Используя дифференциал, вычислить приближённо:
 $\sqrt{0.99} + 2.98$

3. Найти производную скалярного поля $u(x, y, z)$ в точке M по направлению вектора \vec{a} : $u = \ln(3 - x^2) + xy^2z$; $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$; $M\left(1; 2; \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$

4. Найти угол между градиентами скалярных полей $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$

в точке M: $v = \frac{3}{x} + \frac{4}{y} - \frac{1}{\sqrt{6z}}$; $u = \frac{x^3y^2}{z}$; $M\left(1; 2; \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$

5. Исследовать на экстремум функцию: $z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$

Вариант №6

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных:
 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

2. Используя дифференциал, вычислить приближённо:
 $(1.04)^{2.02}$

3. Найти производную скалярного поля $u(x, y, z)$ в точке M



Сборник контрольных работ по математике

по направлению вектора \bar{a} : $u = \frac{\sqrt{x}}{y} - \frac{yz}{x+\sqrt{y}}$; $\bar{a} = 2\bar{i} + \bar{k}$;

$M(4; 1; -2)$

4. Найти угол между градиентами скалярных полей $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$

в точке M : $v = \frac{3}{2}x^2 + 3y^2 - 2z^2$; $u = x^2yz^3$; $M\left(2; \frac{1}{3}; \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

5. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + y^2 - 2 \ln x - 18 \ln y$

Вариант №7

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных: $z = x^2 + y \ln x$

2. Используя дифференциал, вычислить приближённо:

$\arccos 0.52$

$\operatorname{arctg} 0.01$

3. Найти производную скалярного поля $u(x, y, z)$ в точке M по направлению вектора \bar{a} : $u = \sqrt{xy} + \sqrt{9 - z^2}$; $\bar{a} = -2\bar{i} + 2\bar{j} - \bar{k}$; $M(1; 1; 0)$

4. Найти угол между градиентами скалярных полей $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$

в точке M : $v = x^2 + 9y^2 + 6z^2$; $u = xyz$; $M\left(1; \frac{1}{3}; \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$

5. Исследовать на экстремум функцию: $z = xy(4 - x - y)$

Вариант №8

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных: $z = \arcsin xy$

2. Используя дифференциал, вычислить приближённо:

$(0.99)^{\sin 0.01}$

3. Найти производную скалярного поля $u(x, y, z)$ в точке M по направлению вектора \bar{a} : $u = xy - \frac{x}{z}$; $\bar{a} = 5\bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$; $M(-4; 3; -2)$

4. Найти угол между градиентами скалярных полей $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$

в точке M : $v = \frac{3}{2}x^2 + 3y^2 - 2z^2$; $u = x^2yz^3$; $M\left(2; \frac{1}{3}; \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

5. Исследовать на экстремум функцию: $z = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}$; $(x, y > 0)$

Вариант №9

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных:



Сборник контрольных работ по математике

$$z = \ln(x + e^{-y})$$

2. Используя дифференциал, вычислить приближённо:
 $e^{0.01}$

$$\sqrt{0.99 + 2.99}$$

3. Найти производную скалярного поля $u(x, y, z)$ в точке M по направлению вектора \vec{a} : $u = 2^2 + \operatorname{arctg}(x - y)$; $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$; $M(1; 2; -1)$

4. Найти угол между градиентами скалярных полей $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$

в точке M : $v = x^2 + 9y^2 + 6z^2$; $u = \frac{1}{xyz}$; $M\left(1; \frac{1}{3}; \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$

5. Исследовать на экстремум функцию: $z = 2 - \sqrt[3]{x^2 + y^2}$

Вариант №10

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных:

$$z = \sin x \cos x$$

2. Используя дифференциал, вычислить приближённо:

$$\sqrt{5.01 + 3.99}$$

3. Найти производную скалярного поля $u(x, y, z)$ в точке M по направлению вектора \vec{a} : $u = \ln(x + \sqrt{y^2 + z^2})$; $\vec{a} = -2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$; $M(1; -3; 4)$

4. Найти угол между градиентами скалярных полей $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$

в точке M : $v = x^2 - y^2 - 3z^2$; $u = \frac{x}{yz^2}$; $M\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

5. Исследовать на экстремум функцию: $z = xy^2(1 - x - y)$


КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8 (А)

Вариант №1		Вариант №2	
1	$y'x^3 = 2y$	1	$xy' - y = 0$
2	$x^2 + y^2 - 2xyy' = 0;$	2	$y + \sqrt{x^2 + y^2} - xy' = 0; y(1) = 0$
3	$x^2y' = 2xy - 3; y(-1) = 1;$	3	$y' - y \operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x$
4	$(x \cos 2y + 1) dx - x^2 \sin 2y dy = 0;$	4	$\left(4 - \frac{y^{22}}{x}\right) dx + \frac{2y}{x} dy = 0;$
5	$2yy'' = 1 + (y')^2$	5	$2yy'' = (y')^2$
6	$y'' + y = x^2 + 1$	6	$y'' + 3y' = 9x$

Вариант №3		Вариант №4	
1	$xy' + y = 0$	1	$yy' + x = 0$
2	$xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}$	2	$xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}$
3	$y' + y \cos x = \sin 2x$	3	$(2x + 1)y' + y = x;$
4	$3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0$	4	$e^{-y} dx + (1 - xe^{-y}) dy = 0;$
5	$y'' y^3 = 1$	5	$y'' + 2x(y')^2 = 0$
6	$y'' - 3y' + 2 = \sin 3x$	6	$y'' + 3y' + 2y = 2 \cos 2x$

Вариант №5		Вариант №6	
1	$y' - y = 0$	1	$y'(x^2 + 4) = 3xy$
2	$xy + y^2 = (2x^2 + xy)y'$	2	$y + \sqrt{x^2 + y^2} = 2xy'; y \Big _{x=1}^0 = 1$
3	$(1 + x^2)y' + xy = 1$	3	$y' = 3\frac{y^2}{x} - \frac{2}{x}$
4	$2x \cos^2 y dx + (2y - x^2 \sin 2y) dy = 0$	4	$(\sin x + y^3) dx + (3xy^2 + 2) dy = 0$
5	$y'' \operatorname{tg} y = 2(y')^2$	5	$y'' \ln x = \frac{2y'}{x}$
6	$y'' + y = 2e^x$	6	$y'' + 2y' + 1 = 3e^x$

Вариант №7		Вариант №8	
1	$x^2y' + y = 0$	1	$2y'\sqrt{x} = y; y \Big _{x=4}^1 = 1$
2	$xy' + 2\sqrt{xy} = y$	2	$y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x}$
3	$xy' + y = \ln x + 1$	3	$y' \cos x - y \sin x = \sin 2x$



Сборник контрольных работ по математике

4	$(3x^2 + 2y) dx + (2x - 3) dy = 0$	4	$(3x^2y - 2) dx + \left(x^3 + \frac{1}{y}\right) dy = 0$
5	$yy'' + (y')^2 = 0$	5	$y'' \ln x = y'$
6	$y'' - 2y' + y = e^{2x}$	6	$y'' - 4y = 8x^2$

Вариант №9		Вариант №10	
1	$x^2y' + y^2 = 0$	1	$y'(x^2 - 4) = 2xy; y _{x=0} = 1$
2	$xy' = y \left(1 + \ln \frac{y}{x}\right)$	2	$x^2y' = y^2 + xy$
3	$y' + \frac{2y}{x} = \frac{e^{-x^2}}{x}$	3	$y' - \frac{3y}{x} = x$
4	$(2\cos x + y^3) dx + (3xy^2 - 3) dy = 0;$	4	$(2xy^2 + 5) dx + \left(\frac{2}{y} + 2x^2y\right) dy = 0$
5	$y'' + 2y(y')^3 = 0$	5	$y'' = \frac{1}{1+x^2}$
6	$y'' - y' = 3e^{2x}$	6	$-y y'' = 2\cos x$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8 (Б)

Вариант №1		Вариант №2	
1	$2x+2xy^2 + \sqrt{2-x^2}y' = 0$	1	$2xdx-ydy=x^2ydy - xy^2dx$
2	$xy'=4\sqrt{2x^2+y^2}+y$	2	$y'=\frac{x^2+2xy-5y^2}{2x^2-6xy}$
3	$y'+xy=(1+x)e^{-xy^2}$	3	$xy'+y=2y^2 \ln x$
4	$\operatorname{tg}xy''-y'+\frac{1}{\sin x}=0$	4	$x^2y''+xy'=1$
5	$y''+y'-6y=e^{2x}(20x+14)$	5	$y''-4y'+4y=e^{2x}\sin 6x$
6	$y''+2y'=4e^x(\sin x + \cos x)$	6	$y''+4y'+3y=4e^{-x}(1-x)$

Вариант №3		Вариант №4	
1	$3(x^2y+y)dy + \sqrt{2+y^2}dx = 0$	1	$(1+e^x)yy' = e^x$
2	$xy'=\frac{3y^3+2x^2y}{2y^2+x^2}$	2	$y'=\frac{x+2y}{2x-y}$
3	$y'+4x^3y = 4(x^3+1)e^{-4x}y^2$	3	$2y'+y\cos x = \frac{\cos x(1+\sin x)}{y}$
4	$(1+x^2)y''+2xy' = x^3$	4	$x^4y''+x^3y' = 1$
5	$y''+6y'+9y=e^x(24+16x)$	5	$y''+2y'-3y=e^x(8x+6)$
6	$y''+2y'+5y=-\sin 2x$	6	$y''+y=2\cos 7x-3\sin 7x$

Вариант №5		Вариант №6	
1	$\sqrt{3+y^2} + \sqrt{1-x^2}yy'=0$	1	$y(1+\ln y) + xy' = 0$
2	$y'=\frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x}+2$	2	$y'=\frac{x^2+xy-y^2}{x^2-2xy}; -2x^2$
3	$y'+2xy=\frac{2x^3y^3}{3}$	3	$3y'+2xy=\frac{2xe}{y^2}$
4	$y''+\frac{2x}{x^2+1}y' = 2x$	4	$y''=y'-x^2$
5	$y''-2y'-3y=e^{-x}(8x-14)$	5	$y''-2y'+y=e^{2x}(2x+5)$
6	$y''-6y'+13y=e^{-3x}\cos 8x$	6	$y''+2y'+5y=-\cos x$

Вариант №7		Вариант №8	
1	$(e^x+8)dy - ye^x dx = 0$	1	$\sqrt{4-x^2}y' + xy^2 + x = 0$



Сборник контрольных работ по математике

2	$xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y$	2	$xy' - y = x \operatorname{ctg} \frac{y}{x}$
3	$2(y' + xy) = (x - 1)e^x y^2$	3	$xy' + y = xy^2$
4	$y'' - \frac{y'}{x} = x^2$	4	$y'' - y' \operatorname{ctg} x = 2x \sin x$
5	$y'' - 3y' + 4y = e^x(18x - 21)$	5	$y'' - 4y' + 4y = e^x(x - 1)$
6	$y'' + 2y' = 6e^x(\sin x + \cos x)$	6	$y'' - 9y = e^{3x} \cos x$

Вариант №9		Вариант №10	
1	$y \ln x + xy' = 0$	1	$6x dx - y dy = x^2 y dy - 3xy^2 dx$
2	$xy' = y - x e^{\frac{y}{x}}$	2	$2x^3 y' = y(2x^2 - y^2)$
3	$y' - y \operatorname{tg} x = -\frac{2}{3} y^4 \sin x$	3	$xy' - 4y = 2x^2 \sqrt{y}$
4	$y'' - \frac{y'}{x} = -2 \frac{\ln x}{x}$	4	$y'' + \frac{y'}{2x} = x^2$
5	$y'' - 3y' - 2y = -4x e^x$	5	$y'' - 3y' + 2y = e^{2x}(4x + 9)$
6	$y'' - 5y' = \sin 5x$	6	$y'' - 2y' + y = e^x \sin 2x$



КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9

Вариант №1

1. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int_1^3 dx \int_x^{3x-1} f(x, y) dy$

область интегрирования изобразить на чертеже.

2. Вычислить площадь области, ограниченной линиями:
 $y^2 = 8x + 16$; $y^2 = -4x + 4$;

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями:
 $x^2 + y^2 = z$; $x^2 + y^2 = 4$; $z = 0$;

4. Вычислить криволинейный интеграл, где l -дуга кривой y , от точки O до A :

$$\int_l y dx - (y - x^2) dy; \quad y = 2x - x^2; \quad O(0; 0); \quad A(2; 0);$$

5. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_l \frac{dl}{x^2 + y^2 + z^2}; \quad \text{где } l \text{ — дуга линии } \begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \sin t; \\ z = bt \end{cases} \quad t \in [0; a];$$

Вариант №2

1. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int_2^3 dy \int_{y-1}^4 f(x, y) dy$

область интегрирования изобразить на чертеже.

2. Вычислить площадь области, ограниченной линиями:
 $y = \frac{2}{1+x^2}$; $y = x^2$;

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями:
 $x^2 + y^2 = 4$; $z = 2 + x$; $z = -2 - x$;

4. Вычислить криволинейный интеграл, где l -дуга окружности:

$$\int_l \frac{dy}{x} - \frac{dx}{y}; \quad \text{где } l \text{ — дуга окружности } \begin{cases} x = \cos t \\ y = 2 \sin t; \end{cases} \quad t \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right];$$

5. Вычислить криволинейный интеграл $\int_{AB} (x - y) dl$ вдоль отрезка прямой AB : $A(0; 0)$, $B(4; 3)$.

Вариант №3

1. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int_0^4 dy \int_{-y}^y f(x, y) dx$

область интегрирования изобразить на чертеже.

2. Вычислить площадь области, ограниченной линиями:
 $\delta = 2(1 - \cos \varphi)$; $\delta = 2 \cos \varphi$;

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями:



Сборник контрольных работ по математике

$$x = \sqrt{4 - y^2}; \quad z = x; \quad z = 0;$$

4. Вычислить криволинейный интеграл $\int_{(OAB)} (x - y)^2 dx + (x - y)^2 dy$;

где (OAB) -ломаная линия $O(0;0)$, $A(2;0)$, $B(4;2)$.

5. Вычислить криволинейный интеграл $\int_l xy dl$,

где l -четверть эллипса $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}$ лежащая в 1 квадранте.

Вариант №4

1. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int_0^2 dx \int_{x^2}^{x^3+1} f(x, y) dy$

область интегрирования изобразить на чертеже.

2. Вычислить площадь области, ограниченной линиями:

$$y = x^2; \quad x + 2y - 3; \quad y = 0;$$

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями:

$$z = 4 - x - 2y; \quad z = 0; \quad x^2 + y^2 = 4;$$

4. Вычислить криволинейный интеграл $\int_l \frac{y}{x} dx + y dy$ вдоль дуги l кривой $y = \ln x$ от точки $A(1;0)$ до $B(l,1)$.

5. Вычислить криволинейный интеграл $\int_l x dl$,

где l -дуга линии $\begin{cases} x = t \\ y = \frac{t^2}{2}, t \in [0; 1] \end{cases}$

Вариант №5

1. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int_0^2 dy \int_y^{4-y} f(x, y) dx$

область интегрирования изобразить на чертеже.

2. Вычислить площадь области, ограниченной линиями:

$$y = \frac{3}{x}; \quad y = x + 2; \quad y = 4;$$

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями:

$$z = \sqrt{y}; \quad z = 2\sqrt{y}; \quad x + y = 2; \quad x = 0;$$

4. Вычислить криволинейный интеграл $\int_l 2x dy - 3y dx$, где l -ломанная ABC : $A(1;2)$, $B(3;1)$, $C(2;5)$.

5. Вычислить криволинейный интеграл $\int_l \frac{y}{x} dl$,

где l -дуга параболы $y = \frac{x^2}{2}$ от точки $A\left(1; \frac{1}{2}\right)$ до $B(2; 2)$.

Вариант №6

1. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int_1^3 dx \int_{2-x}^x f(x, y) dy$

область интегрирования изобразить на чертеже.

Сборник контрольных работ по математике

2. Вычислить площадь области, ограниченной линиями:

$$y = \sin 2x; \quad y = \cos 2x; \quad x = 0; \quad x = \frac{\pi}{8};$$

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями:

$$z = x^2; \quad z = 0; \quad y = 2x; \quad x = 4; \quad y = 0;$$

4. Вычислить криволинейный интеграл $\int_l y \, dx + \frac{x}{y} \, dy$; вдоль дуги / кривой $y = e^x$ от точки $A(0;1)$ до $B(-1,1)$.

5. Вычислить криволинейный интеграл $\int_l \sqrt{1+2x} \, dl$,

$$\text{где } l \text{ дуга линии } \begin{cases} x = \frac{t^2}{2} \\ y = \frac{t^3}{3} \end{cases}, t \in [0; 1]$$

Вариант №7

1. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$\int_0^4 dx \int_0^{\sqrt{25-x^2}} f(x,y) dy$$

область интегрирования изобразить на чертеже.

2. Вычислить площадь области, ограниченной линиями:

$$y = \sqrt{x}; \quad y = \frac{1}{x}; \quad x = 4;$$

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями:

$$z = x^2 + y^2; \quad y = x^2; \quad y = 1; \quad z = 0;$$

4. Вычислить криволинейный интеграл $\int_l xy \, dx + yz \, dy + xz \, dz$,

$$\text{где } l \text{ – дуга окружности } \begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \\ z = 1 \end{cases}, t \in [0; \frac{\pi}{2}]$$

5. Вычислить криволинейный интеграл $\int_l y \, dl$,

где l – дуга параболы $y^2 = 2x$ от точки $O(0;0)$ до $A(4;\sqrt{8})$.

Вариант №8

1. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$\int_0^3 dy \int_0^{\sqrt{4-y}} f(x,y) dy$$

область интегрирования изобразить на чертеже.

2. Вычислить площадь области, ограниченной линиями:

$$y = 9 - y^2; \quad x = -2y;$$

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями:

$$z = 4\sqrt{y}; \quad x + y = 4; \quad x = 0;$$

4. Вычислить криволинейный интеграл $\int_{(AB)} x^2 + y^2 \, dx + xy \, dy$,

где (AB) – отрезок прямой от точки $A(1;1)$ до $B(3,4)$.



Сборник контрольных работ по математике

5. Вычислить криволинейный интеграл $\int_l y dl$, где l -дуга линии $y = \sin x$, $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$

Вариант №9

1. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int_0^1 dx \int_{-x^2}^{x^2} f(x, y) dy$

область интегрирования изобразить на чертеже.

2. Вычислить площадь области, ограниченной линиями:

$$y = \frac{4}{x}; \quad y = x; \quad y = 4;$$

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями:

$$z = y^2; \quad z = 0; \quad x^2 + y^2 = 9;$$

4. Вычислить криволинейный интеграл $\int_l (xy - 1) dx + x^2 y dy$ от точки $A(1; 0)$ до точки $B(0; 2)$ по дуге эллипса $x = \cos(t)$; $y = 2\sin(t)$

5. Вычислить криволинейный интеграл $\int_l \frac{y dl}{\sqrt{x}}$, где l – дуга линии $y^2 = \frac{4}{9} x^3$ от точки $A(3; 2\sqrt{3})$ до $B(8; \frac{32\sqrt{2}}{8})$.

Вариант №10

1. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int_1^2 dy \int_{-\sqrt{2-y}}^{\sqrt{2-y}} f(x, y) dx$.

Область интегрирования изобразить на чертеже.

2. Вычислить площадь области, ограниченной линиями:

$$y = 3\sqrt{x}, \quad xy = 3, \quad x = y.$$

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями:

$$y = \sqrt{x}, \quad y = 2\sqrt{x}, \quad z = 0, \quad x + z = 6.$$

4. Вычислить криволинейный интеграл $\int_l x^2 y dx + x^3 dy$ где l – дуга параболы $y = x^2$ от точки $A(-1; 1)$ до $B(1; 1)$

5. Вычислить криволинейный интеграл $\int_l (x^2 + y^2 + z^2) dl$

$$\text{где } l \text{ – дуга кривой } \begin{cases} x = 2\cos(t) \\ y = 2\sin(t), t \in [0; \pi] \\ z = 5t \end{cases}$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №10 (А)**Вариант №1**

1. Найти формулы n -го члена ряда $\frac{2}{5} + \frac{4}{8} + \frac{6}{11} + \frac{8}{14} + \dots$;

2. Написать 5 членов ряда по общему члену $a_n = \frac{3n-2}{n^2+1}$;

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$а) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)};$$

$$б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1};$$

$$в) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)n^2}{2^n};$$

$$г) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)!};$$

4. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{(n+1)^2}$

Вариант №2

1. Найти формулу n -го члена ряда $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{16} + \frac{6}{25} + \dots$;

2. Написать 5 членов ряда по общему члену $a_n = \frac{(-1)^n n_n}{2^n}$;

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$а) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{(n+1)(n+3)};$$

$$б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 3n}{5n+2};$$

$$в) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(3n+1)^2};$$

$$г) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+1)!};$$

4. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n \cdot 3^n}$

Вариант №3

1. Найти формулу n -го члена ряда $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots$;

2. Написать 5 членов ряда по общему члену $a_n = \frac{2+(-1)^n}{n^2}$

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$а) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+1)^2};$$

$$б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1000n+1};$$

$$в) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)^2}{3^n};$$

$$г) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+2)!};$$

4. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n \cdot 4^n}{n}$

Вариант №4

1. Найти формулу n -го члена ряда $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots$; а

Сборник контрольных работ по математике

2. Написать 5 членов ряда по общему члену $a_n = \frac{n+1}{3^{n+1}}$

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$а) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(n+2)(n+3)}; \quad б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2n^2}{(n+1)^2};$$

$$в) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n; \quad г) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^2+1};$$

4. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{2n+1}$

Вариант №5

1. Найти формулу n-го члена ряда $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$;

2. Написать 5 членов ряда по общему члену $a_n = \frac{1}{n!}$

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$а) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+3)^2}; \quad б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{0,5n^2}{n^2+0,5};$$

$$в) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(n+1)^5}; \quad г) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!};$$

4. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2+1}$

Вариант №6

1. Найти формулу n-го члена ряда $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$;

2. Написать 5 членов ряда по общему члену $a_n = \frac{1}{(n+1)^2-1}$

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$а) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)^3}; \quad б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{2n+3};$$

$$в) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^3}{3^n}; \quad г) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)!};$$

4. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n+1)^n}$

Вариант №7

1. Найти формулу n-го члена ряда $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \dots$;

2. Написать 5 членов ряда по общему члену $a_n = \frac{n!}{2^n}$

3. Исследовать на сходимость ряды:

Сборник контрольных работ по математике

$$\begin{array}{ll}
 \text{а)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+1)(2n+2)}; & \text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2n}{3n+2}; \\
 \text{в)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(3n+2)^2}; & \text{г)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(5n)!};
 \end{array}$$

4. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n n}{2^n}$

Вариант №8

1. Найти формулу n-го члена ряда $1 + \frac{2}{2} + \frac{3}{4} + \frac{4}{8} + \dots$;

2. Написать 5 членов ряда по общему члену $a_n = \left(\frac{2n+1}{3n+1}\right)^n$

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$\begin{array}{ll}
 \text{а)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)}{n^2}; & \text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{50n+5}; \\
 \text{в)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^{n+1}}; & \text{г)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n)!};
 \end{array}$$

4. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n n}{n^5}$

Вариант №9

1. Найти формулу n-го члена ряда $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots$;

2. Написать 5 членов ряда по общему члену $a_n = \frac{3^{n-1}}{n!}$

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$\begin{array}{ll}
 \text{а)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)}{n^2(n+2)}; & \text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 3n^3}{(n+3)^3}; \\
 \text{в)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^3}; & \text{г)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5n^2};
 \end{array}$$

4. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3^{n+1}}$

Вариант №10

1. Найти формулу n-го члена ряда $\frac{1}{2} + \frac{1 \cdot 3}{4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{8} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{16} + \dots$;

2. Написать 5 членов ряда по общему члену $a_n = \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$\begin{array}{ll}
 \text{а)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n; & \text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2}{3+n^2};
 \end{array}$$



Сборник контрольных работ по математике

$$в) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{n+1}}{(n+1)^2};$$

$$г) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n!};$$

4. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n 2^n}{n+1}$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №10 (Б)**Вариант №1**

1. Исследовать на сходимость ряды:
- а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3-n}{(n+3)(n+1)n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2} \frac{1}{2^n}$;
- в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n!}{(3n+5)3^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{(n+1)!}$;
2. Найти интервал сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2(x-3)^n}{(n^4+1)^2}$

3. Разложить в ряд Маклорена функцию $y = x \cos(\sqrt{x})$

Вариант №2

1. Исследовать на сходимость ряды:
- а) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{4}{n(n-1)(n-2)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n e^{-n}$;
- в) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3}{n \ln^2 n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+5}{n!}$;
2. Найти интервал сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(2n+1)3^n}$;

3. Разложить в ряд Маклорена функцию $y = \sin(x^2)$

Вариант №3

1. Исследовать на сходимость ряды:
- а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n+1}{(n-1)n(n+1)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+1) \ln(n+1)}$;
- в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n+1)^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(3^n)}{3^n}$;
2. Найти интервал сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(x-4)^{2n}}{n^3}$;

3. Разложить в ряд Маклорена функцию $y = e^{-x^4}$

Вариант №4

1. Исследовать на сходимость ряды:
- а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{n(n^3-1)}$; б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$;
- в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n n!}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + \sin^2(n)}$;
2. Найти интервал сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n(x+1)^{2n}}{n}$;

3. Разложить в ряд Маклорена функцию $y = \sqrt[4]{1+x}$

Вариант №5

1. Исследовать на сходимость ряды:
- а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\sqrt{\ln(n+2)}}$;
- в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!5^n}$; г) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)2^n}$;
2. Найти интервал сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{n^2}}{n^{n+1}}$;

3. Разложить в ряд Маклорена функцию $y = \cos \frac{2x^3}{3}$

**Вариант №6**

1. Исследовать на сходимость ряды:
- а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+2)(n+1)n}$; б) $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{(n-2)\ln^2(n-2)}$;
- в) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{6^n(n^2-1)}{n!}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{\sqrt{n^3}}$;

2. Найти интервал сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n+4)\ln(n+4)}$;

3. Разложить в ряд Маклорена функцию $y = \frac{1}{\sqrt{e^x}}$

Вариант №7

1. Исследовать на сходимость ряды:
- а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{5n-2}{(n-1)n(n+2)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{10n+5}\right)^{n^2}$;
- в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^{n+1}}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-1}{3^n}$;

2. Найти интервал сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}$;

3. Разложить в ряд Маклорена функцию $y = \frac{x^2}{1+x}$

Вариант №8

1. Исследовать на сходимость ряды:
- а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3n^2-8n+15}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \frac{1}{4^n}$;
- в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+1)}$;

2. Найти интервал сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5(x+5)^{2n+1}}{(n+1)!}$;

3. Разложить в ряд Маклорена функцию $y = x^3 \arctg(x)$

Вариант №9

1. Исследовать на сходимость ряды.

- а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n-5}{n(n^2-1)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2}$;
- в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(n+1)!}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$;

2. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}$;

3. Разложить в ряд Маклорена функцию $y = \frac{e^x-1}{x}$

Вариант №10

1. Исследовать на сходимость ряды:

- а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{n^2-5n-7}$; б) $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{\frac{n}{2}}$;
- в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n \sqrt{n}}{(n+2)!}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$;

2. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1)2^n}$;



3. Разложить в ряд Маклорена функцию $y = x^5 \ln(1 + x^2)$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №11

Данные для контрольной работы находятся в прилагаемой таблице.

Задача №1

В коробке имеется m одинаковых изделий, из которых n окрашены. Найти вероятность того, что среди 5 извлеченных из коробки изделий равно L .

Задача №2

Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка p_1 , а для второго p_2 . Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет:

- 1) только один стрелок;
- 2) хотя бы один стрелок.

Задача №3

Рабочий обслуживает три станка, на которых обрабатываются однотипные детали. Вероятность брака для 1 станка p_1 , для 2 станка p_2 , для 3 станка p_3 . Обработанные детали складываются в один ящик. Производительность 1 станка в 3 раза больше, чем 2го, а 3 станка в 2 раза больше чем 2го. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь оказалась годной.

Задача №4

На склад поступает продукция двух фабрик, причем продукция 1й фабрики составляет $K\%$. Известно, что средний прирост нестандартных изделий для 1й фабрики равен $L\%$, для 2й $n\%$. Найти вероятность того, что наудачу взятое изделие изготовлено на 2й фабрике, если оно оказалось нестандартным.

Задача №5

Устройство состоит из n независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна $0,1$. Найти вероятность того, что в одном опыте откажут ровно k элементов.

Таблица к контрольной работе №11

	1			2		3			4			5	
	m	n	e	p1	p2	p1	p2	p3	k	e	n	n	k
1	20	10	3	0.7	0.8	0.1	0.08	0.09	20	3	2	5	3
2	15	8	4	0.8	0.6	0.07	0.12	0.1	30	2	1	5	2
3	18	12	5	0.6	0.7	0.08	0.1	0.2	45	1	3	3	3
4	13	10	2	0.9	0.8	0.2	0.09	0.1	35	5	2	5	4
5	10	8	3	0.7	0.9	0.99	0.2	0.12	70	2	3	3	2
6	19	7	2	0.8	0.7	0.1	0.12	0.1	80	2	4	6	3
7	20	11	4	0.6	0.9	0.2	0.07	0.15	65	1	2	6	4



Сборник контрольных работ по математике

8	15	8	1	0.7	0.6	0.15	0.1	0.08	55	3	1	6	5
9	17	10	3	0.5	0.9	0.12	0.15	0.09	40	3	4	6	4
10	12	10	5	0.7	0.5	0.1	0.2	0.08	60	4	1	3	2



КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №12 (А)

Вариант №1

1. $z = \frac{2i}{\sqrt{3}+i}$. Найти \bar{z} , $\operatorname{Re}z$, $\operatorname{Im}\bar{z}$, $|z|$, $\operatorname{arg}z$.
2. Вычислить: $(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})^6$
3. Решить уравнение: $z^4 + 3z^2 + 2 = 0$
4. Изобразить на комплексной плоскости множество точек удовлетворяющих неравенствами:

$$\begin{cases} |z - 1| < 2 \\ -\frac{\pi}{4} \leq \operatorname{arg}z \leq \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Вариант №2

1. $z = e^{1+\pi i}$. Найти \bar{z} , $\operatorname{Re}z$, $\operatorname{Im}\bar{z}$, $|z|$, $\operatorname{arg}z$.
2. Вычислить: $(\frac{\sqrt{3}-i}{2})^3$
3. Решить уравнение: $z^4 - 6iz^2 - 8 = 0$
4. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих неравенствам:

$$\begin{cases} 1 < |z| < 2 \\ -\frac{\pi}{2} < \operatorname{arg}z < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Вариант №3

1. $z = \frac{2}{1+i\sqrt{3}}$. Найти \bar{z} , $\operatorname{Re}z$, $\operatorname{Im}\bar{z}$, $|z|$, $\operatorname{arg}z$.
2. Вычислить: $(1+i)^{10}$
3. Решить уравнение: $z^6 + z^3 - 6 = 0$
4. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих неравенствам:

$$\begin{cases} |z - 2| < 3 \\ \operatorname{Re}z > 1 \end{cases}$$

Вариант №4

1. $z = \frac{4}{1+i}$. Найти \bar{z} , $\operatorname{Re}z$, $\operatorname{Im}\bar{z}$, $|z|$, $\operatorname{arg}z$.
2. Вычислить: $(\frac{1-i}{1+i})^{18}$
3. Решить уравнение: $z^4 + 4z^2 - 3 = 0$
4. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих неравенствам:

$$\begin{cases} -1 < \operatorname{Re}z < 2 \\ \operatorname{Im}z > 1 \end{cases}$$

Вариант №5

1. $z = (1-i)^3$. Найти \bar{z} , $\operatorname{Re}z$, $\operatorname{Im}\bar{z}$, $|z|$, $\operatorname{arg}z$.
2. Вычислить: $(\frac{2i}{\sqrt{3}+i})^4$

Сборник контрольных работ по математике

3. Решить уравнение: $z^6 + 2z^3 - 15 = 0$

4. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих неравенствам:

$$\begin{cases} |z - i| < 2 \\ 0 < \operatorname{Im}z < 2 \end{cases}$$

Вариант №6

1. $z = e^{\frac{\pi}{4}i}$. Найти \bar{z} , $\operatorname{Re}z$, $\operatorname{Im}\bar{z}$, $|z|$, $\operatorname{arg}z$.

2. Вычислить: $(-2 + 2i)^4$

3. Решить уравнение: $z^4 + iz^2 + 2 = 0$

4. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих неравенствам:

$$\begin{cases} -2 < \operatorname{Im}z < 1 \\ \operatorname{Re}z > 2 \end{cases}$$

Вариант №7

1. $z = (2 - 2i)^2$. Найти \bar{z} , $\operatorname{Re}z$, $\operatorname{Im}\bar{z}$, $|z|$, $\operatorname{arg}z$.

2. Вычислить: $\left(\frac{2}{i+\sqrt{3}}\right)^3$

3. Решить уравнение: $z^4 - 3z^2 - 4 = 0$

4. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих неравенствам:

$$\begin{cases} |z - 1 - 2i| < 3 \\ \operatorname{Im}z > 2 \end{cases}$$

Вариант №8

1. $z = \frac{2}{\sqrt{3}}$. Найти \bar{z} , $\operatorname{Re}z$, $\operatorname{Im}\bar{z}$, $|z|$, $\operatorname{arg}z$.

2. Вычислить: $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{15}$

3. Решить уравнение: $z^6 + 4z^3 + 3 = 0$

4. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих неравенствам:

$$\begin{cases} |z - i| < 1 \\ |z + i| > 2 \end{cases}$$

Вариант №9

1. $z = e^{2-\frac{\pi}{2}i}$. Найти \bar{z} , $\operatorname{Re}z$, $\operatorname{Im}\bar{z}$, $|z|$, $\operatorname{arg}z$.

2. Вычислить: $\left(\frac{1}{1-i}\right)^4$

3. Решить уравнение: $z^4 + 3iz^2 + 4 = 0$

4. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих неравенствам:

$$\begin{cases} |z| < 3 \\ 0 < \operatorname{arg}z < \frac{3}{4}\pi \end{cases}$$

**Вариант №10**

1. $z = e^{-1+\frac{\pi}{3}i}$. Найти \bar{z} , $\operatorname{Re}z$, $\operatorname{Im}z$, $|z|$, $\operatorname{arg}z$.
2. Вычислить: $\left(\frac{2i}{1-i}\right)^5$
3. Решить уравнение: $z^4 - 5iz^2 - 4 = 0$
4. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих неравенствам:

$$\begin{cases} |z + i + i| < 1 \\ \operatorname{Re}z > -1 \end{cases}$$

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 12 (Б)****Вариант №1**

1. Найти образ точки $z_0 = 2 - \frac{\pi}{3}i$ при отображении $w = e^z$
2. Проверить аналитичность функции $w = z^2 + 5z - 7n$ на всей комплексной плоскости. Если возможно, найти производную.
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+3i)^{2n}}{14^n}$. Исследовать на сходимость.
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} (z+i)^n$. Найти область сходимости.
5. Вычислить $\oint_L \frac{e^{iz}}{z+\pi i} dz$, где L: а) $|z| = 4$; б) $|z-1| = 1$

Вариант №2

1. Найти образ точки $z_0 = \frac{1}{2} - 3i$ при отображении $w = z^2 + \frac{3}{4}$
2. Проверить аналитичность функции $w = z\bar{z} - 2 \operatorname{Re} z$ на всей комплексной плоскости. Если возможно, найти производную.
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(1-i)^n}{2^n}$. Исследовать на сходимость.
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2+i)^n}{n+4}$. Найти область сходимости.
5. Вычислить $\oint_L \frac{\sin iz}{z-\pi} dz$, где L: а) $|z| = 4$;
б) треугольник с вершинами $z_1 = 2+i$; $z_2 = 2-i$; $z_3 = 0$

Вариант №3

1. Найти образ точки $z_0 = 3 - i$ при отображении $w = \frac{2z}{z-3}$
2. Проверить аналитичность функции $w = \sin 2z$ на всей комплексной плоскости. Если возможно, найти производную.
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(4-3i)^n}$. Исследовать на сходимость
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{3^n} (z+2i)^n$. Найти область сходимости
5. Вычислить $\oint_L \frac{z^2+3}{z-2-2i} dz$, где L: а) $|z-2| = 3$; б) $|z| = 1$

Вариант №4

1. Найти образ точки $z_0 = 1 + 2i$ при отображении $w = \frac{\bar{z}}{z}$
2. Проверить аналитичность функции $w = e^{-iz+1}n$ на всей комплексной плоскости. Если возможно, найти производную.



Сборник контрольных работ по математике

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(i-2)^2}{5^{n+1}}. \text{ Исследовать на сходимость.}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z - i^{3n}}{(2+2i)^{2n}}. \text{ Найти область сходимости.}$$

$$5. \text{ Вычислить } \oint_L \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi}{4} z}{z^2 + 1} dz, \quad \text{где } L: \text{ а) } |z+i|=1; \text{ б) } |z|=\frac{1}{2}$$

Вариант №5

$$1. \text{ Найти образ точки } z_0 = \frac{\pi}{2} + i \text{ при отображении } w = \sin z$$

2. Проверить аналитичность функции $w = 1 - 3z - z^2$ на всей комплексной плоскости. Если возможно, найти производную.

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1+2i)^n}{n2^n}. \text{ Исследовать на сходимость.}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+i)^n}{(n+1)(n+2)}. \text{ Найти область сходимости.}$$

$$5. \text{ Вычислить } \oint_L \frac{\cos 2z}{(z-1)(z+2)} dz, \quad \text{где } L: \text{ а) } |z+1|=\frac{1}{2};$$

б) Δ с вершинами $z_1 = 2+i$; $z_2 = -1-i$; $z_3 = 2-2i$

Вариант №6

$$1. \text{ Найти образ точки } z_0 = -2 + i \text{ при отображении } w = \frac{z+3}{z+1}$$

2. Проверить аналитичность функции $w = 2 - \cos z$ на всей комплексной плоскости. Если возможно, найти производную.

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-i)^n}{n!}. \text{ Исследовать на сходимость.}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n2^n}{(z-1+2i)^n}. \text{ Найти область сходимости.}$$

$$5. \text{ Вычислить } \oint_L \frac{ze^{iz}}{z+2} dz, \quad \text{где } L: \text{ а) } |z|=1; \text{ б) } |z+1|=2$$

Вариант №7

$$1. \text{ Найти образ точки } z_0 = \frac{\pi}{4} - i \text{ при отображении } w = e^{iz}$$

2. Проверить аналитичность функции $w = 2z - 3\bar{z} + \operatorname{Im} z$ на всей комплексной плоскости. Если возможно, найти производную.

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ni^n}{3^n}. \text{ Исследовать на сходимость.}$$



Сборник контрольных работ по математике

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-1-2i)^n}{n^2+1}$. Найти область сходимости.

5. Вычислить $\oint_L \frac{ch z}{z^2+1} dz$, где L: а) $|z-2| = \frac{1}{2}$;
 б) Δ с вершинами $z_1 = 0$; $z_2 = 1+2i$; $z_3 = -1+2i$

Вариант №8

1. Найти образ точки $z_0 = \frac{\pi}{2} - i$ при отображении $w = \cos z$
2. Проверить аналитичность функции $w = (2-3i)^2$ на всей комплексной плоскости. Если возможно, найти производную.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{2^n(n+1)}$. Исследовать на сходимость.

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+2)}{(z-2)^n}$. Найти область сходимости.

5. Вычислить $\oint_L \frac{z^2+3}{z-2-2i} dz$, где L: а) квадрат с вершинами $z_1 = 1$; $z_2 = i$; $z_3 = -1$; $z_4 = -i$; б) $|z-1| = \frac{1}{2}$

Вариант №9

1. Найти образ точки $z_0 = 1+i$ при отображении $w = 2^z$
2. Проверить аналитичность функции $w = 2|z|^2 + 3z - 2i$ на всей комплексной плоскости. Если возможно, найти производную.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+i)^n}{n!}$. Исследовать на сходимость.

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2i)^n}{(1+\sqrt{3}i)^n}$. Найти область сходимости.

5. Вычислить $\oint_L \frac{\sin 2iz}{z-1} dz$, где L:

- а) ромб с вершинами $z_1 = 2$; $z_2 = i$; $z_3 = -2$; $z_4 = -i$;

б) $|z+i| = \frac{1}{2}$

Вариант №10

1. Найти образ точки $z_0 = 2i$ при отображении $w = \ln z$
2. Проверить аналитичность функции $w = \cos z + i$ на всей комплексной плоскости. Если возможно, найти производную.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{2-i}\right)^{n^2}$. Исследовать на сходимость.



Сборник контрольных работ по математике

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)i^n}{(z+1)^n}$. Найти область сходимости.

5. Вычислить $\oint_L \frac{dz}{z^2+4}$, где L: а) $|z|=3$;

б) прямоугольник с вершинами $z_1 = 2+i$; $z_2 = -2+i$; $z_3 = -2-i$; $z_4 = 2-i$