Государственный Комитет РФ по высшему образованию

Донской государственный технический университет

Кафедра высшей математики

Задания для типового расчета N 6 по курсу высшей математики

1997

Составители: *Виноградова И.Ю., Виноградова Г.Ю., Мул А.П.*

Задания для типового расчета N 6 по курсу высшей математики./ДГТУ, Ростов-на-Дону, 1997, 15 с.

В задания для типового расчета N 6 включены различные типы дифференциальных уравнений первого и второго порядков, системы дифференциальных уравнений, задачи на составление дифференциальных уравнений (всего 30 вариантов). Задания предназначены для студентов всех специальностей ДГТУ.

Печатается по решению методической комиссии факультета "Автоматизация и информатика".

Рецензент: *доцент Радченко Т.Н.*

Вариант 1.

1. $y' + y\cos x = \dfrac{1}{2}\sin 2x$.
2. $(x+y)dx - (y-x)dy = 0$.
3. $y' = \dfrac{1+y}{1-x}$.
4. $(x^2+y)dx + (x-2y)dy = 0$.
5. $y' + y = x\sqrt{y}$.
6. $(2y+1)dx = (y-x)dy$.
7. $xy'' + x(y')^2 - y' = 0;\quad y(2) = 2,\quad y'(2) = 1$.
8. $y'' - \dfrac{2}{1-y}(y')^2 = 0$.
9. $y'' - 3y' + 2y = e^x$.
10. $y'' + 9y = x + 3$.
11. $y'' + y = 2\cos x$.
12. $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{x}$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = -3x + y \\ \dot{y} = x - y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(1, 2) и обладающую тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси ординат любой касательной, равен абсциссе точки касания.

15. Показать, что функция $y = \sin x + \cos x$ является решением дифференциального уравнения $y'' + y = 0$.

Вариант 2.

1. $(1+s^2)dt = \sqrt{t}ds$.
2. $xdy - ydx = \sqrt{x^2+y^2}dx$.
3. $y' = \dfrac{3y - x^2}{x}$.
4. $\left(\dfrac{1}{x^2} + \dfrac{3y^2}{x^4}\right)dx - \dfrac{2y}{x^3} = 0$.
5. $y' + xy = x^3y^3$.
6. $(2y-3)dx + (2x+3y^2)dy = 0$.
7. $y'' = y' + x$.
8. $2y'' = 3y^2;\quad y(-2) = 1,\quad y'(-2) = -1$.
9. $y'' + y = \frac{1}{\cos x}$.
10. $y'' - 2y' = x^2 - 4x$.

11. $y'' + 16y = 4\sin x$.
12. $y'' - 4y' + 4y = xe^x$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = x + y \\ \dot{y} = -x + 3y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(5, -1) и обладающую тем свойством, что угловой коэффициент касательной в любой точке кривой равен квадрату ординаты точки касания.

15. Показать, что функция $y = \dfrac{\sin x}{x}$ является решением дифференциального уравнения $xy' + y = \cos x$.

Вариант 3.

1. $(y - 2)dx + x^2 dy = 0$.
2. $(2\sqrt{yx} - y)dx + xdy = 0$.
3. $y' + \dfrac{3y}{x} = x^5$.
4. $(x^2 + 3xy^3)dx = \dfrac{1}{2}(y^2 - 9x^2y^2)dy$.
5. $x^2dy - y^2dx = 0$.
6. $3y^2y' = x - y^3 + 1$; $y(1) = -1$.
7. $2xy'y'' = (y')^2 - 1$.
8. $y'' \sin y - 2(y')^2 \cos y = 0$; $\quad y(0) = \dfrac{\pi}{4}$, $\quad y'(0) = 2$.
9. $y'' - 2y' + y = 4e^x$.
10. $y'' + 3y' + 2y = \dfrac{1}{e^x + 1}$.
11. $y'' - 5y' + 6y = 2x - 3$.
12. $y'' - 4y' + 5y = \sin x$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = 8x + 4y \\ \dot{y} = 12x + 16y \end{cases}$

14 . Найти кривую, проходящую через точку M(-1, -1) и обладающую тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси абсцисс касательной в любой точке кривой, равен квадрату абсциссы точки касания.

15. Показать, что функция $y = \sin x$ является решением дифференциального уравнения $y' \sin x - y \cos x = 0$.

Вариант 4.

1. $xy' + y = \ln x$.
2. $(y - 3x^2)dx - (4y - x)dy = 0$.

3. $(x-y)ydx = x^2dy$.
4. $dx - x\mathrm{tg}ydy = \mathrm{ctg}ydy$.
5. $y' = \dfrac{1+x^2}{4+y^2}$.
6. $3y^2y' - 2y^3 = x+1$; $y(0) = 1$.
7. $yy'' - (y')^2 = y^2y'$.
8. $y'' = \dfrac{y'}{x} + \dfrac{x^2}{y'}$; $y(2) = 0$, $y'(2) = 4$.
9. $y'' - 5y' + 6y = x + e^x$.
10. $y'' + 9y = e^{2x}$.
11. $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x}\ln x$.
12. $y'' - y' = 2x + 5$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = 6x + 2y \\ \dot{y} = -2x + 2y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(0, -2) и обладающую тем свойством, что тангенс угла наклона касательной в любой точке кривой равен ординате этой точки, увеличенной на три единицы.

15. Показать, что функция $y = e^{3x}$ является решением дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 6y = 0$.

Вариант 5.

1. $y' - \dfrac{2y}{x+1} = (x+1)^3$.
2. $xy^2dy = (x^3 + y^3)dx$.
3. $y' = 3^{x-y}$.
4. $(x^2 + y)dx = (3 - y^2 - x)dy$.
5. $xy' - 4y = x^2\sqrt{y}$.
6. $y - xy' = 2(x + yy')$.
7. $xy'' = y' \ln \dfrac{y'}{x}$.
8. $yy'' + y = (y')^2$; $y(1) = 1$, $y'(1) = \sqrt{2}$.
9. $y'' - 4y' + 4y = x^2 + 2$.
10. $y'' + 4y = \mathrm{tg}2x$.
11. $y'' + y = 2\sin x - 3\cos x$.
12. $y'' - 3y' + 2y = 6e^{4x}$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = -2y \\ \dot{y} = 2x \end{cases}$

14. . Найти кривую, проходящую через точку M(3, 1) и обладающую тем свойством, что отрезок касательной между точкой касания и осью абсцисс делится пополам в точке пересечения с осью ординат.

15. Показать, что функция $y = -\dfrac{1}{x}$ является решением дифференциального уравнения $y'' + xy' = -y + 2y^3$.

Вариант 6.

1. $y' + 2xy = 2xy^2$.
2. $(t^2 - xt^2)\dfrac{dx}{dt} + x^2 + tx^2 = 0$.
3. $y' = 3\dfrac{y}{x} + \dfrac{y^2}{x^2} + 1$.
4. $y' \cos x - y \sin x = 2x$.
5. $2(3xy^2 + 2x^3)dx + 3(2x^2y + y^2)dy = 0$.
6. $(e^{x+y} + 3x^2)dx + (e^{x+y} + 4y^3)dy = 0$.
7. $(x-3)y'' + y' = 0$.
8. $y'' = \sqrt{1 - (y')^2}$.
9. $y'' - 4y' + 3y = x + 5$.
10. $y'' - 5y' + 6y = 3e^{2x}$.
11. $y'' - y' = \dfrac{e^x}{1 + e^x}$.
12. $y'' + 25y = \cos 5x$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = -12x + 2y \\ \dot{y} = 4x - 10y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(2, 3) и обладающую тем свойством, что длина любой подкасательной равна среднему арифметическому координат точки касания.

15. Показать, что функция $y = \sin 2x$ является решением дифференциального уравнения $y'' + 4y = 0$.

Вариант 7.

1. $xy' - y = x^2 \mathrm{tg} x$.
2. $\left(4x - \dfrac{y^2}{x^2}\right)dx + \dfrac{2y}{x}dy = 0$.
3. $y' = \dfrac{y}{x} + \left(\dfrac{y}{x}\right)^2$.
4. $\ln \cos y dx + x \mathrm{tg} y dy = 0$.

5. $y'\mathrm{ctg}x = y^2 - 1$.

6. $y - y'\cos x = y^2 \cos x(1 - \sin x)$.

7. $(y')^2 + y' = xy''$.

8. $y^3 y'' = -1; \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 0$.

9. $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{\sqrt{4 - x^2}}$.

10. $y'' - 2y' + 2y = xe^x$.

11. $y'' - 4y = \sin 2x$.

12. $y'' - 7y' + 6y = -2e^x$.

13. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 5y + e^t \\ \dot{y} = x + 6y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(2, 5) и обладающую тем свойством, что отрезок любой ее касательной, заключенный между осями координат, делится пополам в точке касания.

15. Показать, что функция $y = x^2$ является решением дифференциального уравнения $x(x-1)y' + y = x^2(2x - 1)$.

Вариант 8.

1. $y' = \dfrac{x - y}{x + y}$.

2. $3x^2 e^y dx = (1 - x^3 e^y)dy$.

3. $2xyy' = y^2 - 1$.

4. $y' - y\mathrm{tg}x = \dfrac{1}{\cos^3 x}$.

5. $xy^2 y' = x^2 + y^3$.

6. $(x^2 + 2xy)dx + xydy = 0$.

7. $y''(e^x + 1) + y' = 0$.

8. $2yy'' = (y')^2 + y^2$.

9. $y'' + y = \cos x$.

10. $y'' - 2y' = x^2 + x$.

11. $y'' - 7y' + 12y = xe^x$.

12. $y'' - 4y' + 4y = \dfrac{e^{2x}}{x\sqrt{1 - x^2}}$.

13. $\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -2x - y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(3, 4) и обладающую тем свойством, что отрезой, отсекаемый любой ее касательной на оси ординат, равен удвоенному модулю радиуса–вектора точки касания.

15. Показать, что функция $y = \frac{1}{2}e^{2x}$ является решением дифференциального уравнения $y'' = 2y'$.

Вариант 9.

1. $xy' - y = xy^3$.
2. $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}$.
3. $y' = e^{x-y}$.
4. $e^{-y}dx + (1 - xe^{-y}dy = 0$.
5. $y' + \sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{1 + \sin y}} = 0$.
6. $y'x \ln x - y = 3x^3 \ln^2 x$.
7. $x^2 y'' = (y')^2$.
8. $2y'' = (y')^2 + 1$.
9. $y'' - 6y' = 3e^{-x}$.
10. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}$.
11. $y'' - 2y' + 2y = \sin 2x$.
12.$y'' + 9y = \sin 3x - \cos 3x$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = y - x \\ \dot{y} = x - y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(0, -2) и обладающую тем свойством, что угловой коэффициент касательной в любой ее точке равен утроенной ординате точки касания.

15. Показать, что функция $y = \frac{1}{2}(x^2 + 1)$ является решением дифференциального уравнения $1 + (y')^2 = 2yy''$.

Вариант 10.

1. $y' + \frac{xy}{1 + x^2} = \frac{1}{1 + x^2}$.
2. $3xy^2 y' - 2y^3 = x^3$.
3. $y' = \frac{y}{x + 1}$.
4. $xy' + 2\sqrt{xy} = y$.
5. $y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$.
6. $2x \cos^2 y dx + (2y - x^2 \sin 2y)dy = 0$.
7. $(x^2 + 1)y'' = 2xy'$.

8. $yy'' = (y')^2 - (y')^3$.

9. $y'' + y = \dfrac{1}{\cos^3 x}$.

10. $y'' - 3y' = x^2 + x$.

11. $y'' + y = 4\sin\frac{x}{2}$.

12. $y'' - 5y' + 6y = x + e^x$.

13. $\begin{cases} \dot{x} = -3x - y \\ \dot{y} = x - y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(1, 1) и обладающую тем свойством, что перпендикуляр, опущенный из начала координат на касательную, равен абсциссе точки касания.

15. Показать, что функция $y = e^{-2x}$ является решением дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$.

Вариант 11.

1. $xy' + y = -xy^2$.

2. $(1 + x^2)dy = (y\sqrt{1 + x^2} - xy)dx$.

3. $y' + y\cos x = \cos x$.

4. $(3x^2 + 2y)dx + (2x - 3)dy = 0$.

5. $y' = \dfrac{y}{x}\left(1 + \ln\dfrac{y}{x}\right)$.

6. $(x + y - 1)dx + (e^y + x)dy = 0$.

7. $y^4 - y^3y'' = 1$.

8. $xy'' + x(y')^2 - y'; \quad y(2) = 2, \quad y'(2) = 1$.

9. $y'' - 4y' + 13y = x + 1$.

10. $y'' + 2y' + y = 5e^{-x}$.

11. $y'' - 3y' + 2y = \dfrac{e^x}{1 + e^{2x}}$.

12. $y'' - 9y = \sin 3x$.

13. $\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = x + 2\mathrm{sh}t \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(4, 2) и обладающую тем свойством, что отрезок, отсекаемый любой ее касательной на оси ординат, равен полусумме координат точки касания.

15. Показать, что функция $y = \sin x + \cos x$ является решением дифференциального уравнения $y'' + y = 0$.

Вариант 12.

1. $y' + y\mathrm{tg}x = \mathrm{tg}x$.
2. $\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2}y' = 0$.
3. $(x^3 + e^y)y' = 3x^2$.
4. $\dfrac{4+y^2}{\sqrt{x^2+4x+13}} = \dfrac{3y+2}{x+1}y'$.
5. $y' = \dfrac{y}{x} + e^{\frac{y}{x}}$.
6. $(3x^2y - 4xy^2)dx + (x^3 - 4x^2y + 12y^3)dy = 0$.
7. $y^3y'' = 1$.
8. $(x+1)y'' + x(y')^2 = y'$.
9. $4y'' - y = x^3 - 24x$.
10. $y'' + 2y' + y = \dfrac{e^{-x}}{\sqrt{1-x^2}}$.
11. $y'' + y = \cos x$.
12. $y'' - y' = 4e^x$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y \\ \dot{y} = 3x + 4y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(-1, 2) и обладающую тем свойством, что все ее касательные проходят через начало координат.

15. Показать, что функция $y = \dfrac{\sin x}{x}$ является решением дифференциального уравнения $xy' + y = \cos x$.

Вариант 13.

1. $y' = 3^{x+y}$.
2. $y' - \dfrac{y}{x(x+1)}$.
3. $(y'+1)e^{2y} = 1$.
4. $xy' = \sqrt{x^2+y^2} + y$.
5. $y' - 2ye^x = 2\sqrt{y}e^x$.
6. $(x + \sin y)dx + (x\cos y + \sin y)dy = 0$.
7. $y'' = y' + (y')^2$.
8. $y''\sin x = (1+y')\cos x; \quad y(\frac{\pi}{2}) = 0, \quad y'(\frac{\pi}{2}) = 1$.
9. $y'' - y = e^x$.
10. $y'' - 2y' = xe^{-x}$.
11. $y'' + 4y = \sin\frac{x}{2}$.
12. $y'' - 4y' + 5y = \dfrac{e^{2x}}{\cos x}$.

13. $\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = x + e^t + e^{-t} \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(-1, 2) и обладающую тем свойством, что точка пересечения любой ее касательной с осью абсцисс имеет абсциссу, вдвое меньшую абсциссы точки касания.

15. Показать, что функция $y = \sin x$ является решением дифференциального уравнения $y' \sin x - y \cos x = 0$.

Вариант 14.

1. $xy' - y = x^2 \ln x$.
2. $y' = \sin(x - y) + \sin(x + y)$.
3. $2y' \ln x + \dfrac{y}{x} = \dfrac{\cos x}{y}$.
4. $(2x^3 - xy^2)dx + (2y^3 - x^2y)dy = 0$.
5. $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{x}{t} - \dfrac{t}{x}$.
6. $(x^2 + y^2 + y)dx + (2xy + x + e^y)dy = 0$.
7. $y'' = y' + x$.
8. $y'' + \dfrac{2}{1-y}(y')^2 = 0$.
9. $y'' + y = -\mathrm{ctg}^2 x$.
10. $2y'' + y' - y = 2e^x$.
11. $y'' - 5y' = 5x^2 - 2x - 1$.
12. $y'' + 4y = 1 + \cos x$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = -7x + y \\ \dot{y} = -2x - 5y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(2, 3) и обладающую тем свойством, что отрезок нормали в любой точке кривой, заключенный между осями координат, делится пополам в этой точке.

15. Показать, что функция $y = e^{3x}$ является решением дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 6y = 0$.

Вариант 15.

1. $y(e^x + 1) - y = 0$.
2. $e^y dx + (xe^y - 2y)dy = 0$.
3. $y' - \dfrac{xy}{1 - x^2} = xy^2$.
4. $y = x\left(y' + e^{\frac{y}{x}}\right)$.

5. $y' - ye^x = 2xe^{e^x}$.
6. $xy + y^2 = (2x^2 + xy)y'$.
7. $y'' = e^{2y}$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.
8. $y'' = (y')^2$.
9. $y'' - y' = 2(1 - x)$.
10. $y'' - y' = \dfrac{e^x}{1 + e^x}$.
11. $y'' + 16y = \sin 2x - 3\cos 2x$.
12. $y'' - 4y' + 4y = 2e^{2x}$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = 2y - 5x + e^t \\ \dot{y} = x - 6y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(-1, 1) и обладающую тем свойством, что отрезок любой ее касательной равен расстоянию точки касания от начала координат.

15. Показать, что функция $y = -\dfrac{1}{x}$ является решением дифференциального уравнения $y'' + xy' = -y + 2y^3$.

Вариант 16.

1. $y' = -\dfrac{x + y}{x}$.
2. $yx^{y-1}dx + x^y \ln x dy = 0$.
3. $xy' + y = \sin x$.
4. $2y' \sin x + y \cos x = y^3 \sin^2 x$.
5. $xy' = y^2 - y$.
6. $(\sqrt{xy} - \sqrt{x})dx = -(\sqrt{xy} + \sqrt{y})dy$.
7. $y''(1 + y) = 5(y')^2$.
8. $y''\mathrm{tg}x = y' + 1$.
9. $y'' - 2y' = e^x(x + 4)$.
10. $y'' - 3y' + 2y = 7e^{2x}$.
11. $y'' - y' = e^{2x} \cos e^x$.
12. $y'' + y = 4\sin 4x - \cos 4x$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y \\ \dot{y} = 2x + 3y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(1, 3) и обладающую тем свойством, что если через любую точку кривой провести параллельные координатным осям прямые до встречи с осями координат, то площадь полученного прямоугольника делится кривой в отношении 1:2.

15. Показать, что функция $y = \sin 2x$ является решением дифференциального уравнения $y'' + 4y = 0$.

Вариант 17.

1. $\dfrac{ds}{dt} - 2s = t^3 \ln t$.
2. $xy' \cos\left(\dfrac{y}{x}\right) = y \cos\left(\dfrac{y}{x}\right) - x$.
3. $xyy' = 1 - x^2$.
4. $(x^2 + y^2 + 1)dy + xydx = 0$.
5. $y' = \sqrt{\dfrac{1 - y^2}{1 - x^2}}$.
6. $(1 + x\sqrt{x^2 + y^2})dx + (-1 + y\sqrt{x^2 + y^2})dy = 0$.
7. $xy'' - y' = x^2 e^x$.
8. $y'' + 2y(y')^3 = 0; \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -3$.
9. $y'' - y' = e^{2x}\sqrt{1 - e^{2x}}$.
10. $y'' - 2y' + 10y = 10x^2 + 7x - 5$.
11. $y'' - 2y' + y = 4e^x$.
12 $y'' - y' = \sin x$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -2x - 3y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(0, 1) и обладающую тем свойством, что подкасательная ее имеет постоянную длину a.

15. Показать, что функция $y = x^2$ является решением дифференциального уравнения $x(x - 1)y' + y = x^2(2x - 1)$.

Вариант 18.

1. $y' - y \cos x = y^2 \cos x$.
2. $(xy' - y)\mathrm{arctg}\frac{y}{x} = x$.
3. $y'\mathrm{ctg}x = 1 + y^2$.
4. $(y + x \ln y)dx + \left(\dfrac{x^2}{2y} + x + 1\right) dy = 0$.
5. $y' - \dfrac{y}{1 - x^2} = 1 + x$.
6. $(1 + e^{\frac{x}{y}})dx + e^{\frac{x}{y}} \left(1 - \dfrac{x}{y}\right) dy = 0$.
7. $xy'' + y' + x = 0$.

8. $y'' = \dfrac{1}{4\sqrt{y}}; \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$
9. $y'' - 4y' + 3y = xe^{5x}.$
10. $y'' + 4y' + 4y = 8e^{-2x}.$
11. $2y'' - y' = 1.$
12. $y'' + y = \dfrac{1}{\sqrt{\cos 2x}}.$
13. $\begin{cases} \dot{x} = 5x - y \\ \dot{y} = x + 3y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(1, 1) и обладающую тем свойством, что подкасательная ее вдвое больше абсциссы точки касания.

15. Показать, что функция $y = \dfrac{1}{2}e^{2x}$ является решением дифференциального уравнения $y'' = 2y'$.

Вариант 19.

1. $y' - y\mathrm{tg}x = \cos x.$
2. $y^2y' = \dfrac{1-2x}{y} = x.$
3. $y' = \dfrac{2xy}{x^2 - y^2}.$
4. $(1 + y^2)dx = (\sqrt{1+y^2}\sin y - 2xy)dy.$
5. $xy' + y = y^2 \ln x.$
6. $xy' \sin \dfrac{y}{x} + x = \sin \dfrac{y}{x}.$
7. $x^3y'' + x^2y' = 1.$
8. $yy'' + (y')^2 = 0.$
9. $y'' + 6y' + 9y = 3e^{3x}.$
10. $y'' + y = \mathrm{tg}^2 x.$
11. $y'' - y' = 2x + 1.$
12. $y'' - 4y = xe^{2x}.$
13. $\begin{cases} \dot{x} = 3x - y \\ \dot{y} = x + y + e^{2t} \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(-1, 2) и обладающую тем свойством, что абсцисса центра тяжести плоской фигуры, ограниченной осями координат, этой кривой и и ординатой любой ее точки, равна $\frac{3}{4}$ абсциссы этой точки.

15. Показать, что функция $y = \frac{1}{2}(x^2+1)$ является решением дифференциального уравнения $1 + (y')^2 = 2yy''$.

Вариант 20.

1. $y' = e^{-y}$.
2. $\frac{dx}{x(y-1)} + \frac{dy}{y(x+2)} = 0$.
3. $y' + y\mathrm{tg}x = \mathrm{sec}x$.
4. $(2xy + \sin x)dx + (x^2 + y^2)dy = 0$.
5. $y' = \frac{y}{x} + 1$.
6. $y' = \frac{4}{x} + x\sqrt{y}$.
7. $y'' + ytgx = \sin 2x$.
8. $y^3y'' = 1$.
9. $y'' - y' = xe^x$.
10. $y'' + 3y' + 2y = x - 1$.
11. $y'' + 4y = 2\mathrm{tg}2x$.
12. $y'' - 2y' + y = e^x \sin x$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = -x + 5y \\ \dot{y} = x + 3y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(1, 2) и обладающую тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси ординат нормалью в любой точке кривой, равен расстоянию этой точки от начала координат.

15. Показать, что функция $y = e^{-2x}$ является решением дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$.

Вариант 21.

1. $xy' - y = x^3$.
2. $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = -xy^2$.
3. $y' + y\sin x = y\ln y$.
4. $(e^x + e^y)dx + (5 + xe^y)dy = 0$.
5. $y' = \left(\frac{y}{x}\right)^2 - 2$.
6. $5e^x\mathrm{tg}ydx + (1 - e^x)\mathrm{sec}^2ydy = 0$.
7. $yy'' - 2(y')^2 = 0$.
8. $(1 + x^2)y'' + 2xy' = x^3$.

9. $y'' + 4y = \sec 2x$.
10. $y'' - 10y' + 25y = x + 5$.
11. $y'' - 7y' + 10y = e^x - e^{2x}$.
12. $y'' + 25y = \sin x$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 2y \\ \dot{y} = x + 3y + e^t \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(0, 1) и обладающую тем свойством, что отрезок любой ее касательной равен расстоянию точки пересечения этой касательной с осью абсцисс от точки P(0, 3).

15. Показать, что функция $y = \sin x + \cos x$ является решением дифференциального уравнения $y'' + y = 0$.

Вариант 22.

1. $xy' = y^2 + 1$.
2. $2xyy' - y^2 + x = 0$.
3. $x^2y' + 1 = y - xy'$.
4. $y' + xe^x y = e^{(1-x)e^x}$.
5. $y - xy' = x\sec\dfrac{y}{x}$.
6. $(\mathrm{tg}x + 5y\cos x)dx + 5(\sin x - y^3)dy = 0$.
7. $2yy'' = y'(y' + 1)$.
8. $y''x\ln x = y'$.
9. $y'' + 9y = \cos 3x$.
10. $y'' + 4y' + 4y = \dfrac{e^{-2x}}{x^3}$.
11. $y'' - 2y' = x^2 + x$.
12. $y'' + 4y' + 3y = xe^{2x}$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y \\ \dot{y} = 3x + 4y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(1, 2) и обладающую тем свойством, что площадь треугольника, образованного осью абсцисс, касательной и радиус–вектором точки касания, постоянна.

15. Показать, что функция $y = \dfrac{\sin x}{x}$ является решением дифференциального уравнения $xy' + y = \cos x$.

Вариант 23.

1. $y' + \sqrt{\dfrac{1-y^2}{1-x^2}} = 0.$
2. $(xy^2 + x)dx + (y + x^2y)dy = 0.$
3. $y' + y\cos x = \sin 2x.$
4. $ydx + \left(x - \dfrac{1}{2}x^3y\right) dy = 0.$
5. $xy' = y + \sqrt{xy}.$
6. $ye^x dx + (y + e^x)dy = 0.$
7. $2yy'' = (y')^2.$
8. $y'' + 2y' = e^x(y')^2.$
9. $y'' - 6y' + 8y = 2e^{4x}.$
10. $y'' + 2y' + 2y = \sin x.$
11. $y'' + y = \mathrm{cosec} x.$
12. $y'' - 2y' = x^2 - 2.$
13. $\begin{cases} \dot{x} = -x + y \\ \dot{y} = x - y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(2, 1) и обладающую тем свойством, что отрезок, отсекаемый касательной на оси ординат, равен поднормали.

15. Показать, что функция $y = \sin x$ является решением дифференциального уравнения $y' \sin x - y\cos x = 0.$

Вариант 24.

1. $y' + \dfrac{y}{1+x} = e^{-x}.$
2. $3xdy = y(1 + x\sin x - 3y^3 \sin x)dx.$
3. $y'(2x^2 + xy) = xy + y^2.$
4. $(e^{x+y} + 3x^2)dx + (e^{x+y} + 4y^3)dy = 0.$
5. $ydx + (x + y^2)dy = 0.$
6. $y' = \cos(x + y) - \cos(x - y).$
7. $y''\mathrm{tg} x = y' + 4.$
8. $yy'' + (y')^2 = 0.$
9. $y'' - y = xe^x.$
10. $y'' + 2y' + y = e^x \sin x.$
11. $y'' + 4y = \cos x.$
12. $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{x^2}.$
13. $\begin{cases} \dot{x} = -3x - y \\ \dot{y} = x - y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(0, 2) и обладающую тем свойством, что отрезок, отсекаемый касательной на оси абсцисс, равен квадрату ординаты точки касания.

15. Показать, что функция $y = e^{3x}$ является решением дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 6y = 0$.

Вариант 25.

1. $y'x \ln x = y$.
2. $3x^2(1 + \ln y)dx + \left(\dfrac{x^3}{y} - 2y\right) dy = 0$.
3. $xy' + 2y = e^{-x^2}$.
4. $yy' + y^2 = \cos x$.
5. $y' = \dfrac{x + y}{x - y}$.
6. $y' = \dfrac{y}{x} + \operatorname{tg} \dfrac{y}{x}$.
7. $y'' + 2y(y')^3 = 0$.
8. $y'' = \frac{y'}{x} + x$.
9. $y'' - 2y' - 3y = e^x$.
10. $y'' - 3y' + 2y = \dfrac{e^{3x}}{1 + e^{2x}}$.
11. $4y'' - y = x^3 - 24x$.
12. $y'' + 16y = \cos 4x$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = -y \\ \dot{x} - \dot{y} = 3x + y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(1, 1) и обладающую тем свойством, что площадь, заключенная между осями координат, этой кривой и ординатой любой точки на ней, равна кубу этой ординаты.

15. Показать, что функция $y = -\dfrac{1}{x}$ является решением дифференциального уравнения $y'' + xy' = -y + 2y^3$.

Вариант 26.

1. $e^y(1 + e^x)yy' = 1$.
2. $xy' + y = xy^2 \ln x$.
3. $xy' - 3y = x^2$.
4. $x^2y' + xy = 1$.
5. $y' = \dfrac{y}{x} + \dfrac{x}{y}$.

6. $(1 + y^2 \sin 2x)dx - 2y \cos^2 x dy = 0$.
7. $x^2 y'' + xy' = 1$.
8. $yy'' = y^2 y' + (y')^2$.
9. $y'' + 3y' + 2y = \dfrac{1}{1 + e^x}$.
10. $5y'' + 3y' = 3x + 4$.
11. $y'' - 9y = \sin 3x + 6 \cos 3x$.
12. $y'' - 3y' + 2y = xe^{3x}$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = 8x + 4y \\ \dot{y} = 12x + 6y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(4, 3) и обладающую тем свойством, что угловой коэффициент касательной к ней в любой точке в два раза меньше углового коэффициента радиуса–вектора точки касания.

15. Показать, что функция $y = \sin 2x$ является решением дифференциального уравнения $y'' + 4y = 0$.

Вариант 27.

1. $y' = \dfrac{2xy}{x^2 + y^2}$.
2. $y' - \dfrac{xy}{x^2 - 1} = x\sqrt{x}$.
3. $y' + 2y = e^{-x}$.
4. $\sin y \cos x dy = \cos y \sin x dx$.
5. $x^2 y' + 2xy = \ln x$.
6. $x(1 + \sqrt{x^2 - y^2})dx = y\sqrt{x^2 - y^2} dy$.
7. $yy'' + (y')^2 = 1$.
8. $(1 + x^3)y'' + 3x^2 y' = x^5$.
9. $y'' - 4y = 5e^{2x} - e^{-2x}$.
10. $y'' - 2y' + y = e^x \ln x$.
11. $y'' - y' = \sin x$.
12. $y'' - 4y' + 4y = 8e^{2x}$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y \\ \dot{y} = -x + 4y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку M(1, 1) и обладающую тем свойством, что длина отрезка оси абсцисс, отсекаемого любой ее касательной, равна длине этой касательной.

15. Показать, что функция $y = x^2$ является решением дифференциального уравнения $x(x - 1)y' + y = x^2(2x - 1)$.

Вариант 28.

1. $y'\mathrm{tg}x = y + 4.$
2. $y' - y\mathrm{tg}x = \mathrm{ctg}x.$
3. $y' + \dfrac{y}{x} = x^2y^4.$
4. $y' = \dfrac{y}{x} + \left(\dfrac{y}{x}\right)^2 + 1.$
5. $e^x(y + y') = 1.$
6. $e^{-y}dx - (2y + xe^{-y})dy = 0.$
7. $y'' = 2yy'.$
8. $2y'' = \dfrac{y'}{x} + \dfrac{x^2}{y'};\quad y(1) = \dfrac{\sqrt{2}}{5},\quad y'(1) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}.$
9. $y'' - 7y' + 10y = (5x - 2)e^{2x}.$
10. $y'' - y' = e^x \cos x.$
11. $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{x}.$
12. $y'' - 6y' + 25y = \sin x.$
13. $\begin{cases} \dot{x} = y - 7x \\ \dot{y} = -2x - 5y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку $M(1, \dfrac{1}{3})$ и обладающую тем свойством, что угловой коэффициент касательной к ней в любой точке кривой втрое больше углового коэффициента радиуса–вектора точки касания.

15. Показать, что функция $y = \dfrac{1}{2}e^{2x}$ является решением дифференциального уравнения $y'' = 2y'$.

Вариант 29.

1. $(2x + 1)y' + y = x.$
2. $y' = \dfrac{3y}{x} + \dfrac{y^2}{x^2} + 1.$
3. $xy' = y^2 + 2y.$
4. $(x^2 \ln y - x)y' = y.$
5. $y' = (2y - 1)\mathrm{ctg}x.$
6. $(6x^2 + y)dx + (x + \sin y)dy = 0.$
7. $y'' - 2\mathrm{ctg}xy' = \sin^3 x.$
8. $y'' + (y')^2 = 2e^{-y}.$
9. $y'' + 4y' + 4y = 6e^{-2x}.$

10. $y'' - 9y' = e^x(3x+7)$.
11. $y'' - 9y = \sin 3x - 2\cos 3x$.
12. $y'' + 4y = \dfrac{1}{\sin 2x}$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = 6x + 2y \\ \dot{y} = -2x + 2y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через начало координат, если для любого отрезка $[a,\ x]$ площадь криволинейной трапеции, ограниченной дугой этой кривой, равна кубу ординаты концевой точки дуги.

15. Показать, что функция $y = \dfrac{1}{2}(x^2+1)$ является решением дифференциального уравнения $1 + (y')^2 = 2yy''$.

Вариант 30.

1. $t\dfrac{ds}{dt} = s + \sqrt{st}$.
2. $xy(1+x^2)y' = 1 + y^2$.
3. $y' + 2y = 4x$.
4. $\dfrac{y}{x}dx + (y^3 + \ln x)dy = 0$.
5. $y' + \dfrac{2y}{x} = 3x^2 y^{\frac{4}{3}}$.
6. $(y^2 - x^2)dx + 2xydy = 0$.
7. $yy'' - (y')^2 = y^4$.
8. $y'' + 2x(y')^2 = 0$.
9. $y'' + 4y = \sin 2x + 6\cos 2x$.
10. $y'' - 10y' + 25y = (x-2)e^{-5x}$.
11. $y'' + y = \dfrac{1}{\cos^3 x}$.
12. $y'' + 8y' + 25y = \cos 2x$.
13. $\begin{cases} \dot{x} = x - 3y \\ \dot{y} = 4x - 10y \end{cases}$

14. Найти кривую, проходящую через точку A(0, a), если площадь OAMN равна $a \cdot l$, где MN–произвольная ордината кривой, l–длина дуги AM.

15. Показать, что функция $y = e^{-2x}$ является решением дифференциального уравнения $y'' - 4y = 0$.

Составители: *Виноградова И.Ю., Виноградова Г.Ю., Мул А.П.*

Задания для типового расчета N 6 по курсу высшей математики./ДГТУ, Ростов-на-Дону, 1997, 15 с.