



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Математика»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

и варианты заданий для
выполнения контрольной работы
по дисциплине

«Математика»

односеместровый курс

Автор
Волокитин Г.И.

Ростов-на-Дону, 2013

Аннотация

Методическая разработка предназначена для студентов заочной формы обучения гуманитарных направлений 034300, 100400, 100400S, 034700, 034700S, 111400. Содержит программу изучения основных разделов курса математики, включающую темы: «Линейная алгебра», «Векторная алгебра и аналитическая геометрия», «Введение в анализ», «Дифференциальное исчисление», «Интегральное исчисление», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей и математическая статистика». Номер варианта в задаче студент определяет по последней цифре номера зачетной книжки. Цифра 0 соответствует варианту №10.

Автор

Кандидат физико-математических наук,
доцент Волокитин В.И.





Оглавление

Элементы линейной алгебры	4
Векторная алгебра и аналитическая геометрия.....	4
Дифференциальное исчисление.....	5
Интегральное исчисление	6
Дифференциальные уравнения.....	6
Теория вероятностей и математическая статистика	7
Литература.....	8
ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ	10



Экзаменационная программа по математике для студентов 1-го курса заочного факультета.

ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

Матрицы, виды матриц и действия с матрицами. Числовые характеристики матриц. Определители второго и третьего порядков: определения, свойства и способы вычисления. Элементарные преобразования матриц. Обратная матрица: определение, критерий существования и способы вычисления обратной матрицы. Базисный минор и ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений, их виды. Теорема Кронекера-Капелли. Решение определенных систем третьего порядка методом Крамера, матричным методом и методом Гаусса. Общее решение однородных и неоднородных неопределенных систем. Понятие линейного пространства. Линейный оператор, матрица линейного оператора.

ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Понятие геометрического вектора. Проекция вектора на ось. Линейные операции над векторами. Линейная независимость векторов, базис на плоскости и в пространстве. Координаты вектора, их геометрический смысл. Действия с векторами в координатах. Условие коллинеарности векторов. Скалярное произведение двух векторов: определение, свойства, вычисление в координатах и приложения. Векторное произведение двух векторов: определение, свойства, вычисление в координатах и приложения. Смешанное произведение трех векторов, теорема о геометрическом смысле, вычисление в координатах и свойства. Условие компланарности трех векторов.

Прямая на плоскости. Угловой коэффициент прямой. Различные виды уравнений прямой (каноническое уравнение, общее, «в отрезках», нормальное). Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.



Плоскость: нормальный вектор, общее уравнение плоскости. Различные виды уравнений плоскости («в отрезках», нормальное уравнение). Угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости.

Прямая в пространстве: канонические, параметрические уравнения. Прямая как пересечение двух плоскостей. Угол между прямыми и угол между прямой и плоскостью.

Системы координат на плоскости: прямоугольная и полярная. Системы координат в пространстве: прямоугольная, цилиндрическая и сферическая. Кривые второго порядка: определения и канонические уравнения эллипса, окружности, гиперболы и параболы. Поверхности второго порядка: Эллипсоиды, сфера, однополостный и двуполостный гиперболоиды, эллиптический и гиперболический параболоиды. Конус второго порядка. Цилиндры второго порядка.

ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ

Функция одной переменной. Предел последовательности и функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Сравнение бесконечно малых. Теоремы о первом и втором специальных пределах. Число e , экспонента, натуральный логарифм. Непрерывность функции. Точки разрыва, их классификация. Свойства непрерывных на отрезке функций.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Задачи, приводящие к понятию производной (о касательной к кривой и о скорости). Определение производной, ее геометрический и механический смысл. Правила дифференцирования. Таблица производных основных элементарных функций. Повторное дифференцирование. Вычисление производных функций, заданных неявно и параметрически. Дифференциал функции: определение, свойства, геометрический смысл, инвариантность. Применение дифференциалов в приближенных вычислениях.



Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Приложение дифференциального исчисления к исследованию функций: монотонность, экстремумы, направление выпуклости кривых и точки перегиба. Асимптоты. Общая схема исследования функции. Формула Тэйлора для многочлена и для функции с остаточным членом в форме Лагранжа, формулы для основных элементарных функций.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Первообразная и понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла и таблица интегралов. Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод подстановки, интегрирование по частям. Задача о площади криволинейной трапеции и понятие определенного интеграла, геометрический смысл определенного интеграла. Условия существования определенного интеграла. Свойства определенного интеграла, выражаемые равенствами и неравенствами. Связь определенного и неопределенного интегралов. Замена переменной в определенном интеграле. Основная формула интегрального исчисления - формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоских фигур, вычисление длины дуги плоской кривой, объем тела вращения.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Определение обыкновенного дифференциального уравнения и его решения. Дифференциальные уравнения первого порядка. Интегральные кривые. Задача Коши и ее геометрический смысл. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Определение общего, частного и особого решений. Некоторые основные типы дифуравнений первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения первого порядка, линейные уравнения первого порядка и подстановка Бернулли. Линейные однородные и неоднород-



ные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение и общее решения линейного однородного дифференциального уравнения. Структура общего решения однородного и неоднородного уравнения. Метод неопределенных коэффициентов нахождения частного решения неоднородного уравнения.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Понятие случайного события, алгебра событий. Классическое, геометрическое, статистическое и абстрактное определения вероятности. Некоторые понятия комбинаторики: размещения, перестановки и сочетания. Свойства вероятности. Теорема сложения. Условная вероятность, теорема умножения. Независимость событий. Формула полной вероятности и формулы Байеса. Схема независимых испытаний Бернулли, формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Понятие случайной величины, дискретные и непрерывные случайные величины. Способы их задания. Числовые характеристики случайных величин – математическое ожидание и дисперсия, их свойства и формулы вычисления. Нормальное распределение как важнейший пример непрерывных распределений, нормальная кривая. Понятие выборки. Выборочные характеристики – выборочное среднее, выборочная дисперсия, исправленная выборочная дисперсия. Точечные оценки. Интервальные оценки.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. -М.: Наука, 1984.
2. Волокитин Г.И., Ларченко В.В., Азаров Д.А., Редько Ю.С. Начала линейной алгебры. Учебное пособие. – Ростов-на-Дону: Издательский центр ДГТУ, 2012.
3. Я.С. Бугров, С.М. Никольский. Элементы линейной алгебры и аналитическая геометрия. Москва «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, 1980.
4. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. Аналитическая геометрия. Издание четвертое, дополненное. Москва «Наука» Главная редакция физико-математической литературы, 1973.
5. А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович. Краткий курс математического анализа для вузов. Москва: "Наука". Главная редакция физико-математической литературы, 1973.
6. Г.М. Берман, Сборник задач по курсу математического анализа (для вузов). Москва: "Наука". 1985.
7. П. Е. Данко, и др. Высшая математика в упражнениях и задачах: Учебное пособие для вузов. В 2-х ч. 1980 – ч.1, 1984 – ч.2.
8. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т.1. – М.: Интеграл-Пресс, 2005.
9. Ворович Е.И., Глушкова В.Н., Тукодова О.М., Федосеев В.Б. Введение в математический анализ. Понятие производной. Учебное пособие. – Ростов н/Д. Издательский центр ДГТУ, 2012.
10. Мишняков Н.Т., Ароева Г.А., Коровина К.С. Приложение производной к исследованию функций. Учебное пособие. – Ростов н/Д. Издательский центр ДГТУ, 2012.
11. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статисти-



Математика

стика. - М.: Высшая школа, 1998.

12. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М: Высшая школа, 1999

**ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

Задача 1. Даны матрицы A и B . E - единичная матрица. Найти:

а) матрицу $(A - 2E) \cdot B$;

б) обратную матрицу A^{-1} и проверить, что $A^{-1} \cdot A = E$;

1.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & -5 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ -13 \\ 16 \end{pmatrix};$$

2.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix};$$

3.
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix};$$

4.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix};$$



Теория менеджмента: теория организации

$$5. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix};$$

$$6. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & -4 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix};$$

$$7. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix};$$

$$8. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & 5 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix};$$

$$9. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix};$$

$$10. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Задача 2. На плоскости даны вершины треугольника $\triangle ABC$.

Найти:

- а). Канонические уравнения сторон AB и AC ;
- б). Уравнение высоты, опущенной из вершины B ;
- в). Внутренний угол $\angle A$;
- г). Уравнение медианы, проведенной из вершины B ;
- д). Расстояние от точки B до стороны AC . Сделать чертеж:

1. $A(1; 3), B(2; 3), C(-1; 2)$;

2. $A(2; -1), B(5; 5), C(3; 2)$;

3. $A(1; 0), B(3; 2), C(-1; 4)$;

4. $A(2; -1), B(5; 3), C(3; -2)$;

5. $A(2; 3), B(4; 1), C(6; 3)$;

6. $A(2; 0), B(0; 3), C(0; 0)$;

7. $A(1; 3), B(2; 1), C(-1; 2)$;

8. $A(5; 1), B(1; 2), C(3; 3)$;

9. $A(2; 1), B(3; -1), C(1; -2)$;

10. $A(1; 2), B(9; 6), C(3; 0)$.



Задача 3. Найти производную $\frac{dy}{dx}$: а) исходя из определения производной функции $y = y(x)$; б) используя правила дифференцирования и формулы таблицы производных основных элементарных функций; в) сложной функции $y = y(u(v(x)))$; г) функции, заданной в неявном виде; д) функции, заданной параметрически:

Вариант 1.

а) $y = 2x^2 - x$; б) $y = 2\sqrt{x} + x^5 \sin x - \frac{\lg(2x+1)}{\arcsin x}$;

в) $y = e^{\cos^2 x}$; г) $(x^2 + y^2)^3 = xy$;

д) $x = \frac{1+t^3}{t^2-1}$, $y = \frac{t}{t^2-1}$.

Вариант 2.

а) $y = 3 - x^2$; б) $y = 1 + \frac{2}{x} - \sqrt{x} \operatorname{tg} x + \frac{5^x}{\sin x}$;

в) $y = \lg^2(3x-4)$; г) $y = \arcsin(x+y)$;

д) $x = \ln t - \frac{1}{t}$, $y = e^{2t} + t^2$.

Вариант 3.

а) $y = x + \frac{1}{x} + 1$; б) $y = 1 + x^2 e^{-x} + \frac{\arccos x}{3\sqrt{x}}$;

в) $y = \operatorname{arctg}^2(6\sqrt[3]{x} + 1)$;

г) $\ln^2(x-y) = x+y$; д) $x = te^t$, $y = te^{-t}$.



Вариант 4.

а) $y = e^{2x} + 1$; б) $y = 2 + 10x \ln x - \frac{\sin 3x}{\sqrt{x}}$;

в) $y = \left(3^{x^2} + \arctg 2x + \frac{1}{2} \right)^5$;

г) $x^4 + y^4 = 9(x^2 + y^2)$; д) $x = \frac{3t}{t^3 + 1}$, $y = \frac{3t^2}{t^3 + 1}$.

Вариант 5.

а) $y = x^3 + 2$; б) $y = \frac{3}{x^4} + x2^x - \frac{\lg x}{\sqrt[4]{x}}$;

в) $y = \cos^3 \left(\frac{1}{x} - e^{2x} \right)$; г) $\arctg(x - y) = xy$;

д) $x = 4 \cos t - 2 \cos 2t$, $y = 4 \sin t - 2 \sin 2t$.

Вариант 6.

а) $y = 6x - 5x^2$; б) $y = \frac{\sqrt[10]{x}}{2} - 3x \ln x + \frac{x + \sin x}{x + \cos x}$;

в) $y = 2^{\sin(x^2+1)}$; г) $y = 1 + xe^y$;

д) $x = 2 \sin^3 t$, $y = 2 \cos^3 t$.



Вариант 7.

а) $y = 2x - x^2$; б) $y = 1 + 4\sqrt[4]{x} - x^5 e^{-3x} + \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{x}}$;

в) $y = \arcsin^2\left(x^3 - \frac{1}{x}\right)$; г) $2^{x^3+y^3} = xy$;

д) $x = t^3 + 3t + 1$, $y = t^3 - 3t + 1$.

Вариант 8.

а) $y = \frac{1}{3}x^3 - 2$; б) $y = 1 + 3x + x^2 2^{2x} - \frac{\operatorname{ctg} x}{\sqrt{x}}$;

в) $y = \left(\arccos^5 x + \sqrt{1-x^2}\right)^4$;

г) $x^3 + y^3 - 3xy = \ln y$; д) $x = e^t \operatorname{cost}$, $y = e^t \operatorname{sint}$.

Вариант 9.

а) $y = \sin x$; б) $y = 12 - 3x^4 + \sqrt{x} \operatorname{arccctg} x + \frac{\ln x}{x}$;

в) $y = \cos\left(2^{\sqrt{x+1}}\right)$; г) $e^x \sin y - e^{-y} \cos x = 0$;

д) $x = 2 \ln \operatorname{ctgt}$, $y = \operatorname{tgt} + \operatorname{ctgt}$.



Вариант 10.

а) $y = \cos x$; б) $y = 5 + 3^x \sin x - \frac{3x^2 + 6x}{\sqrt{x+1}}$;

в) $y = \sqrt{\ln(x^2 + 1)}$; г) $x + 2\sqrt{x-y} + y = 0$;

д) $x = \sqrt{1-t^2}$, $y = \frac{\ln t}{t}$.



Задача 4. Вычислить неопределенные интегралы:

Вариант 1.

а) $\int \frac{dx}{\sqrt[6]{5x-2}};$

б) $\int \frac{(3x-2)dx}{\sqrt{2x^2+3}};$

в) $\int (3x-2)e^{-x}dx;$

г) $\int \frac{x^3+6x^2+13x+15}{x^3+5x}dx;$

д) $\int 3^{\cos 2x} \sin 2x dx;$

е) $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt[4]{x}}dx.$

Вариант 2.

а) $\int \frac{\sin 2x}{e^{\cos^2 x}} dx;$

б) $\int \frac{2x-3}{x^2-x+1} dx;$

в) $\int (x-2)\sin 2x dx;$

г) $\int \frac{x+3}{(x+1)(x^2+x+1)} dx;$

д) $\int \cos x \sin 2x dx;$

е) $\int \frac{1-\sqrt{x-1}}{\sqrt{1+x}} dx.$

Вариант 3.

а) $\int \frac{\cos 2x}{(15+\sin 2x)} dx;$

б) $\int \frac{x+3}{\sqrt{7x^2-1}} dx;$

в) $\int (9x-2)\ln x dx;$

г) $\int \frac{x^3+5}{(x-1)(x^2+4)} dx;$

д) $\int \sin^4 \frac{x}{2} dx;$

е) $\int \frac{xdx}{\sqrt[3]{2x-3}}.$



Вариант 4.

а) $\int \frac{(1 + \sqrt{x})^2 - 2x \cos x}{x} dx$; б) $\int \frac{4x - 3}{\sqrt{2x^2 + 1}} dx$;

в) $\int (x^2 - 2)2^x dx$; г) $\int \frac{x^2}{(x + 2)(x - 1)^2} dx$;

д) $\int \cos^4 x dx$; е) $\int \frac{xdx}{\sqrt{1 - x} + \sqrt[4]{x - 1}}$.

Вариант 5.

а) $\int \frac{dx}{(2x - 1)\ln(2x - 1)}$; б) $\int \frac{x + 5}{5x^2 + 3} dx$;

в) $\int x \sin x \cos x dx$; г) $\int \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 - 2x^2 - 3x} dx$;

д) $\int \sin^6 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} dx$; е) $\int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x + 1}}$.

Вариант 6.

а) $\int \sin \frac{2}{x} \frac{dx}{x^2}$; б) $\int \frac{8x - 3}{\sqrt{4x^2 + 4x + 5}} dx$;

в) $\int (x^2 - 1)\cos 2x dx$; г) $\int \frac{(3x^2 + 1)}{(x^4 - 1)} dx$;

д) $\int \cos^3 x dx$; е) $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x}}$.



Вариант 7.

а) $\int \frac{\arcsin^3 x}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}} dx;$

б) $\int \frac{x+1}{\sqrt{8x-4x^2}} dx;$

в) $\int (2x-1) \sin x dx;$

г) $\int \frac{x^2-x+6}{x^3+8} dx;$

д) $\int \sin^3 x dx;$

е) $\int \frac{x-2}{\sqrt{x+1}} dx.$

Вариант 8.

а) $\int \frac{\operatorname{ctg}^5 x}{4 \sin^2 x} dx;$

б) $\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2-4x+3}};$

в) $\int (2x-4) \sin 3x dx;$

г) $\int \frac{x^3-1}{4x^3-x} dx;$

д) $\int \sin^3 x \cos^2 x dx;$

е) $\int \frac{dx}{\sqrt{x-1} + \sqrt[4]{x-1}}.$

Вариант 9.

а) $\int \frac{\sin x dx}{2\sqrt[3]{\cos^2 x}};$

б) $\int \frac{xdx}{2x^2-3x-2};$

в) $\int x \arctg x dx;$

г) $\int \frac{x^2 dx}{x^4-16};$

д) $\int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x};$

е) $\int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx.$



Вариант 10.

а) $\int \frac{4 \cos 3x dx}{4 + \sin 3x};$

б) $\int \frac{dx}{4x^2 + 4x + 5};$

в) $\int \arccos x dx;$

г) $\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} dx;$

д) $\int \frac{\cos^3 x dx}{\sin^4 x};$

е) $\int \frac{dx}{x(\sqrt{x} + 6)}.$



Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

$$y'' - 4y' + 5y = 5x^2 - 12x + 2$$

$$y'' + 4y' + 4y = \cos 2x$$

$$y'' - y = e^x(x^2 - 1)$$

$$y'' - 2y' + y = 4e^x$$

$$y'' - 4y' + 4y = x^2 e^{2x}$$

$$y'' + 3y = e^{-2x} x \sin 5x$$

$$y'' + 3y' - 4y = e^{-4x} + x e^{-x}$$

$$y'' + 9y = 2 \cos x + 3 \sin 3x$$

$$y'' - 9y = e^{3x} + \sin 2x$$

$$y'' - 6y' + 9y = 4e^x - 16e^{3x}$$



Задача 6. (Комбинаторный метод вычисления вероятностей в классической схеме).

Варианты 1, 2

В магазин поступило n телевизоров. Из них k имеют скрытые дефекты. Покупателю для выбора наудачу предложено l телевизоров. Какова вероятность того, что все предложенные покупателю изделия не содержат дефектов?

1. $n=30, \quad k=3, \quad l=2.$

2. $n=20, \quad k=2, \quad l=3.$

Варианты 3,4

Из партии, содержащей n изделий, среди которых k бракованных, наудачу извлекают m изделий для контроля. Найти вероятности следующих событий: $A=\{\text{в полученной выборке ровно } l \text{ бракованных изделий}\}$, $B=\{\text{в полученной выборке нет бракованных изделий}\}$.

3. $n=10, \quad k=3, \quad l=1, \quad m=4.$

4. $n=12, \quad k=3, \quad l=2, \quad m=5$

Варианты 5,6

Имеются два ящика с деталями. В первом n деталей, из них m годных. Во втором ящике N изделий, из них M годных. Сборщик наудачу выбрал по одной детали из каждого ящика. Найти вероятность того, что обе выбранные детали годные. Какова вероятность того, что обе выбранные детали бракованные?

5. $n=12, \quad m=8, \quad N=8, \quad M=7.$

6. $n=14, \quad m=10, \quad N=6, \quad M=4.$

Варианты 7,8

Группа, состоящая из 8 человек, занимает места с одной стороны прямоугольного стола. Найти вероятность того, что два определенных лица окажутся рядом, если:

7. число мест равно 8.

8. число мест равно 12.

**Варианты 9,10**

Из урны, содержащей $m+n$ шаров, из которых m белых и n черных, на удачу отбирают k шаров и откладывают в сторону. Найти вероятности следующих событий: $A=\{\text{все отложенные шары белые}\}$, $B=\{\text{среди отложенных шаров ровно } l \text{ белых}\}$.

9. $m=10, \quad n=6, \quad k=5, \quad l=3.$

10. $m=8, \quad n=12, \quad k=6, \quad l=4.$