ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Прикладная математика»

Практикум

по стандартному пакету MATLAB-SIMULINK

по дисциплинам

«Математические методы анализа и синтеза систем», «Стандартные пакеты прикладной математики»

Автор

Братищев А. В.

Аннотация

«Практикум» предназначен для студентов дневной формы обучения направлений 01.03.04 – прикладная математика; 27.03.04 – управление в технических системах.

Подразумевает вместе с руководством [1] освоение возможностей пакета на практических занятиях в компьютерном классе с последующим выполнением лабораторных работ с целью получения и закрепления навыков. Является составной (практической) частью двух спецкурсов: «Стандартные пакеты приклад ной математики» и «Математические методы анализа и синтеза систем»

Первая часть практикума – освоение “MATLAB” в форме повторения и развития основного курса математики и математических составляющих других дисциплин. Вторая часть – освоение “SIMULINK” как инструмента рия математической теории управляемых динамических систем. Используются основные понятия и демонстрируется основные положения этой теории [2].

Авторы

Профессор, доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры прикладной математики ДГТУ Братищев А.В.

ОГЛАВЛЕНИЕ

MATLAB

SIMULINK

Команды сопровождения

help выводит полный список разделов, сгруппированных в папки.
help + имя (функции, оператора, команды, пакета, папки) возвращает информацию по заданному имени.
which fun (**file.**□) указывает путь к функции или файлу с соответствующим расширением.
doc fun дает подробные сведения по функции **fun**.
type file выводит в командное окно полный текст m-файла.

Клавиши **ctrl+c** - остановить процесс, оставаясь в Matlab.
Команды аварийного выхода из Matlab:
quit, **quit force**, **quit cancel**.

↑ - клавиша вызова предыдущей набранной команды.

hold on включает, а **hold off** выключает режим фиксации графика.
figure создает дополнительное графическое окно.
clf очищает графическое окно.
Меню **Edit**+ **Copy Figure** копирует рисунок из графического окна в Word.

demo или **help| Demos** – переход к демонстрационным примерам.

Знак “**;**” после набора команды запрещает вывод результата.

Лабораторная работа MATLAB-1
Линейная алгебра и аналитическая геометрия [1-3], [6,8].

1. Вычислить с помощью **cross** и **dot** скалярное, векторное и смешанное произведения векторов из $\mathbb{R}^3$.
2. Проверить ортогональность, коллинеарность и компланарность векторов с помощью соответственно операций скалярного, векторного и смешанного произведений.
3. Вычислить площадь треугольника и объем тетраэдра по заданным вершинам с помощью операций векторного, смешенного произведений и операции длины вектора **norm**.
4. Найти расстояние между двумя точками, используя **sqrt**.
5. Найти расстояние от точки $M_0(x_0, y_0, z_0)$ до плоскости по формуле $\rho(M, \mathrm{L}) = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$, используя команду **abs**.
6. Найти расстояние от точки M_0 до прямой $\dfrac{x - x_1}{m_1} = \dfrac{y - y_1}{n_1} = \dfrac{z - z_1}{p_1}$ по формуле $\rho(M, l) = \dfrac{\left|\left[\overline{M_1M_0}, \bar{k}\right]\right|}{|\bar{k}|}$.
7. Найти расстояние между двумя прямыми
$$\frac{x - x_i}{m_i} = \frac{y - y_i}{n_i} = \frac{z - z_i}{p_i}, \; i = 1,2,$$
по формуле $\rho(l_1, l_2) = \dfrac{\left|\left(\overline{M_1M_2}, \bar{k}_1, \bar{k}_2\right)\right|}{\left|\left[\bar{k}_1, \bar{k}_2\right]\right|} = \dfrac{\left|\left(\left[\bar{k}_1, \bar{k}_2\right], \overline{M_1M_2}\right)\right|}{\left|\left[\bar{k}_1, \bar{k}_2\right]\right|}$.
8. Вычислить угол между плоскостями
$$A_i x + B_i y + C_i z + D_i = 0, \; i = 1,2..$$

9. Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} x = x_0 + mt \\ y = y_0 + nt\,, \quad t \in \mathbb{R} \\ z = z_0 + pt \end{cases}$, и плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$.
10. Установить взаиморасположение двух прямых

$$\frac{x - x_i}{m_i} = \frac{y - y_i}{n_i} = \frac{z - z_i}{p_i}, \quad i = 1, 2$$

по значениям rang($\begin{pmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 & z_1 - z_2 \\ m_1 & n_1 & p_1 \\ m_2 & n_2 & p_2 \end{pmatrix}$) и rang($\begin{pmatrix} m_1 & n_1 & p_1 \\ m_2 & n_2 & p_2 \end{pmatrix}$).

11. Сформировать одномерный регулярный массив с помощью задания шага **h**: x=**[a:h:b]**, либо заданием числа узлов **n**: x=**linspace**(a,b,n).
12. Разобрать на примерах возможности операций быстрого создания матриц **rand(n)**, **rand(m,n)**, **rand(m,n,p)**, **randi(n)**, **randi(m,n)**, **randi(p,m,n)**.
13. Что нового даёт операция **randi(p,m,n) - randi(q,m,n)** ?
14. Разделить поэлементно одну матрицу на другую с помощью команды **A./B**.
15. Произвести конкатенацию матриц по строкам и по столбцам, используя для их создания **rand**.
16. Построить диагональную матрицу с заданной диагональю **v** с помощью операции **diag(v)**. Выделить диагональ прямоугольной матрицы **M** с помощью операции **diag(M)**.
17. Найти собственные значения матриц A и A^2 с помощью операции **eig**. Как они связаны ?
18. Для квадратной матрицы найти жорданову нормальную

форму J и присоединённую матрицу S с помощью операций [S,J]=**eig**(A) или [S,J]=**jordan**(A). Проверить равенство $J=S^{-1}AS$.

19. Для матрицы A с комплексными элементами найти транспонированную матрицу и эрмитову (комплексно-сопряжённую) матрицу с помощью операций $A'_{\square}$ и A'. Сравнить результаты.
20. Разложить прямоугольную матрицу A с помощью операции [U,S,V]=**svd**(A) на произведение $A=U*S*V'$ диагональной S и двух *унитарных* матриц U, V (то есть симметричных со свойством $U*U'$, $V*V'$ - единичные матрицы).
21. Найти псевдообратную к прямоугольной матрице A с помощью операции B=**pinv**(A) и проверить свойства:
$A*B*A=A$, $B*A*B=B$, матрицы $A*B$, $B*A$ эрмитовы.
22. Вычислить определитель квадратной матрицы с помощью операции **det**(A), и найти её ранг с помощью операции **rank**(A).
23. Найти матрицу, обратную к данной с помощью операции A^{-1}. Сделать проверку.
24. Решить определённую СЛАУ $AX=B$ трёх уравнений с тремя неизвестными методом обратной матрицы. Сделать проверку.
25. Образовать совместную СЛАУ $AX=B$ с 4 неизвестными, у которой $\mathrm{rank}([A\ B])=\mathrm{rank}(A)=2$ и число уравнений больше 2. Методом Гаусса привести её к СЛАУ с 2 уравнениями. Выбрать 2 базисные переменные и привести СЛАУ к виду
$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2=-a_{13}x_3-a_{14}x_4+b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2=-a_{23}x_3-a_{24}x_4+b_2 \end{cases}.$$
Методом обратной матрицы найти общее решение этой (используя команду **syms** x_3 x_4), а значит и исходной СЛАУ.
26. Для несовместной СЛАУ $AX=B$ ставится задача о нахождении наиболее близкой к B правой части B_0, для которой СЛАУ $AX=B_0$ будет совместной и называется *регуляризацией*. Близость понимается в смысле задачи на условный экстремум

$$\begin{cases}(b_1-b_1')^2+...+(b_m-b_m')^2 \to \min \\ \text{rang}(AB')=\text{rang}(A)\end{cases}.$$

Сначала находится решение искомой регуляризации по формуле X_0=pinv(A)*B. Затем вычисляются матрица свободных членов регуляризации: $B_0:=AX_0$.

Регуляризировать какую-либо несовместную СЛАУ с помощью псевдообратной матрицы, и найти общее решение регуляризиро ванной СЛАУ.

Лабораторная работа MATLAB-2
Матанализ. Дифференциальные уравнения [1-3], [6,8].

1. Вычислить число **pi** в трёх форматах: **format short**, **format long** и **format rat**.
2. Вычислить встроенные элементарные функции **exp**, **log**, **log10**, **log2**, **sqrt**, **sin**, **cos, tan**, **asin**, **sinh**, **asinh** в точке e=**exp(1)**.
3. По встроенным функциям с помощью операций **f=@(x)**, **g=@(x,y)**, **f=inline(, 'x')**, **g=inline(' ','x','y')** построить элементарные функции одной и двух переменных. Вычислить их значение в каких-либо точках.
4. Вычислить значения какой-либо элементарной функции от двух переменных на массиве точек x=1:1:10; y=1:1:10.
5. Вычислить значения какой-либо элементарной функции f на двумерном массиве f(rand(m,n)).
6. Вычислить корни алгебраического уравнения пятой степени с помощью операции **roots**.
7. Найти коэффициенты многочлена по известным его нулям с помощью команды **poly**.
8. Вычислить значения многочлена на заданном числовом массиве с помощью команды **polyval**.
9. Построить рациональную функцию с помощью команды **r=tf(a,b)**.
10. Вычислить нули и полюсы рациональной функции с помощью команд **zero**(tf(a,b)), **pole**(tf(a,b)).
11. Разложить рациональную функцию на простейшие дроби и вы писать вычеты в полюсах с помощью команды [r p k]= =**residue**(a,b).

―――

В следующих заданиях используются символьные объекты, ко торые задаются командой **syms**.

12. Упростить выражение $y=1+\dfrac{x}{1-\dfrac{x}{x+1}}$ с помощью команды **simplify**.
13. Разложить многочлен $4a^3-7a^2b-2ab^2$ на множители с помощью команды **factor**.
14. Раскрыть выражение $(a+2b-3c)^4$ с помощью команды **expand**.
15. Составить композиции двух функций f=exp(x), g=sin(y) h=**compose**(f,g), r=**compose**(g,f).
16. Подстановка численного значения в символьное выражение осуществляется командой **subs**. Вычислить композиции в точке.
17. Решить систему уравнений $\begin{cases}\sin^2 x+\sin^2 y=7/4\\ x-y=5\pi/6\end{cases}$ с помощью команды **solve**. Упростить решения с помощью **simple**.
18. Найти точку пересечения прямой $\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0\\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0\end{cases}$ и сферы $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$ с помощью команды **solve**.
19. Вычислить пределы $\lim\limits_{x\to 0}\overline{(1+x)^{\ln x}}$, $\lim\limits_{x\to\infty} x\sin(3/x)$ с помощью команд **limit**((f(x), x, 0), **limit** (f(x),x,∞).
20. Вычислить производную n-ого порядка с помощью команды **diff** (f(x),x,n)).
21. Вычислить якобиан отображения $F=\big(f(x,y,z),g(x,y,z)\big)$ с помощью команды J=**jacobian**([f,g],[x y z])
22. Вычислить матрицу Гессе функции f(x,y,z) с помощью команды
H=**jacobian** $\big(\big[\mathrm{diff}(f,x), \mathrm{diff}(f,y), \mathrm{diff}(f,z)\big],\big[x\ y\ z\big]\big)$.

23. Вычислить интегралы от встроенной функции

$$\int f(x)dx, \ \int_a^b f(x)dx$$

с помощью команд **int**(f(x)), **int**(f(x),a,b).

24. Вычислить двойной интеграл функции f(x,y) на криволинейной трапеции $D=\{(u,v): a \le u \le b, \ g(u) \le v \le r(u)\}$ с помощью ко манды повторного интеграла $\mathbf{int}\left(\mathrm{int}\left(f(\mathrm{u}), \mathrm{a}, \mathrm{b}\right), \mathrm{g}(\mathrm{u}), \mathrm{r}(\mathrm{u})\right)$.

---

25. Найти общее решение ЛДУ второго порядка с помощью коман ды **dsolve**('a*D2y+b*Dy+c*y=f(x)','x').
26. Решить смешанную краевую задачу для нелинейного ДУ с по мощью команды **dsolve**('x*D2y-Dy+4*x^3*y=0','y(a)=c', Dy(b)=d). Упростить решение с помощью команды **simple**.
27. Решить задачу Коши для НСЛДУ второго порядка с помощью команды **dsolve**('Dx=a_{11}*x+ a_{12}*y', 'Dx=a_{21}*x+ a_{22}*y','x(a)=b_1', 'y(a)=b_2'). Упростить решение.

Лабораторная работа MATLAB-3
Программирование. Графики [1-3], [6,8].

1. Создать файл-функцию расстояния от точки до прямой $\rho(M,l)=\dfrac{\left\|\left[\overline{M_1M_0},\bar{k}\right]\right\|}{\left|\bar{k}\right|}$ помощью встроенного *редактора* **m-***файлов*, выбрав команду **new** $\Rightarrow$ **Function** , и применить ее.
2. Нарисовать пучок кривых x^a, a=0.2:0.4:3, $x\in[0,1]$, с помощью цикла **for…end** и команд **plot**(x, x^a) и **hold on**.
3. Найти сумму числового ряда $\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\dfrac{1}{k}$ с точность $\varepsilon=10^{-6}$ с помощью цикла **while…end**.
4. Создать с помощью условного оператора **if, elseif, else** файл-функцию chot(a), определяющую, является ли заданное число нулем, четным или нечетным. Использовать операцию округления **fix**.
5. Создать с помощью условного оператора **switch, case, otherwise** файл-функцию elfunc(x,n) вычисления 5 основных элементарных функций x^2, 2^x, $\log_2 x$, $\sin x$, $\arcsin x$.

---

6. Построить вектор с началом в точке (x_0,y_0) и проекциями $\Delta x,\Delta y$ с помощью операции **quiver**$(x_0,y_0,\Delta x,\Delta y,0)$.
7. Построить пучок векторов **quiver**(x,sqrt(x),0), x=1:1:10 с помощью цикла **for…end** и команды закрепления графиков **hold on**.
8. Пусть заданы два массива возрастающих чисел x, $\mathrm{length}(x)=n$ и y, $\mathrm{length}(y)=m$. Команда [X,Y] = **meshgrid**(x,y) образует по ним на плоскости сетку узлов размера $m\times n$ с абсциссами из x и ординатами из y. Из каждого узла проведем вектор с проекциями, которые задаются соответствующими элементами матриц U, V

размеров $m\times n$. Команда **quiver** (X,Y,U,V) строит соответствующее векторное поле.
Построить векторное поле на сетке узлов размера 10×6, сформи ровав матрицы $U,\ V$ с помощью команды **rand**.

9. Нарисовать пилообразную ломаную с помощью одномерного массива x и команды **plot**(x).
10. Нарисовать домик с окнами и дверью, используя команду **plot**(x,y) и команду сохранения **hold on**. Вставить надпись с по мощью команды **title**(‘домик’).
11. Нарисовать спираль в плоскости с помощью команды p=**polar**(fi,r(fi)).Увеличить ширину полученной линии с помо щью команды **set**(p,’**LineWidth’**,3).
12. Нарисовать графики трех элементарных функций **sh(x), exp(x)/2, ch(x)** в одной системе координат с помощью команды **fplot**('[f(x),g(x),r(x)]',[a,b]).
13. Нарисовать графики трех элементарных функций в трёх систе мах координат с помощью команд subplot(1,3,i), i=1,2,3, и plot(x,f_i).
14. Нарисовать семейство овалов Кассини
$$(x^2+y^2)^2-2c^2(x^2-y^2)=a^4-c^4,\ \ c=4,\ \ a=1.6:0.6:6.4$$
с помощью команды рисовании графика неявно заданной функ ции **ezplot**(’f(x,y)’), **ezplot**(’f(x,y)’,[a,b,c,d]), использовать коман ду закрепления **hold on или** цикл **for…end**.
15. Нарисовать циклоиду $\begin{cases} x=a(t-\sin t) \\ y=a(1-\cos t) \end{cases}$, $t\in(-\infty,\infty)$ с помощью команды рисования графика параметрически заданной функции **ezplot**$\left('\mathrm{x(t)}', '\mathrm{y(t)}', [\alpha,\beta]\right)$**.**
16. Нарисовать тетраэдр с помощью всего трёх одномерных масси вов с помощью команды **plot3**(x,y,z).
17. Нарисовать толстую пружину переменного сечения

$$\begin{cases} x = (2+\sin 0{,}1t)\sin \mathrm{t} \\ y = (2+\sin 0{,}1t)\cos \mathrm{t}\ , \ \ t \in [0,100] \\ z = t \end{cases}$$

в пространстве с помощью команд
ezplot3$\left(\text{'x(t)', 'y(t)', 'z(t)', 't', } [\alpha,\beta]\right)$ и **set**(p,'**LineWidth'**,2)**.**

18. При построении поверхности z=f(x,y) область определения функции задается прямоугольной сетью точек (*meshgrid*) [X,Y]=**meshgrid** (x,y) с координатами из одномерных массивов $x = a : h_1 : b \ \ y = c : h_2 : d$. Третья координата задается командой **Z=f(X.,Y.)**. Поверхность рисуется командой **surf**(X,Y,Z) или ко мандой **plot3**(X,Y,Z). Нарисовать фрагмент гиперболического параболоида z=x^2- y^2 с помощью двух последних команд.
19. Команда **ezsurf**(z(x,y), [a,b,c,d], n) строит график символьной функции в виде сети пространственных кривых с густотой **n** над прямоугольной областью $a \le x \le b,\ c \le y \le d$. Нарисовать фраг мент гиперболического параболоида z=x^2-y^2 с помощью коман ды **ezsurf**.
20. Нарисовать с помощью команды **ezmesh**(‘f(u,v)’,‘g(u,v)’, ‘r(u,v)’) или команды **ezsurf**(‘f(u,v)’,‘g(u,v)’, ‘r(u,v)’), эллипсоид

$$\begin{cases} x = 2\sin u \cos v \\ y = 2\sin u \sin v\ , \ \ u, v \in [0, 2\pi]. \\ z = \cos u \end{cases}$$

Погрузить его в “аквариум”, размеры которого задаются коман дой **axis**([-3 3 -3 3 -2 2]), а рамка - командой **box on**.
21. Нарисовать круговой параболоид z= -x^2 -y^2 . Закрепить рисунок с помощью **hold on**. В точке (1,1,-2) поверхности нарисовать ка сательную плоскость и нормаль к этой поверхности.
22. Для поверхности с уравнением Z=f(X.,Y.) на сетке, линии уров ня задаются командой **contour**(x,y,Z,n). Нарисовать поверхность z=cos(|x|+|y|)+5 над квадратом со стороной =20. Закрепить рису

нок с помощью команды **hold on** и добавить линии уровня с n=4

Лабораторная работа MATLAB-4
Численные методы.
Обработка экспериментальных данных [1-3], [6,8].

1. Для какой-нибудь элементарной функции f(x) решить уравнение f(x)=0 с начальным приближением x0 с помощью команды **fzero** (' f(x)', x0).
2. Решить уравнение f(x)=0 на отрезке [a b] при условии f(a)*f(b)<0 с помощью команды **fzero**(' f(x)', [a b]).
3. Найти экстремум и точку экстремума функции одной переменой f(x) на отрезке [a,b] с помощью команды [x, val, flag, output]= =**fminbnd** ('f(x)', a, b). Обратить внимание на использованный ме тод вычисления и число итераций.
4. Найти экстремум функции двух переменных f(x,y) и точку экс тремума с начальным приближением (x0, y0) с помощью коман ды [x, fival, exitflag, output]= =**fminbnd** ('f(x, y)', [x0, y0]).
5. Аппроксимировать последовательность из 5 точек, заданных массивами координат x, y, с помощью многочленов степени **k** по обобщённому методу наименьших квадратов, используя команду pk=**polyfit**(x,y,k), k= 2,4.
6. По коэффициентам pk аппроксимирующих многочленов создать массивы значений этих многочленов на массиве t с помощью команды $t=x_1$:0.1:x_5 ; Pk=**polyval(**pk,t), k= 2,4.
7. Аппроксимировать массив точек из п.5 кубическим сплайном с помощью команды s=**spline**(x,y,t). Нарисовать 4 графика ап проксимаций с помощью команды **plot**(x, y, 'o', t, P2, '-.', t, P4, '-', t, s, ‘^’) . Какие аппроксимирующие кривые проходят через массив точек?
8. Из графического окна через меню Tools | Fitting войти в графиче

ское окно **Basic Fitting**. Развернуть его на три окна с помощью жирной стрелки. Меняя в первом из окон степень аппроксими рующего многочлена, проследить во втором окне за изменением коэффициентов этого многочлена.

9. Меняя в первом окне степень аппроксимирующего многочлена, проследить во втором окне за изменением коэффициентов этого многочлена и нормой остатка (Norm of residuals). В третьем окне вычислить значение аппроксимирующего многочлена в точке, не совпадающей с узлом, с помощью команды **Evaluate**.
10. В окне Matlab с помощью команды **funtool** открыть калькулятор **Funtool**. Для функции x^2 нарисовать в этом калькуляторе графи ки производной, интеграла и сдвига.
11. В окне Matlab с помощью команды **taylortool** открыть калькуля тор вычислений **Taylortool.** Убедиться, что многочлен Тейлора наименьшей степени, аппроксимирующий функцию $x\cos x$ с точностью $<\varepsilon=0.01$ на отрезке $[-\pi,\pi]$, имеет степень =11. Использовать увеличитель **Zoom In** на панели **Figure Toolbar**.
12. Для функции $x\cos x$ найти отрезок наибольшей длины $[-\alpha,\alpha]$, на котором многочлен Тейлора степени =5 аппроксимирует функцию с точностью $<\varepsilon=0.01$.
13. Для функции $x\cos x$ найти точность ε, с которой многочлен Тейлора степени = 9 аппроксимирует функцию $x\cos x$ на отрез ке $[-2,2]$.
14. Вычислить определенный интеграл от элементарной функции f(x) на отрезке [a,b] методом Симпсона с помощью команды [I,cnt]=**quad**(f,a,b,ε) с точностью $=\varepsilon$ и методом трапеций с помощью команды x=a:0.1:b; **trapz**(x,f(x)).
15. Вычислить двойной интеграл от функции f(x,y) на прямоуголь

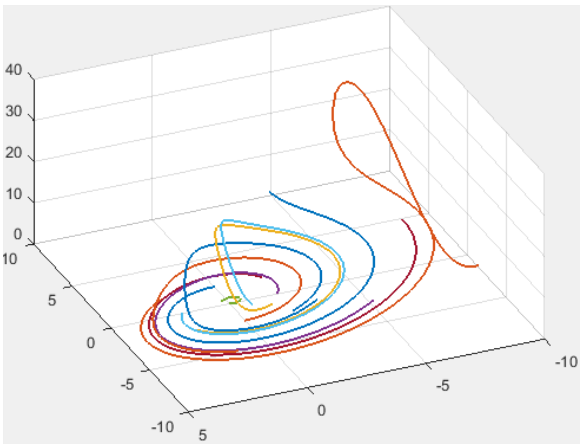
ной области D={(x,y): a<x<b, c<y<d} с помощью команды **dblquad**(f(x,y), a, b, c, d) (*double integral*).

16. Рисование траекторий решений задачи Коши нормальной сис темы дифференциальных уравнений осуществляется в 2 этапа. На первом создается программный код вектор-функции правых частей системы в окне редактора m-файлов. Например, для уравнения Рос-слера,

```
function  f= ode(t,x)
f=[-x(2)-x(3); x(1)+0.5*x(2); 0.5+x(3)*(x(1)-3)];
```

Затем в командном окне набирается программа численного решения соответствующего числа задач Коши и рисования траекторий в цикле.

```
>> for x1=-2:2:2
for x2=-2:2:2
[t,x]=ode45('ode',[0 6],[x1 x2 0]);
plot3(x(:,1),x(:,2),x(:,3),'LineWidth',1.5)
hold on
end
end
>> grid
```



Здесь первый аргумент функции решения задача Коши **ode45** указывает на правую часть **ode** системы. Второй ар гумент – область определения независимой пе ременной: $t \in [0,6]$. Третий аргумент [x1 x2 0]) определяет текущие начальные значения задачи Коши. На рисунке получаем 9 траекторий.

Указанным способом построить в пространстве траекторий каких-либо 4 решений задачи Коши нормальной системы диффе ренциальных уравнений Лоренца $\begin{cases} x'_t = -100x + 100y \\ y'_t = -xz + 280x - y \\ z'_t = xy - 80/3z + x \end{cases}$, одно из начальных условий которой взять равным $\begin{cases} x(0) = 1 \\ y(0) = 1 \\ z(0) = 1 \end{cases}$.

17. Решить задачу Коши для дифференциального уравнения $y'' + ay' + by = f(t),\ \ y(t_0) = y_0,\ \ y'(t_0) = y_1$, переходом с помощью замены $\begin{cases} x_1 := y \\ x_2 := y' \end{cases}$, к задаче Коши для эквивалентной системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x'_1 := x_2 \\ x'_2 := -bx_1 - ax_2 - f(t) \end{cases}$, $\begin{cases} x_1(t_0) := y_0 \\ x_2(t_0) := y_1 \end{cases}$.
Нарисовать график решения.

———

18. Найти линейную МНК-аппроксимацию массива точек в $\tilde{\square}^3$, ис пользуя команды X=[ones(size(x1)) x1 x2]; b=regress(x3,X). Изо бразить массив точек с помощью команды **plot3**(x1,x2, x3,'k.') и график уравнения аппроксимации $y=b_0+b_1x_1+b_2x_2$ с помощью команды **ezsurf**(y(x1, x2), [a,b,c,d], n) .
19. Найти нелинейную МНК-аппроксимацию того же массива то чек. Уравнение нелинейной аппроксимации искать в виде $y=b_0+b_1x_1+b_2x_2+b_3x_1x_2$. Коэффициенты вычисляются с помо щью команд X=[ones(size(x1)) x1 x2 x1.*x2]; b=regress(x3,X). Вычислить значение аппроксимирующего многочлена на масси

ве x1,x2 с помощью функции $F=b_0+b_1*x1+b_2*x2+b_3*x1*x2$. Сравнить с массивом x3. Изобразить график многочлена.

_____

20. Случайная выборка нормального распределения формируется командой A=**m+s*randn(n,1)**, где **m** – *среднее значение*, **s** – *стандартное отклонение*, **n** – *объем выборки*. Вычислить массив высот прямоугольников гистограммы и массив абсцисс серединпрямоугольников с помощью команды [y,x]=**hist**(A,m). Нарисовать гистограмму и график эмпирической функции распределения с помощью команд **hist**(A,m) и **ecdf**(A).
21. Вычислить значения плотности *нормального распределения* с параметрами a,σ на отрезке **x=**a:0.1:b с помощью команды **normpdf**(x, a,σ) и значения *биномиального распределения* с параметрами N,P с помощью команды **binopdf**(x,N,P). Нарисовать соответственно график плотности с помощью команды **plot**(x, normpdf(x, a,σ)) и столбцовый график биномиального закона распределения с помощью команды x=0:1:N+1; **bar(**x,binopdf**(**0:N+1, N,P**))** (*bar* –прямоугольник).
22. Произвести случайную выборку с помощью команды x=**rand**(1,250). Проверить её объем с помощью команды n=**lenth**(x). Найти выборочное среднее с помощью команды Mx=**mean**(x). Найти стандартное отклонение и несмещённую выборочную дисперсию с помощью команд Sx=**std**(x), Dx=Sx^**2.**
23. Найти доверительные интервалы для случайной выборки объёма =250 для трёх доверительных вероятностей h= [0.9; 0.95; 0.99]. Доверительные интервалы для матожидания найти с помощью команды Mxd = **[**h, Mx - Sx*t/sqrt(n), Mx + Sx*t/sqrt(n)**]**, где t - квантиль **t**-распределения с n-1 степенями свободы, которая находится с помощью операции t=**tinv**((1+h)/2,n-1). Доверительные интервалы для дисперсии найти с помощью команды Dxd = [h, n*Dx./chi2l, n*Dx./chi2r], где квантили χ^2 -

распределения с n-1 степенями свободы находятся по форму лам chi2l=**chi2inv**((1+h)/2,n-1), chi2r=**chi2inv**((1-h)/2,n-1).

24. Подготовить случайную выборку объёма =250 для проверки ги потезы о законе распределения генеральной совокупности с по мощью критерия согласия. Для этого по выборке A=10*rand(250,1) образовать статистический ряд из m=20 клас сов и вычислить частоты и середины интервалов по формуле [ni,x]=**hist**(A,20), затем концы интервалов - по формуле k=1:1:21; xi=x(1)+(k-3/2)*(x(20)-x(1))/19.
25. По полученному статистическому ряду проверить гипотезу о нормальном законе распределения генеральной совокупности с помощью критерия согласия χ^2 и уровнями значимости $\alpha = 0.1, 0.01$

Сначала вычислить *массив теоретических частот* с помощью функции нормального распределения normcdf: k=1:1:20; **p**= **normcdf(**xi(k+1),mean(A),std(A)**)** -**normcdf(**xi(k),mean(A),std(A)**)**

Вычислить *наблюдаемое значение* $\chi^2_{набл} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{m}\frac{n_k^2}{p_k} - n$ по форму ле: hi=sum((ni.^2)./p)/100-100.

С помощью команды chi2inv функции распределения χ^2 для числа степеней свободы m-l-1=5, где l=2 - число параметров нормального распределения, вычислить *теоретическое значе ние* при двух уровнях значимости: alpha=0.1; **chi2inv**(1-alpha,5). alpha=0.01; **chi2inv**(1-alpha,5).

Если полученное значение меньше наблюдаемого, то гипотезу отвергаем, а если больше, то принимаем с соответствующим уровнем значимости.

26. По статистическому ряду из п.24 проверить гипотезу о равно мерном законе распределения генеральной совокупности с помо щью критерия согласия χ^2 и уровнями значимости $\alpha = 0.1,\ 0.01$.

Сначала с помощью метода моментов найти параметры этого распределения a, b : a= mean(A)-sqrt(3)* std(A).

b=mean(A)+sqrt(3)* std(A).

Посчитать *массив теоретических частот* с помощью функции равномерного распределения unifcdf:

k=1:1:20;   p=**unifcdf**(xi(k+1),a,b) - **unifcdf**(xi(k),a,b).

Вычислить *наблюдаемое значение* **hi** по той же формуле.

Если полученное значение меньше наблюдаемого, то гипотезу отвергаем, а если больше, то принимаем с соответствующим уровнем значимости.

Лабораторная работа SIMULINK-1
Введение. Знакомство с основными блоками [1],[5,6].

S-модели (визуализированные программы) создаются из блоков (программ), которые находятся в специализированных библиотеках окна **Simulink Library Browser**. Окно моделирования открывается с помощью команды **File| New| Model**. Модели перетаскиваются в него из библиотек с помощью левой кнопки мыши.

1. Если кликнуться на блоке правой кнопкой мыши и в открывшем ся меню выбрать опцию **Rotate&Flip**, то с помощью команд **ClockWize** и **Flip Block** можно вращать и зеркально отражать данный блок. Линия связи производится с помощью левой кноп ки мыши от выхода блока или правой кнопкой мыши от любой точки другой линии связи.

Проделать описанные операции на примерах.

2. Сформировать S-модель визуализации сигнала $x=\sqrt{|20t-100|}$ с помощью блоков **Clock**, **Fcn** и осциллографа **Scope**.

3. Спроектировать S-модель рисования ветви гиперболы $\begin{cases} x = \mathrm{ch}t \\ y = \mathrm{sn}t \end{cases}$, $t \in [-3,3]$, на экране виртуального регистратора **Graph XY** с помощью блоков **Clock**, **Trigonometric Function**. Область определения задать по адресу **Model Configuration Parameters| Solver|Start Time**, **Stop Time.** В диалоговом окне блока **Graph XY** выбрать границы экрана равными $0 \le x \le 12,\ -12 \le y \le 12$.

4. Спроектировать S-модель рисования графиков функций **sh(x), exp(x)/2, ch(x)** в одной системе координат и отдельно, в трех системах координат, с помощью одного экземпляра **Clock**, двух экземпляров **Scope** и мультиплексора **Mux.** Выбрать $t \in [-1,3]$.

5. Вычислить значение **lg5** с помощью блоков **MathFunction| log10** и цифрового дисплея **Display**.

6. Спроектировать устройство (devise), решающее алгебраическое уравнение четвертой степени по формулам Виета с помощью четырёх экземпляров блока **Algebraic Constraint** (алгебраическая связь). Продемонстрировать его работу. Вывести результат на цифровой дисплей **Display** через блок **Mux**. На примере убедиться, что решатель не находит комплексные корни

7. С помощью двух экземпляров блока **Algebraic Constraint** спроектировать решатель СЛАУ 2-его порядка. Выходы блоков вывести на дисплей **Display** через блок **Mux**.

Создать *диалоговое окно* S-*модели*, для чего:

а) В диалоговых окнах 6 блоков **Constant** набрать буквенные значения параметров СЛАУ $a11, a12, a21, a22, b1, b2$.

б) Левой кнопкой мыши выделить все схему кроме регистратора. Поместить курсор на выделенное место и в диалоговом окне правой кнопки мыши выбрать операцию **Create Subsystem from Selection** замещения выделенной схемы блоком **Subsystem**.

в) Поместить курсор на блок и в диалоговом окне правой кнопки мыши перейти к диалоговому окну **Parameters&Dialog** с помощью команды **Mask| Edit Mask| Parameters&Dialog**.

г) В столбцах **Prompt** (Подсказка) и **Name** продублировать 6 строк параметров $a11, a12, a21, a22, b1, b2$ с помощью кнопки  **Max**.

д) Закрыть диалоговое окно, и кликнуть левой кнопкой мыши на блоке **Subsystem**. В открывшемся диалоговом окне S-модели набать числовые значения параметров СЛАУ.

Решить несколько СЛАУ, меняя параметры диалогового окна.

8. Произвести численное дифференцирование какой-либо функции с помощью блока **Discrete Derivative**. Вывести на **Scope** графики функции и производной.

9. Вычислить определенный интеграл какой-либо элементарной функции тремя способами с помощью трёх настроек блока **Discrete-Time Integrator** (библиотека **Discrete**): прямой метод Эйлера **Forward Euler** (левых прямоугольников); б) обратный метод Эйлера **Backward Euler** (правых прямоугольников); в) ме тод трапеций **Trapezoidal**. С помощью **Mux** нарисовать в одной системе координат на **Scope** графики квадратурных формул.

10. Создать S-модель с переменной структурой для вычисления ко эффициентов алгебраических уравнений второго и третьего по рядка по известным корням с использованием блока **Configura ble Subsystem**. Продемонстрировать ее работу.

11. Данные из рабочей области Matlab можно использовать в каче стве входных переменных для блоков Simulink. Для этого имя массива этих переменных вносят в текстовое поле **Data** диало гового окна блока **From Workspace.** Первый столбец этого мас сива – диапазон моментов времени. Следующие столбы – соот ветствующие значения переменных.
Массивы, сохраненные в двоичном MAT-файле (с расширении ем .mat) также можно использовать в качестве входных пере менных для блоков Simulink. Для этого имя массива **name.mat** вносят в текстовое поле **File Name** диалогового окна блока **From File**.

Создать массив моментов времени и массив значений какой-либо элементарной функции в командном окне Matlab. Составить и поименовать массив соответствующих им столбцов. В окно Si mulink ввести блок **From Workspace**, а диалоговое окно блока внести имя массива. Присоединить к этому блоку **Scope** и запус тить программу рисования графика функции.

12. Блок **To Workspace** сохраняет полученный в Simulink массив (с назначенным именем) в рабочей области Matlab. Блок **To File** сохраняет массив в виде M-файла (с расширением .mat) системы Matlab.

Нарисовать 3-мерную кривую в Matlab, используя массивы из Si mulink. Для этого вывести 3 какие-либо элементарные функции на блоки **To Workspace**, поименовав их соответственно **xout, yout, zout**, и выбрав в этих блоках формат **Array**. В окне **Model Configuration Parameters| Data Import** сохранить только опцию **Time**. Запустить модель на выполнение. В командном окне Mat lab набрать и выполнить команду **plot3(xout, yout, zout)**.

Лабораторная работа SIMULINK-2
Логические устройства и дискретные системы [1,2], [4-6].

Задание 1 Функциональный преобразователь $\mathrm{F}:\mathrm{A}^3 \to \mathrm{A}^2,\ \mathrm{A}:=\{0,1\}$, определяется двумя булевыми функциями от трех двоичных пе ременных. Создать его S-модель с помощью блока **Combinatorial Logic**. Проверить её работу.

Задание 2 Создать в Simulink четыре логических схемы данной ло гической формулы: **а)** с помощью блока **Combinatorial Logic**; **б)** в булевом базисе по соответствующей СДНФ с помощью бло ка **AND** и его настроек **OR, NOT**; **в)** для предварительно найден ной *минимальной ДНФ* данной логической формулы в булевом в базисе; **г)** в элементном базисе «и-не» с помощью блока **NAND** (настройка блока **AND**). Продемонстрировать на примере экви валентность работы этих схем.

1) $x \oplus y \wedge z \to \bar{x} \vee \bar{z}$; 2) $(x \mid y) \to \bar{z} \vee x \oplus y$; 3) $(x \to \bar{y}) \oplus z \vee x$;

4) $x \vee y \oplus \bar{z} \leftrightarrow y$; 5) $x \vee \overline{y \to z} \oplus y$; 6) $\bar{x} \vee y \to z \wedge y$;

7) $(x \downarrow y) \vee \overline{x \to z}$; 8) $(x \wedge y \to z) \vee x \oplus y$; 9) $(x \mid y) \wedge z \to \bar{y} \vee x$;

10) $(x \to y \wedge z) \oplus \bar{x}$; 11) $x \vee y \wedge \bar{z} \to x \wedge y$; 12) $(x \oplus y) \oplus (z \vee \bar{x})$;

13) $x \vee y \oplus z \to \bar{y}$; 14) $(x \downarrow y) \oplus z \vee \bar{x}$; 15) $(x \vee y \to \bar{z}) \oplus y$;

16) $x \leftrightarrow y \oplus z \vee \bar{y})$; 17) $x \vee y \wedge \bar{z} \oplus y$; 18) $(x \oplus y) \wedge z \vee \bar{x}$;

19) $(x \to \bar{y}) \oplus z \vee y$; 20) $(x \mid y) \wedge z \vee \bar{x}$.

Задание 3 Показать, что блок **Memory** удовлетворяет определению *D*-триггера:

a(t)	q(t)	q(t+1)	λ(t)
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	1	1

Здесь a(t) -входной сигнал, а q(t) - состоя ние триггера ($\equiv$ блока), q(t+1) - новое состояние, $\lambda(t)$-выходной сигнал :

Задание 4 Цифровой автомат задается двумя функциональными преобразователями – функцией перехода и функцией выхода

$$G(q_1,...,q_p,x_1,...,x_n)=\left(g_1(q_1,...,q_p,x_1,...,x_n),...,g_p(q_1,...,q_p,x_1,...,x_n)\right):\{0,1\}^{p+n}\to\{0,1\}^p,$$

$$F(q_1,...,q_p,x_1,...,x_n)=\left(f_1(q_1,...,q_p,x_1,...,x_n),...,f_m(q_1,...,q_p,x_1,...,x_n)\right):\{0,1\}^{p+n}\to\{0,1\}^m$$

Функция перехода схемно реализуется в виде *блока памяти ав томата*, который состоит из (n+p,p)- полюсника (функциональ ный преобразователь которого называется *функцией возбужде ния автомата*) и системы p однотипных триггеров, присоединён ных к его выходам. Для *D*-триггеров функция возбуждения сов падает с функцией перехода.

Функция выхода схемно реализуется в виде (n+p,m) -полюсника.

Входы этих полюсников совпадают. **p** из ни соединены с выхода ми блока памяти, а остальные **n** являются входами автомата.

Построить автомат без выходов с произвольной функцией перехода $G:A^5\to A^3$, $A:=\{0,1\}$ Для этого в окне блока **Combinatorial Logic** набрать массив размера 32×3. Соединить выход блока через демультиплексор **Demux** с тремя блоками **Memory**, а по следние соединить через **Mux** с блоком **Display**.

Присоединить к входу **Combinatorial Logic** мультиплексор с 5 входами, и 3 верхних соединить с выходами блоков **Memory**. 2 оставшихся являются входами конструируемого автомата, и их соединить с выходами блоков **Repeating Sequence Stair**.

В построенном автомате буквой входного алфавита является двухразрядное число. Выбрать произвольное 10-буквенное входное слово и первые его разряды поместить в нижний блок **Repeating**, а вторые – в верхний блок.

Перед запуском автомата во входных блоках выбрать *тип вы ходных данных* **boolean**, а в окне по адресу **Model Configuration Parameters| Solver** выбрать **Start Time**=1, **Stop Time**=1.

Исходное состояние автомата набирается в блоках **Memory**. При запуске моделирования с t=10 на дисплее появится последнее состояние автомата. Если нужна вся цепочка состояний, то необходимо подключить **Scope**.

Задача 5 Достроить предыдущий автомат до автомата с 4 выходами. Для этого в окне нового блока **Combinatorial Logic** набрать массив размера 32×4. Его вход соединить с выходом мультиплексора, а выходы – с новым экземпляром блока **Display**. Пропустить через полученный автомат какое-либо слово.

Задача 6 Берётся ссуда $s(0)=\overline{s}$ руб. с ежемесячной ставкой ε ($r:=12\varepsilon$ годовая ставка, $100r$ % - годовая процентная ставка) и ежемесячной платой по кредиту в конце k-го месяца. Баланс ссуды в конце k-го месяца удовлетворяет линейному разностному уравнению первого порядка

$$s(k+1)-(1+\varepsilon)s(k)=c(k+1),\ \ k=0,1,\dots,$$

с передаточной функцией $W(p)=\dfrac{p}{p-(1+\varepsilon)}$ и начальным условием $s(0)=s$. Построить S-модель этого уравнения с помощью блока **Fcn**, который задает функцию $c(k)$, и блока **Discrete Transfer Fcn**, который задает передаточную функцию.

Повести эксперимент с моделью при каких-либо значениях параметров s, $c(k)$ и ε на предмет определения числа месяцев для погашения ссуды. Например, $s=1500\,000$, $c(k)\equiv 20\,000$, $\varepsilon=0.01$.

Задание 7 Пусть сообщение передается с помощью m сигналов длительностью соответственно $\mathrm{n_m}>\ldots>\mathrm{n_1}\geq 1$ единиц времени. Известно, что число различных сообщений, которые можно передать с помощью этих сигналов за n единиц времени, вычисляется по рекуррентной формуле $\mathrm{s(n)=s(n\text{-}n_1)+\ldots+s(n\text{-}n_m)}$. Считаются только максимальные сообщения, то есть сообщения, к ко торым нельзя присоединить ни одного сигнала, не превысив при этом n.

По соответствующему линейному разностному уравнению n_m-го порядка $x(n+n_m)=x\left(n+(n_m-n_1)\right)+x\left(n+(n_m-n_2)\right)+...+x\left(n\right),\ n=0,1...,$ с помощью n_m блоков **Unit Delay** спроектировать устройство, вычисляющее количество различных сообщений, которые мож но передать за произвольный промежуток времени, для трёх ба зовых сигналов длительностью соответственно $n_3>n_2>n_1\geq 1$.

При вычислении начальных данных $x(0),...,x(n_m\text{-}1)$ рекуррентным способом полагать $x(-k):=0,\ k\in\mathbb{N},\ x(0)=...s(n_1-1):=1$. Ос тальные начальные данные подсчитать вручную.

Для малых значений n сравнить результаты расчета вручную и на S-модели.

Варианты:

1) 5, 8, 9	**2)** 6, 7, 9	**3)** 3, 4, 7	**4)** 3, 5, 7	**5)** 3, 6, 7
6) 3, 4, 8	**7)** 3, 5, 8	**8)** 3, 6, 8	**9)** 3, 7, 8	**10)** 4, 5, 7
11) 4, 6, 7	**12)** 4, 5, 8	**13)** 4, 6, 8	**14)** 4, 7, 8	**15)** 4, 5, 9
16) 4, 6, 9	**17)** 4, 7, 9	**18)** 4, 8, 9	**19)** 5, 6, 9	**20)** 5, 7, 9

Задание 8 С помощью блока **Discrete State-Space** создать S- модель стационарной дискретной динамической системы с 2 входами, 2 выходами, 2 состояниями и ненулевым начальным состоянием. Входные сигналы организовать с помощью блока **Digital Clock** и блоков **Math** и **Fcn**. Съем выходных сигналов длительность =50 отобразить на двух графиках блока **Scope**. Меняя начальные со стояния и при нулевых входных сигналах проверить устойчи вость системы (выходные сигналы должны стремиться к нулю).

Лабораторная работа SIMULINK-3
Непрерывные динамические системы [1,2], [4-7].

Задание 1

1) Создать S-модель линейной автономной системы $\begin{cases} x_t' = a_{11}x + a_{12}y \\ y_t' = a_{21}x + a_{22}y \end{cases}$, выбрав случайным образом коэффициенты.

2) Вычислить в Matlab собственный числа матрицы коэффициен тов и определить характер состояния равновесия (0,0).

3) С помощью функции **simset** и **sim** построить (в цикле) фазовый портрет в окрестности этого состояния.

Задание 2

1) Создать S-модель автономной системы из своего варианта.

2) Маскировать ее и создать диалоговое окно с параметрами $a_i,\ b_j,\ x0,\ y0$.

3) Подобрать значения параметров, при которых процесс модели рования не прерывается при $t \geq 1$. При этих значения найти со стояния равновесия, и с помощью команды **linmod2** определить характер этих состояний (седло, устойчивый узел,…).

4) С помощью функции **set_param** с опцией '**InitInArrayFormat Msg**', '**None**' и функций **simset** и **sim** построить фазовый портрет и поле направлений в окрестности этих состояний.

5) Спроектировать синергетический регулятор с линейной агреги рованной переменной и одним состоянием равновесия.

6) Найти условия его устойчивости (в терминах параметров).

7) Подтвердить результат численным экспериментом.

Варианты к заданию 2

Вариант 1 *К вопросу о вымирании динозавров.*

$$\begin{cases} x_t' = a_1 x - a_2 y - a_3 x^2 y \\ y_t' = b_1 x - b_2 y - b_3 xy + b_4 y^2 \end{cases}$$

$x(t)$ - количество динозавров в момент времени t,

$y(t)$ - число зародившихся млекопитающих.

Вариант 2 *Обмен и конкуренция в среде обитания.*

$$\begin{cases} x_t' = a_1 y - a_2 xy - a_3 xy^2 \\ y_t' = b_1 x - b_2 xy \end{cases}$$

$x(t)$ - взаимодействие индивида со средой обитания.

$y(t)$ -ответная реакция среды.

Вариант 3 *Производство седьхозпродукции через посредника.*

$$\begin{cases} x_t' = a_1 + a_2 y - a_3 xy \\ y_t' = b_1 x - b_2 xy \end{cases}$$

$x(t)$ - продукция, предназначенная для сбыта,

$y(t)$ -информация о деятельности посредника.

Вариант 4 *Возникновение корпораций и монополий.*

$$\begin{cases} x_t' = -a_1 x + a_2 y - a_3 x^2 + a_4 xy - a_5 y^2 \\ y_t' = b_1 x - b_2 y \end{cases}$$

$x(t)$ - денежные средства в момент времени t,

$y(t)$ -число способов обогащения индивида в мом. t

Вариант 5 *Развитие научных исследований.*

$$\begin{cases} x_t' = -a_1 x + a_2 xy \\ y_t' = -b_1 y + b_2 xy + b_3 xy^2 - b_4 x^2 y \end{cases}$$

$x(t)$ - теоретическая деятельность,

$y(t)$ - экспериментальная деятельность.

Вариант 6 *Модель посреднической деятельности.*

$$\begin{cases} x_t' = a_1 - a_2 xy + a_3 xy^2 \\ y_t' = b_1 - b_2 xy \end{cases}$$

$x(t)$ - количество денег у индивида в момент t,

$y(t)$ -количество товара y в момент t,

a_1 - доход предпринимателя, не связанный с реализацией y.

Вариант 7 *Озарение.*

$$\begin{cases} x_t' = -a_1 x + a_2 xy \\ y_t' = b_1 - b_2 xy + b_3 xy^2 - b_4 y^2 \end{cases}$$

$x(t)$ - информация о способах решения проблемы в момент t,

$y(t)$ - количество проблем, решаемых индивидуумом в момент t,

b_1 - постоянная скорость поступления проблем в сферу деятель ности.

Вариант 8 *Профессиональный отбор.*

$$\begin{cases} x_t' = a_1 - a_2 y - a_3 xy \\ y_t' = b_1 - b_2 x - b_3 xy \end{cases}$$

$x(t)$ - требования, соответствующие данной профессии,

$y(t)$ - число претендентов,

a_1 - число характеристик, притекающих к экспертам в еди ницу времени, b_1 - скорость роста числа претендующих.

Вариант 9 *Возникновение у индивида общественного сознания*

$$\begin{cases} x_t' = -a_1 x - a_2 x^2 + a_3 xy + a_4 x^2 y \\ y_t' = b_1 x - b_2 xy \end{cases}$$

$x(t)$ - информация, превращаемая в сознание,
$y(t)$ - общественные взаимоотношения (знаки внимания, конкуренция).

Вариант 10 *Чувство признательности за любовь.*

$$\begin{cases} x'_t = a_1 - a_2xy - a_3y^2 \\ y'_t = b_1x - b_2xy \end{cases}$$

Индивид $y(t)$ проявляет любовь к $x(t)$ в момент t,
индивид $x(t)$ благодарит за любовь $y(t)$ в момент t,
a_1 чувство благодарности притекает в мозг индивида x.

Вариант 11 *Любовь с первого взгляда. Дружба и любовь.*

$$\begin{cases} x'_t = -a_1x + a_2x^2 + a_3x^2y \\ y'_t = -b_1y + b_2y^2 + b_3xy^2 \end{cases}$$

$x(t)$ - знаки внимания лица мужского поля в момент t,
$y(t)$ - знаки внимания лица женского поля в момент t.

Вариант 12 *Рассказчик и слушатель.*

$$\begin{cases} x'_t = a_1 + a_2xy - a_3xy^2 \\ y'_t = b_1xy - b_2x^2y \end{cases}$$

$x(t)$ - информация, которую получает слушатель от рассказ чика,
$y(t)$ - информация, передаваемая слушателем рассказчику,
a_1 - поток информации к слушателю в единицу времени.

Вариант 13 *Квалифицированный руководитель.*

$$\begin{cases} x'_t = a_1 - a_2xy - a_3y^2 \\ y'_t = b_1 - b_2y - b_3xy \end{cases}$$

$x(t)$ - деятельность руководителя в момент t,
$y(t)$ - деятельность группы в момент t.

Вариант 14 *Аспирант в «море» науки.*

$$\begin{cases} x_t' = a_1 y - a_2 xy \\ y_t' = b_1 - b_2 y - b_3 xy - b_4 y^2 - b_5 xy^2 \end{cases}$$

$x(t)$ - теоретическая и экспериментальная подготовка в момент t,

$y(t)$ - научные проблемы, которые должен решать аспирант,

b_1 - научные проблемы, которые нашел аспирант.

Вариант 15 *Противостояние индивида и группы в коллективе.*

$$\begin{cases} x_t' = a_1 - a_2 xy - a_3 y^2 \\ y_t' = b_1 - b_2 y - b_3 xy \end{cases}$$

$x(t)$ - действия индивида,

$y(t)$ - действия группы,

b_1 - приток действий группы, направляемых индивиду,

$a_1 y$ - действия индивида, направленные группе.

Вариант 16 *Воспитание: учитель и шалун.*

$$\begin{cases} x_t' = a_1 - a_2 xy - a_3 x^2 y \\ y_t' = b_1 y - b_2 xy \end{cases}$$

$x(t)$ - воспитательные меры учителя в момент t,

$y(t)$ - проказы шалуна в момент t,

a_1 - постоянные воспитательные меры учителя.

Вариант 17 *Согласование спроса и предложения при постоянных ценах.*

$$\begin{cases} x_t' = -a_1 x + a_2 y - a_3 x^2 - a_4 xy \\ y_t' = b_1 x - b_2 xy \end{cases}$$

$x(t)$ - количество товара некоторого вида в момент t,

$y(t)$ - величина денежной массы у потребителя в момент t.

Вариант 18 *Семья из двух индивидов с одним расчетливым партнером.*

$$\begin{cases} x'_t = a_1 - a_2xy - a_3x^2y \\ y'_t = b_1y - b_2xy \end{cases}$$

$x(t)$ - степень внимания лидера в группе в момент t,

$y(t)$ - степень внимания эгоиста в группе в момент t.

Вариант 19 *Начало товарного производства: модель обмена потребительскими ценностями.*

$$\begin{cases} x'_t = a_1y + a_2x^2 - a_3xy \\ y'_t = -b_1y + b_2y^2 - b_3xy \end{cases}$$

$x(t)$, $y(t)$ - количества в момент времени t соответственно товара x, y у первого и второго производителя-потребителя.

a_1, b_1 - эффективности обменов.

Вариант 20 *Свадьба.*

$$\begin{cases} x'_t = -a_3x + a_2y - a_3xy \\ y'_t = b_1x - b_2y - b_3xy \end{cases}$$

$x(t)$, $y(t)$ - знаки внимания, адресуемые партнерам типа x и типа y соответственно.

Вариант 21 *Модель мышления.*

$$\begin{cases} x'_t = a_1x + a_2x^2 + a_3xy - a_4x^2y \\ y'_t = b_1y + b_2y^2 + b_3xy - b_4xy^2 \end{cases}$$

$x(t)$ - циркуляция информации в левом полушарии,

$y(t)$ -циркуляция информации в правом полушарии.

Вариант 22 *Карьерист.*

$$\begin{cases} x'_t = a_1x + a_2x^2 - a_3xy \\ y'_t = b_1x - b_1xy \end{cases}$$

$x(t)$ - продукты, которыми располагает индивид в момент t,

$y(t)$ - продукты коллектива.

Вариант 23 *Схема реакции типа «брюсселятор».*

$$\begin{cases} x_t' = a - (b+1)x + x^2 y \\ y_t' = bx - x^2 y \end{cases}$$

$x(t)$, $y(t)$ - промежуточные продукты реакции.

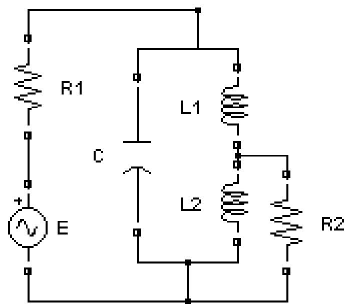
a, b - исходные вещества (фиксированное количество).

Задание 3 По заданной электрической схеме:

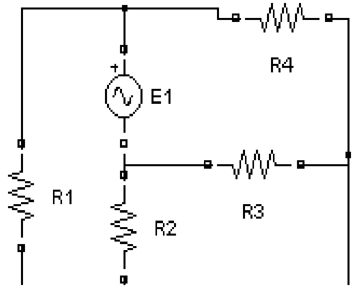
1) построить (методом теории графов с использованием уравнений Кирхгофа) систему уравнений для нахождения токов (падений напряжений) во всех ветвях (на всех двухполюсниках);
2) создать S-модель полученной системы;
3) в численном эксперименте на модели получить графики токов (падений напряжений) во всех ветвях (на всех двухполюсниках).

Варианты к заданию 3

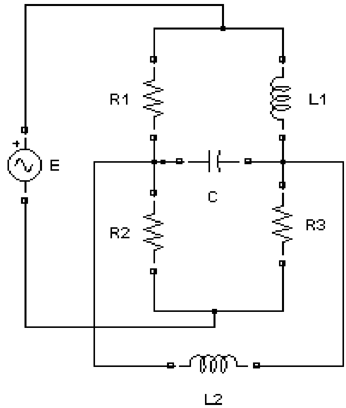
Вариант 1 *Построить действующую S-модель вычисления токов в ветвях по управляющему напряжению **E**(t)*



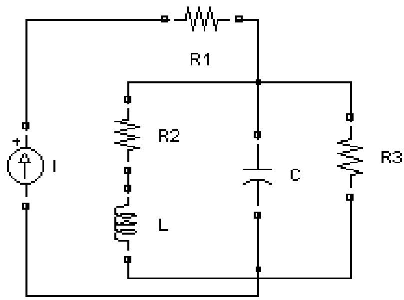
Вариант 2 *Построить действующую S-модель вычисления падений напряжения на сопротивлениях по управляющим напряжениям **E**1(t), **E**2(t).*



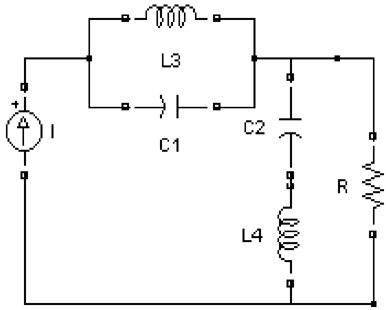
Вариант 3 *Построить действующую S-модель вычисления падений напряжения на элементах по управляющему напряжению **E**(t)*



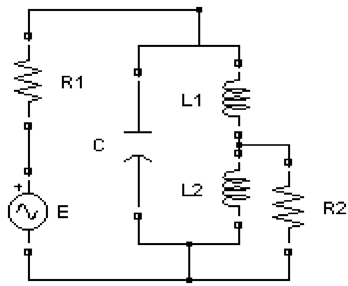
Вариант 4 *Построить действующую S-модель вычисления падений напряжения на элементах по управляющему току **I**(t).*



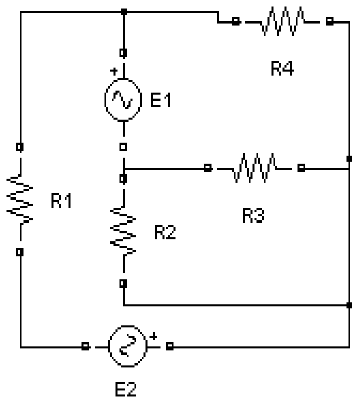
Вариант 5 *Построить действующую S-модель вычисления токов в ветвях по управляющему току **I**(t).*



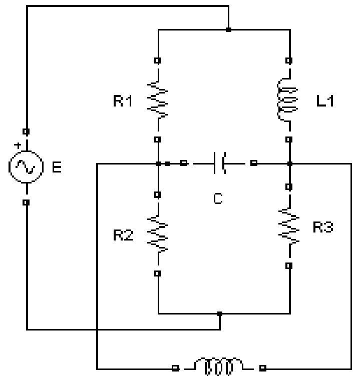
Вариант 6 *Построить действующую S-модель вычисления токов в ветвях по управляющему напряжению **E**(t)*



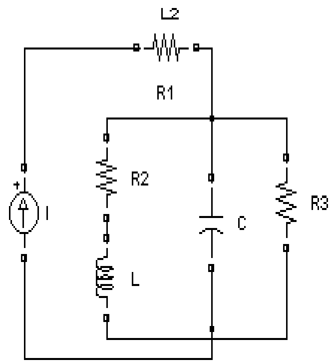
Вариант 7 *Построить действующую S-модель вычисления падений напряжения на сопротивлениях по управляющим напряжениям **E**1(t), **E**2(t).*



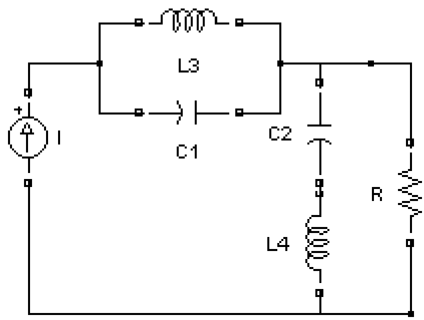
Вариант 8 *Построить действующую S-модель вычисления падений напряжения на элементах по управляющему напряжению* ***E****(t).*



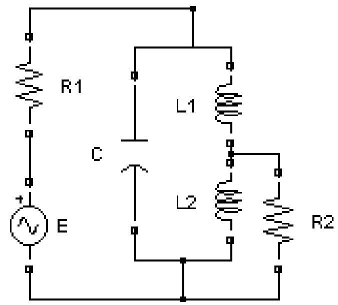
Вариант 9 *Построить действующую S-модель вычисления падений напряжения на элементах по управляюще му току* ***I****(t).*



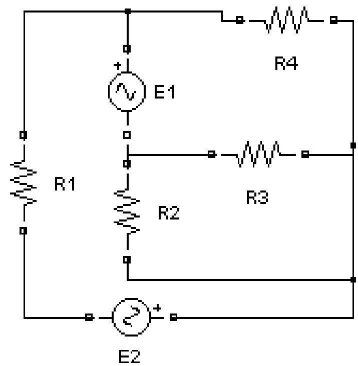
Вариант 10 *Построить действующую S-модель вычисления токов в ветвях по управляющему току* ***I****(t).*



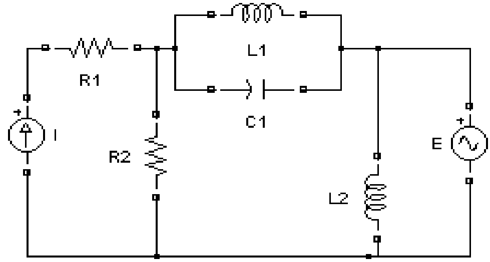
Вариант 11 *Построить действующую S-модель вычисления токов в ветвях по управляющим напряжению **E**(t).*



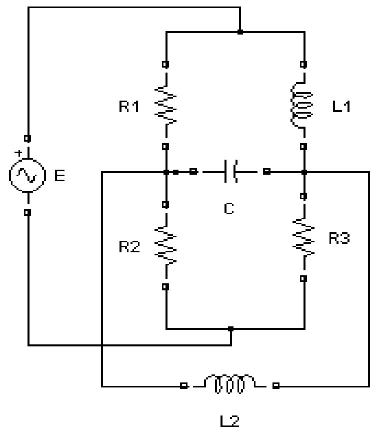
Вариант 12 *Построить действующую S-модель вычисления токов на сопротивлениях по управляющим напряжениям **E**1(t), **E**2(t).*



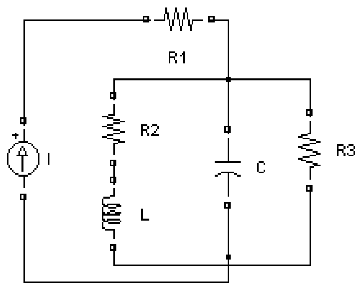
Вариант 13 *Построить действующую S-модель вычисления токов в ветвях по управляющим току **I**(t) и напряжению E(t).*



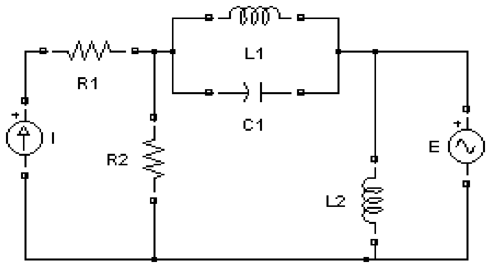
Вариант 14 *Построить действующую S-модель вычисления падений напряжения на элементах по управляющему напряжению **E**(t).*



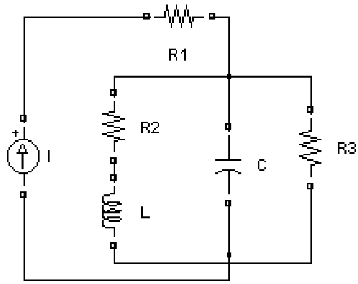
Вариант 15 *Построить действующую имитационную модель вычисления падений напряжения на элементах по управляющему току **I**(t)*



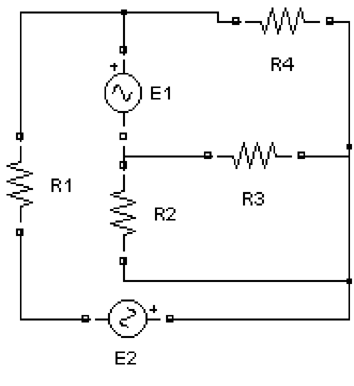
Вариант 16 *Построить действующую S-модель вычисления токов в ветвях по управляющим току **I**(t) и напряжению E(t).*



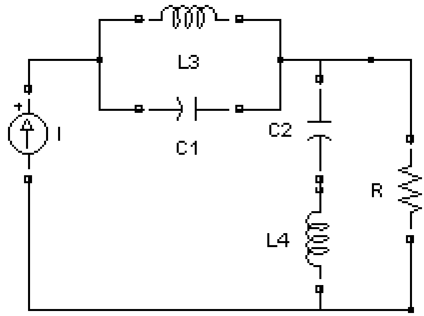
Вариант 17 *Построить действующую S-модель вычисления токов в ветвях по управляющему току* ***I****(t).*



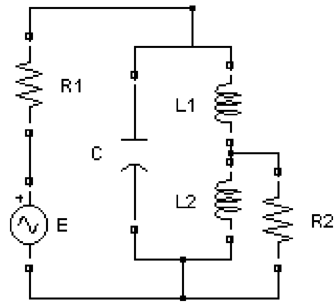
Вариант 18 *Построить действующую S-модель вычисления токов на сопротивлениях по управляющим напряжениям* ***E****1(t),* ***E****2(t).*



Вариант 19 *Построить действующую S-модель вычисления токов в ветвях по управляющему току **I**(t).*



Вариант 20 *Построить действующую S-модель вычисления токов в ветвях по управляющим напряжению **E**(t).*



Задание 4 Модель «Автомобиль с автопилотом» задается неавто номным дифференциальным уравнением

$$m s''(t)=F_т(t)-F_a(t)-F_д(x(t)),$$

где $s(t)$ - пройденный путь за время t, $y(x)=h\cdot\sin(2\pi x/T)$ - уравнение синусообразного профиля дороги с высотой холмов $=h$ и периодом T; $F_д(x):=\dfrac{9.81my'_x}{\sqrt{1+y'^2_x}}$ - проекция веса автомобиля на касательную к профилю в точке $(x,y(x))$, m - масса автомобиля; $F_a(t)=0.001\times\left(s'(t)+w\sin(x(t)/500)\right)^2$ - аэродинамическая сила, пропорциональная квадрату суммы скорости автомобиля и скорости $w\sin(2\pi x/600)$ ветра;

$$F_т(t):=\begin{cases} F_{тяги} \\ 10\left(v_0 - s'(t)\right) \in [-F_{торм}, F_{тяги}] \\ -F_{торм} \end{cases}$$ - сила тяги автомобиля в момент времени t, где v_0 - рабочая скорость, $F_{тяги}, F_{торм}$ - параметры двигателя.

1) Создать S-модель дифференциального уравнения, используя для задания формул блок **Fcn**, а для силы тяги $F_т(t)$ – блоки **Saturation** и **Slider Gain**.

2) Вывести 5 регистраторов: дисплей для скорости в км/ч, дисплей для скорости в м/сек, осциллограф для скорости м/сек; дисплей для пройденного расстояния в км.; осциллограф для пройденого пути в км.

3) Маскировать модель и создать диалоговое окно с параметрами: $F_{тяги}$ - *tyaga*, $F_{торм}$ - *tormoz*, k- *koeff .tyagi*, T - *rasstoyanie*, h - *visota*, w - *amplituda vetra*, m- *massa avto*.

4) Для маскированной модели «Автомобиль с автопилотом»:

а) при заданных силе ветра (<20 м/сек) и высоте холмов подобрать автомобиль с минимальными силой тяги-торможения и коэффициентом передачи, при которых автопилот еще удерживает скорость 100 км/ч.;

б) при заданной силе тяги-торможения (100, -1000) определить скорость ветра на ровной дороге, при которой еще удерживается эта скорость;

в) при заданной силе тяги-торможения определить максимальную высоту холмов, для которой в отсутствии ветра автопилот ещё удерживает скорость 100 км/ч.

г) исследовать влияние массы автомобиля m на преодолеваемую высоту h;

д) исследовать влияние коэффициента передачи k на преодолевае мую высоту h ;

Задание 5 Синтезировать S-модель уравнения Лоренца

$$\begin{cases} x_t' = -100x + 100y \\ y_t' = -xz + 280x - y \\ z_t' = xy - 80/3z + x \end{cases},$$

и построить 3-мерный фазовый портрет с помощью блока **To File**.

Задание 6 Скопировать S-модель **Thermal Model of House** (под система системы «Умный дом») из файла **Help|Simulink|Exam ples**. Маскировать и создать диалоговое окно. Провести вычис лительные эксперименты с моделью. Дополнить кондиционе-ром. Провести эксперимент по расходам на включение нагрева теля и кондиционера в течение одного года.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Братищев А.В. Руководство к работе с пакетами MATLAB и SI MULINK. Учебное пособие. – Ростов-на-Дону: Изд. Центр ДГТУ, 2012, 87 с.
2. Братищев А.В. Математическая теория управляемых динамиче ских систем. Введение в понятия и методы.- Ростов-на-Дону: Изд. Центр ДГТУ, 2015, 292 с.
3. Васильев А.Н. Matlab. Самоучитель. Практический подход. 2-е издание. – Спб.: Наука и Техника, 2015.- 448 с.
4. Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления.- М.: Лабо ратория Базовых Знаний, 2002.- 832 с.
5. Дэбни Дж., Харман Т. Simulink 4. Секреты мастерства. - М.: БИ НОМ. Лаборатория знаний, 2003.- 403 с.

6. Лазарев Ю. Моделирование процессов и систем в Matlab. Учебный курс. – СПб.: Питер; Киев: Изд. Группа BHV, 2005.- 512 с.
7. Милованов В.П. Неравновесные социально-экономические системы. Синергетика и самоорганизация. - М.: Эдиториал УРСС, 2001.- 264 с.
8. Hunt, Brian R. Matlab: официальный учебный курс Кембриджского университета. - М.: Изд-во ТРИУМФ, 2008.- 352 с.