ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра «Информационные технологии»

Методические указания

и контрольные задания
по дисциплине

«Разработка и стандартизация программных средств и информационных технологий (ПС и ИТ)»

Авторы
Остроух Е.Н.,
Левченков А.Н.

Ростов-на-Дону, 2023

Аннотация

Учебно-методическое пособие предназначен для студентов очной, заочной (ускоренной) форм обучения направлений 09.03.03 «Прикладная информатика»

Авторы

к.т.н., доцент, доцент кафедры «Информационные технологии»
Остроух Е.Н.
к.т.н., доцент, доцент кафедры «Информационные технологии»
Левченков А.Н.

Оглавление

ЗАДАНИЕ №1 НА ТЕМУ «ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ»

Пример решения 1.1.

Постановка задачи: Необходимо обеспечить оптимальное распределение материалов. Имеющийся фонд материалов b_i $(i = \overline{1,3})$ нужно так распределить между изготовителями, чтобы получить максимальную прибыль от реализации всей продукции, произведенной из данных материалов. Нормы $a_{i,j}$ (i = 1, 3; j = $\overline{1,5}$) расхода на единицу продукции и прибыль c_j, получаемая от реализованной единицы продукции, представлены в таблице 1.1.

Таблица 1.1

Материалы	Продукция					Объем материала
	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	
b_1	0,7	0,9	1,5	2,3	1,8	50 000
b_2	1,4	0,3	0,7	2,5	2,0	28 000
b_3	0,5	2,1	1,8	0,7	2,0	40 000
Прибыль c_j	5	7	6	9	8	
План x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	

Р е ш е н и е. Запишем математическую модель задачи

$\max Z = 5x_1 + 7x_2 + 6x_3 + 9x_4 + 8x_5;$

$0{,}7x_1 + 0{,}9x_2 + 1{,}5x_3 + 2{,}3x_4 + 1{,}8x_5 \le 50\,000,$
$1{,}4x_1 + 0{,}3x_2 + 0{,}7x_3 + 2{,}5x_4 + 2{,}0x_5 \le 28\,000,$
$0{,}5x_1 + 2{,}1x_2 + 1{,}8x_3 + 0{,}7x_4 + 2{,}0x_5 \le 40\,000,$

$x_j \ge 0$ $(j = \overline{1,5})$.

Приводим к канонической форме записи исходную задачу линейного программирования. Для этого необходимо использовать общее правило: заменяем функцию Z на Z′ = - Z. Из левых частей ограничения типа ≥ вычитаем неотрицательные переменные x_j , к левым частям ограничения типа ≤ прибавляем неотрицательные переменные x_j.

Для нашего примера вводим дополнительные переменные x_6, x_7 и x_8, получаем ее каноническую форму:

$$\max Z = 5x_1 + 7x_2 + 6x_3 + 9x_4 + 8x_5 + 0\,x_6 + 0x_7 + 0x_8;$$

$$\begin{aligned}
&0{,}7x_1 + 0{,}9x_2 + 1{,}5x_3 + 2{,}3x_4 + 1{,}8x_5 + x_6 = 50\,000,\\
&1{,}4x_1 + 0{,}3x_2 + 0{,}7x_3 + 2{,}5x_4 + 2{,}0x_5 + x_7 = 28\,000,\\
&0{,}5x_1 + 2{,}1x_2 + 1{,}8x_3 + 0{,}7x_4 + 2{,}0x_5 + x_8 = 40\,000,
\end{aligned}$$

$x_j \geq 0$ ($j = \overline{1,8}$).

Находим исходное опорное решение и проверяем его на оптимальность. Для этого заполняем симплексную таблицу (табл. 1.2).

Таблица 1.2

БП	$C_Б$	A_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
			5	7	6	9	8	0	0	0
x_6	0	50 000	0,7	0,9	1,5	2,3	1,8	1	0	0
x_7	0	28 000	1,4	0,3	0,7	**2,5**	2,0	0	1	0
x_8	0	40 000	0,5	2,1	1,8	0,7	2,0	0	0	1
z_j - c_j		0	-5	-7	-6	-9	-8	0	0	0

Таблица заполняется по данным системы ограничений и целевой функции. Ее рабочая часть, начиная с 3-го столбца и 3-й строки, содержит элементы расширенной матрицы, над которыми будут производится преобразования с целью получения оптимального плана. В последней строке ($z_j – c_j$) таблицы записано «нулевое» уравнение (целевая функция Z). Эта **индексная строка** или **строка оценок.** В столбец базисной переменной (БП) занесены базисные (предпочтительные) переменные. Стол- бец $C_Б$ содержит коэффициенты целевой функции, стоящие при базисных пременных. Столбец A_0 содержит свободные члены $b_j \geq 0$ системы ограничений. Сверху над рабочей частью таблицы ука- заны все переменные и коэффициенты целевой функции c_j.

Для заполнения индексной строки ($z_j – c_j$) находим значения целевой функции для начального опорного плана x_0, т.е. $Z(x_0)$ =

$\Delta_0 = C_Б A_0$, и оценки индексной строки $\Delta_j = C_Б A_0 - c_j$.

Возможны следующие случаи при решении задачи на максимум:

- если все оценки $\Delta_j \geq 0$, то найденное решение оптимальное;
- если хотя бы одна оценка $\Delta_j \leq 0$, но при соответствующей переменной нет ни одного положительного коэффициента, решение задачи прекращается, т.к. целевая функция неограниченна в области допустимых решений;
- если хотя бы одна оценка отрицательная, а при соответствующей переменной есть хотя бы один положительные коэффициент, то переходим к другому опорному решению;
- если отрицательных оценок в индексной строке несколько, то в столбец базисной переменной (БП) водят ту переменную, которой соответствует наибольшая по абсолютной величине отрицательная оценка.

Столбец в котором находится максимальный по абсолютной величине отрицательный элемент называется разрешающим.Для нашего случая это столбец x_4. Данную переменную следует ввести в базис.

Для определения переменной, выводимой из базиса, находим минимальное отношение свободных членов к положительным элементам базисного столба - min (50000/2.3, 28000/2.5, 40000/0.7) = min (21.7, 11.2, 57.1) = 11,2.

Элемент, находящийся на пересечении ключевых строки и столбца называется ключевым элементом. Этот элемент для нашего примера равен 2,5.

Далее заполняем симплексную таблицу 2-го шага:

- переписываем ключевую строку, разделив ее на ключевой элемент;
- заполняем базисные столбцы;
- остальные коэффициенты таблицы находим по правилу «прямоугольника» (надо из соответствующего элемента прежней таблицы вычесть произведение элемента разрешающей строки на элемент разрешающего столбца, разделенное на разрешающий элемент).

Получаем новое опорное решение, приведенной в таблице 1,3.

Таблица 1.3

БП	$C_Б$	A_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
			5	7	6	9	8	0	0	0
x_6	0	24 240	-0,59	0,62	0,86	0	-0,04	1	-0,92	0
x_4	9	11 120	0,56	0,12	0,28	1	0,8	0	0,4	0
x_8	0	32 160	0,11	**2,02**	1,6	0	1,44	0	-0,28	1
$z_j - c_j$		100 800	0,04	-5,92	-3,48	0	-0,8	0	3,6	0

После вычисления значений индексной строки, мы видим что новый план также не оптимальный. Ввести в базисную переменную необходимо x_2, а вывести – x_8. Разрешающий элемент равен 2,02.

Опять повторяем процедуру заполнения таблицы (табл. 1,4) и расчета индексной строки:

Таблица 1.3

БП	$C_Б$	A_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
			5	7	6	9	8	0	0	0
x_6	0	14 286	-0,62	0	0,36	0	-0,49	1	-0,83	-0,31
x_4	9	9 286	0,55	0	0,19	1	0,71	0	0,42	-0,06
x_2	7	15 952	0,05	1	0,8	0	0,72	0	-0,14	0,5
$z_j - c_j$		195 238	0,36	0	1,23	0	3,43	0	2,78	2,94

Все элементы индексной строки положительные, следовательно получаем оптимальный план.

Итак $Z_{опт.}$ = (0; 15952; 0; 9286; 0; 14286; 0; 0), т.е. имеющиеся материалы нужно распределить на выпуск продукции $П_2$ в объеме x_2 = 15952 ед. и $П_4$ в объеме x_4 = 9286 ед. Реализация этой продукции даст 195238 ден. ед.

На выпуск 15952 ед. продукции $П_2$ нужно выделить первого материала 0,9 * 15952 = 14356,8 (ед.), второго материала 0,3 * 15952 = 4785 (ед.), третьего материала 2,1 * 15952 = 33499,1 (ед.).

На выпуск 9286 ед. продукции $П_4$ нужно выделить: первого материала 2,3 * 9286 = 21357,8 (ед.), второго материала 2,5 * 9286 = 23215 (ед.), третьего материала 0,7 * 9286 = 6500,2 (ед.).

Дополнительные переменные в оптимальном плане показывают объем неиспользуемых материалов: первого материала остается 14286,4 ед., второй и третий материалы используются полностью.

Пример решения 1.2.

Постановка задачи.

Предприятие располагает тремя производственными ресурсами – сырьем, оборудованием и электроэнергией. Производство может быть организовано двумя способами. Расход ресурсов за один месяцу и общий ресурс при каждом способе производства представлены в Таблице 1.

Производственные ресурсы	Расход ресурсов за 1 месяц при работе		Общий ресурс
	1-м способом	2-м способом	
Сырье	1	2	4
Оборудование	1	1	3
Электроэнергия	1	1	8

При первом способе производства предприятие выпускает за один месяц 3 тыс. изделий, при втором – 4 тыс. изделий.

Сколько месяце должно работать предприятие каждым из этих способов, чтобы при наличных ресурсах обеспечить максимальный выпуска продукции?

Решение

Составим математическую модель задачи. Обозначим:

- X_1 – время работы предприятия первым способом;
- X_2 – время работы предприятием вторым способом.

Математическая модель имеет вид

$Z(x) = 3X_1 + 4X_2 \rightarrow max$

При ограничениях

$X_1 + 2X_2 \leq 4$, X_1
$+ X_2 \leq 3$, $2X_1$ +
$X_2 \leq 8$,

$X_1 \geq 0$, $X_2 \geq 0$.

Приведем задачу к каноническому виду.

$X_1 + 2X_2 + X_3 = 4$,X_1
$+ X_2 + X_4 = 3$, $2X_1$ +
$X_2 + X_5 = 8$,

$X_j \geq 0$, j=1,5}

Занесем условия задачи в симплексную таблицу (Табл.1) и определим ее начальный опорный план.

Задача имеет предпочтительный вид. Переменные X_3 , X_4, X_5 являются базисными, а X_1 и X_2 – свободными.

Таблица 1

$C_б$	БП	3 (C_1)	4 (C_2)	0 (C_3)	0 (C_4)	0 (C_5)	Z(x)
		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	B_i (A_0)
0	X_3	1	**2**	1	0	0)	4
0	X_4	1	1	0	1	0	3
0	X_5	2	1	0	0)	1	8
	Δ_j	**-3**	**-4**	**0**	**0**	**0**	**0**

Индексная строка Δ_j заполняется по следующим формулам:

$\mathbf{\Delta_0 = \sum C_б * A_0} = 0*4 + 0*3 + 0*8 = 0.$

$\mathbf{\Delta_j = \sum C_б * A_j - C_j}$:

$\Delta_1 = (0*1 + 0*1 + 0*1) - 3 = -3;$

$\Delta_2 = (0*2 + 0*1 + 0*1) - 4 = -4;$

$\Delta_3 = (0*1 + 0*0 + 0*0) - 0 = 0;$
$\Delta_4 = (0*0 + 0*1 + 0*0) - 0 = 0;$
$\Delta_5 = (0*0 + 0*0 + 0*1) - 0 = 0.$

Приравнивая X_1 и X_2 нулю, получаем начальный опорный план со значением целевой функции $Z(X_0) = 0$ и $X_0 = (0, 0, 4, 3, 8)$.

В индексной строке **Δ_j** имеются две отрицательные оценки, значит, найденное решение не является оптимальным и его можно улучшить.

Признаки оптимальности плана

Если задача на максимум. Если для некоторого опорного плана все оценки **Δ_j** положительны, то такой план оптимален.

Если задача на минимум. Если для некоторого опорного плана все оценки **Δ_j** отрицательны, то такой план оптимален.

Правила перехода к улучшенному опорному плану

1. Среди отрицательных оценок найти максимальную по абсолютной величине $\max|\Delta_j|$. Для нашего примера это будет 4 (для X_2). Данный столбец, куда входит максимальная **Δ_j** является **разрешающим.** Если задача решается на минимум, то разрешающий столбец выбирается из условия максимальности значений индексной строки положительных элементов. Переменную X_{j0} следует ввести в базис.
2. Определение переменной выводимой из базиса. Для определения переменной выводимой из базиса нужно найти симплексные отношения и определить наименьшее
Min $\{b_i/a_{ij}\}$.

Для нашего примера – (4/2, 3/1, 8/1) = (2, 3, 8) = 2. Выводимой переменной будет переменная X_3 и соответственно выводимая строка будет является **разрешающей.**

Элемент стоящий на пересечении разрешающего столбца и разрешающей строки - **разрешающий элемент.** Для нашего примера таким разрешающим элементом является **2.**

3. Заполнение новой симплексной таблицы с улучшенным опорным планом.
   - Элементы вновь вводимой в базис строки (для нас это X_2 по строке) равны соответствующим элементам раз-

решающей (выводимой из базиса) строки, деленным на разрешающий элемент. Элемент C_{11} новой базис- ной строки равен 4 (C_2).

- Все элементы разрешающего столбца (для нас это X_2 по столбцу) равны нулю, за исключением разрешаю- щего элемента.
- Для получения значений всех остальных элементов, включая и значения индексной строки новой таблицы надо из соответствующего элемента предыдущей таб- лицы вычесть произведение элемента разрешающей строки на элемент разрешающего столбца, разделен- ное на разрешающий элемент.

A21 = 1 – (1 * 1 /2) =1/2, A22 = 1 – (1 * 1/2) = 1/2, A23 = 0 – (1 * 1/2) =- 1/2;

Таблица 2

$C_б$	**БП**	**3 (C_1)**	**4 (C_2)**	**0 (C_3)**	**0 (C_4)**	**0 (C_5)**	**Z(x)**
		X_1	**X_2**	**X_3**	**X_4**	**X_5**	**B_i (A_0)**
4(C_{11})	X_2	1/2(a_{11})	2(a_{12})	1/2(a_{13})	0(a_{14})	0(a_{15})	2(a_{16})
0(C_{12})	X_4	**1/2**(a_{21})	0(a_{22})	-1/2(a_{23})	1(a_{24})	0(a_{25})	1(a_{26})
0(C_{13})	X_5	3/2(a_{31})	0(a_{32})	-1/2(a_{33})	0(a_{34})	1(a_{35})	6(a_{36})
Δ_j		-1(a_{41})	0(a_{42})	2(a_{43})	0(a_{44})	0(a_{45})	8(a_{46})

Таблица 3

$C_б$	**БП**	**3 (C_1)**	**4 (C_2)**	**0 (C_3)**	**0 (C_4)**	**0 (C_5)**	**Z(x)**
		X_1	**X_2**	**X_3**	**X_4**	**X_5**	**B_i (A_0)**

4(C_{11})	X_2	0(a_{11})	1(a_{12})	1(a_{13})	-1(a_{14})	0(a_{15})	1(a_{16})
3(C_{12})	X_1	1(a_{21})	0(a_{22})	-1(a_{23})	2(a_{24})	0(a_{25})	2(a_{26})
0(C_{13})	X_5	0(a_{31})	0(a_{32})	1(a_{33})	-3(a_{34})	1(a_{35})	3(a_{36})
Δ_j		0(a_{41})	0(a_{42})	1(a_{43})	2(a_{44})	0(a_{45})	10(a_{46})

Пример расчета таблицы 2:
$A_{21}=a_{21(табл1)}-(a_{11(табл1)}*a_{22(табл1)}/a_{12(табл1)}=1-(1*1/2)=1/2$;
$A_{22}=1-(2*1/2)=0$;
$A_{23}=0-(1*1/2)=-1/2$;
$A_{24}=1-(0*...)=1$;
$A_{25}=0-(0*...)=0$;
$A_{26}=3-(4*1/2)=1$.

$A_{31}=2-(1*1/2)=3/2$;
$A_{32}=1-(2*1/2)=0$;
$A_{33}=0-(1*1/2)=-1/2$;
$A_{34}=0-(0*...)=0$;
$A_{35}=1-(0*...)=1$;
$A_{36}=8-(4*1/2)=6$.

$A_{41}=-3-(1*(-4)/2)=-1$;
$A_{42}=-4-(2*(-4)/2)= 0$;
$A_{43}= 0-(1*(-4)/2)= 2$;
$A_{44}= 0-(0*...)=0$;
$A_{45}= 0-(0*...)=0$;
$A_{46}=0-(4*(-4)/2)=8$.

Все оценки свободных переменных **Δ_j>0,** следовательно, найденное опорное решение является оптимальным:

$X_{опт.}$= (2, 1, 0, 0, 3) **$Z(x)_{max}$=10.**

Таким образом, по первому способу предприятие должно работать два месяца, по второму – один месяц, при этом максимальный выпуск продукции составит 10 тыс. единиц.

$Z(x)_{max} = 3x_1 + 4x_2 = 3*2 + 4*1 = 10.$

Решение поставленной задачи с помощью надстройки MS Excel –

Поиск решения.

Результаты решения:

Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам						
Рабочий лист: [Lab_1..xls]Лист1						
Отчет создан: 18.09.2016 22:50:57						
Целевая ячейка (Максимум)						
	Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат		
	$B$22	F=3*x1+1*x2+2*x3	0	500		
Изменяемые ячейки						
	Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат		
	$B$5	x1 Нач.знач.	0	0		
	$B$6	x2 Нач.знач.	0	210		
	$B$7	x3 Нач.знач.	0	460		
Ограничения						
	Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
	$D$7	03 Формула	840	$D$7<=$E$7	связанное	0
	$D$6	02 Формула	920	$D$6<=$E$6	связанное	0
	$D$5	01 Формула	880	$D$5<=$E$5	не связан.	10
	$D$8	04 Формула	0	$D$8<=$E$8	связанное	0
	$D$9	05 Формула	210	$D$9>=$E$9	не связан.	210
	$D$10	06 Формула	4660	$D$10>=$E$10	не связан.	460

Варианты заданий для самостоятельного решения

Найти начальный опорный план задачи линейного программирования. Используя симплексный метод проверить план на оптимальность и при необходимости улучшить его.

Вариант 0.

$\min Z = x_1 - 3x_2 + x_3;$

$$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 + 2x_3 &\le 7, \\ -2x_1 + 4x_2 &\le 12, \\ -4x_1 + 3x_2 + 8x_3 &\le 10, \end{aligned}$$

$x_j \ge 0$ $(j = 1, 3)$.

Вариант 1.

$\max Z = 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 8x_4;$

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 8x_4 &\le 24, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 &\le 12, \\ 6x_1 + 3x_3 + x_4 &\le 35, \end{aligned}$$

$x_j \ge 0$ $(j = \overline{1,4})$.

Вариант 2.

$\min Z = -x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4;$

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 + x_3 &= 6, \\ -x_1 + 2x_2 &\le 11, \\ x_1 + x_2 &\le 35, \\ 3x_1 - x_2 + x_4 &= 6, \end{aligned}$$

$x_j \ge 0$ $(j = \overline{1,4})$.

Вариант 3.

$\min Z = -5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 6x_4;$

$$\begin{aligned} x_1 + 21x_2 + x_3 + 2x_4 &\le 3, \\ -x_1 - 14x_2 - 2x_3 + 3x_4 &\ge 2, \\ -x_1 - 6x_2 + x_3 - x_4 &\ge 1, \end{aligned}$$

$x_j \ge 0$ $(j = \overline{1,4})$.

Вариант 4.

$\max Z = 18x_1 + 20x_2 + 32x_3;$

$$\begin{aligned} 18x_1 - 5x_2 + 12x_3 &\le 720, \\ 6x_1 + 4x_2 + 8x_3 &\le 384, \\ 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 &\le 360, \end{aligned}$$

$x_j \ge 0$ $(j = 1, 3)$.

Вариант 5.

$\min Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3;$

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 &\le 10, \\ 2x_1 + x_3 &\ge 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 &\ge 6, \end{aligned}$$

$x_j \ge 0$ $(j = \overline{1,4})$.

Вариант 6.

$\max Z = -2x_1 - x_2 + x_3 + x_4;$

$x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 24,$
$2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 12,$ x_1
$+ x_2 + x_3 + x_4 = 7,$

$x_j \ge 0$ $(j = \overline{1,4})$.

Вариант 7.

$\max Z = 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4;$

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 &\le 3, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 &\le 1, \end{aligned}$$

$x_j \ge 0$ $(j = 1, 4)$.

Вариант 8.

$\min Z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4;$

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 + x_3 &\ge 5, \\ x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 13x_4 &\ge 4, \end{aligned}$$

$x_j \geq 0$ $(j = \overline{1,4})$.

Вариант 9.

$\max Z = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3;$

$$\begin{aligned} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 &\leq 9, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 &\leq 8, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 &\leq 7, \end{aligned}$$

$x_j \geq 0$ $(j = \overline{1,3})$.

ЗАДАНИЕ №2 НА ТЕМУ «ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА»

Пример решения 2.1.

Постановка задачи: Исходные данные транспортной задачи приведены схематически: внутри прямоугольника заданы удельные транспортные затраты на перевозку единицы груза, слева указаны мощности поставщиков, а сверху мощности потребителей. Сформулировать экономико-математическую модель транспортной задачи, найти оптимальный план закрепления поставщиков за потребителями.

Поставщики	Потребители				Запас груза a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	2	3	5	1	60
A_2	3	4	9	4	70
A_3	2	5	2	5	20
Потребность в грузе b_j	40	30	30	50	

Обозначим общее количество имеющегося в наличие груза:

a = 60 + 70 + 20 = 150
Потребности в грузе:
b = 40 + 30 + 30 +50 = 150

Так как a=b имеем закрытую модель или модель удовлетворяющую условию баланса. В этой модели суммарный объем груза у поставщиков равен суммарному спросу потребителей.

Общее число базисных клеток равно: m+n-1=6.

Найдём опорный план перевозок транспортной задачи методом минимальной стоимости.

В этом методе построение исходного решения начинают с клетки с наименьшей величиной стоимости. Из оставшейся таблицы снова выбирают наименьшую стоимость, и процесс распределения запасов продолжается, пока все запасы не будут распределены.

Поставщики	Потребители				Запас груза a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	2 10	3	5	1 50	60
A_2	3 30	4 30	9 10	4	70
A_3	2	5	2 20	5	20
Потребность в грузе b_j	40	30	30	50	

Общая стоимость перевозок:

$$f_0 = 2\cdot 10 + 3\cdot 30 + 4\cdot 30 + 9\cdot 10 + 2\cdot 20 + 1\cdot 50 = 410$$

Исследование базисного решения на оптимальность.

Вычислим потенциалы. Исходя из базисных переменных.

Для их нахождения используем условие: $u_i + v_j = c_{ij}$

$u_1 + v_1 = 2;\quad u_1 + v_4 = 1;$

$u_2 + v_1 = 3;\quad u_2 + v_2 = 4;\quad u_2 + v_3 = 9;$

$u_3 + v_3 = 2;$

Полагая, например, $u_1 = 0$ найдём:

$u_1 = 0,\ u_2 = 1,\ u_3 = -6.$

$v_1 = 2,\ v_2 = 3,\ v_3 = 8,\ v_4 = 1.$

Для каждой свободной клетки вычислим относительные оценки:

$$\Delta_{12} = c_{12} - (u_1 + v_2) = 3 - 3 = 0,$$
$$\Delta_{13} = c_{13} - (u_1 + v_3) = 5 - 8 = -3,$$
$$\Delta_{24} = c_{24} - (u_2 + v_4) = 4 - 2 = 2,$$
$$\Delta_{31} = c_{31} - (u_3 + v_1) = 2 - (-6 + 2) = 6,$$
$$\Delta_{32} = c_{32} - (u_3 + v_2) = 5 - (-6 + 3) = 8,$$
$$\Delta_{34} = c_{34} - (u_3 + v_4) = 5 - (-6 + 1) = 10,$$

		$v_1 = 2$	$v_2 = 3$	$v_3 = 8$	$v_4 = 1$	
	Пункты	B_1	B_2	B_3	B_4	Запасы
$u_1 = 0$	A_1	- 2 10	3	+ 5 λ	1 50	60
$u_2 = 1$	A_2	+ 3 30	4 30	- 9 10	4	70
$u_3 = -6$	A_3	2	5	2 20	5	20
	Потребности	40	30	30	50	150

Минимальной разностью является $\Delta_{13} = -3$ для клетки (1;3). Для определения количества груза подлежащего распределению, построим замкнутый цикл (указан пунктиром в табл.).

Найдём значение λ=min(10,10)=10, равное наименьшему из чисел, стоящих в отрицательных вершинах цикла. Далее двигаясь по означенному

циклу, вычитаем из объемов перевозок, расположенных в клетках, которые обозначены знаком «-», и прибавляем к объемам перевозок, находящихся в клетках, отмеченных знаком «+». Элементы таблицы не входящие в цикл, остаются без изменений.

Получим новую таблицу:

$v_1 = 2$ $v_2 = 3$ $v_3 = 8$ $v_4 = 1$

	Пункты	B_1	B_2	B_3	B_4	Запасы
$u_1 = 0$	A_1	2 0	3	5 10	1 50	60
$u_2 = 1$	A_2	3 40	4 30	9	4	70
$u_3 = -6$	A_3	2	5	2 20	5	20
	Потребности	40	30	30	50	150

Стоимость перевозок по этому плану:
$f_1 = f_0 + \Delta_{13}\lambda = 410 - 3 \cdot 10 = 380$

Вычислим потенциалы.

$$u_1 + v_1 = 2; \quad u_1 + v_3 = 5; \quad u_1 + v_4 = 1;$$

$$u_2 + v_1 = 3; \quad u_2 + v_2 = 4;$$

$$u_3 + v_3 = 2;$$

Полагая, например, $u_1 = 0$ найдём:

$$u_1 = 0, \quad u_2 = 1, \quad u_3 = -3.$$

$$v_1 = 2, \quad v_2 = 3, \quad v_3 = 5, \quad v_4 = 1.$$

Для каждой свободной клетки вычислим относительные оценки:

$$\Delta_{12} = c_{12} - (u_1 + v_2) = 3 - 3 = 0,$$

$$\Delta_{23} = c_{23} - (u_2 + v_3) = 9 - 6 = 3,$$

$$\Delta_{24} = c_{24} - (u_2 + v_4) = 4 - 2 = 2,$$

$$\Delta_{31} = c_{31} - (u_3 + v_1) = 2 + 1 = 3,$$

$$\Delta_{32} = c_{32} - (u_3 + v_2) = 5 - 0 = 5,$$

$$\Delta_{34} = c_{34} - (u_3 + v_4) = 5 - 2 = 3.$$

Так как для всех свободных клеток таблицы неравенство $\Delta_{ij} \geq 0$ выполняется, то полученное решение

$$x_{13} = 10, \quad x_{14} = 50, \quad x_{21} = 40, \quad x_{22} = 30, \quad x_{33} = 20.$$

$$x_{11} = x_{12} = x_{23} = x_{24} = x_{24} = x_{31} = x_{32} = x_{34} = 0.$$

будет оптимальным. При таком плане перевозок затраты будут наименьшими и составят $f_{\min} = f_1 = 380$.

Решение с помощью надстройки над решением:

Целевая ячейка (Минимум)					
Ячейка	**Имя**	**Исходное значение**	**Результат**		
$N$8	Коэфф в ЦФ ЦФ	460	460		
Изменяемые ячейки					
Ячейка	**Имя**	**Исходное значение**	**Результат**		
$B$5	Значение x1	40	40		
$C$5	Значение x2	0	0		
$D$5	Значение x3	10	10		
$E$5	Значение x4	10	10		
$F$5	Значение x5	0	0		
$G$5	Значение x6	30	30		
$H$5	Значение x7	0	0		
$I$5	Значение x8	40	40		
$J$5	Значение x9	0	0		
$K$5	Значение x10	0	0		
$L$5	Значение x11	20	20		
$M$5	Значение x12	0	0		
Ограничения					
Ячейка	**Имя**	**Значение**	**Формула**	**Статус**	**Разница**
$N$11	Рес склада 1 Лев часть	60	$N$11=$P$11	не связан.	0
$N$12	Рес склада 2 Лев часть	70	$N$12=$P$12	не связан.	0
$N$13	Рес склада 3 Лев часть	20	$N$13=$P$13	не связан.	0
$N$14	Потр магазина 1 Лев часть	40	$N$14=$P$14	не связан.	0
$N$15	потр магазина 2 Лев часть	30	$N$15=$P$15	не связан.	0
$N$16	Потр магазина 3 Лев часть	30	$N$16=$P$16	не связан.	0
$N$17	Потр магазина 4 Лев часть	50	$N$17=$P$17	не связан.	0
$B$5	Значение x1	40	$B$5>=$B$6	не связан.	40
$C$5	Значение x2	0	$C$5>=$C$6	связанное	0
$D$5	Значение x3	10	$D$5>=$D$6	не связан.	10
$E$5	Значение x4	10	$E$5>=$E$6	не связан.	10
$F$5	Значение x5	0	$F$5>=$F$6	связанное	0
$G$5	Значение x6	30	$G$5>=$G$6	не связан.	30
$H$5	Значение x7	0	$H$5>=$H$6	связанное	0
$I$5	Значение x8	40	$I$5>=$I$6	не связан.	40
$J$5	Значение x9	0	$J$5>=$J$6	связанное	0
$K$5	Значение x10	0	$K$5>=$K$6	связанное	0
$L$5	Значение x11	20	$L$5>=$L$6	не связан.	20
$M$5	Значение x12	0	$M$5>=$M$6	связанное	0

Пример решения 2.2.

Постановка задачи: Составить план перевозок грузов с наименьшей стоимостью от трех поставщиков A_i соответственно в количествах 130, 90, 100 ед. к пяти потребителям B_j соответственно в количествах 45, 60, 70, 80, 65. Стоимость перевозок единиц груза приведена в таблице.

Поставщики	Потребители					Запас груза a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	2	3	6	8	2	130
A_2	8	1	2	3	5	90
A_3	7	4	4	1	4	100
Потребность в грузе b_j	45	60	70	80	65	

Обозначим общее количество имеющегося в наличие груза:
$a = 130 + 90 + 100 = 320$
Потребности в грузе:
$b = 45 + 60 + 70 + 80 + 65 = 320$

Так как a=b имеем закрытую модель или модель удовлетворяющую условию баланса. В этой модели суммарный объем груза у поставщиков равен суммарному спросу потребителей.

Общее число базисных клеток равно: m+n-1=7.

Найдём опорный план перевозок транспортной задачи методом минимальной стоимости.

В этом методе построение исходного решения начинают с клетки с наименьшей величиной стоимости. Из оставшейся таблицы снова выбирают наименьшую стоимость, и процесс распределения запасов продолжается, пока все запасы не будут распределены.

Пункты	B_1	B_2	B_3	B_5	B_4	Запасы
A_1	2 45	3 20	6	8	2 65	130
A_2	8	1 40	2 50	3	5	90
A_3	7	4	4 20	1 80	4	100
Потребно-сти	45	60	70	80	65	320

Общая стоимость перевозок:

$$f_0 = 2\cdot 45 + 3\cdot 20 + 2\cdot 65 + 1\cdot 40 + 5\cdot 20 + 4\cdot 20 + 1\cdot 80 = 537$$

Исследование базисного решения на оптимальность. Вычислим потенциалы. Исходя из базисных переменных. Для их нахождения используем условие: $u_i + v_j = c_{ij}$

$$u_1 + v_1 = 2; \quad u_1 + v_2 = 3; u_1 + v_5 = 2;$$

$$u_2 + v_2 = 1; \quad u_2 + v_3 = 2;$$

$$u_3 + v_3 = 4; u_3 + v_4 = 1;$$

Полагая, например, $u_1 = 0$ найдём:

$$u_1 = 0,\ u_2 = -2,\ u_3 = 0. \qquad v_1 = 2,\ v_2 = 3,\ v_3 = 4,$$

$$v_4 = 1,\ v_5 = 2.$$

Для каждой свободной клетки вычислим относительные оценки:

$$\Delta_{13} = c_{13} - (u_1 + v_3) = 6 - (0 + 4) = 2,$$

$$\Delta_{14} = c_{14} - (u_1 + v_4) = 8 - (0 + 1) = 7,$$

$$\Delta_{21} = c_{21} - (u_2 + v_1) = 8 - (-2 + 2) = 8,$$

$$\Delta_{24} = c_{24} - (u_2 + v_4) = 3 - (-2 + 1) = 4,$$
$$\Delta_{25} = c_{25} - (u_2 + v_5) = 5 - (-2 + 2) = 5,$$
$$\Delta_{31} = c_{31} - (u_3 + v_1) = 7 - (0 + 2) = 5,$$
$$\Delta_{32} = c_{32} - (u_3 + v_2) = 4 - (0 + 3) = 1,$$
$$\Delta_{35} = c_{35} - (u_3 + v_5) = 4 - (0 + 2) = 2,$$

Так как для всех свободных клеток таблицы неравенство $\Delta_{ij} \geq 0$ выполняется, то полученное решение

$x_{11} = 45,$ $x_{12} = 20,$ $x_{15} = 65,$ $x_{22} = 40,$

$x_{23} = 50, x_{33} = 20, x_{34} = 80.$

$$x_{13} = x_{14} = x_{21} = x_{24} = x_{25} = x_{31} = x_{32} = x_{35} = 0.$$

будет оптимальным. При таком плане перевозок затраты будут наименьшими и составят $f_{\min} = f_0 = 537.$.

Решение с помощью надстройки над решением:

Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам						
Рабочий лист: [Лаба 2..xls]Лист1						
Отчет создан: 10.10.2016 12:53:13						
Целевая ячейка (Минимум)						
	Ячейка	**Имя**	**Исходное значение**	**Результат**		
	$Q$8	Коэфф в ЦФ ЦФ	940	580		
Изменяемые ячейки						
	Ячейка	**Имя**	**Исходное значение**	**Результат**		
	$B$5	Значение x1	45	45		
	$C$5	Значение x2	60	20		
	$D$5	Значение x3	25	0		
	$E$5	Значение x4	0	0		
	$F$5	Значение x5	0	65		
	$G$5	Значение x6	0	0		
	$H$5	Значение x7	0	40		
	$I$5	Значение x8	45	50		
	$J$5	Значение x9	45	0		
	$K$5	Значение x10	0	0		
	$L$5	Значение x11	0	0		
	$M$5	Значение x12	0	0		
	$N$5	Значение x13	0	20		
	$O$5	Значение x14	35	80		
	$P$5	Значение x15	65	0		
Ограничения						
	Ячейка	**Имя**	**Значение**	**Формула**	**Статус**	**Разница**
	$Q$11	Рес склада 1 Лев часть	130	$Q$11=$S$11	не связан.	0
	$Q$12	Рес склада 2 Лев часть	90	$Q$12=$S$12	не связан.	0
	$Q$13	Рес склада 3 Лев часть	100	$Q$13=$S$13	не связан.	0
	$Q$14	Потребности 1 Лев часть	45	$Q$14=$S$14	не связан.	0
	$Q$15	Потребности 2 Лев часть	60	$Q$15=$S$15	не связан.	0
	$Q$16	Потребности 3 Лев часть	70	$Q$16=$S$16	не связан.	0
	$Q$17	Потребности 4 Лев часть	80	$Q$17=$S$17	не связан.	0
	$Q$18	Потребности 5 Лев часть	65	$Q$18=$S$18	не связан.	0
	$B$5	Значение x1	45	$B$5>=$B$6	не связан.	45
	$C$5	Значение x2	20	$C$5>=$C$6	не связан.	20
	$D$5	Значение x3	0	$D$5>=$D$6	связанное	0
	$E$5	Значение x4	0	$E$5>=$E$6	связанное	0
	$F$5	Значение x5	65	$F$5>=$F$6	не связан.	65
	$G$5	Значение x6	0	$G$5>=$G$6	связанное	0
	$H$5	Значение x7	40	$H$5>=$H$6	не связан.	40
	$I$5	Значение x8	50	$I$5>=$I$6	не связан.	50
	$J$5	Значение x9	0	$J$5>=$J$6	связанное	0
	$K$5	Значение x10	0	$K$5>=$K$6	связанное	0
	$L$5	Значение x11	0	$L$5>=$L$6	связанное	0
	$M$5	Значение x12	0	$M$5>=$M$6	связанное	0
	$N$5	Значение x13	20	$N$5>=$N$6	не связан.	20
	$O$5	Значение x14	80	$O$5>=$O$6	не связан.	80
	$P$5	Значение x15	0	$P$5>=$P$6	связанное	0

Вывод: Решения, полученные путем решения задачи методом потенциалов с построением начального плана методом наименьшей стоимости, и решение, полученное при использовании надстройки «Поиск решений», совпадают. Отсюда можно сделать вывод, что транспортная задача решена верно.

Варианты заданий для самостоятельного решения

В таблице представлена транспортная задача по критерию стоимости. Построить исходный опорный план по правилу «северо-западного угла» и по правилу «минимального элемента». Определить значения целевых функций построенных планов. Для плана, имеющего максимальное значение целевой функции провести оптимизацию плана перевозок методом потенциалов. Сделать вывод.

Вариант № 0

Поставщики	Потребители			Запас груза a_i
	B_1	B_2	B_3	
A_1	1	3	2	50
A_2	4	5	7	100
A_3	6	2	4	130
Потребность в грузе b_j	70	100	110	**280**

Вариант № 1

Поставщики	Потребители				Запас груза a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	4	7	2	3	30
A_2	3	1	0	4	190
A_3	5	6	3	7	250
Потребность в грузе b_j	70	120	150	130	**470**

Вариант № 2

Поставщики	Потребители				Запас груза a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	5	1	2	3	300
A_2	6	3	7	1	200
A_3	4	5	3	2	500
A_4	2	4	6	4	700
Потребность в грузе b_j	230	420	650	400	**1700**

Вариант № 3

Поставщики	Потребители					Запас груза a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	3	1	5	4	2	200
A_2	6	4	2	7	3	450
A_3	5	2	3	4	6	500
Потребность в грузе b_j	300	400	200	100	150	**1150**

Вариант № 4

Поставщики	Потребители						Запас груза a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	
A_1	5	3	1	4	2	6	1780
A_2	4	2	3	6	1	3	2000
A_3	1	3	7	4	5	2	1530
A_4	3	4	6	7	1	5	2860
Потребность в грузе b_j	850	1870	1950	1670	1000	830	**8170**

Вариант № 5

Поставщики	Потребители						Запас груза a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	
A_1	2	4	3	1	6	3	3000
A_2	5	7	4	5	2	1	5000

A_3	3	6	1	4	3	7	1250
A_4	1	3	2	6	4	5	7350
Потребность в грузе b_j	2400	3300	4200	1800	2700	2200	**16600**

Вариант № 6

Поставщики	Потребители					Запас груза a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	4	1	2	5	6	100
A_2	7	3	4	2	5	70
A_3	6	4	7	1	8	130
A_4	2	5	6	4	7	150
Потребность в грузе b_j	80	120	70	130	50	**450**

Вариант № 7

Поставщи-ки	Потребители							Запас груза a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	
A_1	5	1	4	3	6	7	2	1040
A_2	4	2	6	5	1	8	3	2700
A_3	7	3	1	4	2	5	6	1885
A_4	2	5	7	1	4	3	4	1457
Потреб-ность в грузе b_j	590	740	875	1537	1200	1500	640	**7082**

Вариант № 8

Поставщики	Потребители						Запас гру-за a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	
A_1	7	1	4	6	5	8	600
A_2	1	3	5	2	4	6	800
A_3	4	5	6	3	1	7	550
A_4	5	3	7	2	8	4	730

A_5	2	4	3	5	6	3	900
Потребность в грузе b_j	750	580	440	620	550	640	**3580**

Вариант № 9

Поставщики	Потребители				Запас груза a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	5	1	2	3	300
A_2	7	3	6	2	500
A_3	3	6	1	4	200
A_4	2	4	6	1	700
Потребность в грузе b_j	230	420	650	400	**1700**

Вариант № 10

Поставщики	Потребители				Запас груза a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	4	3	6	8	40
A_2	7	6	4	5	120
Потребность в грузе b_j	30	50	45	35	**160**

Вариант № 11

Поставщики	Потребители				Запас груза a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	6	4	2	7	40
A_2	8	10	14	12	36
A_3	16	12	6	13	24
Потребность в грузе b_j	24	20	30	26	**100**

Вариант № 12

Поставщики	Потребители				Запас груза a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	8	4	6	2	40
A_2	4	10	5	6	25
A_3	6	7	8	5	28

A_4	10	12	8	9	32
Потребность в грузе b_j	28	32	20	45	**125**

Вариант № 13

Поставщики	Потребители					Запас груза a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	9	6	8	11	10	100
A_2	6	9	13	15	12	80
A_3	8	7	12	5	9	40
Потребность в грузе b_j	60	50	40	35	35	**220**

Вариант № 14

Поставщики	Потребители						Запас груза a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	
A_1	9	3	4	8	10	12	36
A_2	4	6	7	11	13	9	34
A_3	5	8	8	4	12	10	32
A_4	6	12	15	9	6	8	30
Потребность в грузе b_j	20	15	25	27	30	15	**132**

ЗАДАНИЕ №3 НА ТЕМУ «ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ПО МОДЕЛИ ШУМАНА»

Пример решения 3.1.

Задача 1. Оценить надежность по модели Шумана.

Дано: Общее число операторов в тестируемой программе – 10000; оценка осуществляется после 10 прогонов.

Решение.

Выбираем два момента времени так, чтобы число ошибок, найденных на интервале [A; B], было больше, чем на интервале ошибок [0; A].

№ прогона	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$T_{час}$	0,5	0,4	0,5	0,75	0,2	0,5	0,3	0,3	0,1	0,4
Кол-во ошибок	2	0	5	3	4	1	3	2	0	1
	A				B					
E_c	0,001				0,0011					
τ	2,15				1,8					
λ	4,65116				6,11111					

$E_c(\tau_A) = \frac{2+0+5+3}{10000} = 0{,}001$ ошибок, найденных на интервале ошибок [0; A],

$E_c(\tau_B) = \frac{4+1+3+2+0+1}{10000} = 0{,}0011$ на интервале [A; B],

$\tau_A = 0{,}5 + 0{,}4 + 0{,}5 + 0{,}75 = 2{,}15$ время от 0 до A

$\tau_B = 0{,}2 + 0{,}5 + 0{,}3 + 0{,}3 + 0{,}1 + 0{,}4 = 1{,}8$ время от A до B

$\lambda_A = \frac{2+0+5+3}{\tau_A} = 4{,}65116$ интенсивность появления ошибок на первом интервале

$\lambda_B = \frac{4+1+3+2+0+1}{\tau_B} = 6{,}11111$ интенсивность появления ошибок на втором интервале

$$E_T = \frac{I_T\left(\frac{\lambda_B}{\lambda_A} * E_c(\tau_A) - E_c(\tau_B)\right)}{\frac{\lambda_B}{\lambda_A} - 1} = \frac{10000\left(\frac{6{,}11111}{4{,}65116} * 0{,}001 - 0{,}0011\right)}{\frac{6{,}11111}{4{,}65116} - 1} = 6$$

ошибок

$$C = \frac{\lambda_A}{\frac{E_T}{I_T} - E_c(\tau_A)} = \frac{5}{\frac{6}{10000} - 0{,}001} = -11627{,}90698$$

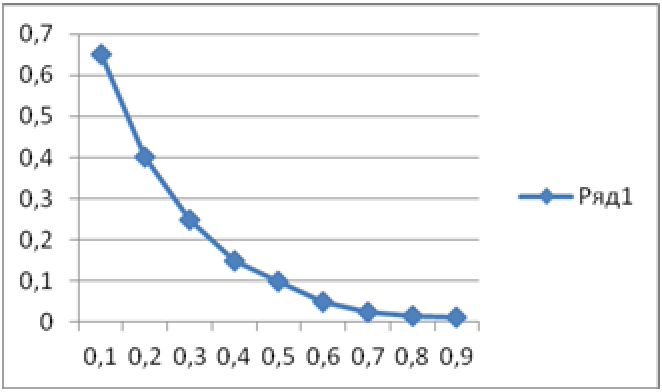
Подставляя различные t (время) при $\tau = \tau_A$ рассчитываем по формуле:

$$R(t, \tau_A) = e^{-c\left(\frac{E_T}{I_T} - E_c(\tau)\right)t} = e^{11627{,}90698\left(\frac{6}{10000} - 0{,}0011\right)t}$$

$$R(t; 2{,}15) = e^{-4{,}6511t}$$

<u>Задача 2.</u> Оценить надежность по модели Шумана.

Дано: Общее число операторов в тестируемой программе – 10000; оценка осуществляется после 9 прогонов.



Решение.

Выбираем два момента времени так, чтобы число ошибок, найденных на интервале [A; B], было больше, чем на интервале ошибок [0; A].

№ прогона	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$T_{час}$	0,5	0,1	0,3	0,2	0,75	0,3	0,4	0,5	0,5
Кол-во ошибок	2	0	5	3	4	1	3	2	0
	A		A						
E_c	0,0006		0,0013						
τ	0,6		2,95						
λ	10		4,41						

$E_c(\tau_A) = \frac{1+5}{10000} = 0{,}0006$ ошибок, найденных на интервале ошибок [0; A],

$E_c(\tau_B) = \frac{4+1+0+1+2+3+2}{10000} = 0{,}0013$ на интервале [A; B],

$\tau_A = 0{,}5 + 0{,}1 = 0{,}6$ время от 0 до A

$\tau_B = 0{,}3 + 0{,}2 + 0{,}75 + 0{,}3 + 0{,}4 + 0{,}5 + 0{,}5 = 2{,}95$ время от A до B

$\lambda_A = \frac{1+5}{\tau_A} = 10$ интенсивность появления ошибок на первом интервале

$\lambda_B = \frac{4+1+0+1+2+3+2}{\tau_B} = 4{,}40678$ интенсивность появления ошибок на втором интервале

$$E_T = \frac{I_T\left(\frac{\lambda_B}{\lambda_A} * E_c(\tau_A) - E_c(\tau_B)\right)}{\frac{\lambda_B}{\lambda_A} - 1} = \frac{10000\left(\frac{4{,}40678}{10} * 0{,}0006 - 0{,}0013\right)}{\frac{4{,}40678}{10} - 1} = 18$$

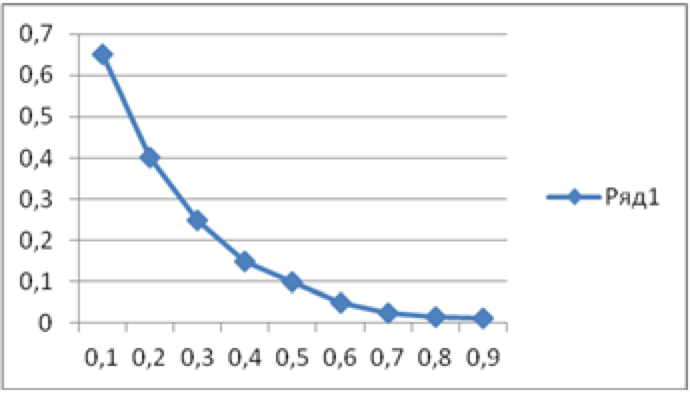
ошибок

$$C = \frac{\lambda_A}{\frac{E_T}{I_T} - E_c(\tau_A)} = \frac{10}{\frac{18}{10000} - 0{,}0006} = 8333{,}33$$

Подставляя различные t (время) при $\tau = \tau_A$ рассчитываем по формуле:

$$R(t, \tau_A) = e^{-c\left(\frac{E_T}{I_T} - E_c(\tau)\right)t} = e^{-8333{,}33\left(\frac{18}{10000} - 0{,}0013\right)t}$$

$$R(t; 0{,}6) = e^{-4{,}16667t}$$



Варианты заданий для самостоятельного решения

Вариант № 0

Оценить надежность ПО по модели Шумана.

Дано: Общее число операторов в тестируемой программе 12000, оценка осуществляется после 10 прогонов.

№ прогона	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$T_{час}$	0,1	0,5	0,2	0,4	0,3	0,5	0,7	0,4	0,5	0,3
Кол-во ошибок	2	3	4	3	5	0	2	4	3	1
Интервал										

E_c		
τ		
λ		

Вариант № 1

Оценить надежность ПО по модели Шумана.

Дано: Общее число операторов в тестируемой программе 9000, оценка осуществляется после 9 прогонов.

№ прогона	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$T_{час}$	0,2	0,4	0,1	0,5	0,3	0,75	0,4	0,3	0,5
Кол-во ошибок	2	1	4	3	2	4	1	3	2
Интервал									
E_c									
τ									
λ									

Вариант № 2

Оценить надежность ПО по модели Шумана.

Дано: Общее число операторов в тестируемой программе 10000, оценка осуществляется после 9 прогонов.

№ прогона	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$T_{час}$	0,1	0,2	0,5	0,3	0,6	0,4	0,3	0,7	0,1
Кол-во ошибок	3	4	2	3	1	0	3	2	2
Интервал									
E_c									
τ									
λ									

Вариант № 3

Оценить надежность ПО по модели Шумана.

Дано: Общее число операторов в тестируемой программе 15000, оценка осуществляется после 8 прогонов.

№ прогона	1	2	3	4	5	6	7	8
$T_{час}$	0,2	0,4	0,8	0,3	0,1	0,5	0,3	0,4
Кол-во ошибок	5	2	1	0	3	2	4	1
Интервал								
E_c								
τ								
λ								

Вариант № 4

Оценить надежность ПО по модели Шумана.

Дано: Общее число операторов в тестируемой программе 10000, оценка осуществляется после 8 прогонов.

№ прогона	1	2	3	4	5	6	7	8
$T_{час}$	0,5	0,7	0,3	0,4	0,6	0,4	0,3	0,5
Кол-во ошибок	2	1	3	0	4	2	1	1
Интервал								
E_c								
τ								
λ								

Вариант № 5

Оценить надежность ПО по модели Шумана.

Дано: Общее число операторов в тестируемой программе 11000, оценка осуществляется после 10 прогонов.

№ прогона	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$T_{час}$	0,4	1	0,5	0,4	0,2	0,75	0,4	0,3	0,5	0,1
Кол-во ошибок	1	4	5	3	0	2	1	3	2	1
Интервал										
E_c										
τ										
λ										

Вариант № 6

Оценить надежность ПО по модели Шумана.

Дано: Общее число операторов в тестируемой программе 8000, оценка осуществляется после 8 прогонов.

№ прогона	1	2	3	4	5	6	7	8
$T_{час}$	0,6	0,1	0,3	0,2	0,7	0,5	0,4	0,5
Кол-во ошибок	1	5	4	1	0	1	2	3
Интевал								
E_c								
τ								
λ								

Вариант № 7

Оценить надежность ПО по модели Шумана.

Дано: Общее число операторов в тестируемой программе 12000, оценка осуществляется после 10 прогонов.

№ прогона	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$T_{час}$	0,5	0,3	0,2	0,2	0,6	0,5	0,4	0,5	0,3	0,5
Кол-во ошибок	1	4	5	1	0	1	2	3	2	1
Интервал										
E_c										
τ										
λ										

Вариант № 8

Оценить надежность ПО по модели Шумана.

Дано: Общее число операторов в тестируемой программе 11000, оценка осуществляется после 9 прогонов.

№ прогона	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$T_{час}$	0,7	0,4	0,4	0,5	0,4	0,3	0,2	0,3	0,2
Кол-во ошибок	2	3	2	1	0	1	2	0	1

Интервал		
E_c		
τ		
λ		

Вариант № 9

Оценить надежность ПО по модели Шумана.

Дано: Общее число операторов в тестируемой программе 13000, оценка осуществляется после 10 прогонов.

№ прогона	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$T_{час}$	0,3	0,5	0,6	0,4	0,2	0,3	0,5	0,4	0,7	0,3
Кол-во ошибок	2	3	1	1	1	2	0	2	1	1
Интервал										
E_c										
τ										
λ										

ЗАДАНИЕ №4 НА ТЕМУ «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОСТОЙ ИНТУИТИВНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ПРОГРАММНОГО СРЕДСТВА»

Пример решения 4.1.
Задача 1.

Дано: В процессе тестирования программы первая группа нашла 15 ошибок, вторая группа нашла 25 ошибок, общих ошибок было 5. Определить надежность по простой интуитивной модели.

Решение:

$$N = \frac{N_1 \cdot N_2}{N_{12}} = \frac{15 \cdot 25}{5} = 75,$$

$$p(N_{12}) = \frac{\frac{N_1}{N_{12}} \cdot \frac{N - N_1}{N_2 - N_{12}}}{\frac{N}{N_{12}}} = \frac{\frac{15}{5} \cdot \frac{75 - 15}{25 - 5}}{\frac{75}{5}} = 0{,}6.$$

Задача 2.

Дано: В процессе тестирования программы первая группа нашла 10 ошибок, вторая группа нашла 20 ошибок, общих ошибок было 8. Определить надежность по простой интуитивной модели.

Решение:

$$N = \frac{N_1 \cdot N_2}{N_{12}} = \frac{10 \cdot 20}{8} = 25,$$

$$p(N_{12}) = \frac{\frac{N_1}{N_{12}} \cdot \frac{N - N_1}{N_2 - N_{12}}}{\frac{N}{N_{12}}} = \frac{\frac{10}{8} \cdot \frac{25 - 10}{20 - 8}}{\frac{25}{8}} = 0{,}5.$$

Задача 3.

Дано: В процессе тестирования программы первая группа нашла 20 ошибок, вторая группа нашла 22 ошибок, общих ошибок было 4. Определить надежность по простой интуитивной модели.

Решение:

$$N = \frac{N_1 \cdot N_2}{N_{12}} = \frac{20 \cdot 22}{4} = 110,$$

$$p(N_{12}) = \frac{\frac{N_1}{N_{12}} \cdot \frac{N - N_1}{N_2 - N_{12}}}{\frac{N}{N_{12}}} = \frac{\frac{20}{4} \cdot \frac{110 - 20}{22 - 4}}{\frac{110}{4}} = 0{,}91.$$

Задача 4.

Дано: В процессе тестирования программы первая группа нашла 35 ошибок, вторая группа нашла 25 ошибок, общих ошибок было 20. Определить надежность по простой интуитивной модели.

Решение:

$$N = \frac{N_1 \cdot N_2}{N_{12}} = \frac{5 \cdot 40}{5} = 40,$$

$$p(N_{12}) = \frac{\frac{N_1}{N_{12}} \cdot \frac{N - N_1}{N_2 - N_{12}}}{\frac{N}{N_{12}}} = \frac{\frac{5}{5} \cdot \frac{40 - 5}{40 - 5}}{\frac{40}{5}} = 0{,}125.$$

Варианты заданий для самостоятельного решения

Вариант № 0

Дано: В процессе тестирования программы первая группа нашла 25 ошибок, вторая группа нашла 15 ошибок, общих ошибок было 18. Определить надежность по простой интуитивной модели.

Вариант № 1

Дано: В процессе тестирования программы первая группа нашла 27 ошибок, вторая группа нашла 20 ошибок, общих ошибок было 10. Определить надежность по простой интуитивной модели.

Вариант № 2

Дано: В процессе тестирования программы первая группа нашла 23 ошибок, вторая группа нашла 12 ошибок, общих ошибок было 9. Определить надежность по простой интуитивной модели.

Вариант № 3

Дано: В процессе тестирования программы первая группа нашла 13 ошибок, вторая группа нашла 15 ошибок, общих ошибок было 5. Определить надежность по простой интуитивной модели.

Вариант № 4

Дано: В процессе тестирования программы первая группа нашла 17 ошибок, вторая группа нашла 9 ошибок, общих ошибок было 6. Определить надежность по простой интуитивной модели.

Вариант № 5

Дано: В процессе тестирования программы первая группа нашла 22 ошибок, вторая группа нашла 19 ошибок, общих ошибок было 11. Определить надежность по простой интуитивной модели.

Вариант № 6

Дано: В процессе тестирования программы первая группа нашла 28 ошибок, вторая группа нашла 16 ошибок, общих ошибок было 14. Определить надежность по простой интуитивной модели.

Вариант № 7

Дано: В процессе тестирования программы первая группа нашла 31 ошибок, вторая группа нашла 21 ошибок, общих ошибок было 11. Определить надежность по простой интуитивной модели.

Вариант № 8

Дано: В процессе тестирования программы первая группа нашла 17 ошибок, вторая группа нашла 21 ошибок, общих ошибок было 13. Определить надежность по простой интуитивной модели.

Вариант № 9

Дано: В процессе тестирования программы первая группа нашла 23 ошибок, вторая группа нашла 18 ошибок, общих ошибок было 7. Определить надежность по простой интуитивной модели.

ЗАДАНИЕ №5 НА ТЕМУ «МОДЕЛЬ МИЛЛСА»

Пример решения 5.1.

Задача №1

Предположим, в программе 2 собственные ошибки, внесем еще 3 случайным образом. В процессе тестирования было найдено 2 ошибки из рассеянных и 3 собственные. Найти надежность по модели Миллса.

Решение:

В программе 2 собственные ошибки: k=2,

Внесем еще 3 случайным образом: s=3,

В процессе тестирования найдено v=2 из рассеянных и n=3 собственные.

Найти надежность по модели Миллса:

$$N = \frac{s * n}{v} = \frac{3 * 3}{2} = \frac{9}{2} \approx 5.$$

По формуле Миллса: $N \approx 5.$

Вероятность этого:

$$C = \begin{cases} 1, n > k \\ \dfrac{s}{s + k + 1}, n \le k \end{cases}$$

У нас n=3, k=2, т.е. n>k, следовательно C=1.

Модель Миллса		
Собственные ошибки	k=	12
Внесенные ошибки	s=	6
Найдено рассеянных	v=	7
Найдено собственных	n=	5
Надежность	N=	5
Вероятность	C=	0,315789
		1

Задача №2

Предположим, в программе 10 собственных ошибок, внесем еще 5 случайным образом. В процессе тестирования было найдено 8 ошибки из рассеянных и 3 собственные. Найти надежность по модели Миллса.

Решение:

В программе 10 собственных ошибок: k=10,

Внесем еще 5 случайным образом: s=5,

В процессе тестирования найдено v=8 из рассеянных и n=3 собственные.

Найти надежность по модели Миллса:

$$N = \frac{s * n}{v} = \frac{5 * 3}{8} = \frac{15}{8} \approx 2.$$

По модели Миллса: $N \approx 2.$

Вероятность этого:

$$C = \begin{cases} 1, n > k \\ \dfrac{s}{s + k + 1}, n \leq k \end{cases}$$

У нас n=3, k=10, т.е. n<k, поэтому:

$C = \frac{5}{5+10+1} \approx 0{,}3125$, где C – мера доверия к модели.

Если обнаружены все рассеянные ошибки, то используем формулу:

$$C = \begin{cases} 1, n < k \\ \dfrac{\dfrac{s}{v-1}}{\left(\dfrac{s+k+1}{k+v}\right)}, n \leq k \end{cases}$$

У нас n<k, следовательно:

$$C = \frac{\frac{5!}{7! * (7-5)!}}{\frac{16!}{18! * (18! - 16!)}} = \frac{306}{42} = 7{,}286$$

Модель Миллса		
Собственные ошибки	k=	10
Внесенные ошибки	s=	5
Найдено рассеянных	v=	8
Найдено собственных	n=	3
Надежность	N=	2
		0,3125
Вероятность	C=	7,285714

Задача №3

Предположим, в программе 12 собственных ошибок, внесем еще 6 случайным образом. В процессе тестирования было найдено 7 ошибок из рассеянных и 5 собственные. Найти надежность по модели Миллса.

Решение:

В программе 12 собственных ошибок: k=12,

Внесем еще 6 случайным образом: s=6,

В процессе тестирования найдено v=6 из рассеянных и n=5 собственные.

Найти надежность по модели Миллса:

$$N = \frac{s * n}{v} = \frac{6 * 5}{7} = \frac{30}{7} \approx 5.$$

По модели Миллса: $N \approx 5.$

Вероятность этого:

$$C = \begin{cases} 1, n > k \\ \frac{s}{s + k + 1}, n \leq k \end{cases}$$

У нас n=5, k=12, т.е. n<k, поэтому:

$C = \frac{6}{6+12+1} \approx 0{,}3157$, где C – мера доверия к модели.

Если обнаружены все рассеянные ошибки, то используем формулу:

$$C = \begin{cases} 1, n < k \\ \dfrac{\frac{s}{v-1}}{\left(\frac{s+k+1}{k+v}\right)}, n \leq k \end{cases}$$

У нас n<k, следовательно:

$$C = \frac{\frac{6!}{6! * (7-6)!}}{\frac{19!}{19! * (19! - 19!)}} = \frac{1}{1} = 1$$

Модель Миллса		
Собственные ошибки	k=	12
Внесенные ошибки	s=	6
Найдено рассеянных	v=	7
Найдено собственных	n=	5
Надежность	N=	5
		0,3157
Вероятность	C=	1

Варианты заданий для самостоятельного решения

Вариант № 0

Предположим, в программе 9 собственных ошибок, внесем еще 4 случайным образом. В процессе тестирования было найдено 3 ошибок из рассеянных и 5 собственные. Найти надежность по модели Миллса.

Вариант № 1

Предположим, в программе 15 собственных ошибок, внесем еще 10 случайным образом. В процессе тестирования было найдено 8 ошибок из рассеянных и 4 собственные. Найти надежность по модели Миллса.

Вариант № 2

Предположим, в программе 14 собственных ошибок, внесем еще 6 случайным образом. В процессе тестирования было найдено 7 ошибок из рассеянных и 3 собственные. Найти надежность по модели Миллса.

Вариант № 3

Предположим, в программе 7 собственных ошибок, внесем еще 5 случайным образом. В процессе тестирования было найдено 6 ошибок из рассеянных и 2 собственные. Найти надежность по модели Миллса.

Вариант № 4

Предположим, в программе 12 собственных ошибок, внесем еще 6 случайным образом. В процессе тестирования было найдено 7 ошибок из рассеянных и 5 собственные. Найти надежность по модели Миллса.

Вариант № 5

Предположим, в программе 14 собственных ошибок, внесем еще 10 случайным образом. В процессе тестирования было найдено 9 ошибок из рассеянных и 7 собственные. Найти надежность по модели Миллса.

Вариант № 1

Предположим, в программе 13 собственных ошибок, внесем еще 6 случайным образом. В процессе тестирования было найдено 6 ошибок из рассеянных и 3 собственные. Найти надежность по модели Миллса.

Вариант № 6

Предположим, в программе 16 собственных ошибок, внесем еще 7 случайным образом. В процессе тестирования было найдено 9 ошибок из рассеянных и 4 собственные. Найти надежность по модели Миллса.

Вариант № 7

Предположим, в программе 15 собственных ошибок, внесем еще 5 случайным образом. В процессе тестирования было найдено 6 ошибок из рассеянных и 3 собственные. Найти надежность по модели Миллса.

Вариант № 8

Предположим, в программе 11 собственных ошибок, внесем еще 9 случайным образом. В процессе тестирования было найдено 7 ошибок из рассеянных и 6 собственные. Найти надежность по модели Миллса.

Вариант № 9

Предположим, в программе 17 собственных ошибок, внесем еще 7 случайным образом. В процессе тестирования было найдено 10 ошибок из рассеянных и 5 собственные. Найти надежность по модели Миллса.

ЗАДАНИЕ №6 НА ТЕМУ «РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ПО МОДЕЛИ МУСА»

Пример решения 6.1.

Задача 1.

Программа находится в процессе испытаний 15 часов. При этом было выявлено 30 ошибок. Коэффициент сжатия тестов 5. Первоначальное число ошибок в программе – 100. Заданная наработка на отказ 3. Количество операторов в программе – 1500.

$V = 10^8 K = 3 * 10^{-7}$

Таблица исходных данных:

N_0	100
τ	15
n	30
m	3
C	5
K	0
V	100000000
p	1500

Используем формулы:

$M_0 = \frac{N_0}{B}$ число возможных отказов в течении жизненного цикла ПС

$f = \frac{V}{p}$ средняя скорость исполнения программы

$B = \frac{n}{m}$ коэффициент уменьшения числа ошибок

$T_0 = \frac{1}{f*K*N_0}$ средняя наработка за отказ

$R = e^{-\frac{\tau}{T}}$ надежность по модели Мусса

Расчеты в Microsoft Excel

M_0	10
N_0	100
τ	15
n	30
m	3
C	5
K	0
V	100000000
p	1500
f	66666,6667
B	10
T_0	0,5
T	1634508,69
R	0,9999908

Надежность ПС по модели Муса R=0,9999908.

Задача 2.

Программа находится в процессе испытаний 15 часов. При этом было выявлено 40 ошибок. Коэффициент сжатия тестов 6. Первоначальное число ошибок в программе – 90. Заданная наработка на отказ 4. Количество операторов в программе – 1300.

$V = 10^8 K = 3 * 10^{-7}$

Таблица исходных данных:

N_0	90
τ	15
n	40
m	4
C	6
K	0
V	100000000
p	1300

Расчеты в Microsoft Excel

M_0	9
N_0	90
τ	15
n	40
m	4
C	6
K	0
V	100000000
p	1300
f	76923,08
B	10
T_0	0,48
T	504129259,64
R	0,9999999702

Надежность ПС по модели Муса R=0,9999999702.

Задача 3.

Программа находится в процессе испытаний 15 часов. При этом было выявлено 35 ошибок. Коэффициент сжатия тестов 6. Первоначальное число ошибок в программе – 120. Заданная наработка на отказ 4. Количество операторов в программе – 1800.

$V = 10^8 K = 3 * 10^{-7}$

Таблица исходных данных:

N_0	120
τ	15
n	35
m	6
C	4
K	0
V	1000
p	1800

Расчеты в Microsoft Excel

M_0	20,57
N_0	120
τ	15
n	35
m	6
C	4
K	0
V	1000
p	1800
f	0,56
B	5,83
T_0	30000
T	30002,92
R	0,9995001736

Надежность ПС по модели Муса R=0,9995001736.

Варианты заданий для самостоятельного решения

Вариант № 0

Программа находится в процессе испытаний 10 часов. При этом было выявлено 25 ошибок. Коэффициент сжатия тестов 6. Первоначальное число ошибок в программе – 100. Заданная наработка на отказ 4. Количество операторов в программе – 1500. Рассчитать надежность программного средства.

$$V = 10^8 K = 3 * 10^{-7}$$

Вариант № 1

Программа находится в процессе испытаний 14 часов. При этом было выявлено 30 ошибок. Коэффициент сжатия тестов 6. Первоначальное число ошибок в программе – 80. Заданная наработка на отказ 4. Количество операторов в программе – 1300. Рассчитать надежность программного средства.

$$V = 10^8 K = 3 * 10^{-7}$$

Вариант № 2

Программа находится в процессе испытаний 11 часов. При этом было выявлено 35 ошибок. Коэффициент сжатия тестов 6. Первоначальное число ошибок в программе – 90. Заданная наработка на отказ 4. Количество операторов в программе – 1700. Рассчитать надежность программного средства.

$$V = 10^8 K = 3 * 10^{-7}$$

Вариант № 3

Программа находится в процессе испытаний 16 часов. При этом было выявлено 40 ошибок. Коэффициент сжатия тестов 6. Первоначальное число ошибок в программе – 70. Заданная наработка на отказ 4. Количество операторов в программе – 1400. Рассчитать надежность программного средства.

$$V = 10^8 K = 3 * 10^{-7}$$

Вариант № 4

Программа находится в процессе испытаний 17 часов. При этом было выявлено 37 ошибок. Коэффициент сжатия тестов 6. Первоначальное число ошибок в программе – 85. Заданная наработка на отказ 4. Количество операторов в программе – 1700. Рассчитать надежность программного средства.

$$V = 10^8 K = 3 * 10^{-7}$$

Вариант № 5

Программа находится в процессе испытаний 10 часов. При этом было выявлено 45 ошибок. Коэффициент сжатия тестов 6. Первоначальное число ошибок в программе – 110. Заданная наработка на отказ 4. Количество операторов в программе – 1800. Рассчитать надежность программного средства.

$$V = 10^8 K = 3 * 10^{-7}$$

Вариант № 6

Программа находится в процессе испытаний 11 часов. При этом было выявлено 31 ошибок. Коэффициент сжатия тестов 6. Первоначальное число ошибок в программе – 90. Заданная наработка на отказ 4. Количество операторов в программе – 1400. Рассчитать надежность программного средства.

$$V = 10^8 K = 3 * 10^{-7}$$

Вариант № 7

Программа находится в процессе испытаний 19 часов. При этом было выявлено 45 ошибок. Коэффициент сжатия тестов 6. Первоначальное число ошибок в программе – 120. Заданная наработка на отказ 4. Количество операторов в программе – 1900. Рассчитать надежность программного средства.

$$V = 10^8 K = 3 * 10^{-7}$$

Вариант № 8

Программа находится в процессе испытаний 13 часов. При этом было выявлено 28 ошибок. Коэффициент сжатия тестов 6. Первоначальное число ошибок в программе – 95. Заданная наработка на отказ 4. Количество операторов в программе – 1300. Рассчитать надежность программного средства.

$$V = 10^8 K = 3 * 10^{-7}$$

Вариант № 9

Программа находится в процессе испытаний 16 часов. При этом было выявлено 29 ошибок. Коэффициент сжатия тестов 6. Первоначальное число ошибок в программе – 70. Заданная наработка на отказ 4. Количество операторов в программе – 1500. Рассчитать надежность программного средства.

$$V = 10^8 K = 3 * 10^{-7}$$

ЗАДАНИЯ №7 НА ТЕМУ «МОДЕЛЬ КОРКОРЕНА»

Пример решения 7.1.

Задача 1.

Оттестировать и оценить надежность по модели Коркорена. Было проведено 100 испытаний программы. 20 из 100 испытаний прошли безуспешно, а в остальных случаях получились следующие данные:

Тип ошибки	Вероятность появления	Кол-во
1) Ошибки вычисления	0,09	5
2) Логические ошибки	0,26	25
3) Ошибки ввода-вывода	0,16	3
4) Ошибки манипулирования данными	0,18	-
5) Ошибки сопряжения	0,17	11
6) Ошибки определения данных	0,08	3
7) Ошибки в БД	0,06	4

$$R = \frac{N_0}{N} + \sum_{i=1}^{k} \frac{Y_i * (N_i - 1)}{N}$$

Вероятность	Кол-во	R	Удачн	Всего
0,09	5	0,0036	80	100
0,26	25	0,0672		
0,16	3	0,0032		
0,18	0	-0,0018		
0,17	11	0,017		
0,08	3	0,0016		
0,06	4	0,0018		
		Сумма		
		R=	0,82926	

Задача 2.

Оттестировать и оценить надежность по модели Коркорена. Было проведено 100 испытаний программы. 20 из 100 испытаний прошли безуспешно, а в остальных случаях получились следующие данные:

Тип ошибки	Вероятность появления	Кол-во
1) Ошибки вычисления	0,26	5
2) Логические ошибки	0,9	-
3) Ошибки ввода-вывода	0,8	4
4) Ошибки манипулирования данными	0,2	25
5) Ошибки сопряжения	0,17	11
6) Ошибки определения данных	0,08	3
7) Ошибки в БД	0,16	3

$$R = \frac{N_0}{N} + \sum_{i=1}^{k} \frac{Y_i * (N_i - 1)}{N}$$

Вероятность	Кол-во	R	Удачн	Всего
0,26	5	0,0104	80	100
0,9	0	-0,009		
0,8	4	0,024		
0,2	25	0,048		
0,17	11	0,017		
0,08	3	0,0016		
0,06	3	0,0032		
		Сумма		
		R=	0,8952	

Варианты заданий для самостоятельного решения

Вариант № 0

Оттестировать и оценить надежность по модели Коркорена. Было проведено 100 испытаний программы. 20 из 100 испытаний прошли безуспешно, а в остальных случаях получились следующие данные:

Тип ошибки	Вероятность появления	Кол-во
1) Ошибки вычисления	0,06	5
2) Логические ошибки	0,17	13
3) Ошибки ввода-вывода	0,18	4
4) Ошибки манипулирования данными	0,16	15

5) Ошибки сопряжения	0,26	10
6) Ошибки определения данных	0,09	4
7) Ошибки в БД	0,08	3

Вариант № 1

Оттестировать и оценить надежность по модели Коркорена. Было проведено 100 испытаний программы. 20 из 100 испытаний прошли безуспешно, а в остальных случаях получились следующие данные:

Тип ошибки	Вероятность появления	Кол-во
1) Ошибки вычисления	0,22	15
2) Логические ошибки	0,09	1
3) Ошибки ввода-вывода	0,08	4
4) Ошибки манипулирования данными	0,2	12
5) Ошибки сопряжения	0,15	11
6) Ошибки определения данных	0,1	9
7) Ошибки в БД	0,16	12

Вариант № 2

Оттестировать и оценить надежность по модели Коркорена. Было проведено 100 испытаний программы. 20 из 100 испытаний прошли безуспешно, а в остальных случаях получились следующие данные:

Тип ошибки	Вероятность появления	Кол-во
1) Ошибки вычисления	0,2	15
2) Логические ошибки	0,13	9
3) Ошибки ввода-вывода	0,1	8
4) Ошибки манипулирования данными	0,18	13
5) Ошибки сопряжения	0,16	11
6) Ошибки определения данных	0,08	3

7) Ошибки в БД	0,15	10

Вариант № 3

Оттестировать и оценить надежность по модели Коркорена. Было проведено 100 испытаний программы. 20 из 100 испытаний прошли безуспешно, а в остальных случаях получились следующие данные:

Тип ошибки	Вероятность появления	Кол-во
1) Ошибки вычисления	0,21	25
2) Логические ошибки	0,09	1
3) Ошибки ввода-вывода	0,08	3
4) Ошибки манипулирования данными	0,2	20
5) Ошибки сопряжения	0,18	15
6) Ошибки определения данных	0,07	1
7) Ошибки в БД	0,17	14

Вариант № 4

Оттестировать и оценить надежность по модели Коркорена. Было проведено 100 испытаний программы. 20 из 100 испытаний прошли безуспешно, а в остальных случаях получились следующие данные:

Тип ошибки	Вероятность появления	Кол-во
1) Ошибки вычисления	0,19	20
2) Логические ошибки	0,07	-
3) Ошибки ввода-вывода	0,08	3
4) Ошибки манипулирования данными	0,2	23
5) Ошибки сопряжения	0,17	15
6) Ошибки определения данных	0,13	10
7) Ошибки в БД	0,16	12

Вариант № 5

Оттестировать и оценить надежность по модели Коркорена. Было проведено 100 испытаний программы. 20 из 100 испытаний прошли безуспешно, а в остальных случаях получились следующие данные:

Тип ошибки	Вероятность появления	Кол-во
1) Ошибки вычисления	0,09	5
2) Логические ошибки	0,1	8
3) Ошибки ввода-вывода	0,24	20
4) Ошибки манипулирования данными	0,2	18
5) Ошибки сопряжения	0,14	13
6) Ошибки определения данных	0,11	9
7) Ошибки в БД	0,12	10

Вариант № 6

Оттестировать и оценить надежность по модели Коркорена. Было проведено 100 испытаний программы. 20 из 100 испытаний прошли безуспешно, а в остальных случаях получились следующие данные:

Тип ошибки	Вероятность появления	Кол-во
1) Ошибки вычисления	0,22	24
2) Логические ошибки	0,09	2
3) Ошибки ввода-вывода	0,1	9
4) Ошибки манипулирования данными	0,21	20
5) Ошибки сопряжения	0,15	11
6) Ошибки определения данных	0,07	-
7) Ошибки в БД	0,16	15

Вариант № 7

Оттестировать и оценить надежность по модели Коркорена. Было проведено 100 испытаний программы. 20 из 100 испытаний прошли безуспешно, а в остальных случаях получились следующие данные:

Тип ошибки	Вероятность появления	Кол-во
1) Ошибки вычисления	0,06	-
2) Логические ошибки	0,09	4
3) Ошибки ввода-вывода	0,08	2
4) Ошибки манипулирования данными	0,24	25
5) Ошибки сопряжения	0,18	17
6) Ошибки определения данных	0,19	20
7) Ошибки в БД	0,16	13

Вариант № 8

Оттестировать и оценить надежность по модели Коркорена. Было проведено 100 испытаний программы. 20 из 100 испытаний прошли безуспешно, а в остальных случаях получились следующие данные:

Тип ошибки	Вероятность появления	Кол-во
1) Ошибки вычисления	0,16	15
2) Логические ошибки	0,19	20
3) Ошибки ввода-вывода	0,08	-
4) Ошибки манипулирования данными	0,15	10
5) Ошибки сопряжения	0,17	18
6) Ошибки определения данных	0,09	3
7) Ошибки в БД	0,16	3

Вариант № 9

Оттестировать и оценить надежность по модели Коркорена. Было проведено 100 испытаний программы. 20 из 100 испытаний прошли безуспешно, а в остальных случаях получились следующие данные:

Тип ошибки	Вероятность появления	Кол-во
1) Ошибки вычисления	0,07	4

2) Логические ошибки	0,24	20
3) Ошибки ввода-вывода	0,08	5
4) Ошибки манипулирования данными	0,2	15
5) Ошибки сопряжения	0,19	15
6) Ошибки определения данных	0,05	-
7) Ошибки в БД	0,17	10

Задание №8 на тему «Показатели корректности тестирования структуры программных модулей»

Затраты в значительной степени зависят от суммарной сложности тестов, проверяющих маршруты использования программ. На каждой дуге графа программы между условными переходами проводится вычисления и преобразования переменных, объем которых может измеряться в широких пределах. Для упрощения анализа тестирования структуры программы предположим, что длительность и сложность вычислений на дугах графа программы одинакова и невелика. Некоторые вершины графа программы могут образовываться в результате схождения дуг без последующего ветвления. Такие вершины не влияют на число маршрутов, их можно обобщать при анализе с ближайшей последующей вершиной, в которой происходит ветвление. При этих предположениях, сложность тестов, проверяющих каждый **i-ый** маршрут пропорционально числу дуг графов, входящих в маршрут или числу **ξ_i**, которое необходимо задать в тесте. Каждое условие определяет выбор **j-ой** дуги в графе программы очередной вершины i и, следовательно, включение **j-ой** дуги в **i-ый** маршрут, ведущий из начальной вершины в конечную.

$$\xi_i = \sum_{\forall j} V_{ij}$$

, где

$$V_{ij} = \begin{cases} 1, \text{если } j - \text{вершина графа, входящая в } i - \text{ый маршрут} \\ 0 - \text{во всех остальных случаях} \end{cases}$$

Полную сложность тестов для проверки программы в последующем принимают равной сумме сложностей **ξ_i**, использованных для проверки каждого i-того маршрута.

$$\xi_\chi = \sum_{i=1}^{\mu_\chi} \xi_i$$, где суммирование ведется по μ^{χ} маршруту, выделяемому по одному из приведенных χ критериев.

Качество проведенного тестирования и достигнутая корректность могут определяться возможностью при реальном функционировании получить искаженные результаты. В маршрутах исполняемой программы, содержащей участки, непроверенные тестированием, наиболее возможно искажение результатов из-за невыявленных ошибок.

Предположим, что до тестирования вероятность ошибки в **j-ой** дуге графа программы, входящей в **i-ый** маршрут – $\mathbf{q_{ij}}$. При этом пусть вероятность ошибки в дуге не зависит от ошибок остальных дуг программы, т.е. результаты вычислений либо полностью использованы на этой дуге, либо являются итогом программы в целом. Тогда вероятность получения правильного результата на конкретном **i-ом** маршруте:

$$p_i = \prod_{j \in i} (1 - q_{ij})$$

В реальных условиях конкретного исполнения программы происходит по одному из всех возможных μ_χ маршрутов.

Выбор маршрута определяется обработанными данными, которые влияют на направление ветвления вершины графа программы.

Реализация каждой **j-ой** дуги **i-ого** маршрута исполняемой программы зависит от вероятности π_{ij} выбора этой дуги при предшествующем анализе условий ветвления. Вероятность реализации маршрута:

$$\pi_i = \prod_{j \in i} \pi_{ij}$$

В результате вероятность отсутствия проявления ошибки при реальном исполнении программы определяется произведени- ем вероятностей выбора соответствующих дуг и вероятности правильности этих дуг.

$$p_i = \prod_{j \in i} \pi_{ij}(1 - q_{ij}) = \pi_i \prod_{j \in i}(1 - q_{ij})$$

Предположим, что правильность выполнения маршрута не зависит от предшествующего исполнения программы и равна p_i. Тогда полная вероятность правильного функционирования программы при произвольных исходных данных определяется вероятностью выбора различных маршрутов и корректностью их исполнения. Показатель корректности программы по результатам тестирования ее структуры:

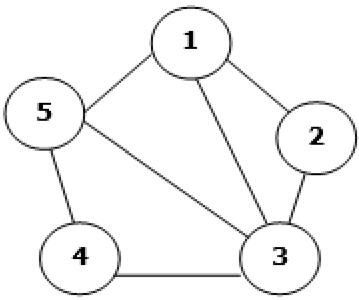
$$p = \sum_{i=1}^{\mu_\chi} p_i = \sum_{i=1}^{\mu_\chi} \pi_i \prod_{j \in i}(1 - q_{ij})$$

Следовательно, вероятность проявления ошибки:

$$Q = 1 - p = 1 - \sum_{i=1}^{\mu_\chi} \pi_i \prod_{j \in i}(1 - q_{ij})$$

Пример решения 8.1.

Задача 1:



Дан граф. Ниже отмечены его маршруты и вероятности выбора j-го маршрута при предшествующем анализе условий.

Маршруты:

1. (1, 2, 3)
2. (1, 2, 3, 5)

3. (1, 2, 3, 4, 5)

4. (1, 3, 5)
5. (1, 3, 4, 5)

Требуется вычислить показатель корректности P тестирования программы, оценить вероятность Q определения ошибки.

Решение.

Составим матрицу V, где столбцы – маршруты (от 1 до 5), а строки – вершины графа. Единицы означают, что маршрут проходит через вершину.

$$\|v_{ij}\| = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычислим сложность тестов программы для каждого маршрута.

$$\xi_i = \sum_{j=1}^{5} v_{ij}$$

$$\xi_1 = 3;\ \xi_2 = 4;\ \xi_3 = 5;\ \xi_4 = 3;\ \xi_5 = 4$$

Вычислим полную сложность тестов каждой программы.

$$\xi = \sum^{5} \xi_i = 3 + 4 + 5 + 3 + 4 = 19$$

Предположим, что программа до этого тестировалась.

Пусть π_{ij} – вероятность выбора i-й дуги j-го маршрута при предшествующем тестировании.

$$\|\pi_{ij}\| = \begin{pmatrix} 0{,}67 & 0{,}89 & 0{,}71 & 0{,}82 & 0{,}65 \\ 0{,}86 & 0{,}66 & 0{,}69 & 0{,}91 & 0{,}67 \\ 0{,}72 & 0{,}79 & 0{,}87 & 0{,}77 & 0{,}65 \\ 0{,}84 & 0{,}81 & 0{,}68 & 0{,}64 & 0{,}71 \\ 0{,}73 & 0{,}65 & 0{,}88 & 0{,}72 & 0{,}63 \end{pmatrix}$$

Вычислим π_i для каждого маршрута.

$$\pi_i = \prod_{j=1}^{5} \pi_{ij}$$

$$\pi_1 = 0{,}67 \cdot 0{,}86 \cdot 0{,}72 \cdot 0{,}84 \cdot 0{,}73 = 0{,}2543946048$$

$$\pi_2 = 0{,}89 \cdot 0{,}66 \cdot 0{,}79 \cdot 0{,}81 \cdot 0{,}65 = 0{,}244320219$$

$$\pi_3 = 0{,}71 \cdot 0{,}69 \cdot 0{,}87 \cdot 0{,}68 \cdot 0{,}88 = 0{,}2550458592$$
$$\pi_4 = 0{,}82 \cdot 0{,}91 \cdot 0{,}77 \cdot 0{,}64 \cdot 0{,}72 = 0{,}2647636992$$
$$\pi_5 = 0{,}65 \cdot 0{,}67 \cdot 0{,}65 \cdot 0{,}71 \cdot 0{,}63 = 0{,}1266194475$$

Исходя из предыдущего опыта q_{ij}– вероятность ошибки в i-ой дуге j-го маршрута.

$$\|q_{ij}\| = \begin{pmatrix} 0{,}06 & 0{,}05 & 0{,}04 & 0{,}05 & 0{,}05 \\ 0{,}06 & 0{,}06 & 0{,}09 & 0{,}01 & 0{,}09 \\ 0{,}02 & 0{,}09 & 0{,}07 & 0{,}07 & 0{,}05 \\ 0{,}04 & 0{,}01 & 0{,}08 & 0{,}04 & 0{,}09 \\ 0{,}03 & 0{,}05 & 0{,}08 & 0{,}02 & 0{,}03 \end{pmatrix}$$

Вычислим вероятности правильного результата P_i в i-ом маршруте.

$$P_i = \prod_{j=1}^{5}(1 - q_{ij})$$
$$P_1 = 0{,}94 \cdot 0{,}94 \cdot 0{,}98 \cdot 0{,}96 \cdot 0{,}97 = 0{,}80635$$
$$P_2 = 0{,}95 \cdot 0{,}94 \cdot 0{,}91 \cdot 0{,}99 \cdot 0{,}95 = 0{,}76428$$
$$P_3 = 0{,}96 \cdot 0{,}91 \cdot 0{,}93 \cdot 0{,}92 \cdot 0{,}92 = 0{,}68766$$
$$P_4 = 0{,}95 \cdot 0{,}99 \cdot 0{,}93 \cdot 0{,}96 \cdot 0{,}98 = 0{,}82289$$
$$P_5 = 0{,}95 \cdot 0{,}91 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}91 \cdot 0{,}97 = 0{,}72494$$

Вычислим вероятность отсутствия появления j-ой ошибки на i-ом маршруте $\overline{P_i}$.

$$\overline{P_i} = \pi_i \cdot P_i$$
$$\overline{P_1} = 0{,}25440 \cdot 0{,}80635 = 0{,}20514$$
$$\overline{P_2} = 0{,}24432 \cdot 0{,}76428 = 0{,}18763$$
$$\overline{P_3} = 0{,}25504 \cdot 0{,}68766 = 0{,}17538$$
$$\overline{P_4} = 0{,}26476 \cdot 0{,}82289 = 0{,}21787$$
$$\overline{P_5} = 0{,}12662 \cdot 0{,}72494 = 0{,}09180$$

Вычислим показатель корректности программы P.

$$P = \sum_{i=1}^{5} \overline{P_i} = 0{,}20514 + 0{,}18763 + 0{,}17538 + 0{,}21787 + 0{,}09180$$

Вычислим интегральный показатель вероятности определения ошибки Q.

$$Q = 1 - P = 0{,}12218$$

Задача 2.

$$\xi_i = \sum_{\forall j} V_{ij}$$

, где

$$V_{ij} = \begin{cases} 1, если \;\; j - вершина\ графа,\ входящая\ в\ i - ый\ маршрут \\ 0 - во\ всех\ остальных\ случаях \end{cases}$$

Полную сложность тестов для проверки программы в последующем принимают равной сумме сложностей **ξ_i**, использованных для проверки каждого i-того маршрута.

$$\xi_\chi = \sum_{i=1}^{\mu_\chi} \xi_i$$

, где суммирование ведется по μ_χ маршруту, выделяемому по одному из приведенных χ критериев.

Качество проведенного тестирования и достигнутая корректность могут определяться возможностью при реальном функционировании получить искаженные результаты. В маршрутах исполняемой программы, содержащей участки, непроверенные тестированием, наиболее возможно искажение результатов из-за невыявленных ошибок.

Предположим, что до тестирования вероятность ошибки в **j-ой** дуге графа программы, входящей в **i-ый** маршрут – **q_{ij}**. При этом пусть вероятность ошибки в дуге не зависит от ошибок остальных дуг программы, т.е. результаты вычислений либо полностью использованы на этой дуге, либо являются итогом программы в целом. Тогда вероятность получения правильного результата на конкретном **i-ом** маршруте:

$$p_i = \prod_{j \in i} (1 - q_{ij})$$

В реальных условиях конкретного исполнения программы происходит по одному из всех возможных μ_χ маршрутов.

Выбор маршрута определяется обработанными данными, которые влияют на направление ветвления вершины графа программы.

Реализация каждой **j-ой** дуги **i-ого** маршрута исполняемой программы зависит от вероятности π_{ij} выбора этой дуги при предшествующем анализе условий ветвления. Вероятность реализации маршрута:

$$\pi_i = \prod_{j \in i} \pi_{ij}$$

В результате вероятность отсутствия проявления ошибки при реальном исполнении программы определяется произведением вероятностей выбора соответствующих дуг и вероятности правильности этих дуг.

$$p_i = \prod_{j \in i} \pi_{ij}(1 - q_{ij}) = \pi_i \prod_{j \in i}(1 - q_{ij})$$

Предположим, что правильность выполнения маршрута не зависит от предшествующего исполнения программы и равна p_i. Тогда полная вероятность правильного функционирования программы при произвольных исходных данных определяется вероятностью выбора различных маршрутов и корректностью их исполнения. Показатель корректности программы по результатам тестирования ее структуры:

$$p = \sum_{i=1}^{\mu_\chi} p_i = \sum_{i=1}^{\mu_\chi} \pi_i \prod_{j \in i}(1 - q_{ij})$$

Следовательно, вероятность проявления ошибки:

$$Q = 1 - p = 1 - \sum_{i=1}^{\mu_\chi} \pi_i \prod_{j \in i}(1 - q_{ij})$$

i/j	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	1	1	1	1	1
2	1	1	0	0	1
3	0	1	1	1	1
4	1	1	0	1	1
5	1	0	0	0	1

p_{ij}					

	0,57357	0,246234	0,643344	0,644334	0,643455
	0,34557	0,2363663	0,634223	0,643467	0,763246
	0,34634	0,2356325	0,235355	0,845456	0,243664
	.743337	0,643333	0,8765445	0,234444	0,234466
	.976555	0,463446	0,346434	0,436346	0,246346
q_{ij}					
	0,234524	0,3463464	0,3453454	0,345345	0,2343434
	0,234635	0,2343464	0,4543545	0,345345	0,5234234
	0,234635	0,2436346	0,435454	0,734554	0,6456343
	0,234646	0,4534535	0,3453455	0,945635	0,3245635
	0,234635	0,4534535	0,3454545	0,234343	0,34634
1-q_{ij}					
	0,7654765	0,653654	0,6546546	0,654655	0,765657
	0,7653654	0,765654	0,5456455	0,6546546	0,476577
	0,7653654	0,756365	0,564546	0,265446	0,354366
	0,765354	0,546547	0,6546546	0,054365	0,675437
	0,7653654	0,546547	0,6545455	0,7656566	0,65366

p_i	**P_i**	**P**	**Q**
0,16418681	1,28E-06	0,441776	0,558224
0,09976005	0,000391		
0,03074169	0,009794		
0,01005555	0,005413		
0,13703193	3,14E-06		

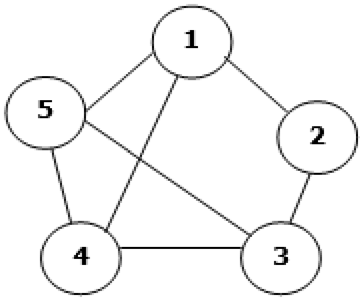
Варианты заданий для самостоятельного решения

Вариант № 0

Дан граф. Вероятности выбора j-го маршрута при предшествующем анализе условий взять из примера решения задачи.

Требуется:

- Составить маршруты использования программ при тестировании;
- Вычислить показатель корректности P тестирования программы, оценить вероятность Q определения ошибки.

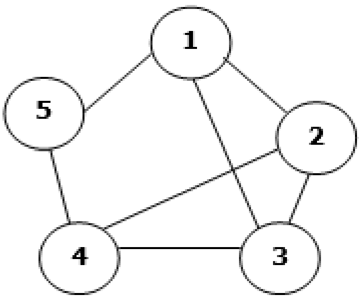


Вариант № 1

Дан граф. Вероятности выбора j-го маршрута при предшествующем анализе условий взять из примера решения задачи.

Требуется:

- Составить маршруты использования программ при тестировании;
- Вычислить показатель корректности P тестирования программы, оценить вероятность Q определения ошибки.

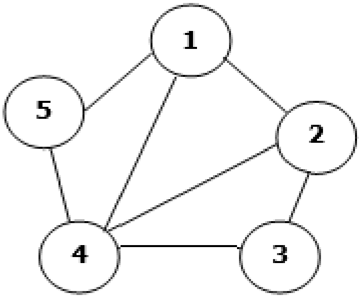


Вариант № 2

Дан граф. Вероятности выбора j-го маршрута при предшествующем анализе условий взять из примера решения задачи.

Требуется:

– Составить маршруты использования программ при тестировании;
– Вычислить показатель корректности P тестирования программы, оценить вероятность Q определения ошибки.

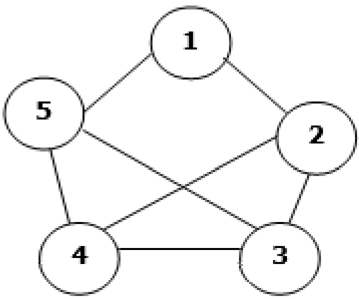


Вариант № 3

Дан граф. Вероятности выбора j-го маршрута при предшествующем анализе условий взять из примера решения задачи.

Требуется:

– Составить маршруты использования программ при тестировании;
– Вычислить показатель корректности P тестирования программы, оценить вероятность Q определения ошибки.

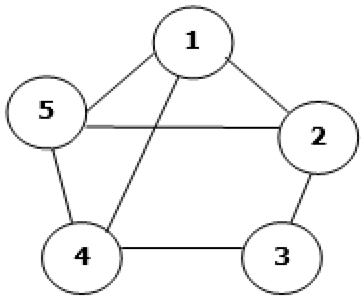


Вариант № 4

Дан граф. Вероятности выбора j-го маршрута при предшествующем анализе условий взять из примера решения задачи.

Требуется:

– Составить маршруты использования программ при тестировании;
– Вычислить показатель корректности P тестирования программы, оценить вероятность Q определения ошибки.

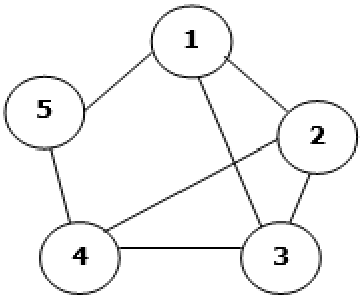


Вариант № 5

Дан граф. Вероятности выбора j-го маршрута при предшествующем анализе условий взять из примера решения задачи.

Требуется:

– Составить маршруты использования программ при тестировании;
– Вычислить показатель корректности P тестирования программы, оценить вероятность Q определения ошибки.

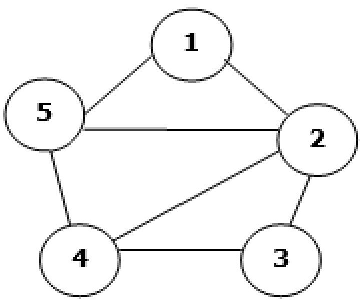


Вариант № 6

Дан граф. Вероятности выбора j-го маршрута при предшествующем анализе условий взять из примера решения задачи.

Требуется:

- Составить маршруты использования программ при тестировании;
- Вычислить показатель корректности P тестирования программы, оценить вероятность Q определения ошибки.



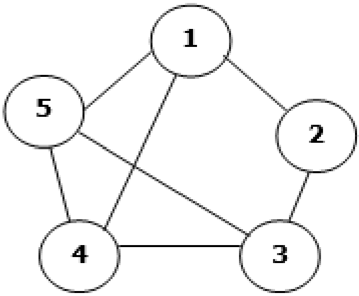
Вариант № 7

Дан граф. Вероятности выбора j-го маршрута при предшествующем анализе условий взять из примера решения задачи.

Требуется:

- Составить маршруты использования программ при тестировании;
- Вычислить показатель корректности P тестирования программы, оценить вероятность Q определения

ошибки.

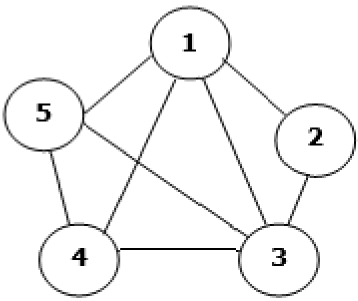


Вариант № 8

Дан граф. Вероятности выбора j-го маршрута при предшествующем анализе условий взять из примера решения задачи.

Требуется:

- Составить маршруты использования программ при тестировании;
- Вычислить показатель корректности P тестирования программы, оценить вероятность Q определения ошибки.

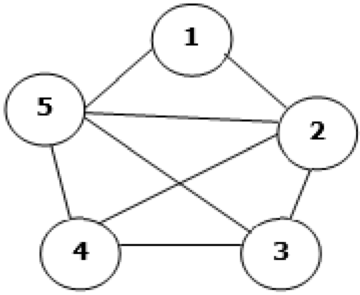


Вариант № 9

Дан граф. Вероятности выбора j-го маршрута при предшествующем анализе условий взять из примера решения задачи.

Требуется:

- Составить маршруты использования программ при тестировании;
- Вычислить показатель корректности P тестирования программы, оценить вероятность Q определения ошибки.



ЗАДАНИЕ №9 НА ТЕМУ «ОЦЕНКА КАЧЕСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПС»

Пример решения 9.1.

Установка показателей качества программного средства.

Методика оценки:

1. Выбираем показатель качества.
2. Устанавливаем веса показателей.
3. Устанавливаем числовую оценку.
4. Определяем качество ПС.
5. Определить среднее значение оценки ПС.

Определение показателя качества процессора персонального компьютера:

Показатель качества (К)	Сущность	Экспертная оценка (W_i)	Оценка R_i)
Надежность работы	Стабильность работы устройства	0,09	1
Скорость вычислений	Скорость проводимых вычислений	0,08	0,9
Помехоустойчивость	Устойчивость к окружающей среде	0,11	0,75
Частота работы	Частота в Герцах	0,12	0,9
Теплоизоляция	Подверженность нагреву во время работы	0,05	0,8
Защита от сбоя в вычислении	Защита от ошибочного программного кода	0,15	1
Скорость кэширования данных	Скорость копирования в КЭШ память	0,07	0,85

Функциональность	Виды проводимых вычислений	0,13	1
Шумоизоляция	Создаваемые при работе шумы	0,089	0,6
Точность	Количество знаков при вычислении	0,111	1
	Сумма	1	

Установление веса показателей K_i:

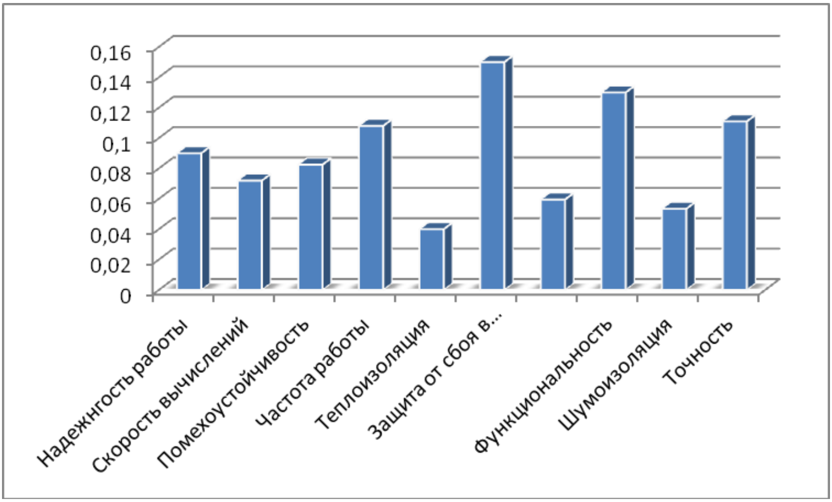
$$K_i = W_i * R$$

К1	0,09
К2	0,072
К3	0,0825
К4	0,108
К5	0,04
К6	0,15
К7	0,0595
К8	0,13
К9	0,0534
К10	0,111

Определяем качество ПС:

$$\text{ПС} = \frac{\sum W_i * R_i}{\text{общее\_количество\_показателей}}$$

$$\text{ПС} = 0,08964$$



Можно сделать вывод, что мы имеем ПС с высокой частотой работы, функциональность, точностью и защищенностью вычислений, но с низкой теплоизоляцией и кэшированием данных.

Пример решения 9.2.

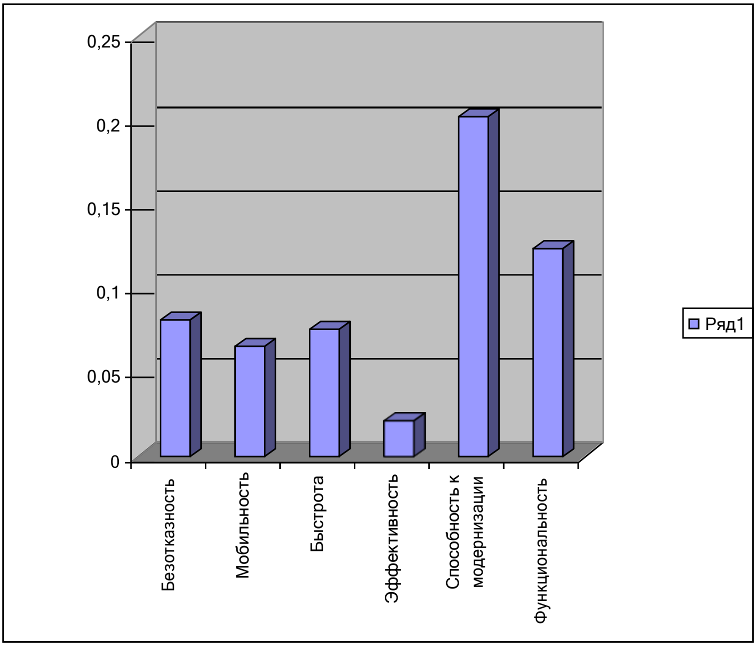
Показатель качества (Ki)	Сущность	Экспериментальная оценка(Wi)	Оценка установленная экспериментом
Безотказность	Насколько стабильно работает устройство	0,14	0,58
Мобильность	Возможность сохранения и эффективного использования эксплуатируемых ПО	0,21	0,31
Быстрота	Скорость работы устройства	0,11	0,69
Эффективность	Качественность выполнения программ	0,09	0,23

Способность к модернизации	четкость структурного построения и структура межмодульных связей	0,25	0,81
Функциональность	Все ли функции выполняет	0,2	0,62

Качество показателя = $w_i * r_i$,

$$ПК = \frac{\sum w_i * r_i}{общееколво\ показателей}$$

K1=	0,0938
K2=	0,0242
K3=	0,0649
K4=	0,9
K5=	0,1274
K6=	0,124
Средний показателькачества=	
0,0949	



Вывод: исследуя ПС можно сказать, что оно достаточно функциональное и способное к модернизации. Но обладает недостаточной эффективностью.

Помимо описанных выше методов могут быть использованы:

Модель Джелинского-Моранды. Модель Джелинского-Моранды относится к динамическим моделям непрерывного времени. Исходные данные для использования этой модели собираются в процессе тестирования ПС. При этом фиксируется время до очередного отказа. Основное положение, на котором базируется модель, заключается в том, что значение интервалов времени тестирования между обнаружением двух ошибок имеет экспоненциальное распределение с частотой ошибок (или интенсивностью отказов), пропорциональной числу еще не выявленных ошибок. Каждая обнаруженная ошибка устраняется, число оставшихся ошибок уменьшается на единицу.

Функция плотности распределения времени обнаружения i-ой ошибки, отсчитываемого от момента выявления 1-ой ошибки, имеет вид:

$$P(t_i) = \lambda_i e^{-\lambda_i t_i}$$ (1), где λ_i - частота отказов (интенсивность отказов), которая пропорциональна числу еще не выявленных ошибок в программе.

$$\lambda_i = C(N - i + 1)$$ (2), где N – число ошибок, первоначально присутствующих в программе; C – коэффициент пропорциональности.

Наиболее вероятные значения величин Ń и Ć (оценка максимального правдоподобия) можно определить на основе данных, полученных при тестировании. Для этого фиксируют время выполнения программы до очередного отказа $t_1, t_2, \dots, t_k$.

Значения Ń и Ć предлагается получить, решив систему уравнений:

$$\sum_{i=1}^{k} (\acute{N} - i + 1)^{-1} = \frac{K}{\acute{N} + 1 - QK}, \quad (3) \qquad \acute{C} = \frac{K/A}{\acute{N} + 1 - QK},$$

где

$$Q = \frac{B}{AK}; A = \sum_{i=1}^{k} t_i; B = \sum_{i=1}^{k} i \cdot t_i.$$

Поскольку полученные значения Ń и Ć – вероятностные и точность их зависит от количества интервалов тестирования (или количества ошибок), найденных к моменту оценки надежности, асимптотические оценки дисперсий авторы предлагают определить с помощью следующих формул:

$$Var(\acute{N}) = \frac{K}{C^2 D}$$

$$Var(\acute{C}) = \frac{S}{D}$$

где

$$D = \frac{KS}{C^2} - A^2 \text{ и } S = \sum_{i=1}^{k}(N - i + 1)^2.$$

Чтобы получить числовые значения λ_i, нужно подставить вместо N и C их возможные значения Ń и Ć. Рассчитать К значений по формуле (2) и подставив их в формулу (1), можно определить вероятность безотказной работы на различных временных интервалах. На основе полученных расчетных данных строится график зависимости вероятности безотказной работы от времени.

Модель Шика-Волвертона. Модификация модели Джелинского-Моранды для случая возникновения на рассматриваемом интервале более одной ошибки предложена Волвертоном и Шиком. При этом считается, что исправление ошибок производится лишь после истечения интервале времени, на котором они возникли. В основе модели Шика-Волвертона лежит предположение, согласно которому частота ошибок пропорциональна не только количеству ошибок в программах, но и времени тестирования, т.е. вероятность обнаружения ошибок с течением времени возрастает. Частота ошибок (интенсивность обнаружения ошибок) λ_i предполагается постоянной в течении интервала времени t_i и пропорциональна числу ошибок, оставшихся в программе по истечении (i-1) –го интервала, но она пропорциональна также и суммарному времени, уже затраченному на тестирование (включая среднее время выполнения программы в текущем интервале):

$$\lambda_i = C(N - n_{i-1})\left(T_{i-1} + \frac{t_i}{2}\right).$$

В данной модели наблюдаемым событием является число ошибок, обнаруживаемых в заданном интервале, а не время ожидания каждой ошибки, как это было для модели Джелинского-Моранды. В связи с этим модель относят к группе дискретных динамических моделей, а уравнения для определения Ń и Ć имеют несколько иной вид:

$$\acute{C} = \frac{K/A}{\acute{N} + 1 - QK},$$

$$\frac{K}{\acute{N} + 1 - KQ} = \sum_{i=1}^{M} \frac{M}{N - n_{j-1}}, \qquad (4)$$

Где

$$A = \sum_{i=1}^{M} t_i \left(T_{i-1} + \frac{t_i}{2}\right);$$

$$B = \sum_{i=1}^{M} (Q_{i-1} + 1)\left(T_{i-1} + \frac{t_i}{2}\right);$$

t_i − продолжительность временного интервала, в котором наблюдается M_i ошибок;

T_{i-1} − время, накопленное за (i-1) интервалов:

$$T_{i-1} = \sum_{j=1}^{i=1} t_j, T_0 = 0;$$

n_{j-1} − суммарное число ошибок, обнаруженных за период от первого до (i-1)-го интервала времени включительно:

$$n_1 = \sum_{j=1}^{i=1} M_i, n_0 = 0;$$

M − общее число временных интервалов;

$K = \sum_{i=1}^{M} M_i = n_m$ − суммарное число обнаруженных ошибок.

При М = 1 уравнения (4) приобретает вид уравнений (3), $M = K, n_{j-1} = i - 1$.

Таким образом, модель Джелинского-Моранды является частным случаем модели Шика-Волвертона для случая, когда при тестировании фиксируется время от появления очередной ошибки.

Варианты заданий для самостоятельного решения

Определить качество программного средства в соответствии с данными из таблицы. Понятие сущности показателя смотреть в примерах решения задачи. Построить диаграмму и сделать вывод по результатам оценки.

Вариант № 0

Показатель качества (Ki)	Экспериментальная оценка(Wi)	Оценка установленная экспериментом
Безотказность	0,17	0,48
Мобильность	0,25	0,35
Быстрота	0,18	0,59
Эффективность	0,19	0,26
Способность к модернизации	0,35	0,51
Функциональность	0,23	0,42

Вариант № 1

Показатель качества (Ki)	Экспериментальная оценка(Wi)	Оценка установленная экспериментом
Безотказность	0,24	0,55
Мобильность	0,19	0,28
Быстрота	0,15	0,49
Эффективность	0,1	0,23
Способность к модернизации	0,35	0,51
Функциональность	0,12	0,36

Вариант № 2

Показатель качества (Ki)	Экспериментальная оценка(Wi)	Оценка установленная экспериментом

Безотказность	0,34	0,6
Мобильность	0,31	039
Быстрота	0,2	0,51
Эффективность	0,15	0,3
Способность к модернизации	0,21	0,45
Функциональность	0,18	0,32

Вариант № 3

Показатель качества (Ki)	Экспериментальная оценка(Wi)	Оценка установленная экспериментом
Безотказность	0,24	0,38
Мобильность	0,1	0,25
Быстрота	0,17	0,38
Эффективность	0,07	0,13
Способность к модернизации	0,15	0,31
Функциональность	0,22	0,32

Вариант № 4

Показатель качества (Ki)	Экспериментальная оценка(Wi)	Оценка установленная экспериментом
Безотказность	0,09	0,2
Мобильность	0,1	0,35
Быстрота	0,08	0,34
Эффективность	0,25	0,33

Способность к модернизации	0,4	0,63
Функциональность	0,23	0,42

Вариант № 5

Показатель качества (Ki)	Экспериментальная оценка(Wi)	Оценка установленная экспериментом
Безотказность	0,18	0,38
Мобильность	0,12	0,3
Быстрота	0,21	0,49
Эффективность	0,08	0,13
Способность к модернизации	0,15	0,51
Функциональность	0,2	0,5

Вариант № 6

Показатель качества (Ki)	Экспериментальная оценка(Wi)	Оценка установленная экспериментом
Безотказность	0,08	0,28
Мобильность	0,25	0,31
Быстрота	0,21	0,39
Эффективность	0,09	0,13
Способность к модернизации	0,15	0,51
Функциональность	0,12	0,32

Вариант № 7

Показатель качества (Ki)	Экспериментальная оценка(Wi)	Оценка установленная экспериментом

Безотказность	0,19	0,45
Мобильность	0,09	0,2
Быстрота	0,21	0,49
Эффективность	0,09	0,24
Способность к модернизации	0,25	0,52
Функциональность	0,15	0,32

Вариант № 8

Показатель качества (Ki)	Экспериментальная оценка(Wi)	Оценка установленная экспериментом
Безотказность	0,18	0,58
Мобильность	0,19	0,31
Быстрота	0,1	0,39
Эффективность	0,08	0,23
Способность к модернизации	0,15	0,51
Функциональность	0,2	0,42

Вариант № 9

Показатель качества (Ki)	Экспериментальная оценка(Wi)	Оценка установленная экспериментом
Безотказность	0,24	0,5
Мобильность	0,1	0,35
Быстрота	0,16	0,45
Эффективность	0,07	0,25

Способность к модернизации	0,15	0,51
Функциональность	0,2	0,62