



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ  
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Прикладная математика»

**Методические указания**  
по дисциплине  
**«Математическое моделирова-  
ние»**

Автор  
Золотарева Л. И.

Ростов-на-Дону, 2018

## Аннотация

В методических указаниях кратко изложены основные понятия математического моделирования.

Методические указания предназначены для студентов очной формы обучения направления бакалавриата 01.03.04 «Прикладная математика».

## Автор

к.ф.-м.н.,  
доцент кафедры  
«Прикладная математика»  
Золотарева Л.И.





## Содержание

<b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>	<b>4</b>
<b>ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ.....</b>	<b>5</b>
<b>КЛАССИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ.....</b>	<b>5</b>
<b>ЭТАПЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ.....</b>	<b>7</b>
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....</b>	<b>10</b>

## ВВЕДЕНИЕ

Математическое моделирование является одной из основных дисциплин при обучении студентов на специальности прикладная математика. Математическое моделирование тесно связано с инженерной практикой, опирается на достижения классической и вычислительной математики, активно использует сведения из естественнонаучных дисциплин, предполагает уверенное владение вычислительной техникой и программированием. Освоение курса математического моделирования позволяет получить опыт применения математических методов для решения инженерных и экономических задач.

Развитию математического моделирования способствовал ряд причин. Развитие машиностроения и приборостроения, строительной отрасли привели к усложнению разрабатываемых технических устройств и систем. Экспериментальное изучение объектов стало требовать огромных затрат времени и материальных ресурсов. В ряде случаев экспериментальные исследования оказались невыполнимыми. Например, определение предельных нагрузок для гидроэлектростанций, самолетов, автомобилей и т. д. практически невозможно на самих объектах. Исследование сейсмоустойчивости зданий и других сооружений при натуральных испытаниях также вызывает большие трудности. Поэтому, в силу выше перечисленных причин, увеличилось значение расчетно-теоретического анализа характеристик сложных устройств и систем.

С другой стороны совершенствование вычислительной техники, значительное увеличение памяти и быстродействия компьютеров, создание новых программных комплексов способствовали появлению возможностей для реализации сложных математических моделей, проведению вычислительного эксперимента, что обеспечило быстрое развитие математического моделирования.

## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

*Под математическим моделированием будем понимать процесс установления соответствия данному реальному объекту некоторого математического объекта, называемого математической моделью, и исследование этой модели, позволяющее получить характеристики рассматриваемого реального объекта.*

Вид математической модели зависит как от природы реального объекта, так и задач исследования объекта и требуемой достоверности и точности решения этой задачи. Любая математическая модель, как и всякая другая, описывает реальный объект лишь с некоторой степенью приближения к действительности. Исследование модели позволяет получить ответы на определённую группу вопросов. Для получения другой информации может потребоваться модель другого вида.

*Математические модели — это абстрактные модели, представляющие собой формализованное описание изучаемой системы или объекта с помощью абстрактного языка, в частности, с помощью математических соотношений, отображающих процесс функционирования системы.*

Для составления математических моделей можно использовать любые математические средства — алгебраическое, дифференциальное, интегральное исчисления, теорию множеств, теорию алгоритмов и т.д. По существу вся математика создана для составления и исследования моделей объектов и процессов.

К средствам абстрактного описания систем относятся также языки химических формул, схем, чертежей, карт, диаграмм и т.п.

## КЛАССИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ

В качестве основных признаков, необходимых для классификации моделей, рассматривают:

- 1) степень адекватности модели;
- 2) характер исследуемых на модели процессов;

По первому признаку, т.е. в зависимости от степени адекватности, модели подразделяются на:

- а) полные (подробные) модели, когда модель в полной мере адекватна изучаемой системе, что характерно только для тривиальных систем;
- б) приближенные модели, когда модель не отражает некоторые аспекты функционирования моделируемой системы, что характерно для большинства моделей.

По второму признаку, т.е. в зависимости от характера процессов функционирования системы, все модели могут быть подразделены на:

- а) статические (структурные) и функциональные модели; при этом статические модели используются для изучения поведения системы в отдельный момент времени, а динамические отображают поведение системы во времени;
- б) непрерывные и дискретные модели — для моделирования процессов с дискретными и непрерывными состояниями;
- в) детерминированные и стохастические (вероятностные) модели — для моделирования соответствующих процессов функционирования систем;
- г) модели с непрерывным и с дискретным временем — в зависимости от характера изменения во времени процессов функционирования системы (такое разделение характерно только для динамических моделей);
- д) стационарные и нестационарные модели — для моделирования стационарных и нестационарных процессов в соответствующих режимах функционирования системы.

Математическое моделирование, в зависимости от метода анализа моделей, можно разделить на:

- а) аналитическое моделирование,
- б) имитационное моделирование,
- в) комбинированное моделирование, когда процессы функционирования одних элементов системы моделируются аналитически, а процессы функционирования остальных — имитационно.

При аналитическом моделировании процессы функционирования как

отдельных элементов, так и системы в целом, записываются в виде некоторых математических соотношений (алгебраических, дифференциальных, логических.

Имитационная модель — это совокупность описания системы и внешних воздействий, алгоритмов функционирования системы или правил изменения состояния системы под влиянием внешних и внутренних возмущений. При имитационном моделировании модель воспроизводит процесс функционирования системы во времени, причем модель имитирует все элементарные составляющие процесса с обязательным сохранением их взаимосвязанности и взаимообусловленности, логической структуры и последовательности протекания по времени. Это пример *алгоритмической математической модели*, поскольку связь в ней между внешними и выходными параметрами удается описать лишь в форме алгоритма, пригодного для реализации в виде компьютерной программы. Эти алгоритмы и правила не дают возможности использования имеющихся математических методов аналитического и численного решения, но позволяют имитировать процесс функционирования системы и производить вычисления интересующих характеристик. Имитационные модели могут быть созданы для гораздо более широкого класса объектов и процессов по сравнению с аналитическими. Поскольку для реализации имитационных моделей служат вычислительные системы, средствами формализованного описания имитационных моделей служат универсальные и специальные алгоритмические языки.

## ЭТАПЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Процесс математического моделирования включает следующие основные этапы:

1. Создание качественной модели.
2. Формулировка задачи в математических терминах, то есть построение математической модели.
3. Решение и анализ полученной математической задачи.
4. Интерпретация математических результатов в контексте первоначаль-

ной задачи реального мира.

#### 5. Использование полученных результатов моделирования.

На первом этапе проводится исследование и описание данного объекта или процесса реального мира. Выясняется характер законов и связей, действующих в нем, в зависимости от природы модели эти законы могут быть физическими, химическими, биологическими, экономическими. Начальная задача моделирования — выявить главные, характерные черты явления или процесса, его определяющие особенности. Применительно к исследованию физических явлений создание качественной модели — это формулировка физических закономерностей явления или процесса на основании эксперимента, обоснование отбрасывания несущественных факторов.

На втором этапе выявленные законы функционирования формализуют и формулируют в математических терминах (уравнениями, граничными и начальными условиями).

Далее, на третьем этапе находится решение математической задачи аналитическими или численными методами. Решение анализируется при различных входных параметрах.

Производится проверка соответствия математических результатов характеристикам реального объекта, то есть исследуется **адекватность** построенной модели. Определяются границы применимости построенной модели. В случае не соответствия результатов математического моделирования поведению исследуемого процесса или объекта, процесс моделирования повторяется вновь: строится новая модель, учитывающая большее количество факторов.

При адекватной работе модели, полученные результаты на последнем этапе используются для прогнозирования состояния реального объекта или процесса, закономерностей его развития. С помощью построенной модели выполняется имитация условий, которые могут возникнуть в процессе функционирования настоящего объекта. Это особенно важно, если эксперимент с настоящим объектом затруднен или может привести к катастрофическим последствиям.

Хорошая математическая модель удовлетворяет двум противоречащим



требованиям: она должна в достаточной степени учитывать все существенные детали, чтобы представить ситуацию в реальном мире с относительно небольшой погрешностью, и в то же время должна быть достаточно простой, чтобы можно было осуществить математический анализ на практике. Если модель столь детализирована, что она полностью представляет физическую ситуацию, то выполнить математический анализ может быть слишком трудно. Если модель слишком проста, результаты могут быть столь неточными, что будут бесполезны. Таким образом, есть неизбежный компромисс между тем, что наблюдается в физической реальности и что является математически возможным. Поэтому построение модели, которая правильно преодолевает этот разрыв между реальностью и выполнимостью анализа – самый критический и тонкий шаг в процессе построения модели. Необходимо найти способы упрощения математической модели, которые позволят не жертвовать основными особенностями процесса, происходящего в реальном мире.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Самарский, А.А Математическое моделирование [Текст]/ А.А Самарский, А.П.Михайлов. – Москва: Физматлит, 2002. – 320 с.
2. Зарубин, В.С. Математическое моделирование в технике [Текст]/ В.С. Зарубин.- Москва: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003.- 495 с.
3. Введение в математическое моделирование: Учебное пособие [Текст]/ под редакцией П.В. Трусова.- М.: Логос, 2005.- 440 с.
4. Коробейников, А.Г. Разработка и анализ математических моделей с использованием MATLAB и MAPLE [Текст]//Учебное пособие/ А.Г.Коробейников.- Санкт-Петербург, Изд-во НИУ ИТМО, 2010, 144 с.