



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Прикладная математика»

Учебное пособие

по дисциплине

«Информационные модели в экономике и социологии»

Автор

Артамонова Е.А.



Ростов-на-Дону, 2018

Аннотация

Учебное пособие предназначено для студентов очной формы обучения направления бакалавриата 01.03.04 «Прикладная математика». Приведены материалы по основным темам, соответствующие базовому уровню изучения дисциплины «Информационные модели в экономике и социологии». Приведены образцы решения всех типовых заданий, снабжённые необходимыми теоретическими сведениями.

Автор

Старший преподаватель кафедры
«Прикладная математика»
Артамонова Е.А.



Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	5
1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ТЕРМИНЫ.	6
2. МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЕВА. СТАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ	13
3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЫНКА. МОДЕЛЬ ВАЛЬРАСА.....	16
4. ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КЕЙНСА.....	19
5. МОДЕЛЬ СОЛОУ	21
6. МОДЕЛЬ СОЛОУ С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ.....	22
7. МОДЕЛЬ СОЛОУ С НЕПРЕРЫВНЫМ ВРЕМЕНЕМ.....	24
8. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ЭКОНОМЕТРИКИ.	27
9. ПАРНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ И РЕГРЕССИЯ	29
10. КОВАРИАЦИЯ. ВЫБОРОЧНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ПАРНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ	30
11. ОЦЕНКА ЗНАЧИМОСТИ ВЫБОРОЧНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ПАРНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ.....	33
12. МОДЕЛЬ ПАРНОЙ РЕГРЕССИИ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ. ЛИНЕЙНАЯ ПАРНАЯ РЕГРЕССИЯ	35
13. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНОЙ ПАРНОЙ МОДЕЛИ МЕТОДОМ МНК	36
14. ПРОВЕРКА ЗНАЧИМОСТИ ПАРАМЕТРОВ ПАРНОЙ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ.....	38
15. ПРОВЕРКА ВЫПОЛНЕНИЯ ПРЕДПОСЫЛОК МНК	39
16. ОЦЕНКА КАЧЕСТВА УРАВНЕНИЯ РЕГРЕССИИ	43
17. ВИДЫ МОДЕЛЕЙ В СОЦИОЛОГИИ.	46
18. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЯ ПО МНОГИМ КРИТЕРИЯМ (МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ)	63
19. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ ОПРЕДЕЛЕННОСТИ.....	67
20. УЧЕТ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ПАССИВНЫХ УСЛОВИЙ	67
21. МНОГОМЕРНЫЙ СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ.....	71
22. ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ.....	72
23. ДИСКРИМИНАНТНЫЙ АНАЛИЗ	74
24. КЛАСТЕРНЫЙ АНАЛИЗ	75



25. МНОГОМЕРНОЕ ШКАЛИРОВАНИЕ	78
26. МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА	79
27. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МЕТОДА ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА, СУТЬ РЕШАЕМЫХ ИМ ЗАДАЧ	81
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.	85

ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие содержит теоретический материал по всем основным разделам дисциплины «Информационные модели в экономике и социологии». Представлены основные теоретические положения и понятия, соответствующие базовому уровню изучения дисциплины, и подробное решение всех типовых заданий. Выбор тематики осуществлялся на основе анализа ФГОСЗ+ в базовой подготовке бакалавров технических направлений.

Учебное пособие дополняет курс лекций по дисциплине «Информационные модели в экономике и социологии» и будет полезно студентам в самостоятельной работе и при подготовке к текущему, рубежному и итоговому контролю знаний по данной дисциплине в различных формах, в том числе в форме интернет-экзамена, а также при изучении различных смежных дисциплин математического и естественнонаучного цикла.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ТЕРМИНЫ.

Известно, что практическая реализация любой оптимизационной задачи осуществляется в результате выполнения следующих основных этапов: формулирование экономической постановки; разработка экономико-математической модели (формализация) и выбор (или разработка) наиболее эффективного математического метода реализации модели.

Экономическая постановка задачи — формулирование исходных посылок, основных условий, критериев оптимальности и требуемых конечных результатов (искомых переменных) решения задачи.

Экономико-математическая модель (ЭММ) задачи — система ограничений (равенств, неравенств, связывающих постоянные параметры и неизвестные), математически описывающая основные (наиболее важные) условия решения задачи, а также содержащая наиболее целесообразный состав критериев оптимальности (в частном случае — один).

Критерий оптимальности — это выбранный на научной основе и предназначенный для характеристики конечного результата решения задачи показатель (экономический, финансовый, социальный, экологический, технический, инвестиционный), экстремальное значение которого отражает предельно достижимую эффективность.

При любом определении понятия критерия его назначение заключается в отображении главной цели решения оптимизационной планово-экономической, финансовой или инвестиционной задачи. Поэтому проблема выбора критериев сводится к:

- формулированию принципиально важных целей решения моделируемой задачи;
- отображению целей в виде критериев оптимальности или ограничений мо-

дели.

Понятие цели решения задачи первично по отношению к понятию критерия. Кроме того, одной и той же цели могут соответствовать различные критерии, а также нежесткие ограничения. Если цели оптимизационной планово-экономической задачи обоснованно сформулированы и упорядочены по важности, то процедура их отображения в виде критериев или ограничений в значительно большей степени носит технический, чем экономический характер.

Математическое моделирование — это обоснование и разработка (или, иначе говоря, формализация) экономико-математической модели задачи, а также внедрение результатов ее решения в практику работы объекта (предприятия, фирмы, компании, организации).

Под оптимизационной задачей условимся понимать такую задачу, в которой предусмотрен выбор одного наилучшего решения (плана, результата) из полученного множества в соответствии с системой принятых в модели ограничений и критериев.

Под решением задачи понимается способ получения конечного результата (экономического, финансового, производственного, трудового, социального, экологического, инвестиционного). При этом целесообразным является использование в процессе поиска решения задачи современных ЭВМ, моделей и математических методов.

Под результатом решения оптимизационной задачи понимается предполагаемый к использованию конечный (рабочий) вариант, который имеет конкретное целевое назначение.

Планово-экономическая задача является оптимизационной, если имеется возможность получения различных вариантов ее решения, среди которых может быть найден наилучший вариант, наиболее полно соответствующий определен-

ной совокупности критериев оптимальности.

В системе планирования деятельности промышленного предприятия все решаемые задачи могут быть объединены в два больших класса: обеспечивающие и функциональные.

Обеспечивающие Задачи — это комплекс вычислительных процедур, выполняемых с помощью ПЭВМ и на основе применения современных моделей и математических методов и позволяющих получать экономически целесообразную результирующую информацию, которая выступает в качестве исходной или нормативной для соответствующей функциональной задачи.

Функциональные задачи — комплекс вычислительных процедур, выполняемых с помощью ПЭВМ и на основе применения современных моделей и математических методов и обеспечивающих получение (выработку) экономически наиболее целесообразного проекта управленческого решения, предназначенного для реализации определенной функции управления объектом.

Моделирование любого объекта (задачи, процесса) представляет собой замену его адекватным в той или иной степени другим объектом, называемым моделью.

Это означает, что основные свойства, связи между элементами, а также поведение модели и объекта моделирования характеризуются достаточно высоким сходством. В нашем случае объектами моделирования являются задачи системы внутрифирменного производственного планирования. Экономико-математическая модель (ЭММ) такой задачи представляет собой формализованное описание основных условий, требований, критериев в виде совокупности математических выражений, связывающих постоянные параметры и неизвестные (переменные).

Форма и структура ЭММ обуславливаются разными факторами. Одним из

главных факторов является выбранная цель моделирования, которая может быть главной (общей) и частной (локальной). Главная цель моделирования состоит или в теоретическом, или в практическом применении модели. Практическое моделирование производится с целью непосредственного применения его результатов в деятельности фирмы, а теоретическое моделирование прямо такой цели не ставит. Оно проводится для исследования моделируемой задачи, разработки общей методики ее решения и т. п. Поэтому требования к исходным данным и параметрам модели (в частности, к степени адекватности модели и моделируемой задачи точности информации) для этих видов моделирования различны.

Основные частные цели моделирования — это иллюстративная, методическая, исследовательская, алгоритмическая и вычислительная. Форма и структура модели должны соответствовать целям моделирования. Если модель имеет иллюстративное назначение, то в ней допускается учет всех возможных характеристик объекта и его свойств. Она может быть максимально сложной и сколь угодно общей. В то же время такую модель стараются сделать компактной путем введения обобщающих символов, неявных и нелинейных зависимостей, подчиняя ее строение требованиям математической эстетики. В модели, имеющей методическое назначение, учитываются лишь самые основные свойства объекта, вводятся упрощающие предположения, исключаются подробности. Таковы, например, математические модели производственных задач, изучаемые в курсах линейного программирования (ЛП). Исследовательская цель моделирования заключается в изучении на модели неизвестных или малоизученных свойств и характеристик объекта, проверке идей, численном экспериментировании. Поэтому ЭММ, построенная с этой целью, должна в максимальной степени отражать свойства и стороны моделируемого объекта. Алгоритмическая цель состоит в построении на основе модели специальных алгоритмов решения задачи, а вычислительная — в применении известных вычислительных методов для получения практических результатов. Эти цели предъявляют к модели, с одной

стороны, требования достаточной простоты, а с другой — достаточной адекватности моделируемому объекту.

Необходимость и актуальность такой классификации ЭММ обусловлены тем обстоятельством, что во многих опубликованных работах форма и структура модели не соответствуют их назначению, что снижает практическую ценность этих моделей.

Одним из важнейших условий практического использования результатов математического моделирования оптимизационных плановых задач является обеспечение соответствия ЭММ реальным условиям (внешней и внутренней среды), в которых функционирует данный объект. Это соответствие обычно называется адекватностью. Недостаточная адекватность моделей задач реальным условиям производства приводит к тому, что получаемые с их помощью планы (решения) не могут конкурировать с планами, разрабатываемыми на основе опыта и интуиции специалистов. Важность решения этой проблемы еще более возросла в связи с переходом российской экономики к рыночным формам хозяйствования, обеспечившим существенное расширение возможностей оптимизации разного рода плановой, производственной, финансовой, сбытовой и инвестиционной деятельности.

Имеется несколько причин, обуславливающих недостаточную адекватность ЭММ плановых, экономических и инвестиционных задач реальным условиям функционирования объекта (предприятия, фирмы, компании).

Во-первых, неполный учет в моделях наиболее важных организационных и технико-технологических особенностей данного объекта, Во-вторых, игнорирование многоцелевой сущности большинства задач, недостаточно обоснованный выбор критериев оптимальности, представляющих наибольший экономический и, соответственно, практический интерес. В-третьих, игнорирование в моделях факторов неточности и неопределенности ис-

ходных данных, достигающих весьма значительных величин, что обуславливает неустойчивость и малую надежность получаемых планов.

Проблема обеспечения адекватности модели реальным условиям функционирования объекта имеет и другую сторону. Попытка получения наиболее полной адекватности приводит к такому усложнению задачи, что ее не удастся решить современными техническими и математическими средствами в приемлемые сроки и с объемами затрат, оправданными с экономической точки зрения. В такой ситуации возникает необходимость разработки специальных методов или эффективных алгоритмов приближенной оптимизации для поиска приемлемого решения, учитывающих особенности содержания и строения экономико-математической модели данной задачи.

При создании ЭММ должны соблюдаться основные принципы построения. Прокомментируем кратко суть этих принципов.

Принцип достаточности информации предполагает, что в каждой модели используется информация, имеющая необходимую для данной модели степень точности. Если мера точности информации неизвестна или недостаточна, то такую информацию использовать не следует.

Принцип инвариантности информации состоит в том, что используемая в модели информация должна быть инвариантна относительно неизвестных параметров моделируемого объекта, т. е. не должна меняться при любых возможных значениях этих параметров.

Принцип информационной корректности заключается в том, что структура модели должна соответствовать структуре и точности доступной входной и требуемой выходной информации.

Принцип эффективной реализуемости предполагает, что для каждой модели современными техническими вычислительными средствами и математическими

методами должен быть получен приближенно оптимальный план для условий функционирования конкретного предприятия.

Принцип экономичности структуры модели заключается в том, что в модели должны учитываться лишь те условия (формализуемые как ограничения или критерии), которые существенны для моделируемой задачи.

В процессе моделирования плановых, экономических, финансовых и управленческих задач можно выделить следующие основные этапы:

Формулирование экономической постановки задачи, т. е. изложение исходных посылок, определение наиболее важных особенностей объекта, подлежащих учету в ЭММ, а также на этапе обоснования основных целей (критериев), — вербальная постановка задачи.

Разработка экономико-математической модели задачи, т. е. формализованное описание ее условий (требований) в виде определенного набора равенств, неравенств и критериев оптимальности..

Информационное обеспечение решения задач, т. е. обоснование состава входных данных, промежуточной и выходной информации, а также форм (машинограмм) представления последней. Разработка программного обеспечения задачи или экономическое обоснование выбора известных пакетов прикладных программ (ППП).

Верификация экономико-математической модели, т. е. проверка соответствия ее поведения при использовании различных вариантов исходных данных сформулированным предложениям разработчика или лица, принимающего решение (ЛПР).

Валидация экономико-математической модели, т. е. проверка соответствия информации, получаемой в процессе машинной реализации, реальным требова-

ниям, для учета которых и была разработана эта модель.

Экспериментальная проверка качества программного обеспечения на условном или реальном числовом примере с целью получения машинного варианта решения задачи.

Анализ полученных результатов моделирования и внесение, при необходимости, соответствующих изменений в программное обеспечение или в формы входной и выходной информации.

2. МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЕВА. СТАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим статическую линейную модель многоотраслевой экономики. В основе модели лежат следующие предположения:

- 1) В системе экономики производятся, продаются, покупаются, потребляются и инвестируются n продуктов;
- 2) Каждая отрасль является «чистой», т. е. производит только один продукт;
- 3) Производственный процесс в отрасли – это преобразование некоторых типов продуктов в какой-то один продукт. Таким образом, если для производства единицы j -го продукта надо затратить a_{ij} единиц i -го продукта, то выпуск λ единиц j -го продукта потребует λa_{ij} единиц i -го продукта.

Таким образом, независимо от масштаба производства удельный выпуск и соотношение затрат всегда постоянны.

Валовой выпуск i -го продукта за год распадется на две части: на производственное потребление и на конечное (не производственное) потребление.

Из предположений следует производственное потребление i -го продукта всеми отраслями равно $\sum a_{ij} x_j$, поэтому чистый выпуск i -го продукта составит

$$x_i - \sum_{j=1}^n (a_{ij} x_j) \quad (1.1)$$

Если приравнять чистый выпуск каждого i -го продукта конечный спрос на

него y_i , то образуется система уравнений:

$$x_i - \sum_{j=1}^n (a_{ij}x_j) = y_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (1.2)$$

Которая и составляет модель Леонтьева.

Конечный спрос y_i состоит из конечного потребления, экспорта и инвестиций. Но в самой модели величины y_i мыслятся как экзогенно заданные. Поэтому при заданных $y_i, i=1, \dots, n$, n линейных уравнений модели Леонтьева позволяет определить n отраслевых выпусков $x_i, i=1, \dots, n$.

Величины y_i, x_i могут быть представлены в натуральных или стоимостных единицах измерения, в соответствии с этим различают натуральный или стоимостный межотраслевые балансы.

Система (1.2) – это система n линейных уравнений с n неизвестными $x_i, i=1, \dots, n$, которая является хорошо изученным объектом линейной алгебры. Однако система описывает отраслевую структуру экономики и поэтому обладает следующими свойствами: коэффициенты прямых затрат a_{ij} , объемы конечного спроса y_i и валовые выпуски x_i – неотрицательны.

Система (1.2) называется работоспособной или продуктивной, если разрешима в неотрицательных x_i .

Двойственной к системе (1.2) называется следующая система линейных уравнений для цен продуктов p_j .

$$p_j - \sum_{i=1}^n (a_{ij}p_i) = v_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (1.3)$$

Где $v_j \geq 0$ - добавлена стоимость на единицу выпуска j -й отрасли.

Поскольку $\sum_{i=1}^n (a_{ij}p_i)$ – сумма издержек на единицу выпуска j -й отрасли, то в левой части уравнений (1.2) – чистый доход от единичного выпуска j -й отрасли, который приравнивается к добавленной стоимости v_j .

Система (1.3) – прибыльная, если она разрешима в неотрицательных $p_j \geq 0, j = 1, \dots, n$. Так же известно, что продуктивность (1.2) и прибыльность

(1.2.2) эквивалентны: из продуктивности системы следует прибыльность и наоборот.

Система (1.3) может записана и в виде матрицы:

$$(I - A)x = y, \quad (1.4)$$

Где $I = I_n$ – единичная матрица с размерами

$$n \times n, \quad x = (x_1, \dots, x_n)', y = (y_1, \dots, y_n)'$$

Из (1.2.3) следует, что продуктивность (1.2.1) эквивалентно неотрицательной обратимости матрицы $(I - A)$. если одно из условий выполняется, то

$$x = (I - A)^{-1}y, \quad (1.5)$$

причем $x \geq 0$.

Обозначим через N множество номеров отраслей $N = \{1, \dots, n\}$. Подмножество отраслей S изолировано, если $a_{ij} = 0$ для $i \in S = N \setminus S, j \in S$, т. е. отрасли не

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ 0 & A_3 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

Где A_1 – квадратная матрица с размерами $k \times k$, отвечающая отраслям S ; A_3 - квадратная матрица с размерами $(n - k) \times (n - k)$, отвечает отраслям S .

Технологическая матрица называется неразложимой, если ее нельзя путем перестановок строк и столбцов привести к виду (1.6). Неразложимость A означает, что каждая отрасль косвенно использует продукцию всех отраслей.

Таким образом, если модель Леонтьева продуктивна, то для любого вектора спроса $y \geq 0$ однозначно определяется неотрицательный вектор валового выпуска x по формуле:

$$x = y + Ay + A^2y + \dots \quad (1.7)$$

Для производства данного объема конечного спроса y необходимо затратить Ay продуктов, но сначала их надо произвести, для чего понадобится A^2y продуктов и т.д.

Матрица $A^* = (I - A)^{-1} > 0$ называется матрицей полных затрат, т.к.

$$x = (I - A)^{-1}y = A^*y. (1.8)$$

Каждый ее коэффициент a_{ij} показывает, сколько надо произвести единиц i -го продукта на единицу j -го конечного продукта.

3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЫНКА. МОДЕЛЬ ВАЛЬРАСА

Основными условиями модели Вальраса являются:

1. дезагрегированность участников рынка (рассматриваются отдельные потребители и отдельные производители);
2. совершенность конкуренции;
3. общность равновесия (рассматривается равновесие по всем товарам сразу, а не по отдельным товарам).

Предположим, что на рынке продаются и покупаются товары двух видов: готовые товары, являющиеся продуктом производства (товары конечного потребления) и производственные ресурсы (первичные факторы производства). Таким образом, рассматривается «расширенное» пространство товаров R_+^n , где $n = n_1 + n_2$ – число видов всех товаров, n_1 – число видов товаров конечного потребления, а n_2 – число видов производственных факторов. Обозначим:

k – индексы видов товаров ($k = \overline{1, n}$),

i – индексы потребителей ($i = \overline{1, l}$),

j – индексы производителей ($j = \overline{1, m}$),

$p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ – вектор цен товаров.

Так как потребитель, как участник рынка, не занятый в производстве, может продавать имеющиеся ресурсы, а производитель, занятый в производстве, продает свою готовую продукцию и покупает ресурсы. Таким образом, каждый i -й потребитель характеризуется:

- начальным запасом товаров $b_i \in R_+^n$,
- функцией дохода $K_i = K_i(p)$,
- вектор – функцией спроса на продукты производства $D_i = D_i(p)$ со

значениями из $R_+^{n_1}$.

Каждый j -й производитель характеризуется:

- вектор – функцией предложения готовой продукции $S_j = S_j(p)$ со значениями из $R_+^{n_1}$,
- вектор – функцией спроса на ресурсы $Z_j = Z_j(p)$ со значениями из $R_+^{n_2}$.

Следовательно, $S_j = f_j(Z_j(p))$, где f_j – производственная вектор – функция j -го производителя $j = \overline{1, m}$. С учетом всего выше сказанного, математической моделью рынка является совокупность элементов:

$$\left\{ R_+^n, P, N, \{b_i, K_i, D_i\}_{i=1}^l, \{S_j, Z_j\}_{j=1}^m \right\} \quad (1.1)$$

где R_+^n – пространство товаров, $P \subset R_+^n$ – пространство цен, $N = 1+m$ – количество участников рынка.

Вектор $p=(p_1, \dots, p_n) \in R_+^n$ содержит цены, как товаров, так и затрат.

Доход каждого потребителя предполагается состоящим из двух слагаемых:

- выручка от продажи его начального запаса товаров $b_i \in R_+^n, i = \overline{1, l}$,
- доход от участия в прибыли производственного сектора $V_i(p)$, который в свою очередь складывается через приобретение ценных бумаг, инвестиционной и трудовой деятельности.

Таким образом:

$$K_i(p) = \langle p, b_i \rangle + V_i(p), i = \overline{1, l}.$$

Рассмотрим вектор – функцию, и назовем ее производственным планом j -го производителя:

$$Y_j(p) = \left(S_j(p) - Z_j(p) \right) \in R^{n_1} \times R^{n_2} = R^n,$$

Следовательно, прибыль производителя выражается функцией

$$P_j(p) = \langle p, Y_j(p) \rangle, j = \overline{1, m}.$$

Считается, что вся прибыль производственного сектора распределяется между потребителями и поэтому

$$\sum_{i=1}^l V_i(p) = \sum_{j=1}^m \langle p, Y_j(p) \rangle.$$

Функция спроса на товары конечного потребления $D_i(p)$ являются результатом оптимизации функции полезности i – го потребителя при заданном доходе $K_i(p)$. Соответственно считаем, что значения функции спроса на затраты $Z_j(p)$ и функции предложения выпуска $S_j(p)$ является результатом решения соответствующих задач по оптимизации прибыли j – го производителя при ценах p .

Введем понятия совокупного спроса и совокупного предложения.

Определение 5. Вектор – функция

$$D(p) = \sum_{i=1}^l \begin{pmatrix} D_i(p) \\ 0_{n_2} \end{pmatrix} + \sum_{j=1}^m \begin{pmatrix} 0_{n_1} \\ Z_j(p) \end{pmatrix}$$

называется функцией совокупного (рыночного) спроса, где первая сумма выражает общий спрос на товары конечного потребления, а вторая – общий спрос на ресурсы.

Определение 6. Вектор – функция

$$S(p) = \sum_{i=1}^l b_i + \sum_{j=1}^m \begin{pmatrix} S_j(p) \\ 0_{n_2} \end{pmatrix}.$$

При таком определении смысл совокупного спроса и предложения соответствует их формированию на основе решения соответствующих индивидуальных экстремальных задач для потребителей и производителей.

Определение 7. Набор векторов $\{D(p^*), S(p^*), p^*\}$ называется конкурентным равновесием на рынке $\{R^n, P, D(p), S(p)\}$, если $p^* \in P$ и $D(p^*)=S(p^*)$, где p^* - равновесный вектор цен.

Из построенной по Вальрасу модели рынка вытекает следующий вывод. Чтобы найти равновесный вектор цен, надо:

1. Записать все соотношения оптимальности для каждой индивидуаль-

ной задачи потребителя по оптимизации его функции полезности и для каждой индивидуальной задачи производителя по оптимизации его прибыли;

2. Дополнить их формулой дохода потребителя;
3. Записать условие распределения все прибыли среди потребителей;
4. Записать равенство $S(p)=D(p)$;
5. Решить полученную систему уравнений относительно искомого вектора равновесных цен.

4. ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КЕЙНСА

Согласно постулату Кейнса, выведенному из уроков кризиса 1929-1934 гг., «предприниматели производят не столько, сколько захотят, но столько, каков спрос». Если предположить, что спрос будущего года формируется в текущем году, то предприниматели спланируют производство будущего года в соответствии с прогнозируемым спросом.

В рассматриваемой модели роль единственной эндогенной переменной Y , изменяющейся во времени, выполняет валовой внутренний продукт (ВВП), т.е. объем производства товаров конечного пользования. ВВП состоит из четырех частей: фонд не производственного потребления C ; валовые частные внутренние инвестиции I ; государственные расходы на закупку товаров и услуг G ; чистый экспорт E . В модели экономика считается закрытой, поэтому чистый экспорт равен нулю, а государственные расходы распределяются на потребление и накопление, поэтому принимается:

$$Y = C + I$$

В модели предполагается, что спрос на инвестиционные товары постоянен, а спрос на потребительские товары в будущем году есть линейная функция ВВП текущего года:

$$CD_{t+1} = C + cY_t$$

Где c – нижняя граница фонда непроизводственного потребления;

$0 < c < 1$ – предельная склонность к потреблению.

Динамическая модель Кейнса возникает, если приравнять планируемый выпуск товаров конечного пользования прогнозируемому спросу на них:

$$Y_{t+1} = C + cY_t + I. \quad (1.1)$$

Эта модель может применяться только для анализа и краткосрочного прогнозирования поведения экономики. Она непригодна для долгосрочного прогнозирования, поскольку не отражает воспроизведенный процесс, в частности, в ней не учтено выбытие фондов в связи с их физическим и моральным износом.

С математической точки зрения модель (1.1) является линейным конечно-разностным уравнением первого порядка. Между разностными и дифференциальными уравнениями прямая аналогия, хотя есть и определенные различия. Поэтому в приложении 2 приведены только сведения о линейных дифференциальных уравнениях, которые аналогичны и для разностных уравнений.

В частности, общее решение неоднородного уравнения есть сумма общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения (1.1).

Решение однородного уравнения

$$Y_{t+1} - cY_t = 0$$

Будем искать в виде $Y_t = \lambda t$, поэтому

$$\lambda t + 1 - c\lambda t = 0$$

и для определения λ получаем характеристическое уравнение

$$\lambda - c = 0, \lambda = c$$

поэтому общее решение однородного уравнения

$$Y_t = A c^t$$

Где A – постоянная.

Частное решение неоднородного уравнения равно (проверяется непосредственной подстановкой в уравнение):

$$Y_E = \frac{C+I}{1-c}$$

Поэтому общее решение неоднородного уравнения таково;

$$Y_t = Y_E + Ac^t, t = 0, 1, 2, \dots$$

Постоянную A определяем с помощью начального значения Y_0 ;

$$Y_0 = Y_E + A$$

Откуда

$$A = Y_0 - Y_E$$

Поэтому окончательно получаем конкретное решение уравнения :

$$Y_t = Y_E + (Y_0 - Y_E) c^t, \quad (1.2)$$

при этом $\lim_{t \rightarrow \infty} Y_t = Y_E$, так как $0 < c < 1$, т. е. Y_E – установившееся значение ВВП.

В одной из задач к настоящей главе предлагается выяснить как поведет себя экономика, находящаяся в установившемся состоянии, при инвестициях I , если ежегодные инвестиции увеличатся на ΔI .

5. МОДЕЛЬ СОЛОУ.

Сравнительно простая непрерывная динамическая модель, адекватно отражающая важнейшие экономические аспекты процесса расширенного воспроизводства, известна в экономической литературе как модель Солоу. Модель Солоу позволяет охарактеризовать основные формальные особенности моделей динамики. В модели Солоу экономика рассматривается как замкнутое единое неструктурированное целое, производит один универсальный продукт, который может как потребляться, так и инвестироваться.

В этой модели рассматриваются пять макроэкономических показателей:

Y - валовой внутренний продукт (ВВП);

I - валовые инвестиции;

C - фонд потребления;

K - основные производственные фонды;

L - число занятых в производственной сфере;

Первые три переменные являются показателями типа потока (их значения накапливаются в течении года), переменные K , L – мгновенные переменные (их значения могут быть измерены, в любой момент непрерывного времени).

6. МОДЕЛЬ СОЛОУ С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ

Модель Солоу с дискретным временем задается системой уравнений вида:

$$\left. \begin{aligned} Y_t &= F(K_t, L_t), (1) \\ Y_t &= I_t + C_t, (2) (1.1) \\ K_t &= (1 - \mu) K_{t-1} + I_{t-1}, (3) \\ L_t &= (1 + v) L_{t-1}, (4) \end{aligned} \right\}$$

где $t=0$ – базовый год;

$t=T$ – конечный год изучаемого периода;

K_0, I_0, L_0 считаются заданными.

С содержательной точки зрения эти уравнения имеют следующий смысл.

Первое уравнение задает ВВП как производственную функцию от ресурсов – основных производственных фондов и числа занятых. Второе уравнение – распределение ВВП на валовые инвестиции и потребление. Третье уравнение – это рекуррентное соотношение для определения ОПФ будущего года по значениям ОПФ и инвестиции текущего года. В этом уравнении μ – коэффициент выбытия (износа) ОПФ в расчете на год. Данный коэффициент предполагается постоянным. Из уравнения видно, что инвестиции, сделанные в текущем году, материализуются в фонды в будущем году, т.е. лаг капиталовложений равен одному году. Четвертое уравнение – это рекуррентное соотношение для определения числа занятых в будущем году на основании числа занятых в текущем году. Как видим, данное уравнение основано на гипотезе постоянства годового темпа прироста числа занятых v .

С точки зрения классификации элементов на статические и динамические, уравнения (1.1) (каждое из которых является формализованной записью элемента) могут быть истолкованы следующим образом. Первое уравнение задает нелинейный статический элемент (вход - K_t, L_t , выход - Y_t), второе - линейный статический элемент (вход - Y_t , выход - I_t, C_t), третье – линейный динамический элемент (вход - K_{t-1}, I_{t-1} , выход - K_t), четвертое – линейный динамический элемент (вход - L_{t-1} , выход - L_t).

Таким образом, экономика в форме Солоу, видимым образом неструкту-

рированная, на самом деле структурируется в контур с обратной связью, показанный на рис. 1. Тем самым экономика в форме модели Солоу является динамической системой, поскольку в её составе имеются динамические элементы.

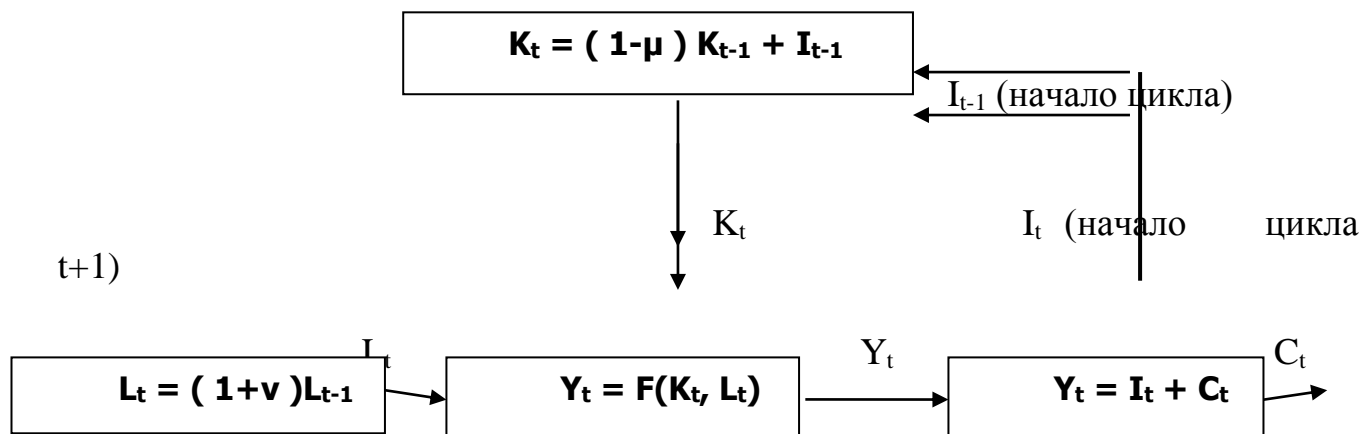


Рис.1. Структурная схема модели Солоу

Структурную схему, представленную на рис.1, можно перестроить с управляемой точки зрения. В самом деле, в реальной экономике одним из наиболее важных рычагов управления является распределение ВВП на накопление (валовые инвестиции) и потребление. Поэтому статическое распределенное звено (второе уравнение 1.1) на самом деле можно рассматривать как управляющее. Подобный вариант структуры показан на рис.2. На этой схеме первое и третье звенья вместе образуют объект управления, второе (распределительное) звено играет роль управляющего, а выход четвертого звена L служит входом в систему, выходом которой является потребление C . Сама система из управляемого объекта и управляющего звена.

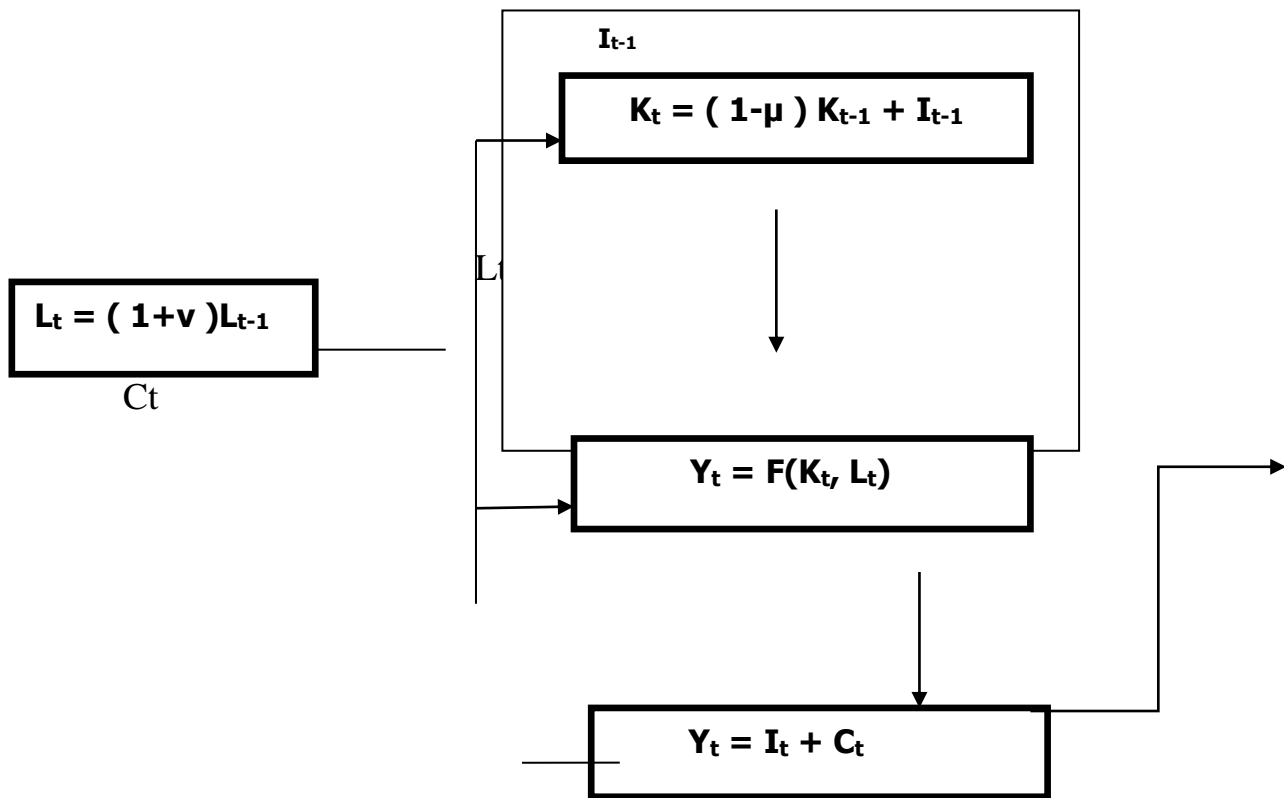


Рис. 2. Скорректированная структурная схема модели Солоу

7. МОДЕЛЬ СОЛОУ С НЕПРЕРЫВНЫМ ВРЕМЕНЕМ

Предположим теперь, что время, измеряемое вначале с дискретностью в один год, будет измеряться с дискретностью Δt (например, полугодие, квартал, месяц, декада, день). При дискретном времени в один день время можно считать практически непрерывным.

При дискретности Δt модель Солоу будет выглядеть следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} Y_t &= F(K_t, L_t), \\ Y_t &= I_t + C_t, \\ K_t - K_{t-\Delta t} &= (-\mu K_{t-\Delta t} + I_{t-\Delta t}) \Delta t, \\ L_t - L_{t-\Delta t} &= v L_{t-\Delta t} \Delta t, \quad t = \Delta t, 2 \Delta t, \dots, n \Delta t, n \in \left[\frac{T}{\Delta t} \right], \end{aligned} \right\} (1.2)$$

где Y_t , I_t , C_t – соответственно ВВП, инвестиции и потребление за год,

начинающийся в момент t ;

$\mu K_t - \Delta t \Delta$ - выбытие фондов за время $(t - \Delta t, t)$;

$I_t - \Delta t \Delta t$ – инвестиции за время $(t - \Delta t, t)$;

$v L_t - \Delta t \Delta t$ – прирост занятых за время $(t - \Delta t, t)$;

При переходе к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$ уравнения (1.2) принимают следующую форму:

$$\left. \begin{aligned} Y_t &= F(K_t, L_t), & (1) \\ Y_t &= I_t + C_t, & (2) \\ \frac{dK}{dt} &= -\mu K + I, \quad K(0) = K_0, & (3) \\ \frac{dL}{dt} &= vL, \quad L(0) = L_0, \quad t \in [0, T], & (4) \end{aligned} \right\} (1.3)$$

Данная модель может быть представлена в такой же структурной форме, как это показано на рис.1, 2, однако при этом уравнения (3), (4) (1.1) должны быть заменены уравнениями (3), (4) (1.3)

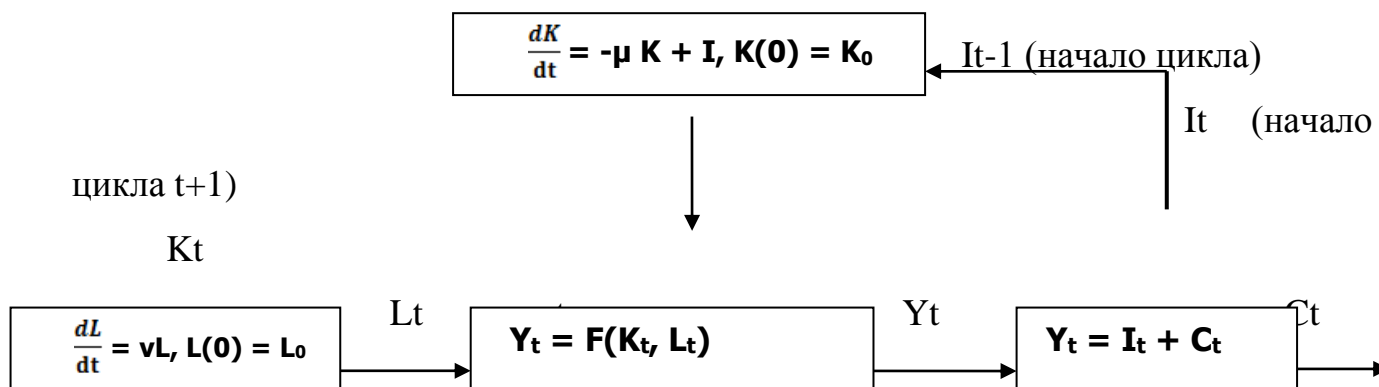


Рис.3. Структурная схема модели Солоу

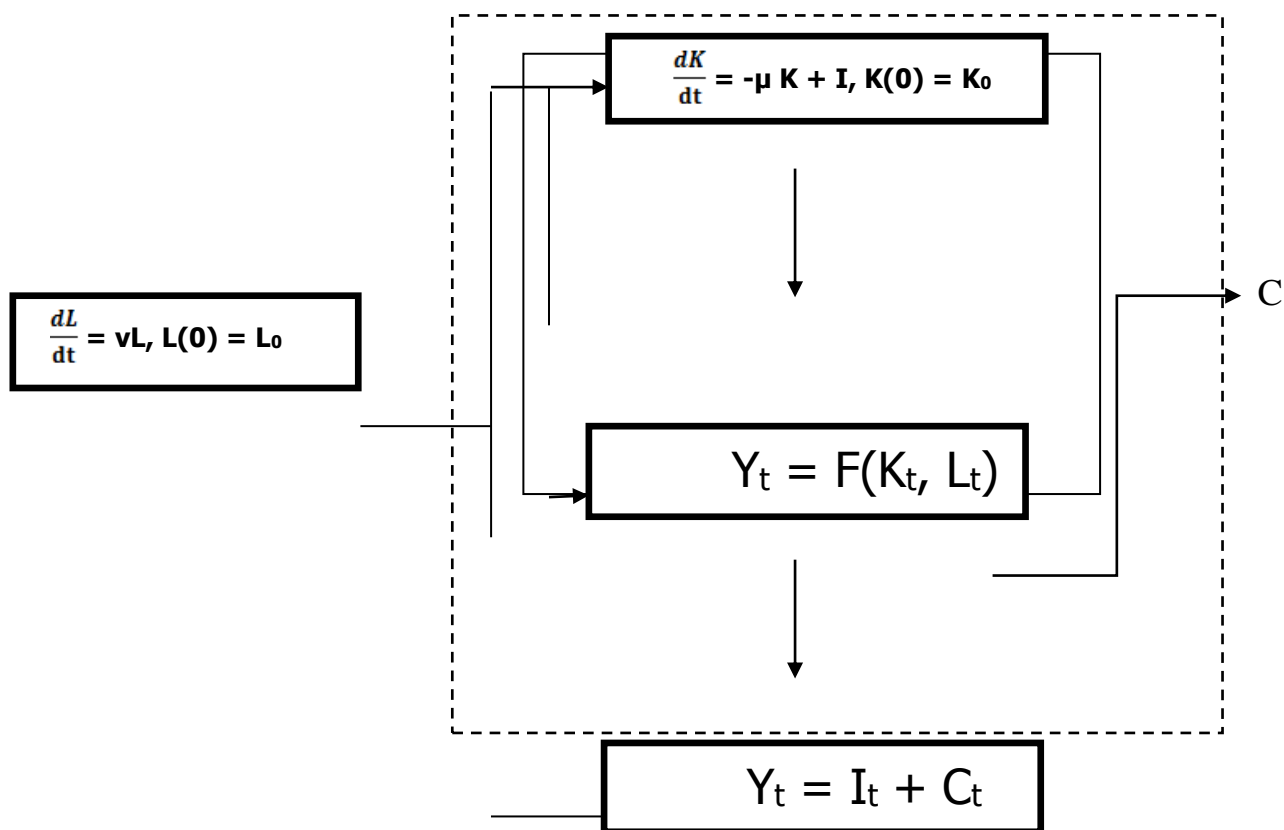


Рис. 4. Скорректированная структурная схема модели Солоу

Следует заметить, что модель Солоу в дискретной форме (1.1) и модель Солоу в непрерывном форме (1.3), несомненно, являются разными моделями и расчеты по ним приводят к разным, однако достаточно близким результатам.

При характеристике модели Солоу обычно говорят, что в ней экономика представляет собой неструктурированное целое и производит один агрегированный продукт, который может потребляться, так и инвестироваться. Данное утверждение можно интерпретировать как представление экономики в виде одного динамического элемента.

Однако про более детальном знакомстве с моделью становится ясно, что экономика в форме модели Солоу состоит из четырех элементов, объединенных в контур обратной связи. Кроме того, экономика нелинейна, поскольку связь между выпуском и затратам ресурсов задается в виде нелинейной производственной функции.

8. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ЭКОНОМЕТРИКИ.

Эконометрика – это наука, которая даёт количественное выражение взаимосвязей экономических явлений и процессов.

Основные задачи эконометрики: построение количественно определённых экономико-математических моделей, разработка методов оценки их параметров по статистическим данным, анализ свойств построенных моделей и прогнозирование на их основе экономических процессов.

Можно выделить три основных класса моделей, которые применяются для анализа и прогнозирования экономических процессов:

модели временных рядов,

регрессионные модели с одним уравнением,

системы одновременных уравнений.

При этом все переменные любой эконометрической модели по способу их вхождения в эту модель можно разбить на объясняемые (зависимые, исследуемые) переменные и объясняющие (предопределённые, факторные) переменные.

Например, если мы будем решать задачу прогнозирования продаж мороженого в определённый день каким-либо торговым предприятием, то объясняемой переменной будет объём продаж, а объясняющими переменными могут выступать: температура воздуха, торговая наценка, среднедушевой доход населения и другие.

Необходимым условием использования той или иной переменной при построении модели является наличие ряда данных наблюдений (измерений) величины этой переменной, либо получение ряда значений с использованием дополнительных вычислений на основе наблюдений о показателях, объясняющих интересующую нас переменную.

Например, определение достоверных значений среднедушевого дохода непосредственно по результатам опросов и бухгалтерской отчётности может оказаться сложнее оценки изменения дохода на основе информации об

изменении розничного оборота товаров и услуг, а также изменении общей суммы банковских вкладов населения.

В эконометрике выделяют три типа данных:

I. Кросс секционные (перекрёстные) данные представляют ситуацию в группе переменных в отдельный момент времени. Таковыми, например, являются публикуемые в деловых разделах газет списки цен на различные акции, процентные ставки по разным видам вкладов и обменные курсы разных валют. Другим примером может служить информация о продажах торговым предприятием в определённый день товаров различных групп (пищевых, хозяйственных и т.д.)

II. Пространственные данные характеризуют ситуацию по конкретной переменной (или набору переменных), относящейся к пространственно разделённым однотипным объектам в один момент времени. Например, данные о курсах валют в один день по разным обменным пунктам города или продажи мороженого в различных киосках в один день.

Временные ряды отражают изменения (динамику) какой-либо переменной на промежутке времени. Например, данные об обменном курсе валюты за каждый день в конкретном обменном пункте или данные о продажах мороженого в одном киоске за каждый день будут являться ежедневным временным рядом.

Эконометрическое моделирование состоит из следующих этапов:

На постановочном этапе формулируются конечные цели моделирования, определяется набор возможных исследуемых (объясняемых) переменных $\bar{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_k)$ и факторных (объясняющих) переменных $\bar{X} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$.

На предварительном этапе осуществляется предварительный анализ экономической сути изучаемого явления, возможностей сбора и обработки статистических данных.

На этапе параметризации производится выбор общего вида модели, в том числе состава и формы входящих в неё связей. Например, может быть выбрана модель с одной объясняющей и одной объясняемой переменными – модель

парной регрессии. Если объясняющих (факторных) переменных используется две или более, то говорят об использовании модели множественной регрессии. При этом, в качестве вариантов могут быть выбраны линейная, экспоненциальная, гиперболическая, показательная и другие виды функций, связывающие эти переменные.

Информационный этап заключается в сборе информации (проведение наблюдений, использование материалов отчётности и т.д.) и предварительном анализе данных (проверка аномальных значений показателей, сглаживание, тестирование на наличие тенденции исследуемых показателей к изменению).

5. Идентификация модели посвящена определению неизвестных параметров (коэффициентов) модели с использованием имеющегося набора данных. Наибольшее распространение для оценки параметров получил метод наименьших квадратов.

Проверка (верификация) модели и прогнозирование предполагает сопоставление реальных и модельных данных, проверку адекватности модели, оценку точности модельных данных. Если модель адекватна и имеет приемлемую точность, то на её основе строится прогноз – точечный и интервальный.

9. ПАРНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ И РЕГРЕССИЯ

Изучение действительности показывает, что изменение каждого исследуемого (объясняемого) показателя находится в связи и взаимодействии с изменением объясняющих (факторных) показателей. Например, изменение производительности труда работников предприятия зависит от степени совершенства применяемого оборудования, технологии, организации труда, управления и других факторов.

Рассматривая зависимости между признаками, необходимо выделить два вида зависимостей: функциональные и корреляционные.

Функциональные связи характеризуются полным соответствием между изменением факторного признака (признаков) и исследуемого показателя. Так,

величина начисленной заработной платы при повременной оплате труда однозначно определяется количеством отработанных часов.

В корреляционных связях между изменением факторного и результативного признаков нет однозначного соответствия, воздействие факторов проявляется лишь в среднем при многократном наблюдении фактических данных. Например, чем больше у человека заработная плата, тем больше он тратит денег на покупку одежды. Однако, точную величину таких расходов при определенной величине заработной платы назвать нельзя. Можно только определить среднюю величину расходов на одежду у людей с определённым размером заработной платы.

В отличие от жёсткости функциональной связи корреляционные связи характеризуются множеством причин и следствий и устанавливаются лишь тенденции изменения исследуемого признака при изменении факторного признака (признаков).

10. КОВАРИАЦИЯ. ВЫБОРОЧНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ПАРНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ

Основная задача корреляционного анализа заключается в выявлении взаимосвязи между случайными переменными путём оценки коэффициентов корреляции и детерминации, а также проверки значимости полученных значений.

В эконометрике корреляционный анализ применяется для отбора факторов, оказывающих наибольшее влияние на исследуемый показатель и оценки качества построенных эконометрических моделей.

Мерой взаимосвязи между двумя переменными v и w является выборочная ковариация, вычисляемая по правилу:

$$\text{Cov}(v, w) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [(v_i - v_{cp})(w_i - w_{cp})],$$

где $v_i, w_i, i=1, \dots, n$ - результаты наблюдений, n - число наблюдений,

$$v_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i ; \quad w_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w_i.$$

Обозначения переменных специально выбраны отличные от x и y , чтобы подчеркнуть возможность наличия связи между двумя любыми переменными, не обязательно являющимися объясняющей и объясняемой переменными.

Существенным недостатком ковариации является зависимость от единиц, в которых измеряются переменные v и w . Если мы одни и те же данные запишем с использованием различных единиц измерения, то получим различные значения ковариации. То есть любое ненулевое значение ковариации само по себе не позволяет сделать вывод о тесноте связи между переменными.

Поэтому для измерения силы связи между двумя переменными используется парный коэффициент корреляции. Парный коэффициент корреляции является показателем тесноты связи между переменными v и w лишь в случае линейной зависимости между этими переменными.

В практических расчётах обычно используется выборочный парный коэффициент парной корреляции, определяемый по имеющемуся набору фактических данных:

$$r(v, w) = \frac{\sum_{i=1}^n [(v_i - v_{cp}) * (w_i - w_{cp})]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (v_i - v_{cp})^2 * \sum_{i=1}^n (w_i - w_{cp})^2}} = \frac{Cov(v, w)}{S_v * S_w} \quad (2.1)$$

где $S_v^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (v_i - v_{cp})^2$, $S_w^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (w_i - w_{cp})^2$ - выборочные значения

дисперсии переменных v и w .

Парный коэффициент корреляции обладает следующими свойствами:

принимает значение в интервале $[-1; 1]$, то есть $|r(v, w)| \leq 1$;

не зависит от выбора начала отсчёта и единицы измерения

$$r(av + b; cw + d) = r(v, w),$$

где a, b, c, d – постоянные величины, причём a и c – положительны;

если $r(v, w) > 0$, то между переменными имеется прямая связь, то есть при

возрастании (убывании) одной из них другая также возрастает (убывает); если $r(v, w) < 0$, то связь является обратной, то есть при возрастании одной переменной другая убывает;

если $r(v, w) = \pm 1$, то между переменными имеется функциональная линейная зависимость, а если $r(v, w) = 0$, то линейная связь между переменными отсутствует; соответственно, чем ближе модуль коэффициента парной корреляции к единице, тем теснее связь между переменными.

Заметим, что при отсутствии линейной связи между двумя переменными, между ними может существовать тесная связь другого вида.

Пример 1. В таблице приведены данные об объёмах продаж мороженого в магазине за день y , в зависимости от температуры воздуха в городе x_2 и процента торговой надбавки x_3 . Видно, что спрос быстро растёт при повышении температуры воздуха. При наступлении очень высоких температур, предприятие резко увеличивает наценку, поскольку оказывается не в состоянии физически удовлетворить резко возрастающий спрос и сдерживает его повышением цен.

Требуется определить наличие между переменными линейных корреляционных связей, сделать выводы об их тесноте и охарактеризовать как прямые или обратные.

Таблица 1

y	x_1	x_2
2	5	20
3,5	10	20
5	15	20
12	20	20
22	25	20
40	30	25
42	35	50

Решение. В первую очередь вычислим средние значения переменных в предложенной выборке данных: $y_{cp} = (2 + 3,5 + 5 + 12 + 22 + 40 + 42) / 7 \approx 18,0714$. Аналогично, $x1_{cp} = 20,0$; $x2_{cp} = 25,0$. Тогда выборочные коэффициенты парной корреляции:

$$r(y, x1) = \frac{(2 - 18,0714) * (5 - 20) + (3,5 - 18,0714) * (10 - 20) + \dots + (42 - 18,0714) * (35 - 20)}{\sqrt{(2 - 18,0714)^2 + \dots + (42 - 18,0714)^2} * \sqrt{(5 - 20)^2 + \dots + (35 - 20)^2}} \approx 0,9494; \quad r(y, x2) \approx 0,7229; \quad r(x1, x2) \approx 0,6901.$$

Следовательно, мы можем сказать, что между переменными y (объём продаж) и $x1$ (температура воздуха) имеется тесная прямая линейная связь. Между переменными $x1$ (температура воздуха) и $x2$ (торговая наценка) также наблюдается тесная прямая линейная зависимость. То же самое можно сказать о взаимосвязи между переменными y и $x2$.

Для того, чтобы проверить, можем ли мы делать вывод о наличии линейной корреляционной связи между переменными по полученному значению коэффициента парной корреляции производится оценка его значимости, то есть определяется действительно ли полученное значение отражает наличие линейной связи, или же ненулевое значение коэффициента получено в результате случайных колебаний показателей или является следствием погрешности в вычислениях.

11. ОЦЕНКА ЗНАЧИМОСТИ ВЫБОРОЧНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ПАРНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ

Для оценки значимости выборочного коэффициента парной корреляции применяется t -критерий Стьюдента. При этом фактическое значение этого критерия определяется по формуле:

$$t_{набл} = \sqrt{\frac{r^2}{1-r^2}} (n-2), \quad (2.2)$$

где n – число наблюдений. Полученное значение сравнивается с табличным критическим значением $t_{кр}(\alpha, \nu)$, зависящим от уровня значимости α и числа степеней свободы $\nu = n - 2$. Критическое значение может быть найдено по соответствующим таблицам, а при использовании табличного процессора Excel – с помощью функции СТЬЮДРАСПОБР ($\alpha; \nu$).

При $t_{набл} > t_{кр}$ полученное значение коэффициента корреляции r признается значимым, то есть между переменными имеется линейная корреляционная зависимость.

Для рассмотренного Примера 1 при $\alpha = 0,1$, с учётом количества степеней свободы $\nu = 7 - 2 = 5$ критическое значение $t_{кр}(0,1;5) = 2,02$. Вычислим $t_{набл}$ для каждой пары переменных и сделаем вывод о значимости соответствующих коэффициентов корреляции.

Для пары переменных $y, x1$:
$$t_{набл} = \sqrt{\frac{0,9494 * 0,9494}{1 - 0,9494 * 0,9494}} * 5 \approx 6,76 > t_{кр} = 2,02$$

Следовательно, значение коэффициента $r(y, x1) = 0,9494$ является значимым.

Для пары переменных $y, x2$:
$$t_{набл} = \sqrt{\frac{0,7229 * 0,7229}{1 - 0,7229 * 0,7229}} * 5 \approx 2,34 > t_{кр} = 2,02$$

Следовательно, мы можем утверждать, что значение коэффициента $r(y, x2) = 0,7229$ является значимым.

Для пары переменных $x1, x2$:
$$t_{набл} = \sqrt{\frac{0,6901 * 0,6901}{1 - 0,6901 * 0,6901}} * 5 \approx 2,13 > t_{кр} = 2,02$$

Следовательно, значение коэффициента $r(x1, x2) = 0,6901$ является значимым.

Поскольку мы выбрали уровень значимости $\alpha = 0,1$, то с вероятностью 10% мы сделали ошибочные выводы, а с вероятностью $P = 1 - \alpha = 0,9$ наши выводы верны.

12. МОДЕЛЬ ПАРНОЙ РЕГРЕССИИ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ. ЛИНЕЙНАЯ ПАРНАЯ РЕГРЕССИЯ

Регрессионное уравнение, разрешённое относительно исследуемой переменной y при наличии одной факторной переменной x , в общем виде записывается как: $y_p = f(x)$, и показывает, каково будет в среднем значение переменной y , если переменная x примет конкретное значение. Индекс p указывает на то, что мы получаем расчётное значение переменной y . Мы говорим в среднем, поскольку под влиянием неучтённых в модели факторов и в результате погрешностей измерения фактическое значение переменной y может принимать различные значения для одного значения x .

Если $f(x)$ является линейной функцией, то мы имеем общий вид модели парной линейной регрессии:

$$y_p = a + b * x, \quad (2.3)$$

где a – постоянная величина (или свободный член уравнения), b – коэффициент регрессии, определяющий наклон линии, вдоль которой рассеяны наблюдения. Коэффициент регрессии характеризует изменение переменной y при изменении значения x на единицу. Если $b > 0$, то переменные положительно коррелированы, если $b < 0$ – отрицательно коррелированы. Фактическое значение исследуемой переменной y тогда может быть представлено в виде:

$$y = a + b * x + \varepsilon, \quad (2.4)$$

где ε – разность между фактическим значением (результатом наблюдения) и значением, рассчитанным по уравнению модели. Если модель адекватно описывает исследуемый процесс, то ε – независимая нормально распределённая случайная величина с нулевым математическим ожиданием ($M\varepsilon = 0$) и постоянной дисперсией ($D\varepsilon = \sigma^2$). Наличие случайной компоненты ε отражает тот факт, что присутствуют другие факторы, влияющие на исследуемую переменную и не учтённые в модели.

13. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНОЙ ПАРНОЙ МОДЕЛИ МЕТОДОМ МНК

Для оценки параметров a и b линейной парной регрессии с использованием имеющегося набора результатов наблюдений наиболее часто используют метод наименьших квадратов (МНК), который минимизирует сумму квадратов ε_i - отклонения результатов наблюдений y_i от рассчитанных по линейной модели (2.3) значений y_{cp} :

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n [(x_i - x_{cp}) * (y_i - y_{cp})]}{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{cp})^2},$$
$$a = y_{cp} - b * x_{cp} \quad (2.5)$$

Такое решение может существовать только при выполнении условия $\sum_{i=1}^n (x_i - x_{cp})^2 \neq 0$, то есть когда не все наблюдения проводились при одном и том же значении факторной переменной (сумма квадратов равна нулю, если каждое слагаемое равно нулю). Это условие называется условием идентифицируемости модели.

По данным, приведённым в Примере 1, построим линейную модель для объёма продаж мороженого y в зависимости от температуры воздуха x . Промежуточные данные вычислений и модельные значения y_{cp} приведены в Таблице 2.

Таблица 2

	x1	y	x1i- x1cp	yi-уср	(x1i- x1cp)2	(x1i- x1cp)*(yi- уср)	yp	ε
	5,0	2	-15,0	-16,07	225,00	241,07	-4,43	6,43
	10,0	3,5	-10,0	-14,57	100,00	145,71	3,07	0,43
	15,0	5	-5,0	-13,07	25,00	65,36	10,57	-5,57
	20,0	12	0,0	-6,07	0,00	0,00	18,07	-6,07
	25,0	22	5,0	3,93	25,00	19,64	25,57	-3,57
	30,0	40,0	10,0	21,93	100,00	219,29	33,07	6,93
	35,0	42,0	15,0	23,93	225,00	358,93	40,57	1,43
Сумма	140,0	126,5	0,0	0,00	700,00	1050,00	126,50	0,00
Среднее	20,0	18,1	b=	1,5	a=	-11,93		

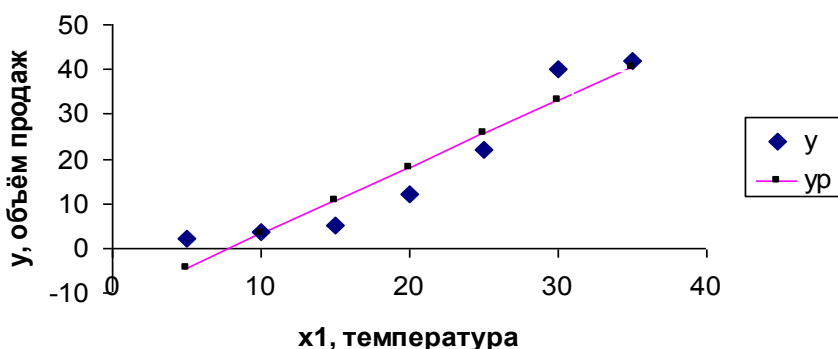


Рис 1. Модель парной линейной регрессии

Исходные данные наблюдений и результаты расчётов приведены на следующем рисунке

Таблица и график построены средствами табличного процессора Excel.

Таким образом уравнение парной линейной модели имеет вид:

$$y_p = -11,93 + 1,5 * x_1$$

14. ПРОВЕРКА ЗНАЧИМОСТИ ПАРАМЕТРОВ ПАРНОЙ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ

Поскольку в результате наблюдений мы имеем случайные значения y_i , то и вычисленные с их помощью параметры парной линейной модели a и b также являются случайными величинами. Для оценки надёжности полученных значений a и b производится проверка их значимости с использованием стандартной ошибки оценки, которая, в свою очередь, определяется по значениям ряда остатков ε_i :

$$S_{cm} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n - m - 1}}, \quad (2.6)$$

где n – количество наблюдений, m – количество факторных переменных в модели. Выражение (2.6) для определения стандартной ошибки оценки будет использоваться нами в дальнейшем неоднократно, поскольку применимо в случае нелинейных моделей, а также при наличии в модели двух и более факторных переменных, то есть является универсальным.

Собственно проверка значимости параметров линейной модели производится в три этапа, аналогично тому, как это делалось для проверки значимости выборочного коэффициента корреляции.

На первом этапе вычисляются t –статистики:

$$t_a = \frac{|a|}{S_a}, \quad t_b = \frac{|b|}{S_b}, \quad (2.7)$$

где

$$S_a = S_{cm} * \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n \sum_{i=1}^n (x_i - x_{cp})^2}}, \quad S_b = S_{cm} * \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{cp})^2}}. \quad (2.8)$$

На втором этапе определяется критическое значение $t_{кр}(\alpha; n-m-1)$ по таблицам или с помощью функции СТЮДРАСПОБР в Excel. Уровень значимости α задаётся, а число степеней свободы вычисляется по числу

наблюдений n и числу факторов m (в парной модели фактор x единственный).

Наконец, на третьем этапе вычисленные значения t -статистик сравниваются с критическими значениями $t_{кр}$. Если расчётное значение больше табличного, то соответствующий параметр (коэффициент уравнения) считается значимым. В противном случае коэффициент значимым не является, то есть его можно положить равным нулю.

Произведём проверку значимости линейной модели парной регрессии, которую мы построили по данным Примера 1. Стандартная ошибка оценки вычисляется по значениям ряда остатков линейной модели ε_i (приведён в

последней колонке Таблицы 2):
$$S_{cm} = \sqrt{\frac{6,43^2 + 0,43^2 + \dots + 1,43^2}{7 - 1 - 1}} \approx 5,869$$

Тогда, с использованием результатов вычислений из Таблицы 2, получаем:

$$S_a = 5,869 \sqrt{\frac{5^2 + \dots + 35^2}{7 * 700}} \approx 4,96; \quad S_b = 5,869 \sqrt{\frac{1}{700}} \approx 0,22; \quad t_a = \frac{11,93}{4,96} \approx 2,4; \quad t_b = \frac{1,5}{0,22} \approx 6,76;$$

При уровне значимости 10% и числе степеней свободы $7 - 1 - 1 = 5$ имеем $t_{кр} = 2,02$.

Поскольку расчётные значения t -статистик для обоих параметров больше критического значения, то с вероятностью 90% можно утверждать, что оба параметра линейного уравнения - a и b являются значимыми.

15. ПРОВЕРКА ВЫПОЛНЕНИЯ ПРЕДПОСЫЛОК МНК

Проверка выполнения предпосылок МНК выполняется на основе анализа остаточной компоненты ε . Ряд остатков должен удовлетворять ряду требований, а именно: равенство нулю математического ожидания, случайный характер отклонений от математического ожидания, отсутствие автокорреляции и неизменность дисперсии остатков при изменении факторной переменной, нормальный закон распределения. Рассмотрим способы проверки этих условий:

Проверка равенства математического ожидания уровней ряда остатков нулю осуществляется в ходе проверки соответствующей $H_0: |\varepsilon| = 0$. С этой целью строится t -статистика

$$\hat{t} = \frac{|\bar{\varepsilon}|}{S_{\Sigma}} \sqrt{n}, \quad S_{\Sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (\varepsilon_t - \bar{\varepsilon})^2}{n-1}}, \quad (5.5)$$

где $\bar{\varepsilon}$ - среднее арифметическое значение уровней ряда остатков ε_t , S_{Σ} - среднеквадратическое отклонение для этой последовательности, рассчитанное по формуле для малой выборки. На уровне значимости α гипотеза отклоняется, если $\hat{t} > t_{\alpha, \nu}$, где $t_{\alpha, \nu}$ - критерий распределения Стьюдента с доверительной вероятностью $(1-\alpha)$ и $\nu = n-1$ степенями свободы.

Для проверки условия случайности возникновения отдельных отклонений от тренда часто используется критерий поворотных точек. Значение случайной переменной считается поворотной точкой, если оно одновременно больше (или одновременно меньше) значений предыдущего и последующего члена. Если остатки случайны, то поворотная точка приходится в среднем примерно на каждые 1,5 наблюдения.

Существует определённая зависимость между средней арифметической \bar{p} , дисперсией σ_p^2 количества поворотных точек в ряде остатков p и числом членов исходного ряда наблюдений n . С использованием этих зависимостей критерий случайности отклонений от тренда при α доверительной вероятностью 0,95 можно представить в виде:

$$p > \left[\frac{2}{3} (n-2) - 1,96 \sqrt{\frac{16n-29}{90}} \right], \quad (5.6)$$

где квадратные скобки означают, что от результата вычисления в правой части необходимо взять целую часть (не путать с процедурой округления!).

Если неравенство (5.6) не выполняется, то ряд остатков нельзя назвать случайным (то есть он содержит регулярную компоненту) и, следовательно, модель не является адекватной.

Наличие (отсутствие) автокорреляции в отклонениях ε_t фактических значений от модели роста проще всего проверить с помощью критерия Дарбина-Уотсона. С этой целью строится статистика Дарбина-Уотсона (d – статистика), в

основе которой лежит расчётная формула

$$d = \frac{\sum_{t=1}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2} \quad (5.7)$$

Для формулирования вывода о наличии (отсутствии) автокорреляции полученное значение необходимо сравнить с критическими значениями d_1 (нижнее) и d_2 (верхнее), которые определяются по специальным таблицам для трёх уровней значимости ($\alpha=0,01$; $\alpha=0,025$; $\alpha=0,05$). При сравнении могут возникнуть следующие ситуации: $d < d_1$ - остатки содержат автокорреляцию; $d_1 < d < d_2$ - область неопределённости, когда нет оснований принять или отвергнуть гипотезу о существовании автокорреляции; $d_2 < d < 2$ - ряд остатков некоррелирован. Если d превышает 2, то это свидетельствует о наличии отрицательной корреляции. Перед входом в таблицу такие значения следует преобразовать по формуле $d' = 4 - d$.

Если установлено наличие автокорреляции остатков, нужно улучшить модель (изменить кривые роста, попытаться выделить дополнительные регулярные компоненты и т.п.). Если же ситуация оказалась неопределённой, применяют другие критерии. В частности можно воспользоваться первым коэффициентом автокорреляции:

$$r_1 = \frac{\left(\sum_{t=2}^n \varepsilon_t \varepsilon_{t-1} \right)}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2} \quad (5.8)$$

Для суждения о наличии или отсутствии автокорреляции с исследуемым рядом фактическое значение коэффициента автокорреляции (5.8) сопоставляется с табличным (критическим) $r_{1\text{кр}}$ для 5%-го или 1%-го уровня значимости (вероятность допустить ошибку при принятии гипотезы о независимости уровней ряда). Если $r_1 < r_{1\text{кр}}$, то гипотеза об отсутствии автокорреляции в ряду может быть принята. Когда же фактическое значение больше табличного,

делают вывод о наличии автокорреляции во временном ряду.

Неизменность дисперсии остатков при изменении факторной переменной (исследование на гетероскедастичность) обычно проверяется с помощью трёх тестов, в которых делаются различные предположения о зависимости между дисперсией случайной компоненты и факторной переменной: тест ранговой корреляции Спирмена, тест Голдфельда-Квандта и тест Глейзера.

При малом объёме выборки для оценки гетероскедастичности может использоваться метод Голдфельда-Квандта. Для проведения такого теста необходимо выполнить следующие шаги:

- упорядочить n наблюдений по мере возрастания переменной x ;
- разделить совокупность наблюдений на две группы (соответственно с малыми и большими значениями фактора x) и построить по каждой из групп уравнение регрессии

- определить остаточную сумму квадратов для первой регрессии

$$S_1 = \sum_{i=1}^{n_1} (y_i - y_{p1i})^2 \quad \text{и второй регрессии} \quad S_2 = \sum_{i=n_1+1}^n (y_i - y_{p2i})^2 .$$

- вычислить отношения $F_{\text{набл}} = S_2/S_1$ (или S_1/S_2). В числителе должна быть большая сумма квадратов. F распреде

- полученное отношение имеет сравнит с $F_{\text{кр}}(\alpha, k_1, k_2)$, где $k_1 = n_1 - m$, $k_2 = n_2 - m$. Здесь n_1 и n_2 – количество наблюдений попавших в 1-ю и 2-ю группы. Если $F_{\text{набл}} > F_{\text{кр}}$, то гетероскедастичность имеет место, то есть условие о неизменности дисперсии при изменении факторной переменной не выполняется.

Соответствие ряда остатков нормальному закону распределения проверим с помощью R/S – критерия:

$$R/S = \frac{(\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min})}{S_{\Sigma}} . \quad (5.9)$$

Полученное значение проверяется на предмет попадания в интервал, границы которого являются табличными значениями, и зависят от уровня доверия α и количества наблюдений n .

Если все четыре пункта проверки 1-5 дают положительный результат,

делается вывод о том, что выбранная трендовая модель является адекватной реальному ряду наблюдений. Только в этом случае её можно использовать для построения прогнозных оценок. В противном случае модель нужно улучшать.

16. ОЦЕНКА КАЧЕСТВА УРАВНЕНИЯ РЕГРЕССИИ

Для общей оценки качества построенной эконометрической определяются такие характеристики как коэффициент детерминации, индекс корреляции, средняя относительная ошибка аппроксимации, а также проверяется значимость уравнения регрессии с помощью F-критерия Фишера. Перечисленные характеристики являются достаточно универсальными и могут применяться как для линейных, так и для нелинейных моделей, а также моделей с двумя и более факторными переменными. Определяющее значение при вычислении всех перечисленных характеристик качества играет ряд остатков ε_i , который вычисляется путем вычитания из фактических (полученных по наблюдениям) значений исследуемого признака y_i значений, рассчитанных по уравнению модели y_{pi} .

Коэффициент детерминации

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{cp})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_{pi} - y_{cp})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{cp})^2} \quad (2.9)$$

показывает, какая доля изменения исследуемого признака учтена в модели. Другими словами коэффициент детерминации показывает, какая часть изменения исследуемой переменной может быть вычислена, исходя из изменений включённых в модель факторных переменных с помощью выбранного типа функции, связывающей факторные переменные и исследуемый признак в уравнении модели.

Коэффициент детерминации R^2 может принимать значения от 0 до 1. Чем ближе коэффициент детерминации R^2 к единице, тем лучше качество модели.

Индекс корреляции можно легко вычислить, зная коэффициент детерминации:

$$R = \sqrt{R^2} . \quad (2.10)$$

Индекс корреляции R характеризует тесноту выбранного при построении модели типа связи между учтёнными в модели факторами и исследуемой переменной. В случае линейной парной регрессии его значение по абсолютной величине совпадает с коэффициентом парной корреляции $r(x, y)$, который мы рассмотрели ранее, и характеризует тесноту линейной связи между x и y . Значения индекса корреляции, очевидно, также лежат в интервале от 0 до 1. Чем ближе величина R к единице, тем теснее выбранный вид функции связывает между собой факторные переменные и исследуемый признак, тем лучше качество модели.

Средняя относительная ошибка аппроксимации

$$E_{\text{отн.ср}} = 100 * \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\varepsilon_i}{y_i} \right| \quad (2.11)$$

выражается в процентах и характеризует точность модели. Приемлимая точность модели при решении практических задач может определяться, исходя из соображений экономической целесообразности с учётом конкретной ситуации. Широко применяется критерий, в соответствии с которым точность считается удовлетворительной, если средняя относительная погрешность меньше 15%. Если $E_{\text{отн.ср}}$ меньше 5%, то говорят, что модель имеет высокую точность. Не рекомендуется применять для анализа и прогноза модели с неудовлетворительной точностью, то есть, когда $E_{\text{отн.ср}}$ больше 15%.

F-критерий Фишера используется для оценки значимости уравнения регрессии. Расчётное значение F-критерия определяется из соотношения:

$$F = \frac{(n - m - 1) * R^2}{m * (1 - R^2)} . \quad (2.12)$$

Критическое значение F-критерия определяется по таблицам при заданном уровне значимости α и степенях свободы $\nu_1 = m, \nu_2 = n - m - 1$ (можно

использовать функцию ФРАСПОБР в Excel). Здесь, по-прежнему, m – число факторов, учтённых в модели, n – количество наблюдений. Если расчётное значение больше критического, то уравнение модели признаётся значимым. Чем больше расчётное значение F-критерия, тем лучше качество модели.

Определим характеристики качества построенной нами линейной модели для Примера 1. Воспользуемся данными Таблицы 2. Коэффициент детерминации:

$$R^2 = 1 - \frac{6,43^2 + 0,43^2 + \dots + 1,43^2}{(-16,07)^2 + (-14,57)^2 + \dots + 23,93^2} \approx 0,901$$

Следовательно, в рамках линейной модели изменение объёма продаж на 90,1% объясняется изменением температуры воздуха.

$$\text{Индекс корреляции } R = \sqrt{0,85} \approx 0,95$$

Значение индекса корреляции в случае парной линейной модели как мы видим, действительно по модулю равно коэффициенту корреляции между соответствующими переменными (объём продаж и температура). Поскольку полученное значение достаточно близко к единице, то можно сделать вывод о наличии тесной линейной связи между исследуемой переменной (объём продаж) и факторной переменной (температура).

Ф-критерий Фишера

$$F = \frac{(7 - 1 - 1) * 0,901}{(1 - 0,901)} \approx 45,73$$

Критическое значение $F_{кр}$ при $\alpha = 0,1$; $\nu_1=1$; $\nu_2=7-1-1=5$ равно 4,06. Расчётное значение F-критерия больше табличного, следовательно, уравнение модели является значимым.

Средняя относительная ошибка аппроксимации

$$E_{отн.сп.} = \frac{100}{7} \left(\frac{6,43}{2} + \frac{0,43}{3,5} + \dots + \frac{1,43}{42} \right) \approx 76,09$$

Построенная линейная модель парной регрессии имеет неудовлетворительную точность (>15%), и её не рекомендуется использовать для анализа и прогнозирования.

В итоге, несмотря на то, что большинство статистических характеристик удовлетворяют предъявляемым к ним критериям, линейная модель парной регрессии непригодна для прогнозирования объёма продаж в зависимости от температуры воздуха. Нелинейный характер зависимости между указанными переменными по данным наблюдений достаточно хорошо виден на Рис.1. Проведённый анализ это подтвердил.

17. ВИДЫ МОДЕЛЕЙ В СОЦИОЛОГИИ.

В современной научной литературе понятия "модель" и "теория" трактуются неоднозначно, граница между ними размыта. В методологии науки признана в настоящее время следующая трактовка этих понятий:

Модель - это концептуальный инструмент, ориентированный в первую очередь на управление моделируемым процессом или явлением. При этом функция предсказания, прогнозирования служит целям управления.

Теория - более абстрактное, чем модель, концептуальное средство, основной целью которого является объяснение данных процессов, явлений. Функция предсказания в теории ориентирована на цели объяснения явлений.

К. Темпель утверждал, что теория - это модели, чьи элементы и отношения связаны с миром посредством того, что обычно называется правилами соответствия. Модели должны включать три типа соответствия:

между способом организации социального мира и способом, каким модель описывает этот мир;

между аппаратом, используемым в процессе моделирования, и концептуальным аппаратом моделируемой теории;

между теорией и социальным миром.

Стандартный подход к научной теории как гипотетико-де-дуктивной системе целесообразно дополнить конструктивным эмпиризмом профессора Принстонского университета Б. ван Фраассена, сторонника структуралистской, модельной концепции, трактующей научную теорию как семейство мысленных структур. Он полагает, что "при структуралистском подходе теория оказывается чем-то вроде иерархии «чертежей» или «географических карт» наблюдаемых явлений, причем «чертежи» и «карты» первого уровня непосредственно воспроизводят эти явления".

Моделирование давно уже стало неотъемлемым элементом экономического образа мышления. Экономисты рассматривают модели как упрощенные теории, позволяющие изучать взаимосвязи между различными экономическими индикаторами.

Программа теоретико-прикладного социологического исследования должна включать следующие методологические элементы:

- 1) формулировку проблемы, определение объекта и предмета исследования;
- 2) определение цели и постановку задач исследования;
- 3) уточнение и интерпретацию основных понятий;
- 4) предварительный системный анализ объекта исследования;
- 5) развертывание рабочих гипотез.

В результате объект изучения может быть представлен как "расчлененный на качественно различные элементы, связанные воедино в некоторую гипотетическую систему". Результат предварительного анализа может быть представлен в виде графической схемы.

Таким образом, в терминах данной главы, четвертый этап общепринятой программы социологического исследования может быть назван моделирова-

нием - процессом построения модели.

Учитывая разрастающийся кризис в современной социологической теории, именно модельный подход способен сцементировать теоретические и прикладные социологические исследования. Вместо фрагментарного анализа отдельных переменных рассмотрение их взаимосвязи, т.е. модели, обеспечит целостность подхода, так как модель безусловно обладает определенной степенью целостности и в этом смысле является системой.

Чаще всего в качестве основания для классификации моделей берется вид языка, на котором они формулируются:

содержательная модель формулируется на естественном языке;

формальная модель воплощается с помощью одного или нескольких формальных языков (например, языков математических теорий или языков программирования).

Если в естественно-научной среде моделирование нередко считают только математическим, то в гуманитарной сфере чаще используются содержательные модели, которым и посвящается основная часть данного учебного пособия. Чтобы разобраться во взаимоотношениях моделей различного типа, рассмотрим рис. 4.1.

Любая модель является в конечном счете моделью объекта, фрагмента реальности (верхний уровень на указанной схеме). Наблюдая за объектом, индивид* формирует в голове некий мысленный образ объекта, который будем называть когнитивной моделью. В данном случае когнитологи используют также термин "ментальная" модель, понимая под когнитивной моделью модель взаимодействия с объектом. В ряде работ термин ментальная модель относится только к индивиду, а термин когнитивная модель используется при описании других видов когнитивных систем. Термины "когнитивная" и "ментальная" мо-

дель пока не имеют устоявшейся трактовки, что объясняется междисциплинарным характером и слишком бурными темпами развития когнитологии.



Рис. 4.1. Типы моделей

Формируя когнитивную модель объекта, индивид, как правило, стремится ответить на определенные, конкретные вопросы, поэтому от бесконечно сложной реальности отсекается все ненужное с целью получения более компактного и лаконичного описания объекта. Когнитивная модель объекта формируется на основе "картины мира" индивида - особенностей его восприятия, установок, ценностей, интересов.

Следующий этап моделирования - построение содержательной модели. При этом нельзя утверждать, что эта модель является просто вербализованной копией когнитивной модели. Дело в том, что когнитивная модель может содержать элементы, которые индивид не может или не хочет сформулировать. Возможна и обратная ситуация. Если содержательная модель сформулирована кем-то другим или является продуктом коллективного творчества, то ее интерпретация, уровень понимания, степень доверия по отношению к отдельным элементам модели могут существенно варьироваться.

Построение содержательной модели позволяет получить новую информацию о поведении объекта, выявить взаимосвязи и закономерности, которые не удастся обнаружить при других способах анализа. Например, когнитивные карты, позволяют оценить действие контуров обратной связи и спрогнозировать результаты различных воздействий на объект.

По функциональному признаку содержательные модели подразделяются на описательные, объяснительные и прогностические.

Описательной моделью можно назвать любое описание объекта. Объяснительные модели призваны ответить на вопрос, почему что-либо происходит. Прогностические модели должны описывать будущее поведение объекта, т.е. отвечать на вопрос, к каким изменениям приводит то или иное воздействие на исследуемый объект. Заметим, что прогностические модели совсем не обязаны включать в себя объяснительные модели. Нередко удается получить удовлетворительный прогноз на основе эмпирических обобщений, т.е. используя только данные описательной модели.

Концептуальной моделью называется содержательная модель, при формулировке которой используются теоретические концепты и конструкты данной предметной области знания. В более широком смысле под концептуальной моделью понимают содержательную модель, базирующуюся на определенной концепции или точке зрения. Формулировка концептуальной модели нередко представляет собой достижение определенного уровня абстрагирования на пути от предварительного описания объекта к его формальной модели.

Концептуальные модели воплощаются либо в чисто вербальной форме, либо в смешанном вербально-визуальном представлении. Выделяют три вида концептуальных моделей: логико-семантические, структурно-функциональные и причинно-следственные.

Типичным примером структурно-функциональной модели является кон-

цептуальная модель системы маркетинга. Напомним, что в методологии Чекленда за каждой концептуальной моделью стоит определенное видение проблемной ситуации, которое лаконично выражается ключевым определением.

Когнитивные карты, могут рассматриваться как когнитивные модели, но после визуализации они становятся типичными представителями класса причинно-следственных моделей.

В процессе построения, изучения и совершенствования содержательной модели когнитивная модель непрерывно модифицируется и усложняется. В гуманитарных науках цикл моделирования на этом обычно и заканчивается, но в некоторых случаях модель удается формализовать до такой степени, что становится возможным построение и изучение формальной модели объекта.

В социальных науках формальные модели занимают достойное, но относительно скромное место в нижней части схемы. Как видно из рис. 4.1, формальные модели в свою очередь делятся на две группы: математические и компьютерные.

Проводя прикладные социологические исследования, социологи поневоле вынуждены погружаться в формальные математические методы и модели, занимаясь измерениями, выборкой, анализом собранных данных. Но эти вопросы в данном пособии не рассматриваются, читателю рекомендуется обратиться к специализированным учебникам

Создание формальной модели дает возможность постичь сущность исследуемых социальных явлений, выявить основные взаимосвязи и закономерности. Использование формальных средств анализа позволяет изучить поведение модели, получить новые, неочевидные результаты. В любом случае результаты формального моделирования используются для уточнения содержательной модели и, главное, когнитивной модели.

Различение формальных и содержательных моделей достаточно традиционно, но зачем все время упоминается когнитивная модель? Разве не очевидно, что процесс моделирования сопровождается определенной умственной деятельностью?

Когнитивный уровень необходимо учитывать, потому что в пылу концептуальных споров и за завесой высоких абстракций нередко забывают самое главное - решения принимаются именно на основе когнитивной модели (на принятие решений, конечно, влияют также когнитивный стиль, интересы, мотивация индивида и другие факторы). Но в социальных науках ведущая роль когнитивных факторов обусловлена тем, что когнитивные модели являются неотъемлемой частью социальной реальности, более того, они во многом формируют, конструируют саму реальность.

Элементы модели. Элементами логико-семантической модели являются все утверждения и факты, включенные в вербальное описание объекта. Анализ такой модели осуществляется средствами логики с привлечением знаний, накопленных в данной предметной области.

При построении структурно-функциональных моделей объект обычно рассматривается как целостная система, которую следует расчленить на составные части, компоненты, элементы, подсистемы. Части системы связываются структурными отношениями, описывающими подчиненность, логическую и временную последовательность решения отдельных задач. Структурно-функциональные связи целесообразно визуализировать в виде разного рода схем, карт и диаграмм. С помощью таких схем удобно анализировать служебную роль и назначение отдельных подсистем по отношению к целому, оценивать взаимозависимость отдельных элементов.

Причинно-следственные модели часто используются для объяснения и прогнозирования поведения объекта. В отличие от структурно-функциональных

моделей они ориентированы в основном на описание динамики исследуемых процессов, при этом время далеко не всегда учитывается в явном виде. Дело в том, что причинно-следственные отношения, связывающие элементы модели, подразумевают развитие процессов и событий во времени. Элементами таких моделей могут быть понятия, категории, концепты, конструкты, показатели, индикаторы и переменные, описывающие поведение исследуемого объекта. Элемент причинно-следственных содержательных моделей лучше называть фактором (от лат. *factor* - делающий, производящий) - причиной, движущей силой исследуемых процессов и явлений. Термин "фактор" напоминает исследователю, что после расчленения объекта на части и компоненты необходимы следующие операции:

выявление главных взаимосвязей;

определение того, как изменение одних факторов влияет на другие компоненты модели;

понимание того, как будет в целом функционировать собранный механизм, будет ли он адекватно описывать динамику интересующих исследователя параметров.

Нередко говорят об изучении причинно-следственного механизма явления, отбрасывая при этом все лишнее и оставляя только минимальный набор факторов, взаимодействие которых позволяет понять устройство и спрогнозировать поведение изучаемого объекта.

Говоря о механизме явления, мы фокусируем внимание на сути дела, проникая сквозь поверхностную оболочку к ядру, сердцевине рассматриваемого явления. Понятие механизма нередко используется как метафора, апеллирующая к чему-то хорошо известному и понятному, например к механическим аналогам, в том числе простейшим - колесу, качелям, рычагу, пружине и т.д.

В любом случае механизм - это модель изучаемого объекта, поэтому использование данного термина не является обязательным, но нередко оказывается полезным.

Постановка задачи. Завершающий этап формулирования содержательной модели называют постановкой задачи*. После постановки задачи можно переходить к этапу исследования модели, проведению экспериментов, поиску необходимой информации и, наконец, к разработке возможных альтернатив, решений и выбору окончательного варианта действий.

После постановки задач возможны два варианта действий - изучение модели на содержательном уровне либо дальнейшая формализация описания объекта и переход к формальным методам исследования.

Наиболее существенной частью постановки задач является формулировка целей, к которым должен стремиться исследуемый объект, а также определение основных факторов модели и ограничений. Задать ограничения - значит определить перечень возможных действий, допустимые и недопустимые состояния объекта. Ограничения могут препятствовать достижению задуманных целей.

Следует иметь в виду, что целей или критериев функционирования объекта может быть несколько. Как правило, в процессе постановки задачи стараются выделить один главный критерий, хотя на практике это не всегда достижимо. Заметим, что наличие нескольких критериев существенно затрудняет выбор решения.

Если подвергнуть понятия критерия и ограничения формальному анализу, то оказывается, что во многих случаях можно превратить критерий в ограничение. Действительно, если цель функционирования объекта заключается в достижении наибольшего (максимального) значения некоторого показателя G , то на практике достаточно задать планку F , которую этот показатель должен превзой-

ти. Таким образом удается от критерия максимизации по-

* Следует иметь в виду, что иногда постановкой задачи называют начальный этап построения модели, на котором происходит предварительное уточнение и детализация основных задач исследования.

Еще более поучителен пример конфликта в автобусной компании. В этом случае проблему разрешила новая схема организации процесса перевозок, при которой контролеры в часы пик работали не в автобусах, а на остановках.

В этом примере мы имеем дело с существенным пересмотром ограничений, связанных с функционированием процесса перевозок. Область допустимых вариантов работы коренным образом расширена. Здесь необходимо подчеркнуть одну особенность исследуемых социальных процессов - изменение критериев и ограничений требует согласия всех заинтересованных сторон. Наверняка искомое согласие родилось в долгих обсуждениях, дискуссиях, в процессе которых изменялись взгляды участников, представления о целях и допустимых границах. Таким образом, процесс моделирования носил коллективный, диалоговый характер, что является одним из ключевых принципов методологии "мягких" систем

Процесс коллективного моделирования можно условно отобразить в виде схемы, приведенной на рис. 4.2.

Пока еще не известны четкие рекомендации относительно того, какие аспекты реальности должны быть отражены в модели, а что можно считать несущественным. Для построения хорошей содержательной модели требуются опыт, интуиция, развитию которой может способствовать изучение приведенных в данной книге примеров успешного моделирования социальных процессов.

Существенную помощь в разработке содержательной модели может оказать изучение формальной модели объекта. Рассмотрение объекта сквозь призму

формальной модели помогает уточнить формулировки, выявить недостающие элементы, убрать все лишнее. Но построение модели является только первой частью процесса моделирования, не менее важна и вторая часть - изучение модели (оперирование, экспериментирование).



В отличие от количественных методов анализа числовой информации качественные методы предназначены для анализа информации, заданной в словесной форме. Так как в содержательной модели информация, как правило, представлена в текстовом виде, то именно качественные методы могут оказать существенную помощь на всех этапах моделирования социальных процессов.

Решая слабоструктурированные, неформализованные социальные проблемы, человек просто вынужден оперировать качественными суждениями. Однако качественное мышление также нуждается в опоре на вспомогательные средства, которые облегчают сложный концептуальный анализ, позволяют выявить границы возможных действий и, главное, помогают найти перспективное направление поиска решений.

Нельзя полагаться только на силу своего интеллекта, проигрывая проблемную ситуацию в уме. Психологи утверждают, что кратковременная память человека позволяет одновременно оперировать одновременно не более чем с 7 ± 2

факторами. Если значения этих факторов взаимосвязано изменяются, то следить за их динамикой еще сложнее. В этой ситуации единственным выходом остается визуализация представлений и их дальнейший анализ на качественном уровне.

На традиционные формы представления и анализа информации во второй половине XX века все более заметное влияние оказывает научно-технический прогресс. Появление новых информационных технологий постепенно, но все более явственно меняет привычные когнитивные навыки. В некоторых сферах заметна явная когнитивная деградация. Так, распространение калькуляторов привело к тому, что дети плохо владеют навыками устного счета. Все реже человеку требуется хорошая память, ее скоро заменит умение пользоваться компьютерными базами данных. Но в сфере визуализации имеются неограниченные возможности развития когнитивных способностей человека, опирающиеся на прогресс информационных технологий в области обработки и хранения текстовой и графической информации.

Эволюция форм представления информации началась с наскальных рисунков первобытного человека. Затем появилось пиктографическое письмо. Простейшие карты и планы применялись уже в третьем тысячелетии до нашей эры. Примерно 2400-2200 годами до н.э. датируется табличка со схематичным изображением Месопотамии.

Только в конце XVIII века появились статистические графики и диаграммы. В XX веке неоднократно поднимался вопрос о выработке международных стандартов представления информации. Необходимость преодоления языковых барьеров привела к широкому распространению пиктограмм (в инструкциях к бытовой технике, компьютерных меню), а М. Маруяма уже разработал один из возможных вариантов пиктографического языка, содержащий 88 глаголов.

Модернизируется и наиболее распространенная форма представления информации - текст. Все больше нареканий вызывает его однонаправленная, по-

вествовательная структура, свойственная линейным средствам коммуникации. Последние годы все шире используются гипертекстовые технологии, обеспечивающие нелинейную, сетевую организацию текста, под которой понимается наличие в тексте большого количества взаимных ссылок (примерно, как в энциклопедических словарях). Читатель гипертекста получает возможность работать не с одним, а с несколькими оглавлениями, по-разному структурирующими данный материал. У читателя появляется возможность не только выбирать средства "навигации" по тексту, но и дополнять текст, создавать собственное оглавление.

Основным достоинством гипертекстовой технологии является возможность структурированного представления информации, что активно используется в различных методах качественного анализа данных. Не менее важную роль в качественном анализе играет графическая форма представления информации в виде рисунков, графиков, карт, диаграмм, чертежей. Чисто вербальная форма далеко не всегда позволяет с достаточной полнотой отразить интуитивное понимание проблемы. Здесь главная роль принадлежит образному мышлению. В этой связи представляется весьма перспективной идея Чек ленда использовать образные диаграммы, отражающие, насколько это возможно, все богатство и разнообразие проблемной ситуации.

Табличная форма представления информации. Одной из наиболее удобных форм структуризации текстовой и цифровой информации являются таблицы. Конструкция таблицы позволяет в компактной форме сосредоточить вместе ряд связанных между собой элементов. Информацию, содержащуюся в смежных клетках таблицы, удобно сопоставлять, противопоставлять, сравнивать, двигаясь как по горизонтальным строкам, так и по вертикальным столбцам. Табличная форма удобна для классификации данных, в ней легко заметить отсутствие необходимой информации. Большинство методов системного анализа данных использует табличную форму в качестве основного или вспомогательного средства представления информации. Хорошим примером структурирующей и дисципли-

планирующей роли таблиц является методология.

Специалисты по методам качественного анализа М.Майлс и А.Губерман используют в своей методике так называемую таблицу эффектов, предназначенную для оценки последствий планируемых нововведений. Рассматриваются воздействия нововведений на структуру социальной системы, ее функционирование, а также на поведение сотрудников (строки таблицы). Столбцы таблицы соответствуют трем типам эффектов:

непосредственным, первичным результатам нововведений;

долговременным последствиям;

побочным эффектам нововведений.

Для каждого типа эффектов в таблице выделено два столбца, в которых учитываются позитивные и негативные последствия нововведений. В отдельной таблице эксперт приводит краткие объяснения своих оценок, которые, по мнению авторов, помогают формированию цепи доказательств и способствуют сравнению различных точек зрения.

Однако далеко не все концептуальные связи удастся представить в двумерной табличной форме*.

* Часто таблица содержит числовую информацию, но для ее анализа также целесообразно использовать качественные методы. Современное программное обеспечение позволяет на основе одной таблицы построить целый ряд графиков и диаграмм. В этом случае удастся "одним взглядом" обнаружить особенности, выявить закономерности в больших массивах информации. Легкость построения графиков с помощью ЭВМ все заметнее меняет когнитивные навыки исследователя. В свою очередь системы компьютерной графики становятся все более интеллектуальными и когнитивными .

Обходим многомерный способ представления и анализа данных, который на плоскости изображается в виде сети.

Сети причинно-следственных связей. В наибольшей степени созидающая сила визуализации проявляется при конструировании причинно-следственных моделей в виде сетей. Вершины сети содержат блоки информации, распределенные на листе бумаги или экране монитора так, что взаимоотношение вершин позволяет, с одной стороны, охватить целое, а с другой стороны, наглядно представить структуру локальных взаимоотношений элементов модели.

Сам процесс конструирования сети вынуждает исследователя четко выделять ключевые элементы модели. Построение сетевой модели базируется на идеях центральности, связности, упорядоченности, иерархии и переструктурирования. В сетевой форме удобно представлять сценарии - распространенную форму причинного анализа последовательности событий.

Опыт показывает, что построенная сеть причинно-следственных связей не всегда точно отражает когнитивную модель индивида. Однако в процессе визуализации когнитивная модель становится более четкой, системной, взвешенной. Анализ когнитивной карты позволяет оценить входы и выходы модели, составить перечень неконтролируемых факторов.

На заключительном этапе построения модели определяются знаки причинно-следственных связей (+ или -), отражающие представления индивида о механизме изучаемого социального явления.

Наиболее важным и ответственным этапом моделирования является качественный анализ построенной модели. Чаще всего просматриваются цепочки причинно-следственных связей, реже выявляются циклы положительной и отрицательной обратной связи*.

Какие же когнитивные стратегии используются для анализа модели, "про-

гона" ее во времени, получения прогноза и оценки возможных последствий? Как полагают когнитологи, люди предпочитают использовать качественные суждения для анализа причинно-следственных связей. Качественные суждения предполагают не числовую оценку взаимосвязей, а использование оценок типа: больше, меньше, равно. Л. Заде для таких случаев ввел понятие лингвистической переменной, значения которой не числа, а слова. Заметим, что в социологии такую переменную называют порядковой. Когнитологи утверждают, что даже если человек имеет данные, выраженные в числах, он все равно стремится сравнивать эти числа, используя оценки "больше" или "меньше".

Известный экономист П. Самуэльсон еще в 1947 г. сформулировал тезис о фундаментальном различии между количественным и качественным исчислением. Он утверждал, что даже в экономике редко удастся применить количественное исчисление. Вместе с тем вполне возможен качественный анализ, т.е. определение алгебраического знака изменений (+, -).

Анализируя свою когнитивную модель в уме, на бумаге или дисплее, индивид просматривает различные причинно-следственные цепочки на качественном уровне (больше, меньше, усиливает, ослабляет), нередко ограничиваясь только линейными цепочками. В более сложных ситуациях, когда необходимо анализировать сеть причинно-следственных связей, индивид может обнаружить две цепочки, связывающие факторы А и Б. Если результат действия одной цепи противоречит результату действия другой цепи, т.е. один путь усиливает (+), а другой ослабляет (-) воздействие фактора А на фактор Б, то, оставаясь на качественном уровне рассуждений, прийти к какому-то определенному выводу о результирующем воздействии довольно сложно. В когнитивных картах нередко бывает, что одна вершина (фактор) входит одновременно в два контура обратной связи, один из которых положителен, а другой отрицателен. В таких ситуа-

циях возможны три когнитивные стратегии:

- 1) волевым порядком на основе интуитивных оценок объявить конкретную причинно-следственную цепь или цикл доминирующими, а остальными пренебречь;
- 2) ограничиться локальным анализом взаимодействия, не требующим просчета длинных цепей причинно-следственных связей;
- 3) перейти к количественным оценкам и анализу соответствующих формальных моделей.

В последние годы возникла еще одна возможность - за качественное моделирование взялись когнитологи. Появляется все больше книг и компьютерных систем, в которых предлагаются средства для качественного моделирования - новой, бурно развивающейся ветви когнитологии.

Несмотря на сложность прогнозирования причинно-следственные модели остаются весьма эффективным коммуникативным средством. Решение социальных проблем, как правило, затрагивает интересы множества людей. Естественно, что групповые решения не обязательно являются наилучшими, в процессе дискуссии правильные идеи и предложения могут быть отброшены (так называемый эффект огруппления мышления). Тем не менее принцип участия (participation) предполагает не закрытость и кулуарность обсуждений, а совершенствование методов принятия решений, повышение компетентности коммуникаций. Именно в направлении коллективного моделирования развиваются методы системного анализа, диалоговые схемы качественного анализа социологической информации, системы поддержки принятия групповых решений.

В методиках качественного анализа и, в частности, для построения когнитивных карт используются компьютерные программы, базирующиеся на гипертекстовой технологии: Hyper RESEARCH, ATLAS/ti, Metamorph, KANT, NUDIST, Meta Design, Гипердок. Разработаны системы, позволяющие строить

когнитивные карты непосредственно на основе анализа текста интервью, статьи,- MEGA, Sem Net.

18. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЯ ПО МНОГИМ КРИТЕРИЯМ (МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ)

В экономических задачах основными критериями служат экономическая эффективность и стоимость при этом каждый из этих критериев может быть подразделен на более частные критерии.

Если исходы оцениваются по m критериям, где $m > 1$, то такая задача принятия решения называется многокритериальной.

Основная сложность логического анализа многокритериальных задач: эффект несравнимости исходов.

Несравнимость исходов является формой неопределенности, которая связана со стремлением принимающего решения "достичь противоречивых целей".

Математическая модель ЗПР при многих критериях может быть представлена в виде $(D; f_1, \dots, f_m)$, где D - некоторое множество допустимых исходов, f_1 - числовая функция, заданная на множестве D , при этом $f_1(a)$ - оценка исхода a по j -му критерию.

Критерий f_j называется позитивным, если принимающий решение стремится к его увеличению, и негативным, если он стремится к его уменьшению.

В многокритериальной ЗПР с позитивными критериями цель принимающего решение: получение исхода, имеющего как можно более высокие оценки по каждому критерию.

Для всякого исхода $a \in D$ набор его оценок по всем критериям, т.е. $(f_1(a), \dots, f_m(a))$ есть векторная оценка исхода a . Векторная оценка исхода содержит полную информацию о ценности этого исхода для принимающего решение и сравнение любых исходов заменяется сравнением их векторных оценок.

Основное отношение, по которому производится сравнение векторных оценок - это отношение доминирования по Парето.

Определение: говорят, что векторная оценка $y = (y_1, \dots, y_m)$ доминирует по Парето векторную оценку $y^* = (y_1^*, \dots, y_m^*)$, если каждого $j = 1, \dots, m$ выполняется неравенство $y_j \geq y_j^*$, причем, по крайней мере, для одного индекса неравенство должно быть строгим.

Определение: векторная оценка y^* называется Парето-оптимальной в некотором множестве векторных оценок, если она является максимальным элементом этого множества относительно Парето-доминирования (т.е. если в этом множестве не существует такой векторной оценки, которая доминирует по Парето векторную оценку y^*).

Перенесём теперь эти понятия на исходы.

Определение: говорят, что исход a_1 доминирует по Парето исход a_2 , если векторная оценка исхода a_1 доминирует векторную оценку исхода a_2 .

Определение: исход $a^* \in D$ называется Парето-оптимальным исходом в множестве D , если он не доминирует по Парето никаким другим исходом их множества D (т.е. если векторная оценка исхода a^* является Парето-оптимальной в множестве векторных оценок).

Парето-оптимальность исхода a^* означает, что он не может быть улучшен ни по одному из критериев без ухудшения по какому-нибудь другому критерию.

Перейдем к проблеме оптимальности для многокритериальных ЗПР. Сформулировать единый принцип для класса таких задач не представляется возможным, так как понятие векторного оптимума не определено. Укажем вначале необходимое условие оптимальности: если исход $a^* \in D$ не является Парето-оптимальным. Он не может "претендовать на роль" оптимального исхода. Однако в типичных случаях Парето-оптимальных исходов может быть несколько.

Общая методика исследования ЗПР на основе математического моделирования может быть реализована в рамках одного из следующих подходов.

Первый подход. Для заданной многокритериальной ЗПР находится множество Парето - оптимальных исходов. А выбор конкретного оптимального исхода из этого множества предоставляется принимающему решению.

Второй подход. Производится сужение множества Парето-оптимальных

исходов с помощью формальных процедур, что облегчает окончательный выбор исхода для принимающего решения.

Рассмотрим некоторые простейшие способы сужения Парето-оптимального множества.

Указание нижних границ критериев.

Дополнительная информация об оптимальном исходе $a^* \in D$ в этом случае имеет следующий вид $f_j(a^*) \geq y_j, j = 1, \dots, m$

При указании нижних границ критериев оптимальным может считаться только такой Парето-оптимальный исход, для которого оценка по каждому из критериев $j = 1, \dots, m$ не ниже назначенной оценки f_j . Таким образом, происходит сужение Парето-оптимального множества за счет условия. Окончательный выбор Парето-оптимального исхода производится из суженного Парето-оптимального множества принимающего решение.

Основной недостаток состоит в том, что оптимальное решение становится субъективным, так как зависит от величины назначенных границ критериев и от окончательного выбора, совершаемого принимающим решение.

Субоптимизацию производят следующим способом: выделяют один из критериев, а по всем остальным критериям назначают нижние границы. Оптимальным при этом считается исход, максимизирующий выделенный критерий на множестве исходов, оценки которых по остальным критериям не ниже назначенных.

Всякие задачи принятия решения является:

Альтернативы (варианты, планы, допустимые альтернативы)

Исходы (Результаты)

Оптимальные решения (Наилучшие решения)

Математическая модель ЗПР включает в себя формальное описание этих компонентов.

X - множество допустимых альтернатив

A - множество возможных исходов

В математической модели ЗПР: а) реализационная структура

б) целевая структура.

Реализационная структура устанавливает связь между альтернативами и исходами. Следует иметь в виду, что в общем случае выбор той или иной альтернативы не определяет получающий исход: он зависит также от других факторов. Чаще всего связь между альтернативой и исходом устанавливается с помощью среды и введением дополнительной компоненты Y - множество всех состояниях среды. Среда это то, что при выбранной альтернативе определяет однозначно результат.

Определение: Функция реализация это отображение каждой пары вида $(x, y) \in X, Y$. где x альтернатива ($x \in X$), y состояние среды ($y \in Y$), отображение каждого вида ставит в соответствии её исход.

$(x, y) \rightarrow a$

По характеру организационной структуры все задачи делятся на три вида:

1. Принятие решений в условиях определенности характеризуется тем, что принимающий решение знает состояние среды.

2. Принятие решений в условиях неопределенности характеризуется тем, что принимающий решение не знает состояние среды, но знает множество всех сред.

3. Принятие решений несет информацию о вероятных появлениях тех или иных состояний среды, тогда говорят что принятие решений происходит в условиях риска.

Компонента ЗПР.

Целевая структура ЗПР дает оценку исходов с точки зрения принимающего решения. Эта оценка представляет функция: $c: A \rightarrow R$ каждому исходу ставится число в соответствии оценки с точки зрения принимающего решения. В экономике в качестве оценки выступает прибыль, доход, но не всегда. Время выполнение какого-нибудь проекта, доля рынка завоевание фирмой.

Компонента $c \cdot F$ есть функция которая каждой паре вида (x, y) ставит в соответствии число-оценку исхода $F(x, y)$.

Компонента действует последовательно!

$\alpha \cdot F(x, y) = \alpha (F(x, y))$ - есть число, которое является оценкой ситуации (x, y) .

19. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ ОПРЕДЕЛЕННОСТИ.

При принятии решений в условиях определенности состояние среды известно, поэтому мы его исключаем из вопроса. Оценочная функция задается сразу на множестве их допустимых альтернатив и представляет собой числовое значение: $f: X \rightarrow R$

$F(x)$ Оценка альтернативы x (с точки зрения принимающего решение)

оценка альтернативы есть некоторый критерий, который может быть позитивным и негативным.

Позитивный критерий такой, каким мы хотим увеличить, а негативный наоборот, уменьшить. Принцип оптимальности альтернативы называется оптимальной если она максимизирует позитивный критерий (или минимизирует негативный).

$x^* \in X - f(x^*) = \max_{x \in X} f(x)$ позитивный критерий

$x \in X$

$f(x^*) = \min_{x \in X} f(x)$ негативный критерий

$x \in X$

20. УЧЕТ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ПАССИВНЫХ УСЛОВИЙ

Неопределенные факторы, закон распределения которых неизвестен, являются наиболее характерными при исследовании качества адаптивных систем. Именно на этот случай следует ориентироваться при выборе гибких конструкторских решений. Методический учет таких факторов базируется на формировании специальных критериев, на основе которых принимаются решения. Критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица и Лапласа уже давно и прочно вошли в теорию принятия решений.

В соответствии с критерием Вальда в качестве оптимальной выбирается стратегия, гарантирующая выигрыш не меньший, чем "нижняя цена игры с природой":

Правило выбора решения в соответствии с критерием Вальда можно ин-

терпретировать следующим образом: матрица решений $[W_{ij}]$ дополняется еще одним столбцом из наименьших результатов W_{ij} каждой строки. Выбрать надлежит тот вариант, в строке которого стоит наибольшее значение W_{ij} этого столбца.

Выбранное таким образом решение полностью исключает риск. Это означает, что принимающий решение не может столкнуться с худшим результатом, чем тот, на который он ориентируется. Какие бы условия V_j не встретились, соответствующий результат не может оказаться ниже W . Это свойство заставляет считать критерий Вальда одним из фундаментальных. Поэтому в технических задачах он применяется чаще всего как сознательно, так и неосознанно. Однако в практических ситуациях излишний пессимизм этого критерия может оказаться очень невыгодным.

Применение этого критерия может быть оправдано, если ситуация, в которой принимается решение, характеризуется следующими обстоятельствами:

- о вероятности появления состояния V_j ничего не известно;
- с появлением состояния V_j необходимо считаться;
- реализуется лишь малое количество решений;
- не допускается никакой риск.

Критерий Байеса-Лапласа в отличие от критерия Вальда, учитывает каждое из возможных следствий всех вариантов решений:

Соответствующее правило выбора можно интерпретировать следующим образом: матрица решений $[W_{ij}]$ дополняется еще одним столбцом, содержащим математическое ожидание значений каждой из строк. Выбирается тот вариант, в строках которого стоит наибольшее значение W_{ij} этого столбца.

Критерий Байеса-Лапласа предъявляет к ситуации, в которой принимается решение, следующие требования:

- вероятность появления состояния V_j известна и не зависит от времени;
- принятое решение теоретически допускает бесконечно большое количество реализаций;
- допускается некоторый риск при малых числах реализаций.

В соответствии с критерием Сэвиджа в качестве оптимальной выбирается такая стратегия, при которой величина риска принимает наименьшее значение в самой неблагоприятной ситуации:

Здесь величину W можно трактовать как максимальный дополнительный выигрыш, который достигается, если в состоянии V_j вместо варианта U_i выбрать другой, оптимальный для этого внешнего состояния, вариант.

Соответствующее критерию Сэвиджа правило выбора следующее: каждый элемент матрицы решений $[W_{ij}]$ вычитается из наибольшего результата $\max W_{ij}$ соответствующего столбца. Разности образуют матрицу остатков. Эта матрица пополняется столбцом наибольших разностей $W_{i\bar{g}}$. Выбирается тот вариант, в строке которого стоит наименьшее значение.

Согласно критерию Гурвица выбирается такая стратегия, которая занимает некоторое промежуточное положение между крайним пессимизмом и оптимизмом.

Правило выбора согласно этому критерию следующее: матрица решений $[W_{ij}]$ дополняется столбцом, содержащим средние взвешенные наименьшего и наибольшего результатов для каждой строки. Выбирается тот вариант, в строках которого стоят наибольшие элементы $W_{i\bar{g}}$ этого столбца.

При $\alpha = 1$ критерий Гурвица превращается в критерий Вальда (пессимиста), а при $\alpha = 0$ - в критерий азартного игрока. Отсюда ясно, какое значение имеет весовой множитель α . В технических приложениях правильно выбрать этот множитель бывает так же трудно, как правильно выбрать критерий. Поэтому чаще всего весовой множитель $\alpha = 0.5$ принимается в качестве средней точки зрения.

Критерий Гурвица предъявляет к ситуации, в которой принимается решение, следующие требования:

- о вероятности появления состояния V_j ничего не известно;
- с появлением состояния V_j необходимо считаться;
- реализуется лишь малое количество решений;
- допускается некоторый риск.

Критерий Ходжа-Лемана базируется одновременно на критериях Вальда и

Байеса-Лапласа:

Правило выбора, соответствующее этому критерию, формулируется следующим образом: матрица решений $[W_{ij}]$ дополняется столбцом, составленным из средних взвешенных (с постоянными весами) математического ожидания и наименьшего результата каждой строки. Отбирается тот вариант решения, в строке которого стоит наибольшее значение этого столбца.

При $z=1$ критерий преобразуется в критерий Байеса-Лапласа, а при $z=0$ превращается в критерий Вальда. Таким образом, выбор параметра z подвержен влиянию субъективизма. Кроме того, без внимания остается и число реализаций. Поэтому этот критерий редко применяется при принятии технических решений.

Критерий Ходжа-Лемана предъявляет к ситуации, в которой принимается решение, следующие требования:

о вероятности появления состояния V_j ничего не известно, но некоторые предположения о распределении вероятностей возможны;

принятое решение теоретически допускает бесконечно большое количество реализаций;

допускается некоторый риск при малых числах реализаций.

Общие рекомендации по выбору того или иного критерия дать затруднительно. Однако отметим следующее: если в отдельных ситуациях не допустим даже минимальный риск, то следует применять критерий Вальда; если определенный риск вполне приемлем, то можно воспользоваться критерием Сэвиджа. Можно рекомендовать одновременно применять поочередно различные критерии. После этого среди нескольких вариантов, отобранных таким образом в качестве оптимальных, приходится волевым решением выделять некоторое окончательное решение.

Такой подход позволяет, во-первых, лучше проникнуть во все внутренние связи проблемы принятия решений и, во-вторых, ослабляет влияние субъективного фактора. Кроме того, в области технических задач различные критерии часто приводят к одному результату.

Критерий наиболее вероятного исхода.

Этот критерий предполагает замену случайной ситуации детерминированной путем замены случайной величины прибыли (или затрат) единственным значением, имеющим наибольшую вероятность реализации. Использование данного критерия, также как и в предыдущем случае в значительной степени опирается на опыт и интуицию. При этом необходимо учитывать два обстоятельства, затрудняющие применение этого критерия:

критерий нельзя использовать, если наибольшая вероятность события недопустимо мала;

применение критерия невозможно, если несколько значений вероятностей возможного исхода равны между собой.

21. МНОГОМЕРНЫЙ СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ.

Встречаются такие ситуации, в которых случайная изменчивость была представлена одной-двумя случайными переменными, признаками.

Например, при исследовании статистической совокупности людей нас интересуют рост и вес. В этой ситуации, сколько бы людей в статистической совокупности ни было, мы всегда можем построить диаграмму рассеяния и увидеть всю картину в целом. Однако если признаков три, например, добавляется признак — возраст человека, тогда диаграмма рассеяния должна быть построена в трехмерном пространстве. Представить совокупность точек в трехмерном пространстве уже довольно затруднительно.

В реальности на практике каждое наблюдение представляется не одним-двумя-тремя числами, а некоторым заметным набором чисел, которые описывают десятки признаков. В этой ситуации для построения диаграммы рассеяния потребовалось бы рассматривать многомерные пространства.

Раздел статистики, посвященный исследованиям экспериментов с многомерными наблюдениями, называется многомерным статистическим анализом.

Измерение сразу нескольких признаков (свойств объекта) в одном эксперименте в общем более естественно, чем измерение какого-либо одного, двух. Поэтому потенциально многомерный статистический анализ имеет широкое поле для применения.

К многомерному статистическому анализу относят следующие разделы:

- факторный анализ;
- дискриминантный анализ;
- кластерный анализ;
- многомерное шкалирование;
- методы контроля качества.

22. ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

При исследовании сложных объектов и систем (например, в психологии, биологии, социологии и т. д.) величины (факторы), определяющие свойства этих объектов, очень часто невозможно измерить непосредственно, а иногда неизвестно даже их число и содержательный смысл. Но для измерения могут быть доступны иные величины, так или иначе зависящие от интересующих факторов. При этом когда влияние неизвестного интересующего нас фактора проявляется в нескольких измеряемых признаках, эти признаки могут обнаруживать тесную связь между собой и общее число факторов может быть гораздо меньше, чем число измеряемых переменных.

Для обнаружения факторов, влияющих на измеряемые переменные, используются методы факторного анализа.

Примером применения факторного анализа может служить изучение свойств личности на основе психологических тестов. Свойства личности не под-

даются прямому измерению, о них можно судить только по поведению человека или характеру ответов на те или иные вопросы. Для объяснения результатов опытов их подвергают факторному анализу, который и позволяет выявить те личностные свойства, которые оказывают влияние на поведение испытуемых индивидуумов.

В основе различных моделей факторного анализа лежит следующая гипотеза: наблюдаемые или измеряемые параметры являются лишь косвенными характеристиками изучаемого объекта или явления, в действительности существуют внутренние (скрытые, *латентные*, не наблюдаемые непосредственно) параметры и свойства, число которых мало и которые определяют значения наблюдаемых параметров. Эти внутренние параметры принято называть факторами.

Задачей факторного анализа является представление наблюдаемых параметров в виде линейных комбинаций факторов и, быть может, некоторых дополнительных, несущественных возмущений.

Первый этап факторного анализа, как правило, – это выбор новых признаков, которые являются линейными комбинациями прежних и «вбирают» в себя большую часть общей изменчивости наблюдаемых данных, а потому передают большую часть информации, заключенной в первоначальных наблюдениях. Обычно это осуществляется с помощью **метода главных компонент**, хотя иногда используют и другие приемы (метод максимального правдоподобия).

Метод главных компонент сводится к выбору новой ортогональной системы координат в пространстве наблюдений. В качестве первой главной компоненты избирают направление, вдоль которого массив наблюдений имеет наибольший разброс, выбор каждой последующей главной компоненты происходит так, чтобы разброс наблюдений был максимальным и чтобы эта главная компонента была ортогональна другим главным компонентам, выбранным ра-

нее. Однако факторы, полученные методом главных компонент, обычно не поддаются достаточно наглядной интерпретации. Поэтому следующий шаг факторного анализа — преобразование, вращение факторов для облегчения интерпретации.

23. ДИСКРИМИНАНТНЫЙ АНАЛИЗ

Пусть имеется совокупность объектов, разбитая на несколько групп, и для каждого объекта можно определить, к какой группе он относится. Для каждого объекта имеются измерения нескольких количественных характеристик. Необходимо найти способ, как на основании этих характеристик можно узнать группу, к которой относится объект. Это позволит указывать группы, к которым относятся новые объекты той же совокупности. Для решения поставленной задачи применяются *методы дискриминантного анализа*.

Дискриминантный анализ — это раздел статистики, содержанием которого является разработка методов решения задач различения (дискриминации) объектов наблюдения по определенным признакам.

Рассмотрим некоторые примеры.

- Дискриминантный анализ оказывается удобным при обработке результатов тестирования отдельных лиц, когда дело касается приема на ту или иную должность. В этом случае необходимо всех кандидатов разделить на две группы: «подходит» и «не подходит».
- Использование дискриминантного анализа возможно банковской администрацией для оценки финансового состояния дел клиентов при выдаче им кредита. Банк по ряду признаков классифицирует их на надежных и ненадежных.
- Дискриминантный анализ может быть привлечен в качестве метода разбиения совокупности предприятий на несколько однородных групп по значениям каких-

либо показателей производственно-хозяйственной деятельности.

Методы дискриминантного анализа позволяют строить функции измеряемых характеристик, значения которых и объясняют разбиение объектов на группы. Желательно, чтобы этих функций (*дискриминантных признаков*) было немного. В этом случае результаты анализа легче содержательно толковать.

Благодаря своей простоте особую роль играет линейный дискриминантный анализ, в котором классифицирующие признаки выбираются как линейные функции от первичных признаков.

24. КЛАСТЕРНЫЙ АНАЛИЗ

Методы кластерного анализа позволяют разбить изучаемую совокупность объектов на группы «схожих» объектов, называемых кластерами.

Слово *кластер* английского происхождения — cluster переводится как *кисть, пучок, группа, рой, скопление*.

Кластерный анализ решает следующие задачи:

- проводит классификацию объектов с учетом всех тех признаков, которые характеризуют объект. Сама возможность классификации продвигает нас к более углубленному пониманию рассматриваемой совокупности и объектов, входящих в нее;
- ставит задачу проверки наличия априорно заданной структуры или классификации в имеющейся совокупности. Такая проверка дает возможность воспользоваться стандартной гипотетико-дедуктивной схемой научных исследований.

Большинство методов кластеризации (иерархической группы) являются *агломеративными* (объединительными) — они начинают с создания элементарных кластеров, каждый из которых состоит ровно из одного исходного наблюдения (одной точки), а на каждом последующем шаге происходит

объединение двух наиболее близких кластеров в один.

Момент остановки этого процесса может задаваться исследователем (например, указанием требуемого числа кластеров или максимального расстояния, при котором достигнуто объединение).

Графическое изображение процесса объединения кластеров может быть получено с помощью *дендрограммы* — дерева объединения кластеров.

Рассмотрим следующий пример. Проведем классификацию пяти предприятий, каждое из которых характеризуется тремя переменными:

x_1 – среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млрд руб.;

x_2 – материальные затраты на 1 руб. произведенной продукции, коп.;

x_3 – объем произведенной продукции, млрд руб.

В таблице приведены соответствующие значения для каждого из предприятий:

Исходные данные			
предприятие	x_1	x_2	x_3
№ 1		94,0	
№ 2		75,2	
№ 3		81,0	
№ 4		76,9	
№ 5		75,9	

На рис. 5 приведена искомая дендрограмма, демонстрирующая объединение предприятий-кластеров на базе оценки евклидова расстояния между ними в пространстве переменных x_1 , x_2 и x_3 .

Изучение дендрограммы на рис. 5 приводит к следующим выводам. Среди пяти предприятий, если следовать слева направо, можно обнаружить следующие два кластера:

кластер № 1: предприятия: № 5, № 4, № 2; кластер № 2: предприятия: № 3, № 1.

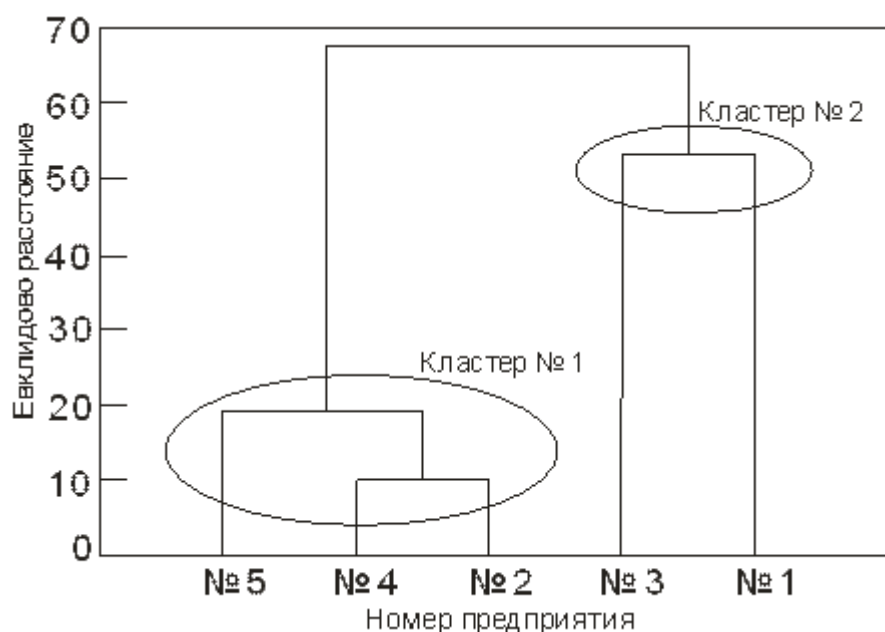


Рис. 5. Дендрограмма пяти предприятий

Обратными агломеративным методам кластеризации являются *дивизивные методы*. В этом подходе исходят из того, что вначале все объекты относят к одному кластеру, далее по определенным правилам появляются два и более кластера и т. д. вплоть до количества кластеров, равного количеству объектов.

Результаты кластеризации зависят от выбранного метода, и эта зависимость тем сильнее, чем менее явно изучаемая совокупность разделяется на группы объектов. Поэтому к результатам вычислительной кластеризации следует относиться с осторожностью.

25. МНОГОМЕРНОЕ ШКАЛИРОВАНИЕ

Во многих областях исследования (например, в психологии, биологии, социологии, лингвистике и т. д.) бывает затруднительно или невозможно проводить непосредственное измерение интересующих исследователя характеристик объектов из изучаемой совокупности, зато можно экспертным или каким-то другим путем оценить степень сходства или различия между парами объектов. В этом случае для интерпретации получаемых данных применяется метод *многомерного шкалирования*.

Этот метод позволяет представить совокупность интересующих исследователя объектов в виде некоторого набора точек многомерного пространства некоторой небольшой размерности, при этом каждому объекту соответствует одна точка. Координаты точек истолковываются как значения неких характеристик исходных объектов, которые и объясняют их свойства или взаимоотношения.

Например, нас интересуют такие объекты, как города, в которых проживают люди. Город в целом характеризуется огромным количеством признаков. К важнейшим из признаков относятся: географическое положение, климат и политическая принадлежность.

В случае удачного шкалирования исследователь получает возможность представить изучаемую совокупность объектов наглядно.

В методе многомерного шкалирования применяют нехарактерную для статистики в целом терминологию: стимул, шкала, эксперт и др.

Под стимулом понимается некоторый признак, свойство, характерная особенность объекта, стимул непосредственно не измеряется.

Шкала — одна из осей теоретического пространства, она характеризует численно (метрически) тот или иной признак, свойство, характерную

особенность объекта.

Эксперт — субъект, который считается признанным авторитетом в оценке признаков, свойств и характерных особенностей исследуемых объектов.

26. МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА

Методы контроля качества предназначены для контроля качества выпускаемой продукции с целью выявления нарушений и «узких мест» в организации производства и в технологических процессах.

Повсеместное применение научно обоснованных методов контроля качества явилось немаловажным фактором успехов стран-лидеров мировой экономики, в особенности Японии.

В последнее время новые методы более эффективного управления с целью повышения качества получили название «шесть сигм». Они рассматриваются как формула успеха большинства транснациональных корпораций.

В отличие от большинства описанных выше методов многомерного анализа методы контроля качества не требуют трудоемких вычислений — они исключительно просты и наглядны. Простота, наглядность и эффективность статистических методов контроля качества сделали возможным и оправданным их повсеместное применение в передовых странах, вплоть до мастеров, а иногда и отдельных рабочих.

Внедрение ПЭВМ в управление народным хозяйством обуславливает переход от традиционных методов анализа деятельности предприятий в более совершенных моделях управления экономикой, которые позволяют раскрыть и ее глубинные процессы.

Широкое использование в экономических исследованиях методов математической статистики позволяет углубить экономический анализ, повысить каче-

ство информации в планировании и прогнозировании показателей производства и анализа его эффективности.

Сложность и разнообразие связей экономических показателей обуславливают многомерность признаков и в связи с этим требуют применения наиболее сложного математического аппарата - методов многомерного с статистического анализ.

Понятие \"многомерный статистический анализ\" подразумевает объединение ряда методов, призванных исследовать сочетание взаимосвязанных признаков Речь идет о расчленении (разбиение) рассматриваемой совокупности, которая а представлена многомерными признаками на относительно небольшое их количество.

При этом переход от большого числа признаков к меньшей преследует цель снижения их размерности и повышение информативной емкости Такая цель достигается путем выявления информации, повторяется, п порождаемой взаимосвязанными признаками, установлением возможности агрегирования (объединения, суммирование) по некоторым признакам Последнее предполагает преобразование фактической модели в модель с меньшим количеством факторных знаков.

Метод многомерного статистического анализа позволяет выявлять объективно существующие, но явно не выражены закономерности, проявляющиеся в тех или иных социально - экономических явлениях С этим приходится считаться при решении ряда практических задач в области экономики частности, сказанное имеет место, если необходимо накапливать (фиксировать) одновременно значения нескольких количественных характеристик (признаков) по изучаемому объекту наблюдения, когда каждая характеристика подвержена неконтролируемой вариации (в разрезе объектов), несмотря на однородность объектов наблюдения.

Например, исследуя однородные (по природно-экономическими условиями и типом специализации) предприятия по ряду показателей эффективности производства, убеждаемся, что при переходе от одного объекта к другому почти каждый из отобранных характеристик (идентичных) имеет неодинаковое числовое значение, т.е. находит так сказать неконтролируемый (случайный) разброс. Такое "случайное" варьирования признаков, как правило, подчиняется некоторым (закономерным) тенденциям как в плане достаточно определенных размеров признаков, вокруг которых осуществляется вариация, так и в плане степени и взаимозависимости.

Сказанное выше приводит к определению многомерной случайной величины в виде набора количественных признаков, значение каждой из которых поддается неконтролируемому разбросу при повторениях данного процесса, статистического наблюдения, опыта, эксперимента.

Ранее было сказано, что многомерный анализ объединяет ряд методов; назовем их: факторный анализ, метод главных компонент, кластерный анализ, распознавание образов, дискриминантный анализ и др. Первые и три из названных методов рассматриваться в следующих пунктах.

Как и другие математика - статистические методы, многомерный анализ может быть эффективным в своем применении при условии высокого качества исходной информации и массовости данных наблюдений, которые обрабатываются с помощью ПЭО.

27. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МЕТОДА ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА, СУТЬ РЕШАЕМЫХ ИМ ЗАДАЧ

При анализе (в равной степени и исследованы) социально - экономических явлений приходится часто встречаться со случаями, когда среди разнообразия (багатопараметричности) объектов наблюдения необходимо подключать долю параметров, или заменить их меньшим количеством тех или иных функций, не

причинив вреда целостности (полноте) информации Решение такой задачи имеет смысл в рамках определенной модели и обусловлен ее структурой Примером такой модели, которая наиболее подходит к многим реальным ситуаций, является модель факторного анализа, методы которого позволяют сконцентрировать признаки (сведения о них) путь от \"конденсации\" большего числа в менее, информационное более емкое При этом полученный \"конденсат\" информации должен быть представлен наиболее существенными и определяющими количественными характеристиками.

Понятие \"факторный анализ\" не следует смешивать с широким понятием анализа причинно - следственных связей, когда изучается влияние различных факторов (их сочетаний, комбинаций) на результативный признак

Суть метода факторного анализа заключается в исключении описания множественных характеристик изучаемых и замене его меньшим количеством информационно более емких переменных, которые называются факторами и отражают наиболее существенные свойства явлений Такие переменные являются некоторыми функциями выходных.

Факторный анализ, по словам Я Окуня, позволяет иметь первые приближенные характеристики закономерностей, лежащих в основе явления, сформулировать первые, выводы о направлениях, в которых нужно вести дальнейшее исследование Далее он указывает на основное предположение факторного анализа, которое сводится к тому, что явление, несмотря на свою разнородность и изменчивость можно описывать небольшим количеством функциональных единиц, параметров. Эти сроки называют по - разному: влияние, причины, параметры, функциональные единицы, способности, основные или независимые показатели.

Этапами факторного анализа являются последовательные сопоставления различных наборов факторов и вариантов группам с их включением, выключе-

нием и оценкой достоверности различий между группами

Говоря о сути задач факторного анализа, утверждают, что последний не требует априорного подразделения переменных на зависимые и независимые, поскольку все переменные в нем рассматриваются как равноправные

Задача факторного анализа сводится к определению понятия, числа и природы наиболее существенных и относительно независимых функциональных характеристик явления, его измерителей или базовых параметров - факторов. По мнению авторов, важной отличительной особенностью факторного анализа является то, что он позволяет одновременно исследовать большое число взаимосвязанных переменных без предположения о "неизменности всех прочих условий" так необходимого при использовании ряда других методов анализа. В этом большое преимущество факторного анализа как ценного инструмента исследования явления. Факторный анализ опирается в основном на наблюдения над естественным варьированием переменных

1 При использовании факторного анализа совокупность переменных, которые изучаются с точки зрения связей между ними, не выбирается произвольно: этот метод позволяет выявлять основные факторы, которые осуществляют существенное влияние в данной области.

2 Факторный анализ не требует предварительных гипотез, наоборот, он сам может служить методом выдвижения гипотез, а также выступать критерием гипотез, опирающихся на данные, полученные другими методами

3 Факторный анализ не требует априорных предположений относительно того, какие переменные независимы, а зависимые, он не гипертрофирует причинные связи и решает вопрос об их мере в процессе дальнейших исследований

1 Определение основных аспектов различий между объектами наблюдения (минимизация описания)

- 2 Формулировка гипотез о природе различий между объектами
- 3 Выявление структуры взаимосвязей между признаками
- 4 Проверка гипотез о взаимосвязи и взаимозаменяемости признаков
- 5 Сопоставление структур наборов признаков
- 6 Расчленение объектов наблюдения за типичными признаками

Изложенное свидетельствует о больших возможностях факторного анализа в исследовании общественных явлений, где, как правило, невозможно контролировать (экспериментально) влияние отдельных факторов. Достаточно эффективным является использование результатов факторного анализа в моделях множественной регрессии

Имея предварительно сформированную корреляционно-регрессионную модель изучаемого явления в виде коррелированных признаков, с помощью факторного анализа можно такой набор признаков превратить в значительно меньшую их коллестку путем агрегирования. При этом следует отметить, что такое преобразование ни в коей мере не ухудшает качество и полноту информации об изучаемом явлении. Созданные агрегированные признаки некоррелированных и представляют линейную комбинацию первичных признаков. С формальной математической стороны постановка задач в таком случае может иметь бесконечную множественную решений. Но нужно помнить, что при изучении социально-экономического явлений полученные агрегированные признаки должны иметь экономически обоснованное трактовка. Иначе говоря, в каком-либо случае использования математического аппарата в первую очередь выходят из знаний экономической сути исследуемых явления. Таким образом, вышесказанное позволяет резюмировать, что факторный анализ является специфическим методом исследования, который осуществляется на базе арсенала приемов математической статистики

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.

Автор	Название	Издательство	Год издания
Мирзоев М.С.	Основы математической обработки информации	Прометей	2016
Бушуев А.Ю.	Применение функций чувствительности в задачах математического моделирования систем с распределенными параметрами. Часть 1	МГТУ имени Н.Э. Баумана	2011
Волокитин Г. И.	Элементы дискретной математики для инженера. Математическая логика	Ростов н/Д : ИЦ ДГТУ	2014
Гитман М. Б.	Введение в математическое моделирование	М. : Логос	2004
Бахвалов Л.А.	Моделирование систем	М. : Изд-во Моск. гос. горн. ун-та	2006
Вентцель, Е.С.	Теория вероятностей и ее инженерные приложения	М. : ACADEMIA	2003
Тарасевич Ю.Ю.	Математическое и компьютерное моделирование. Вводный курс	М. : Едиториал УРСС	2002
Самарский А.А.	Математическое моделирование	Физматкнига	2005