



Финансовые вычисления

СКИФ



Кафедра «Финансы и кредит»

Лекционный курс

Автор

Митина И.А.

Ростов-на-Дону,
2017

Аннотация

Лекции разработаны в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, а также в соответствии с утвержденным учебным планом подготовки бакалавров по направлению 38.03.01 Экономика, профиль «Финансы и кредит».

Курс лекций содержит основные темы по курсу «Финансовые вычисления» и раскрывает в краткой и доступной форме вопросы по данной дисциплине, предусмотренные основной образовательной программой направления Экономика, профиль «Финансы и кредит».

Лекции предназначены для студентов всех форм обучения.



Автор

Митина И.А. –

к.э.н., доцент

Сфера научных интересов – проблемы формирования и развития инновационной экономики на мезо – и макроуровнях.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
Модуль 1 Общая методика финансовых вычислений	5
Тема 1 Введение в дисциплину «Финансовые вычисления»	5
Тема 2 Временная оценка денежных потоков	11
Тема 3 Проценты, процентные деньги и процентные ставки	14
Модуль 2 Практическое применения финансовых вычислений	24
Тема 4 Характеристика процессов практического применения финансовых расчетов...	24
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	40

ВВЕДЕНИЕ

Текст лекций по дисциплине «Финансовые вычисления» предназначен для подготовки бакалавров по направлению Экономика, профиль «Финансы и кредит».

Целью дисциплины «Финансовые вычисления» является формирование у обучающихся современного экономического мышления, знание научного инструментария анализа экономических процессов, а также овладение практическими навыками применения основных математических вычислений и моделей, используемых при принятии финансовых решений.

Основными задачами изучения курса выступают:

- развитие представлений о математических методах анализа и принятия экономических решений;
- формирование представлений о роли и месте финансовых вычислений в системе управления финансами;
- изучение основных, используемых на практике математических моделей для применения их в финансовом менеджменте.

Ознакомление с текстом лекций «Финансовые вычисления» и детальное его изучение позволяет выработать у обучающихся навыки подготовки и принятия эффективных экономических решений.

В результате освоения дисциплины «Финансовые вычисления» студент должен:

1. Знать:

- методы сбора и источники получения первичных данных, типы исходных данных, и особенности их сбора;
- типовые методики вычисления экономических и финансовых показателей;
- методы обоснования экономических и финансовых показателей.

2. Уметь:

- вычислять различные экономические показатели, позволяющие проанализировать данные для решения профессиональных задач;
- использовать методы обоснования различных экономических и финансовых показателей;
- принимать эффективные решения на основе результатов, осуществленных финансовых вычислений.

3. Владеть:

- типовыми методиками вычисления экономических и финансовых показателей;
- навыками осуществления финансовых вычислений;
- навыками принятия эффективных решений на основе результатов осуществленных финансовых вычислений;

Текст лекций содержит 2 модуля, в структуре которых представлено 4 основных темы.

Модуль 1 Общая методика финансовых вычислений

Тема 1 Введение в дисциплину «Финансовые вычисления»

Вопросы для обсуждения:

1 История развития и этапы становления дисциплины «Финансовые вычисления»

2 основополагающие взгляды и концепции курса «Финансовые вычисления»

3 Сущность, функции и задачи дисциплины на современном этапе

1 История развития и этапы становления дисциплины «Финансовые вычисления»

Финансовые вычисления появились с возникновением капитализма, но стали складываться в отдельную отрасль знаний лишь в XIX веке. В это время они были известны как «коммерческие вычисления» или «коммерческая арифметика». Ранее основу коммерческой арифметики дали коммерческие расчеты, проводившиеся при осуществлении торговых операций.

Возникновение коммерческой арифметики как науки связывают с Венецией, которая была одним из самых крупных центров Италии и средневековой Европы. Наука получает дальнейшее развитие по мере смещения торговых центров в Голландию и Германию.

В России в XIV веке в период развития внутренней и внешней торговли после освобождения от татаро – монгольского ига появились расчеты, связанные с ведением торгового дела (обнаружены в рукописях).

На рубеже XIV-XVII вв. в России впервые была составлена «Торговая книга», в которой рассматривались вопросы определения дохода от продажи товара, стоимости провоза товара и т.д.

В рукописях XVII в. имеется множество усложненных торговых задач, что свидетельствует о развитии финансовой науки. В это время зафиксированы простые процентные расчеты. В 1703 г. в России была издана «Арифметика» Леонтия Филипповича Магницкого, в которой много места отведено практическим сведениям о коммерческих расчетах. В большинстве издаваемых в дальнейшем учебников по элементарной математике включались целые разделы из коммерческой арифметики (учет векселей, вычисление процента и т.д.).

В Германии XIX веке существовало 24 коммерческих училища, призванных культивировать эти знания.

В России первое коммерческое учебное заведение появилось в 1772 году в Москве (Коммерческое воспитательное училище). Основатель – дворянин П.А.Демидов.

Этапы становления отрасли знаний «финансовая математика» (финансовые вычисления)

1 этап. Вхождение в обиход термина «купеческая арифметика»

Первую попытку издания систематического руководства по коммерческой арифметике на русском языке осуществил Василий Степанов Княжев. В 1811 г.

Финансовые вычисления

была опубликована его книга «Купеческая арифметика для банкиров, купцов, заводчиков, фабрикантов и воспитанников их». Книга использовалась в Московском коммерческом училище, где Княжев В.С. был директором. Предполагается, что при написании были использованы немецкие источники. Княжев В.С. выделил характерную по его мнению черту купеческой арифметики, заключающуюся в краткости вычислений.

С 1830 по 1850 гг. в России издавались переводные книги зарубежных авторов, в т.ч. И.Детенгофа (Германия), К.Кларка (Англия), И.Ванье (Франция). В 1833 г. на русском языке вышел перевод книги И.Детенгофа, посвященной общим торговым вопросам. В 1840 г. на русском языке была издана книга К.Кларка «Биржевые расчеты для сравнения Санкт – Петербургских цен с английскими на привозные товары по всякому вексельному курсу». В 1848 г. появилась переведенная с французского языка брошюра И.Ванье «Уроки коммерческой арифметики или простые способы вычисления и барышей для знающих четыре правила арифметики». (Известны и другие работы.)

В 1850 г. в России была издана книга А. Штейнгауза «Купеческая арифметика». Эта книга в течение последующего десятилетия являлась единственным учебным пособием для коммерческих училищ. Есть мнение, что за основу книги взят популярный в Германии учебник Фишера и Одермана.

Этап 2. Вхождение в обиход термина «коммерческая арифметика»

В 1864 г. была издана книга М. Цветкова «Руководство к коммерческой арифметике». Эта книга была одобрена Ученым комитетом народного образования и переиздана в 1872 году. В 1865 году было опубликовано руководство по коммерческому и финансовым вычислениям П.И.Рейнтбота.

Одной из важных задач тех лет являлось овладение техникой быстрых расчетов. Поэтому были разработаны специальные счетные таблицы М. Савиновым (1796 г.), П. Хазовым (1802 г.), С. Сазоновым (1815 г.), С.Усовым (1827) – *таблицы для расчета процентов*. Технике работы со счетными таблицами посвящены работы С.Селивановского (1837), М. Поднебесного (1844) и др.

В 1837 г. С. Селивановский издал пособие «Новый способ делать расчеты без ошибок и скорее нежели на счетах» (описание использования таблиц на практике). В 1844 г. была издана книга М.Поднебесного «Книга об исчислении процентов по билетам банков и сохранной казны, или подробные расчеты процента в таблицах». На следующий год он опубликовал «Расчеты по 5 и 6 процентов, с указаниями о векселях, заемных письмах и закладных» (со статьями из свода законов).

В дальнейшем увеличилось число авторов таблиц, усложнились структура и содержание таблиц (авторы В.Владыкин, В.Моллериус, В.Сенигов, И.Гальдзберг, А.М.Евдокимов и др.).

Число книг по коммерческой арифметике резко увеличилось в 1870-е годы. Известны такие авторы как Хрущов И., Гроскурт Ф.

В дальнейшем свои труды публиковали Н.С. Лунский (1895, 1890, 1903 г.г.), П..М. Гончаров (1903 г.), А.Л.Цытович, В.А. Циммерман, Р.Я. Вейцман (1991 г.) и др. Известны издания, которые выдержали множество переизданий: А.В. Прокофьева «Коммерческая арифметика и торговые операции» (10 изданий к 1910 г), законченный курс коммерческой арифметики Н.П. Васильева - Яковлева (12 переизданий к 1912 г.).

Дальнейшее развитие науки связывается с развитием системы коммерческого образования в России. 15 апреля 1896 г. в России было утверждено Положение о коммерческих учебных заведениях. Вопросы коммерческого

Финансовые вычисления

образования перешли в ведение Министерства финансов. Согласно положению предполагалось создать коммерческие учебные заведения следующих разрядов:

- Торговые классы;
- Торговые школы;
- Коммерческие училища;
- Курсы коммерческих знаний.

В создании коммерческих школ активное участие приняли промышленники и коммерсанты. В бюджете школы доля государства составляла как правило менее 1,5%.

Обобщая содержание выше указанных работ можно сказать, что к началу 20 в. Коммерческая арифметика как самостоятельная отрасль знаний содержала следующие разделы:

- техника процентных вычислений (простые и сложные проценты);
- техника весельных вычислений (дисконт и методы дисконтирования);
- техника курсовых вычислений;
- техника монетных вычислений (в денежных единицах разных стран);
- техника товарных вычислений (калькуляции, скидки);
- техника вычисления по процентным бумагам и акциям;
- техника банковских вычислений (текущие счета, кратко – и долгосрочные вклады и ссуды, комиссионные операции и др.).

Этап 3. Обособление финансовой математики (высших финансовых вычислений) как самостоятельной отрасли знаний.

Финансовая математика (финансовые вычисления) как наука зародилась под названием «политическая арифметика». Термин был введен родоначальником классической буржуазной политической экономики Уильямом Петти (1623 – 1687 гг).

Политическая арифметика рассматривала вопросы количественной оценки национального богатства, национального дохода, численности населения, государственного налогообложения, государственного долга и др.

В конце XIX века термин «политическая арифметика» практически вышел из употребления.

1. Первой фундаментальной книгой именно по финансовым вычислениям, написанной российским автором является работа доктора философии и математики, профессора Г.К. Бруна «Руководство к политической арифметике» (1845 г.).

Работы по финансовым вычислениям предполагали наличие определенной математической подготовки у слушателей курсов. Основные разделы работы Г.Бруна:

- теория сложных процентов;
- дисконтирование в условиях простых и сложных процентов;
- теория аннуитета;
- страхование жизни и собственности;
- оценка пожизненных доходов (оценка условного аннуитета);
- финансовые таблицы (множители наращенного и дисконтирования, коэффициенты наращенного и дисконтирования аннуитета).

К середине XIX в. в термин политическая арифметика понимался как «высшие финансовые вычисления».

Финансовые вычисления

После опубликования работы Генриха Карловича Бруна работы по политической арифметике более 40 лет не появлялись на русском языке. Достаточно полная работа Г.К.Бруна изучалась и апробировалась в России.

С некоторой долей условности можно сказать, что в дальнейшем финансовые вычисления как бы разделились на две ветви:

- в упрощенном варианте они были представлены в курсах коммерческой арифметики;
- в усложненном варианте они излагались в курсе высших финансовых вычислений.

2 Основополагающие взгляды и концепции курса «Финансовые вычисления»

Существенный вклад в развитие теории и практики финансовых и коммерческих вычислений в дореволюционной России внес русский математик, финансист и бухгалтер Н.С. Лунский. Он считается родоначальником финансового менеджмента в России «Коммерческая арифметика» к 1913 г. выдержала 7 изданий.

Известны хорошие труды таких авторов, как Б.Ф.Малишевский, П.М.Гончаров, И.И.Кауфман, А.В.Прокофьев, Р.Я.Вейцман, А.П.Чахмахсазяну, Ф.А.Боболович, Л.Ф.Беркевич, И.Я.Чулков, М.С.Плотников.

Причинами появления дисциплины коммерческая арифметика и финансовые вычисления в системе образования являются следующие:

- необходимость совершать в гражданском обиходе точные расчеты быстро (желание повысить оперативность заключения коммерческих сделок);
- упрощение сложных финансовых расчетов;
- необходимость оценки эффективности заключения различных финансовых сделок.

Существует два представления о роли коммерческой арифметики в науке и практике:

- коммерческие вычисления рассматривались как прикладная часть общей арифметики, обособившаяся в отдельную дисциплину исходя из стремления к рационализации труда путем ускорения и упрощения расчетов (А.Ф.Помовисский);
- коммерческие вычисления рассматривались в качестве одной из основных дисциплин в системе подготовки квалифицированных коммерсантов (З.П.Евзлин, Р.Я.Вейцман).

К концу XIX в. специализация книг по теории и технике расчетов усиливается - появляются книги, в которых акценты смещаются с коммерческих вычислений к финансовым. Например «Капитализация доходов» А.И. Толвинского (обоснование способов оценки имущества при различных видах доходов), «Теория и практика пенсионных касс» Б.Ф. Малешевского (математическая теория оценки долгосрочных финансовых вычислений, математической статистики и теории страхования) – ориентированная на читателей с хорошей математической подготовкой, «Элементарная теория долгосрочных финансовых операций» А.Н. Глаголева (изложение теории сложных процентов, теории рент, способов составления планов погашения различного рода долгосрочных займов, способов оценки доходности процентных бумаг и др.).

Финансовые вычисления

В дальнейшем, отдельные разделы политической арифметики (высших финансовых вычислений) обособились в самостоятельные дисциплины: статистика, страхование и др.

В 1912 г. профессор Н.С.Лунский издал в трех частях «Лекции по высшим финансовым вычислениям» (простые и сложные проценты, теория рента, долгосрочные займы, страховые вычисления).

В 1915 г. Н.Т. Синонийский – Трофимов опубликовал «Руководство к применению таблиц сложных процентов, срочных взносов и уплат с приложением краткой теории долгосрочных финансовых операций».

В период революции лишь переиздавались ранее опубликованные издания Е.В.Сиверс, П.М. Гончарова, Р.Я.Вейцмана. В университетах при чтении курсов финансовых вычислений ссылались в основном на дореволюционные источники.

В 1930 годы завершается процесс централизации управления бухгалтерским учетом, финансами, банковскими операциями, еще ранее умирает биржевая торговля. Необходимость в финансовых и коммерческих вычислениях отпадает на долгие десятилетия, вплоть до 1990 – х годов. Курсы финансовых вычислений были заменены курсами хозяйственных вычислений, которые существенно упрощены и свидетельствуют об откате от достигнутых российской интеллигенцией научных и практических результатов. Фактически новый курс представлял собой изложение методов упрощенных и быстрых вычислений.

Коммерческие вычисления стали однозначно трактоваться как система специальных вычислений, призванная обслуживать нужды капиталистов (осуждались любые спекулятивные операции).

Термин «финансовые вычисления» заменили на «советские финансовые вычисления» и рассматривали как существенно упрощенный подраздел хозяйственных вычислений и самостоятельный учебный курс, предназначенный для подготовки специалистов для финансовых органов и кредитных учреждений СССР.

Кроме того, учебные пособия писались в основном для финансовых и финансово – кредитных техникумов, т.к. считалось, что средне специального образования достаточно, для того, чтобы заниматься финансовыми операциями в СССР.

В начале 1960-х гг. из программ вузов был изъят и курс финансовых вычислений.

Основные авторы советского периода: П.А. Андреев, Н.С.Беленький, Л.Я.Гурвиц, Д.П.Кучма.

В 1960 г. акценты сместились в сторону механизации учета и вычислительных работ, что свидетельствовало о фактической кончине курса финансовых вычислений. В курсах хозяйственных вычислений превалировал подход, основанный на актуализации при механизации и автоматизации вычислительных работ на предприятии. В итоге курс «Хозяйственные вычисления» был заменен на курс «Автоматизированные системы обработки экономической информации».

Возрождение финансовых вычислений в России связано с появлением работ таких авторов, как Е.М.Четыркин, Г.П.Башарин, Е.Кочович, В.Б. Куртуков, В.И.Малыхин, В.В.Ковалев, В.А.Уланов, П.П.Бочаров и др.

3 Сущность, функции и задачи дисциплины на современном этапе

Один из основоположников финансовой математики профессор Н.С. Лунский считал, что высшие финансовые вычисления являются отраслью прикладной математики, посвященной исследованию доступных математическому анализу вопросов финансовой науки, статистики и политической экономии. Однако финансовая математика сформировалась на стыке финансовой науки и математики и не относится к математическим дисциплинам.

Объектом изучения финансовой математики является финансовая операция, в которой необходимость использования финансово – экономических вычислений возникает всякий раз, когда в условиях сделки (финансовой операции) прямо или косвенно присутствуют временные параметры: даты, сроки выплат, периодичность поступления денежных средств, отсрочка платежей и др. При этом фактор времени зачастую играет более важную роль, чем стоимостные характеристики финансовой операции, т.к. именно он определяет конечный финансовый результат.

Финансовая математика (финансовые вычисления) представляет собой совокупность методов определения изменения стоимости денег, происходящего вследствие их возвратного движения в процессе воспроизводства (опред. М.Е. Четыркина).

Финансовая математика - раздел количественного анализа финансовых операций, предметом которого является изучение финансовых зависимостей между параметрами коммерческих сделок или финансово – банковских операций и разработка на их основе методов решения финансовых задач определенного класса.

К основным задачам финансовой математики относятся:

- измерение конечных финансовых результатов операции (сделки, контракта) для каждой из участвующих сторон;
- разработка планов выполнения финансовых операций, в том числе планов погашения задолженности;
- измерение зависимости конечных результатов финансовой операции от ее основных параметров;
- определение допустимых практических значений параметров финансовых операций и расчет параметров эквивалентного (безубыточного) изменения первоначальных условий операции;
- оптимизация портфеля активов, по какому – либо критерию портфеля задолженности.

К основным параметрам финансовой операции относят:

- денежные суммы;
- временные параметры;
- процентные ставки;
- иные (дополнительные) величины.

Областью применения методов финансовой математики (финансовых вычислений) выступают:

- разработка условий финансовых контрактов;
- финансовое проектирование, в т.ч. сравнение и выбор инвестиционных проектов;

Финансовые вычисления

- долгосрочное личное страхование, например проектирование и анализ состояния пенсионных фондов (расчет тарифов, оценка способности фондов выполнить свои обязательства перед пенсионерами и др.);
- долгосрочное медицинское страхование;
- учет векселей;
- анализ последствий изменения условий финансовой операции.

Финансовые вычисления используются в банковском и сберегательном деле, страховании, в работе финансовых организаций, торговых фирм, инвестиционных компаний, фондовых и валютных бирж и т.д.

Тема 2 Временная оценка денежных потоков

Вопросы для обсуждения:

1 Понятие денежного потока и его виды.

2 Необходимость временной оценки денежных потоков.

3 Арифметическая и геометрическая прогрессия – последовательности чисел для анализа денежных потоков.

1 Понятие денежного потока и его виды

Современные финансово – банковские операции часто предполагают не отдельные разовые платежи, а некоторую их последовательность во времени (например, погашение задолженности в рассрочку). Такого рода последовательности называют *потоком платежей (денежным потоком)*.

В западной финансовой литературе в аналогичном смысле применяется термин *cash flows stream* – потоки наличности (дословно, хотя подразумевается поток денег в любом виде).

Отдельный элемент такого рода платежей называется членом потока (*cash flow*). Члены потоков могут быть как *положительными (поступления)*, так и *отрицательными (выплаты)* величинами.

Потки платежей могут быть *регулярными* (размеры платежей постоянные или следуют установленному правилу, предусматривающему равные интервалы между платежами) и *нерегулярными*.

Поток платежей, все члены которого являются положительными величинами, а временные интервалы между платежами одинаковы называется *аннуитетом*.

Аннуитет – частный случай денежного потока, в котором длительности всех периодов равны между собой. В качестве периода выступает любой промежуток времени.

Член аннуитета - любое денежное поступление.

Период аннуитета – величина постоянного временно интервала между двумя последовательными денежными поступлениями.

Если число равных временных интервалов ограничено, аннуитет называют *срочным*.

Срок аннуитета - интервал времени от начала первого периода аннуитета до конца последнего. Срок аннуитета можно определить, умножая его период на количество денежных поступлений.

Если в течение каждого базового периода начисления процентов денежные поступления происходят n раз, то аннуитет часто называют n - срочным. Часто в качестве такого базового периода выступает календарный год.

Финансовые вычисления

Выделяют следующие *типы аннуитетов*:

Постнумерандо (или обычный аннуитет) – денежные поступления в конце периода аннуитета (например, регулярно поступающие платежи за пользование сданным в аренду участком в случае, если договором предусматривается регулярная оплата аренды по истечении определенного периода).

Пренумерандо (или авансовый аннуитет) - денежные поступления в начале периода аннуитета (например, схема периодических денежных вкладов на банковский счет в начале каждого месяца с целью накопления).

Если известно точное число членов аннуитета, то оно называется *верным* или *безусловным*.

Если количество членов аннуитета зависит от наступления некоторого события, то аннуитет называют *условным* (например пенсия, выплата которой прекращается после смерти пенсионера). Анализ условных аннуитетов – одна из основных задач страховой (актуарной) математики.

Переменный аннуитет - аннуитет, когда денежные поступления по периодам варьируется.

По числу раз начислений процентов по протяжении года различают:

- аннуитеты с ежегодным начислением;
- аннуитеты с начислением m раз в году;
- аннуитеты с непрерывным начислением.

Моменты начисления процентов необязательно совпадают с моментами выплат членов аннуитета. Однако расчеты заметно упрощаются, если момент начисления процентов и момент выплаты совпадают.

По количеству членов различают:

- аннуитеты с конечным числом членов или ограниченные аннуитеты (их срок заранее оговорен);

- бесконечные (вечные) аннуитеты – встречаются на практике в ряде долгосрочных операций, когда предполагается, что период функционирования анализируемой системы или срок операции весьма продолжителен и не оговаривается конкретными датами (например, выплаты процентов по бессрочным облигационным займам).

Рента – регулярный равновеликий доход, получаемый с капитала или земли, не требующий от получателя предпринимательской деятельности.

Финансовая рента – серия периодически осуществляемых платежей:

По величине своих членов ренты делятся на:

- постоянные (с одинаковыми размерами члена ренты);
- переменные (их члены изменяют свои размеры во времени, следуя какому – либо закону, например, арифметической или геометрической прогрессии, или несистематично (задаются таблицей)).

2 Необходимость временной оценки денежных потоков

В практических финансовых операциях суммы денег вне зависимости от их назначения или происхождения связываются с конкретными моментами или периодами времени.

Необходимость учета временного фактора вытекает из сущности финансирования, кредитования и инвестирования и выражается в принципе неравноценности денег, относящихся к разным моментам времени (принцип изменения ценности денег во времени).

Финансовые вычисления

Если сегодняшние деньги ценнее будущих, то, соответственно, будущие поступления менее ценны, чем более близкие при равных их суммах в следствие инфляции.

Непосредственное сравнение разновременных денежных сумм неправомерно. Их сравнение допустимо только при приведении таких сумм к *одному моменту времени*.

Оценка денежного потока может выполняться в рамках решения двух задач:

- *прямой*, т.е. проводится оценка с позиции будущего (реализуется *схема наращения*).

- *обратной*, т.е. производится оценка с позиции настоящего (реализуется *схема дисконтирования*).

В результате решения каждой из задач денежный поток заменяется одним единовременным платежом. Осуществляется приведение денежного потока к одному моменту времени. Используемые при этом расчетные формулы различны в зависимости от вида потока – *постнумерандо* или *пренумерандо*.

Прямая задача предполагает суммарную оценку наращенного денежного потока, т.е. в ее основе лежит *будущая стоимость аннуитета*.

Обратная задача предполагает суммарную оценку дисконтированного денежного потока, т.е. в ее основе лежит *приведенная (текущая) стоимость аннуитета*.

3 Арифметическая и геометрическая прогрессия – последовательности чисел для анализа денежных потоков

Для того, чтобы надлежащим образом понимать принципы и методы вычислений, используемых в финансовой математике, необходимо знание таких понятий, как арифметическая и геометрическая прогрессии.

Арифметической прогрессией называется последовательность чисел, в которой каждый член получается из предыдущего путем прибавления к нему одного и того же числа z , называемого *разностью арифметической прогрессии*. Таким образом геометрическую прогрессию можно записать в виде:

$a, a+z, a+2z, a+3z, \dots$ и т.д.

если $z > 0$, то арифметическая прогрессия называется *возрастающей*, если $z < 0$ – *убывающей*. Число членов арифметической прогрессии может быть *ограниченным* или *неограниченным*.

Приведем без доказательства две общие формулы при использовании арифметической прогрессии:

- формула для определении n -го члена арифметической прогрессии

$$a_n = a + (n-1)z$$

- формула для нахождения суммы n первых членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n = \frac{2a + (n-1)z}{2} n$$

Свойством арифметической прогрессии является тот факт, что каждый ее член, начиная со второго, равен среднему арифметическому его средних членов, т.е. при $n \geq 2$ справедливо

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

Геометрической прогрессией называется последовательность чисел, в которой каждый член получается из предыдущего путем умножения его на одно и

Финансовые вычисления

то же число $q \neq 0$, называемое *знаменателем этой геометрической прогрессии*. Таким образом, геометрическую прогрессию можно записать в виде:

$$a, aq, aq^2, aq^3, \dots$$

Число членов геометрической прогрессии может быть *ограниченным или неограниченным*. Также приведем без доказательства две общие формулы при использовании геометрической прогрессии:

- формула для определения n-го члена геометрической прогрессии:

$$a_n = aq^{n-1}$$

- формула для определения суммы n первых членов геометрической прогрессии

$$S_n = a \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Свойством геометрической прогрессии с положительными членами является то факт, что каждый ее член, начиная со второго, равен среднему геометрическому соседних членов, т.е. при $n \geq 2$ справедливо:

$$a_n = \sqrt{a_{n-1} a_{n+1}}$$

Тема 3 Проценты, процентные деньги и процентные ставки

Вопросы для обсуждения:

- 1 Понятие процента, процентных денег и процентных ставок.**
- 2 Простые проценты и процесс их начисления.**
- 3 Реинвестирование и дисконтирование по простым процентным ставкам.**
- 4 Процесс начисления сложных процентов.**
- 5 Внутригодовые процентные начисления.**
- 6 Номинальная и эффективная ставки процентов.**

1 Понятие процента, процентных денег и процентных ставок

Процентные деньги (или кратко проценты) - абсолютная величина дохода от предоставления денег в долг в любой его форме: выдача ссуды, продажа товара в кредит, помещение денег на депозитный счет, учет векселя, покупка сберегательного сертификата или облигации и т.д.

Относительным показателем характеризующим интенсивность начисления процентов за ед. времени является *процентная ставка*.

Под процентной ставкой понимается относительная величина дохода за фиксированный отрезок времени – отношение дохода (процентных денег) к сумме долга (величине ссуды). Выражается либо в долях единицы, либо в процентах. Т.о. *процентная ставка показывает*, сколько денежных единиц должен заплатить заемщик за пользование в течение определенного периода времени 100 единицами первоначальной суммы долга.

Начисление процентов, как правило производится дискретно, т.е. за фиксированные одинаковые интервалы времени, которые называются *период начисления*.

Период начисления - это отрезок времени между двумя следующими друг за другом процедурами взимания процентов (или временной интервал, к которому приурочена процентная ставка).

Финансовые вычисления

Обычные или *декурсивные* проценты (*postnumerando*) начисляются в конце периода начисления.

В качестве периода времени (начисления) в финансовых расчетах как правило принимается год, однако это не исключает использование периода менее года (полугодие, квартал, месяц, день, час).

Увеличение суммы долга в связи с присоединением к ней процентных денег называется *наращением*, а увеличенная сумма – *наращенной суммой*.

Коэффициент наращивания (или множитель наращивания) – отношение наращенной суммы к первоначальной сумме долга.

Определение настоящей стоимости будущей суммы денег называется *дисконтированием*. В этом случае сумма денег, относящаяся к будущему, уменьшается на величину соответствующего *дисконта (скидки)*.

В финансовом анализе процентная ставка применяется не только как инструмент наращивания суммы долга, но и в более широком смысле – как измеритель степени доходности (эффективности) любой финансовой, кредитной, инвестиционной деятельности.

Выделяют следующие виды процентных ставок:

Простая процентная ставка - применяется к одной и той же первоначальной сумме долга на протяжении всего срока ссуды, т.е. исходная база (денежная сумма) всегда одна и та же.

Сложная процентная ставка - применяется к наращенной сумме долга, т.е. к сумме увеличенной на величину начисленных за предыдущий период процентов. Т.о. исходная база начисления процентов постоянно увеличивается (процент начисляется на полученную на предыдущем этапе наращивания или дисконтирования сумму – проценты начисляются на проценты).

При расчете процентных денег от настоящего к будущему применяются *ставки наращивания*.

При расчете процентных денег от будущего к настоящему применяются *ставки дисконтирования* или *учетные ставки*.

Проценты, полученные по ставке наращивания, называются *декурсивными*.

Проценты, полученные по учетной ставке, называются *антисипативными*.

Постоянная процентная ставка – неизменная на протяжении всего периода ссуды.

Переменная процентная ставка – дискретно изменяющаяся во времени, но имеющая конкретную числовую характеристику (указывается базовая ставка и размер надбавки к ней – *маржи*).

Важное место в системе процентных ставок занимает ставка *рефинансирования* Центрального банка РФ – ставка, по которой ЦБ выдает кредиты коммерческим банкам.

2 Простые проценты и процесс их начисления

Процесс наращивания – это процесс определения денежной суммы в будущем, исходя из заданной суммы сейчас (рисунок 3.1).

Экономический смысл операции наращивания – определении величины той суммы, которой будет располагать или желает располагать инвестор по окончании операции наращивания.

При предоставлении денег в долг их владелец получает доход в виде процентов. При этом выделяется некоторый основной интервал времени, который называется *базовым*. На практике в качестве базового интервала часто берется год (стандартный временной интервал в финансовых вычислениях) и процентная

Финансовые вычисления

ставка устанавливается в виде годовой ставки, подразумевающей однократное начисление процентов по истечению года после получения ссуды.

PV – сегодняшняя стоимость денег;

FV - будущая стоимость сегодняшней суммы денег (PV);

r – ставка процентов (в десятичных дробях);

n – число лет на которое выдана ссуда.

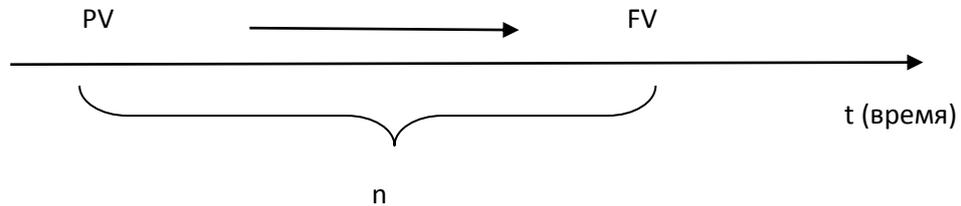


Рисунок 3.1 – Схема процесса наращивания

Сумма начисленных процентов (абсолютный прирост денег) (I) за 1 год:

$$I = FV - PV$$

Сумма начисленных процентов за ряд лет n (произведение абсолютных приростов на количество лет ссуды)

$$I = (FV - PV)n = \left(\frac{FV - PV}{PV} PV \right) n = r * PV * n$$

где $r = \frac{FV - PV}{PV}$ – ставка процентов.

Т.о. размер ожидаемого дохода зависит от трех факторов:

- величина инвестированной суммы (PV),
- уровень процентной ставки (r),
- срок финансовой операции (n).

Определение наращенной суммы по схеме простых процентов (формула простых процентов)

$$FV = PV + I = PV + PV * r * n = PV(1 + r * n) = PV * k_n,$$

где $k_n = 1 + r * n$ – множитель (коэффициент) наращивания простых процентов.

К простым процентам прибегают в случаях:

- выдачи краткосрочных ссуд, т.е. ссуд, срок которых либо равен году, либо меньше его, с однократным начислением процентов;
- когда проценты не присоединяются к сумме долга, а периодически выплачиваются.

Формула простых процентов для случая, если срок ссуды (n) выражается в месяцах (M):

$$n = \frac{M}{12}$$

$$FV = PV \left(1 + \frac{M}{12} r \right); \quad I = PV \frac{M}{12} r; \quad k_n = 1 + \frac{M}{12} r$$

Формула простых процентов для случая, если срок ссуды (n) выражается в днях (t)

$$n = \frac{t}{T};$$

$$FV = PV \left(1 + \frac{t}{T} r \right); \quad I = PV \frac{t}{T} r; \quad k_n = 1 + \frac{t}{T} r$$

Финансовые вычисления

где t – число дней ссуды, т.е. продолжительность срока, на который выдана ссуда;

T – расчетное число дней в году (временная база).

Временную базу (T) можно представить по разному:

- как условно состоящую из 360 дней. В этом случае речь идет об *обыкновенном* или *коммерческом* проценте;

- как состоящую из действительного числа дней в году (365 или 366). В этом случае получают *точный* процент.

Определение числа дней ссуды (t):

- *приближенное число дней ссуды* получают тогда, когда исходят из того, что продолжительность любого месяца составляет 30 дней;

- *точное число дней ссуды* получают тогда, когда рассчитывают фактическое число дней между датой выдачи ссуды и датой возврата ссуды с использованием прямого счета или специальных таблиц порядковых номеров дней года.

Т.о. если время финансовой операции выражено в днях, то расчет простых процентов может быть произведен одним из трех способов:

1. Германская практика расчета (Германия, Дания, Швеция) – обыкновенные проценты (продолжительность года принимается равной 360 дням) с приближенным числом дней ссуды (продолжительность целого месяца принимается равной 30 дням) (360/360)

2. Французская практика расчета (Франция, Бельгия, Испания, Швейцария) - обыкновенные проценты (360 дней) с точным числом дней ссуды (продолжительность ссуды рассчитывается точно по календарю) (360/365)

3. Английская практика расчета (Англия, США, Португалия) – продолжительность года и продолжительность ссуды берутся точно по календарю (365/365)

В зависимости от использования конкретной практики начисления простых процентов их сумма будет различаться по абсолютной величине. Результат финансовой операции зависит от выбора способа начисления простых процентов. Проценты с точным числом дней ссуды обычно получаются выше процентов с приближенным числом дней ссуды.

Учетная ставка процента определяется по формуле:

$$d = \frac{FV - PV}{FV}$$

Ставка процента и учетная ставка взаимосвязаны, т.е. зная один показатель можно рассчитать другой.

Вывод формул:

$$r = \frac{FV - PV}{PV}, \quad d = \frac{FV - PV}{FV}$$

$$FV = r * PV + PV; \quad d = \frac{r * PV + PV - PV}{r * PV + PV} = \frac{r * PV}{PV(r + 1)} = \frac{r}{r + 1}; \quad d = \frac{r}{r + 1}$$

Финансовые вычисления

$$PV = -d * FV + FV; \quad r = \frac{FV - FV + d * FV}{FV - d * FV} = \frac{d * FV}{FV(1 - d)} = \frac{d}{1 - d}; \quad r = \frac{d}{1 - d}$$

Дисконт фактор показывает какую часть сумма PV составляет в сумме FV.

$$v = 1 - d = 1 - \frac{r}{r + 1} = \frac{r + 1 - r}{r + 1} = \frac{1}{1 + r};$$

$$v = 1 - d = 1 - \frac{FV - PV}{FV} = \frac{FV - FV + PV}{FV} = \frac{PV}{FV}.$$

Индекс роста В суммы PV за время t

$$B = \frac{FV}{PV} = \frac{1}{v} = \frac{1}{\frac{1}{1 + r}} = 1 + r = 1 + \frac{d}{1 - d} = \frac{1 - d + d}{1 - d} = \frac{1}{1 - d}$$

Индекс роста показывает во сколько раз увеличилась первоначальная сумма за время t.

Индекс роста за время t = t₁ + t₂ + t₃ + ... + t_n равен:

$$B = B_1 * B_2 * B_3 * ... * B_n.$$

При $n=1$ FV = PV(1+r),

$$PV = FV \frac{1}{1+r} = FV * \frac{1}{1+\frac{d}{1-d}} = FV \frac{1}{\frac{1-d+d}{1-d}} = FV(1-d); \quad PV = FV(1-d)$$

$$FV = PV(1+r); \quad FV = PV \left(1 + \frac{d}{1-d} \right) = PV \left(\frac{1-d+d}{1-d} \right) = \frac{PV}{1-d}.$$

Т.о. FV = PV(1+r), PV = FV(1-d), $FV = \frac{PV}{1-d}$

3 Реинвестирование и дисконтирование по простым процентным ставкам

Реинвестирование по простым ставкам

На практике при инвестировании средств в краткосрочные депозиты иногда прибегают к неоднократному последовательному повторению наращенной суммы по простым процентам в пределах заданного общего срока.

Фактически это означает *реинвестирование* средств, полученных на каждом этапе наращенной суммы, с помощью постоянной или переменной ставок.

Наращенная сумма для всего срока составит:

$$FV = PV(1 + n_1 r_1)(1 + n_2 r_2) * ... * (1 + n_t r_t),$$

где r_t – размер ставок, по которым проводится реинвестирование.

Наращенная сумма для всего срока (если промежуточные сроки начисления и ставки не изменяются во времени)

$$FV = PV(1 + nr)^m$$

где m – количество повторений реинвестирования.

Дисконтирование по простым процентам

При заключении финансовых соглашений часто приходится решать задачу, обратную задаче нахождения наращенной суммы.

По заданной сумме FV, которую предполагают получить через время t, требуется определить величину капитала PV, который необходимо инвестировать в данный момент, чтобы через время t при постоянной процентной ставке получить сумму FV.

Финансовые вычисления

Движение денежных средств от будущего к настоящему называется *дисконтированием* (говорят, что капитал дисконтируется или учитывается).

Величина удержанных процентов называется *дисконтом*. Капитал PV, найденный дисконтированием суммы FV называется *приведенной* (современной, текущей, капитализированной) стоимостью.

При *математическом дисконтировании* решается задача нахождения такой величины капитала PV, которая через n лет при наращении по простым процентам по ставке r будет равна FV.

$$PV = \frac{FV}{1 + nr} = FV * v_n$$

где $v_n = \frac{1}{1 + nr}$ - дисконт фактор (дисконтный множитель) или коэффициент дисконтирования (величина, обратная множителю наращения).

Разность между FV и PV называется *дисконтом* (D).

$$D = FV - PV = FV - \frac{FV}{1 + nr} = \frac{F * n * r}{1 + nr}$$

Банковское дисконтирование или банковский учет применяется при операции по так называемому учету векселей банком или другим финансовым учреждением.

Банковский учет векселей рассматривается в отдельном разделе.

4 Процесс начисления сложных процентов

Применение схемы *сложных процентов* целесообразно тогда, когда проценты не выплачиваются по мере их начисления, а присоединяются к первоначальной сумме долга.

Присоединение начисленных процентов к сумме долга, которая служит базой для их начисления, называется *капитализацией процента*.

Если процентные деньги не выплачиваются сразу по мере их начисления, а присоединяются к первоначальной сумме долга, то долг, таким образом, увеличивается на невыплаченную сумму процентов и последующее начисление процентов происходит на увеличенную сумму долга.

$$FV = PV + I = PV + PV * r = PV(1 + r) - \text{за один период начисления,}$$

$FV = (PV + I)(1 + r) = PV(1 + r)(1 + r) = PV(1 + r)^2$ - за два периода начисления.

(подставляем вместо I=PV*r)

$$FV = PV(1 + r)^n = PV * FM1(r, n) - \text{за n периодов начисления.}$$

где FV - наращенная сумма долга,

PV – первоначальная сумма долга,

r - ставка процентов в периоде начисления,

n - количество периодов начисления,

$FM1(r, n) = (1 + r)^n$ – множитель наращения сложных процентов (будущая стоимость единицы).

Финансовые вычисления

Сложные проценты отличаются от простых *базой начисления*.

Простые проценты начисляются все время на одну и ту же первоначальную сумму, т.е. база начисления является постоянной величиной. Сложные проценты начисляются на увеличивающуюся с каждым периодом начисления базу (рисунок 3.2).

Коэффициенты (множители) наращенения зависят от процентной ставки и числа периодов наращенения. Их можно определить *по специальным таблицам*.

Экономический смысл множителя наращенения состоит в том, что он показывает, чему будет равна одна денежная единица (рубль, доллар, пр.) через n периодов при заданной процентной ставке r .



Рисунок 3.2 - Наращение по простым и сложным процентам

На рисунке 3.2 видно, что при краткосрочных ссудах ($n < 1$) начисление по простым процентам предпочтительнее, чем по сложным процентам. При сроке ссуды в 1 год разница отсутствует. При среднесрочных и долгосрочных ссудах наращенная сумма, рассчитанная по сложным процентам выше, чем по простым.

При любом r :

Если $0 < n < 1$, то $(1+nr) > (1+r)^n$

Если $n = 1$, то $(1+nr) = (1+r)^n$

Если $n > 1$, то $(1+nr) < (1+r)^n$

Финансовое соглашение может предусматривать *плавающие процентные ставки*.

Финансовые вычисления

Пусть n_1, n_2, \dots, n_m следующие друг за другом периоды. На период n_k установлена процентная ставка r_k .

При капитализации процентов наращенная сумма за время $n = \sum_{k=1}^m n_k$ определяется по формуле:

$$FV = (1 + r_1)^{n_1} (1 + r_2)^{n_2} + \dots + (1 + r_m)^{n_m}$$

5 Внутригодовые процентные начисления

На практике капитализация процентов часто происходит несколько раз в году - по полугодиям, ежеквартально, ежемесячно, ежегодно.

При начислении сложных процентов несколько раз в году используют ранее указанную формулу

$$FV = PV(1+r)^n,$$

где n – число периодов начисления.

Однако в финансовых соглашениях указывается не ставка за период, а годовая процентная ставка и одновременно определяется количество периодов начисления.

Введем следующие обозначения:

m - количество начислений в году;

$1/m$ – длительность периода наращения (в числителе – 1 год).

Годовая процентная ставка называется *номинальной* если соответствующая процентная ставка $r_{\frac{1}{m}}$ за период $\frac{1}{m}$ находится из равенства:

$$r_{\frac{1}{m}} = \frac{r}{m}$$

С учетом изложенного формула наращения сложных процентов $FV = PV(1+r)^n$ для нахождения наращенного капитала за n лет при m -кратном начислении процентов примет вид:

$$FV = PV \left(1 + r_{\frac{1}{m}}\right)^N = PV \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn}$$

где $N = m \cdot n$ – количество периодов начисления процентов за n лет.

Из полученной формулы можно найти:

1. Ставку r при которой сумма PV при m -кратном начислении процентов в год за период n возрастет до величины FV :

$$FV = PV \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn}, \quad \frac{FV}{PV} = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn}, \quad \left(\frac{FV}{PV}\right)^{\frac{1}{mn}} = \left(\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn}\right)^{\frac{1}{mn}}, \quad \left(\frac{FV}{PV}\right)^{\frac{1}{mn}} = 1 + \frac{r}{m},$$

$$r = \left(\left(\frac{FV}{PV}\right)^{\frac{1}{mn}} - 1 \right) m.$$

При $m=1$ $r = \left(\frac{FV}{PV}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$.

2. Период n за который сумма PV при m -кратном начислении процентов в год по ставке r возрастает до величины FV :

$$FV = PV \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn}, \quad \frac{FV}{PV} = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn}, \quad \ln \frac{FV}{PV} = \ln \left(1 + \frac{r}{m}\right) mn,$$

$$n = \frac{\ln \frac{FV}{PV}}{m * \ln(1 + \frac{r}{m})}$$

При $m=1$, $n = \frac{\ln \frac{FV}{PV}}{\ln(1+r)}$.

6 Номинальная и эффективная ставка процентов

Период начисления по сложным процентам не всегда равен году. Однако в условиях финансовой операции указывается не ставка за период, а годовая ставка с указанным периодом начисления – *номинальная ставка* (r_n).

Номинальная ставка - годовая ставка процентов, исходя из которой определяется величина ставки процентов в каждом периоде начисления, при начислении сложных процентов несколько раз в год.

Если начисление процентов будет производиться m раз в год, а срок долга n лет, то общее количество периодов начисления за весь срок финансовой операции составит:

$$N = n * m,$$

где N – количество периодов начисления за весь срок финансовой операции,

m - количество начислений в год,

n – срок долга, лет.

Отсюда формулу сложных процентов можно записать в следующем виде:

$$FV = PV \left(1 + \frac{r_n}{m}\right)^N = PV \left(1 + \frac{r_n}{m}\right)^{nm},$$

где r_n – номинальная годовая ставка процентов.

Различные виды финансовых контрактов могут предусматривать различные схемы начисления процентов. Как правило, в этих контрактах оговаривается номинальная процентная ставка, обычно годовая. Эта ставка не может быть использована для сопоставлений. Для обеспечения сравнительного анализа эффективности таких контрактов необходимо выбрать некий показатель, который был бы универсален для любой схемы начисления процентов. Таким показателем является эффективная годовая процентная ставка $r_{\text{э}}$, обеспечивающая переход от PV к FV при заданных значениях этих показателей и однократном начислении процентов.

Общая постановка задачи может быть сформулирована следующим образом. Задана исходная сумма PV , годовая номинальная процентная ставка r , число начислений сложных процентов m . Этому набору исходных величин в рамках одного года соответствует вполне определенное значение наращенной величины FV . Требуется найти такую годовую ставку $r_{\text{э}}$, которая обеспечила бы точно такое же наращение, как и исходная схема, но при однократном начислении процентов.

Эффективная ставка показывает, какая годовая ставка сложных процентов дает такой же финансовый результат, что и m – разовое наращение по ставке $\frac{r_n}{m}$.

Финансовые вычисления

$(1 + r_3)^n = \left(1 + \frac{r_H}{m}\right)^{mn}$, следовательно:

$$r_3 = \left(1 + \frac{r_H}{m}\right)^m - 1.$$

Расчет эффективной ставки является *инструментом финансового анализа*, т.к. ее значение позволяет сравнивать между собой финансовые операции, имеющие различные условия. Именно ставка r_3 является критерием эффективности финансовой сделки и может быть использована для пространственно-временных сопоставлений.

Понимание роли эффективной процентной ставки чрезвычайно важно для финансового менеджера, поскольку принятие решения о привлечении средств, например, банковской ссуды на тех или иных условиях, делается чаще всего исходя из приемлемости предлагаемой процентной ставки, которая в этом случае характеризует относительные расходы заемщика. В рекламных проспектах непроизвольно или умышленно внимание на природе ставки обычно не акцентируется, хотя в подавляющем числе случаев речь идет о номинальной ставке, которая может весьма существенно отличаться от эффективной ставки.

Формула для определения номинальной процентной ставки выражается из формулы определения эффективной ставки r_3 и имеет вид:

$$r_H = m \left((1 + r_3)^{\frac{1}{m}} - 1 \right).$$

Модуль 2 Практическое применения финансовых вычислений

Тема 4 Характеристика процессов практического применения финансовых расчетов

Вопросы для обсуждения:

- 1 Понятие, сущность, виды инфляции и измерение ее уровня.**
- 2 Учет инфляции.**
- 3 Кредитные отношения: общие понятия.**
- 4 Кредитные отношения: способы погашения задолженности.**
- 5 Понятие национальной и иностранной валюты.**
- 6 Продажа валюты.**
- 7 Операции с ценными бумагами.**
- 8 Операции с векселями.**

1 Понятие, сущность, виды инфляции и измерение ее уровня

Инфляция представляет собой обесценение денег, падение их покупательной способности, вызываемое повышением цен, товарным дефицитом и снижением качества товаров и услуг.

Суть инфляции можно понять, связывая ее с нарушением закона денежного обращения и прежде всего несовпадением динамики денежной массы и номинального ВВП.

При опережающих темпах роста денежной массы по сравнению с увеличением номинального ВВП возникают инфляционные процессы, а при обратном соотношении рассматриваемых показателей – *дефляция*.

Виды инфляции:

1. Подавленная (скрытая) инфляция – выражается в том, что за прежние суммы приобретается продукция более низкого качества и в меньшем количестве, происходит более быстрый рост цен на новые изделия по сравнению с качеством, из торговли «вымывается» более дешевый ассортимент.

2. Инфляция спроса – обуславливается «разбуханием» денежной массы и в связи с этим платежеспособного спроса при данном уровне цен в условиях недостаточно эластичного производства, способного быстро реагировать на потребности рынка.

3. Инфляция издержек - рост цен под воздействием растущих издержек производства, прежде всего роста затрат на заработную плату. Рост цен требует увеличения заработной платы, увеличение заработной платы влечет за собой повышение цен – это теория «инфляционной спирали и заработной платы». При такой инфляции совокупный спрос практически не растет, а издержки и цены повышаются.

Измерение уровня инфляции

Базовыми показателями, которые используют для измерения уровня инфляции, служат *индексы цен*.

Виды индексов цен:

Финансовые вычисления

1. *Индексы оптовых цен* – показывают изменения среднего уровня цен реализации продукции промышленных, торговых и сельскохозяйственных предприятий (но не оптовой торговли);

2. *Индексы розничных цен* – рассчитывают либо как совокупный индекс цен на продукцию, продаваемую в розничной торговле, либо только по корзине специально значимых товаров. Второй из этих индексов означает «стоимость жизни» в стране особенно важен для населения.

3. *Дефлятор ВВП* – определяется по объему конечной продукции, которая формирует стоимость ВВП, в том числе по ценам на важнейшие товары, покупаемые населением, оборудование и другие основные средства, покупаемые фирмами, тарифам на услуги, оказываемые государственному сектору, а также внешнеторговым ценам. Исключаются только цены на промежуточные продукты, которые служат в качестве оборотных средств.

Эти индексы являются важнейшими показателями, т.к. отражают действительный уровень инфляции в стране.

2 Учет инфляции

В современной России возникла необходимость учитывать влияние инфляционных процессов на результаты деятельности предприятий, финансово-кредитных организаций, доходы населения и т. д. С помощью финансовых вычислений можно оценить степень обесценения денег. Инфляция представляет собой процесс обесценивания денег, обусловленный чрезмерным увеличением выпущенной в обращение массы бумажных денег и безналичных выплат по сравнению с реальным предложением товаров и услуг в стране.

Инфляция проявляется в росте цен на товары и услуги. Изменение цен на товары и услуги определяется при помощи индекса потребительских цен J. Численно индекс цен равен отношению цен на товары, работы, услуги в один период времени t к ценам этих товаров, работ, услуг в другой период времени и показывает, во сколько раз увеличились цены на определенные товары или услуги за конкретный период времени.

Процентное изменение индекса потребительских цен называется уровнем инфляции.

В зависимости от уровня инфляции в год, ее подразделяют:

- на ползучую (умеренную) – 3-10 % в год;
- галопирующую – 10-100 % в год;
- гиперинфляцию – свыше 30 % в месяц.

От изменения уровня инфляции зависит реальная стоимость денежных средств или финансовый результат от вложения или предоставления денежных средств на временной основе.

Инфляция способствует перераспределению доходов: под влиянием инфляции потери несет кредитор (если процентная ставка или ставка дисконта не скорректирована с учетом сложившегося уровня инфляции), а заемщик или плательщик, наоборот, получает дополнительную финансовую выгоду.

В любом случае, инфляционные процессы увеличивают номинальную стоимость денег по сравнению с их реальной величиной. Таким образом, можно представить уровень инфляции как r, текущую (или реальную) стоимость как P, и номинальную (наращенную) стоимость S. Следовательно, изменение стоимости под влиянием инфляции можно рассчитать:

$$S = P (1 + r \cdot t),$$

Финансовые вычисления

где $(1 + r \cdot t)$ – средний уровень цен за конкретный период; r – уровень инфляции, выраженный в коэффициенте.

Пример 1

Определить, как изменится сумма денежных средств в размере 5 000 руб. через год, если среднегодовой уровень инфляции составит 13 %?

Решение

$$S = 5\,000 (1 + 0,13 \cdot 1) = 5\,650, \text{ руб.}$$

Иначе говоря, через год на сумму 5 650 руб. можно будет приобрести тот же набор товаров и услуг, что и в начале периода, только на сумму 5 000 руб.

Если требуется определить, как изменится первоначальная сумма денежных средств под влиянием инфляции за период, составляющий менее 1 года, тогда следует скорректировать период времени t (формула (2)).

Следует обратить внимание, что формулы подсчета S с учетом инфляции выбираются в зависимости от применяемого процента (простой и сложный).

С экономической точки зрения, правильнее рассчитывать инфляционные изменения методом сложного начисления, так как инфляция – процесс непрерывный, то есть обесцениваются уже обесцененные деньги или, начисление процентов осуществляется не на первоначальную стоимость, а на стоимость с учетом ранее начисленных процентов (формулы (1), (3)).

$$S = P (1 + r)^t,$$

где t – число лет.

Пример 2

Определить, как изменится сумма денежных средств в размере 5 000 руб. через 5 лет, если среднегодовой уровень инфляции составит 13 %?

Решение

$$S = 5\,000 (1 + 0,13)^5 = 9\,212, \text{ руб.}$$

Если стоит обратная задача, т. е. необходимо определить средний уровень инфляции за конкретный временной интервал (внутри периода), исходя из данных об уровне цен за год или более, то решение осуществляется с помощью вычисления математического корня (квадратного, кубического и т. д.).

Пример 3

Годовой уровень инфляции составил 10 %. Рассчитать среднеквартальный уровень цен.

Решение

$$r = \sqrt[4]{1+0,1} - 1 = 0,025 = 2,5, \text{ \%}.$$

3 Кредитные отношения: общие понятия

Кредит – предоставление денежных средств во временное пользование на условиях возвратности в определенный срок и уплатой процентов.

Если кредит выдается банком или финансовой компанией, то это банковский кредит. К разновидностям банковского кредита относятся: ипотечный, потребительский, кредит на неотложные нужды, на производственные цели и т. д. Обычно это краткосрочные или среднесрочные кредиты (за исключением

Финансовые вычисления

ипотечного, средний срок которого составляет до 30 лет) с целью увеличить оборотный капитал предприятия или кредит на удовлетворение личных потребностей для физических лиц.

Перед заключением кредитного договора банк проверяет дееспособность, правоспособность и платежеспособность клиента. Для этого проводится анализ бухгалтерской отчетности предприятия, отчеты о состоянии дел, структура капитала, экономическая эффективность и т. д. Если в качестве клиента выступает физическое лицо, тогда необходимы документы, подтверждающие личность, справки о доходах, индивидуальный идентификационный номер налогоплательщика и т. д. В кредитном договоре указываются сумма и срок кредита, проценты и прочие расходы, обеспечение кредита, форма выдачи кредита.

Если фирма хорошо известна и надежна, обеспечением служит само имя и репутация фирма. В других случаях обеспечением является имущество предприятия – здание, оборудование, ценные бумаги, запасы и т. д.

Физическим лицам кредит может выдаваться под залог имеющегося в собственности заемщика имущества (квартиры, дачного участка, автомобиля и т.д.) и поручительства третьих лиц.

Разработка плана погашения долга заключается в составлении графика (расписания) периодических платежей должника. Такие расходы должника обычно называют *расходами по обслуживанию долга* или *кратко срочными платежами, расходами по займу*.

Методы определения размера срочных уплат существенно зависят от условий погашения долга, которые предусматривают:

- срок займа;
- продолжительность льготного периода;
- уровень и вид процентной ставки;
- методы уплаты процентов;
- способы погашения основной суммы долга.

В льготном периоде основной долг не погашается, выплачиваются только проценты. Возможность присоединения процентов к сумме основного долга не исключается.

Проценты обычно выплачиваются на протяжении всего срока займа. Реже они начисляются и присоединяются к основной сумме долга.

Основная сумма долга иногда погашается одним платежом, чаще она выплачивается частями – в рассрочку.

При определении выплат (срочных уплат) используются следующие основные обозначения:

- D – сумма задолженности;
- Y – срочная уплата;
- I – проценты по займу;
- R – расходы на погашение основного долга;
- r – ставка процентов по займу;
- n – общий срок займа;
- L – продолжительность льготного периода.

Расходы по обслуживанию долга определяются как:

$$Y=I+R$$

Если в льготном периоде выплачиваются проценты, то расходы по долгу в этом периоде сокращаются до $Y=I$

В кредитном соглашении оговариваются условия погашения и возврата кредита. На практике, вся сумма и проценты по кредиту могут быть возвращены:

- а) в конце срока или единым платежом;
- б) по частям в течение срока погашения кредита:
 - равными платежами;
 - уменьшающимися платежами.

4 Кредитные отношения: способы погашения задолженности

Разовое погашение кредита в конце срока

Ссуда D выдана на n лет под годовую ставку сложного процента r . Размер погашающего платежа определяется по формуле:

$$Y = D(1+r)^n$$

Погашение основного долга (займа без процентов) равными долями

Пусть долг в сумме D_0 погашается в течение n лет. Сумма, ежегодно идущая на его погашение составит:

$$R = \frac{D_0}{n}$$

Размер долга последовательно сокращается:

$D_0, (D_0-R)r, (D_0-2R)r$ и т.д.

Т.о. $I = (D_0 - (n-1)R) * r = D_n * r$

Остаток долга на начало года определяется по формуле:

$$D_n = D_{n-1} - R$$

где D_{n-1} – остаток долга на начало предыдущего года.

Ежегодные расходы по займу определяются по формуле

$$Y_n = R + I_n$$

Т.о. в этом виде ссуды основной долг ежегодно погашается равными долями. Эти доли не изменяются от года к году. Остаточная сумма основного долга уменьшается на сумму выплаченных долей. На сумму остатка долга начисляются проценты, которые для определения расходов по займу прибавляются к выплачиваемой на погашение основного долга доле. Расходы по займу складываются из суммы, идущей на погашение основного долга, и процентов, начисленных на остаток долга. Т.о. расходы по займу с течением времени уменьшаются по мере погашения основного долга за счет того, что уменьшаются проценты за пользование кредитом.

Если долг погашается m раз в году постнумерандо и с такой же частотой выплачиваются проценты, каждый раз по ставке r/m , то срочная уплата составит:

$$Y_n = \frac{D_0 * r}{m} + \frac{D_0}{m * n}$$

где $\frac{D_0 * r}{m}$ - проценты, начисленные на остаток долга;

$\frac{D_0}{m * n}$ – сумма, идущая на погашение основного долга (долга без процентов).

Погашение долга равными срочными уплатами

В соответствие с этим методом расходы должника по обслуживанию долга (по погашению основного долга и процентов по долгу) постоянны на протяжении всего срока его погашения.

Из общей суммы расходов должника часть выделяется на уплату процентов, остаток идет на погашение основного долга.

Величина долга D_0 последовательно сокращается на сумму погашения основного долга R_n . Проценты начисляются на остаточную сумму долга и в связи с тем, что сумма долга уменьшается, сокращаются со временем. Т.к. расходы по

Финансовые вычисления

займу постоянны, с уменьшением процентов увеличивается часть срочной уплаты (R_n), идущая на погашение основного долга:

$$Y = I_n + R_n = D_{n-1} * r + R_n = \text{const}$$

План погашения обычно разрабатывается при условии, что задается срок погашения долга. Если задан срок погашения долга на первом этапе разработки плана погашения определяются *размер срочной уплаты*.

Далее полученная величина разбивается на процентные платежи и сумму, идущую на погашение долга. После этого легко найти остаток задолженности.

Периодическая выплата постоянной суммы Y равнозначна ренте с заданными параметрами.

$$Y = \frac{D_0}{FM4(r, n)} = \frac{D_0}{\frac{1 - (1+r)^{-n}}{r}} = \frac{D_0 * r}{1 - (1+r)^{-n}}$$

где $\frac{1}{FM4(r, n)}$ – фактор обычной амортизации. Фактор обычной амортизации равен величине периодического платежа, погашающего за n лет при заданной процентной ставке r основную сумму кредита в одну единицу и проценты за невозмещенную сумму (кредита).

D_0 – сума долга.

Все величины, необходимые для разработки плана погашения долга, можно рассчитывать на основе величины Y и данных финансового контракта.

Сумма первого погасительного платежа (платежа, идущего на погашение основного долга без процентов) определяется по формуле:

$$R_1 = Y - D_0 * r = Y - I_1$$

Суммы, идущие на погашение долга, увеличиваются во времени

$$R_n = R_{n-1}(1+r)$$

В связи с этим рассматриваемый метод погашения называется прогрессивным.

Платежи по погашению долга образуют ряд (геометрическая прогрессия)

$$R_1, R_1(1+r), \dots, R_1(1+r)^{n-1}$$

По этим данным можно определить сумму погашенной задолженности на конец года n после очередной выплаты

Этот ряд представляет собой геометрическую прогрессию со знаменателем $q=(1+r)$ и первым членом R_1 . Число членов прогрессии равно n . Тогда будущая стоимость аннуитета равна сумме этой прогрессии

$$FV_{pst} = R_1 \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r) - 1} = R_1 \frac{(1+r)^n - 1}{r} = R_1 * FM3(r, n)$$

где $FM3(r, n) = \frac{(1+r)^n - 1}{r}$ – коэффициент наращивания постоянного аннуитета постнумерандо.

Экономический смысл коэффициента наращивания аннуитета заключается в том, что он показывает, чему будет равна суммарная величина срочного аннуитета в одну денежную единицу (например, один рубль) к концу срока его действия. Предполагается, что производится лишь начисление денежных сумм, а их изъятие может быть сделано по окончании срока действия аннуитета.

Погашение долга переменными срочными уплатами

Далеко не всегда оказывается удобным условие $Y=\text{const}$. Например погашение долга может быть связано с поступлением средств из каких-либо источников и зависеть от различных обстоятельств.

Срочные уплаты в этом случае образуют ряд, члены которого либо задаются заранее (график погашения), либо следуют какому – либо закону (прогрессии, заданной функцией).

5 Понятие национальной и иностранной валюты

Под *иностранной валютой* понимаются денежные единицы иностранных государств в наличной и безналичной формах, международные денежные единицы (CDR, евро), а также чеки, векселя и другие виды ценных бумаг, подлежащие оплате в денежных единицах иностранных государств.

Согласованная цена, по которой происходит обмен национальных валют называется *валютным курсом*. Он представляет собой цену денежной единицы одной страны, выраженную в денежной единице другой страны.

Стоимостной основой валютного курса служит *паритет покупательной способности* (ППС) – т.е. соотношение валют по их покупательной способности.

Отклонение валютного курса от ППС происходит под влиянием спроса и предложения на валюту, которые зависят от различных факторов (состояние экономики, политической обстановки, валютной политики, международной миграции капитала и др.).

Различают номинальный и реальный валютные курсы.

Номинальный валютный курс – это обменный курс, по которому происходит обмен валют.

Для учета влияния на курс уровня инфляции определяют *реальный валютный курс*.

Реальный валютный курс страны 1 (B1) по отношению к валюте страны 2 (B2) – это номинальный курс валюты страны 1, пересчитанный с учетом индексов цен в обеих странах (умноженный на отношение индексов цен).

Реальный курс валюты B1 по отношению к валюте B2 определяется по формуле:

$$PK = \frac{НК * I_{p1}}{I_{p2}}$$

где PK – реальный курс валюты B1,
 НК – номинальный курс валюты B1,
 I_{p1} – индекс цен в стране 1,
 I_{p2} – индекс цен в стране 2.

Если индекс цен в стране ниже чем за рубежом, то реальный курс валюты этой страны будет ниже номинального.

При более высоком темпе инфляции в стране реальный курс ее национальной валюты будет выше номинального.

Валютная котировка – установление валютного курса, определение пропорций обмена валют.

Текущие (кассовые, наличные) конверсионные операции осуществляются по текущему валютному курсу – *обменному курсу спот*.

При валютной котировке различают:

- базовую валюту (базу котировки), принимаемую за единицу (доллар);
- валюту котировки – переменная величина, показывающая цену базовой валюты.

В обозначении USD/RUR – базой котировки является доллар, а валютой котировки – рубль.

Финансовые вычисления

Различают следующие методы валютной котировки:

- *прямая котировка* – курс единицы иностранной валюты выражается в национальной валюте (за базу принимается иностранная валюта, национальная валюта выступает в качестве валюты котировки);

- *косвенная (обратная) котировка* – курс единицы национальной валюты выражается в определенном количестве иностранной валюты (за базу принимается национальная валюта, за валюту котировки – иностранная).

$$\text{Косвенная котировка} = \frac{1}{\text{прямая котировка}}$$

Банки дают двойную котировку, устанавливая курс покупки (покупателя) и курс продажи (продавца):

Курс покупки (bid – вид) – это курс, по которому банк готов купить базовую валюту (продать валюту котировки)

Курс продажи (offer – оффэ) – это курс, по которому банк готов продать базовую валюту (купить валюту котировки)

Маржа (margin) или *спрэд* (spread) – разница между курсами покупки и продажи (служит основой получения банком прибыли от конверсионных сделок)

Кросс – курс – означает определенное соотношение двух валют, которое вытекает из курсов по отношению к третьей валюте (обычно к доллару США).

6 Продажа валюты

Валютные операции (сделки) – соглашения (контракты) участников валютного рынка покупки – продажи, платежам, предоставлению в ссуду иностранной валюты на конкретных условиях (наименование валют, сумма, курс обмена, процентная ставка, дата валютирования).

Конверсионными называют операции (сделки) по покупке – продаже (обмену, конверсии) оговоренной сумм валюты одной страны на валюту другой по согласованному курсу на определенную дату.

Конверсионные операции принято называть термином «форекс».

Конверсионные операции коммерческого банка подразделяются следующим образом:

Клиентские – осуществляются банком по поручению и за счет клиентов;

Арбитражные (валютный арбитраж) - производятся банком за свой счет с целью получения прибыли из-за разницы валютных курсов.

Дата валютирования – оговоренная сторонами дата поставки средств на счета контрагента по сделке.

Датами валютирования сделки являются только рабочие дни.

В зависимости от даты валютирования различают следующие виды конверсионных операций:

1. *Кассовые* (текущие или наличные) – сделки исполнение которых осуществляется не позднее второго рабочего дня после ее заключения. К кассовым сделкам относятся:

- сделки расчетами (датой валютирования) «сегодня» (today или сделки «на тоде») – дата валютирования сделок совпадает с днем заключения сделки.

- сделки расчетами «завтра» (tomorrow или сделки «на томе») – дата валютирования сделок поступает на следующий день за днем заключения сделки рабочий день.

- сделки спот (или «на споте») – исполнение сделок осуществляется на второй рабочий день после их заключения.

Рынок текущих конверсионных операций *называется спот – рынком.*

Финансовые вычисления

Сделка «спот» - это операция, осуществляемая по согласованному сегодня курсу, когда одна валюта используется для покупки другой валюты со сроком окончательного расчета на второй рабочий день, не считая дня заключения сделки.

2. Срочные сделки – сделки, исполнение которых осуществляется сторонами не ранее третьего рабочего дня после ее заключения.

Особенности срочных сделок:

1. Интервал времени между моментом заключения и моментом исполнения сделки больше, чем по текущей сделке. Срочная сделка основывается на договоре купли – продажи иностранной валюты с поставкой в определенный срок или в течение некоторого периода в будущем.

2. Курс обмена, зафиксированный в момент заключения сделки, может существенно отклоняться от курса на валютном рынке в момент ее исполнения (текущего курса). При наступлении обусловленного срока валюта покупается или продается по курсу, зафиксированному в договоре купли – продажи.

Наиболее распространенными являются *форвардные операции*. Они применяются для страхования валютных рисков или с целью валютной спекуляции. Обычно, форвардные сделки заключаются на срок от одной недели до 12 месяцев. Дата валютирования определяется «со спота».

Операция «форвард» - это контракт, который заключается в настоящий момент времени по покупке одной валюты в обмен на другую по обусловленному курсу с совершением сделки в определенный день в будущем.

Экспортер может застраховаться от понижения курса иностранной валюты, продав банку будущую валютную выручку на срок по курсу форвард.

Импортер может застраховаться от повышения курса иностранной валюты, купив в банке валюту на срок.

Валютные спекулянты, играющие на понижение курса (медведи), продают валюту на срок, рассчитывая, что к моменту исполнения сделки курс валюты на рынке окажется ниже, чем курс форвард. Если ожидания «медведей» оправдаются, они купят валюту по более низкому текущему курсу и продадут ее по более высокому курсу форвард, получив прибыль в виде курсов разницы.

Валютные спекулянты, играющие на повышение курса (быки), ожидая повышения курса валюты, покупают ее на срок по курсу форвард с тем, чтобы при наступлении срока сделки получить валюту от продавца по курсу, зафиксированному в момент заключения сделки (курсу форвард) и продать ее на рынке по более высокому текущему курсу, получив курсовую прибыль.

Операции (сделки) своп - валютные операции, сочетающие покупку или продажу валюты на условиях наличной сделки «спот» с одинаковой продажей или покупкой той же валюты на срок по курсу «форвард».

Т.о. валютный своп – это одновременное заключение двух противоположных (встречных) конверсионных сделок на одинаковую сумму с разными датами исполнения.

Дата исполнения, которая более близка к сроку сделки называется *датой валютирования*.

Дата исполнения обратной (встречной) сделки называется *датой окончания свопа*.

По срокам различают следующие типы свопа:

1. Стандартный (классический) – это сочетание сделок спот и форвардной, т.е. покупка или продажа двух валют на условиях спот с одновременным заключением встречной сделки на срок с теми же валютами.

Финансовые вычисления

2. Короткий (до спота) – сочетание сделок, дата валютирования первой из которых назначена на сегодня, а обратной сделки (контрсделки) – на завтра (или наоборот).

3. Форвардный своп (после спота) - это комбинация двух форвардных сделок, причем контрсделка заключается на условиях более позднего форварда, чем первая.

Курс по форвардной сделке отличается от курса по сделке спот. Форвардный курс устанавливается методом премии или скидки. Премия означает, что форвардный курс выше чем спот курс. Разницу между курсами спот и форвард называют *форвардной разницей*. Форвардные премии и скидки позволяют сглаживать разницу в процентных ставках.

Валюта с низкой процентной ставкой котируется на рынке форвард с премией по отношению к валюте с более высокой процентной ставкой. Валюта с более высокой ставкой процента котируется со скидкой.

Следовательно, на валютном рынке преимущество более высокой процентной ставки по какой-либо валюте компенсируется снижением курса этой валюты на форвардном рынке по сравнению со спот курсом.

Паритет процентных ставок – ситуация, когда форвардная премия (скидка) в процентах к курсу спот соответствует разнице в процентных ставках по двум валютам.

$$\text{Курс своп} = \frac{\text{Курс спот} * \text{Разница процентных ставок} * \text{Число дней (мес) до исполнения сделки}}{\text{количество дней в году (12 мес)}}$$

Анализ доходности операций по купле продаже валюты можно провести на основе соотношения:

$$C = \frac{P K_1}{K_0 I_p}$$

где С – сумма в рублях в конце операции купли – продажи валюты;

Р – сумма в рублях в начале операции купли – продажи валюты;

K_0 и K_1 – курс обмена в начале и конце операции соответственно, имеющий, например, размерность руб/долл.

I_p – цен за время операции n ;

I_k – индекс курсов валют за время операции n .

В формуле рублевая сумма Р обменена на валюту (деление на K_0), затем через период n лет обменена на рубли (умножение на K_1). Для определения реальной стоимости полученной суммы она делится на индекс цен за время операции n , равный I_p .

7 Операции с ценными бумагами

С юридической точки зрения, ценная бумага представляет собой денежный документ, удостоверяющий имущественные права, осуществление или передача которых возможны только при его предъявлении или если доказано закрепление этих прав в специальном реестре (в случаях, определенных законом).

С экономической точки зрения, ценная бумага – это совокупность имущественных прав на те или иные материальные объекты, которые обособились от своей материальной основы и получили собственную материальную форму. Ценные бумаги могут предоставлять и неимущественные права (например, акция предоставляет право голоса на общем собрании акционеров, а также право получать информацию о деятельности акционерного общества и т. д.).

Финансовые вычисления

Фундаментальные свойства ценных бумаг: обращаемость; доступность для гражданского оборота; стандартность и серийность; документальность; признание государством и регулируемость; рыночность; ликвидность; рискованность; обязательность исполнения обязательства.

Гражданский кодекс Российской Федерации выделяет следующие ценные бумаги: государственные, муниципальные, корпоративные облигации, вексель, акции, депозитный и сберегательный сертификат и другие.

Характеристика основных видов ценных бумаг представлена в таблице 2.1.

Таблица 2.1 - Характеристика основных видов ценных бумаг

Ценная бумага	Характеристика
Акция	<p>Долевая, эмиссионная ценная бумага, дающая право ее владельцу на участие в управлении акционерным обществом, получение части прибыли в форме дивидендов и части имущества при ликвидации акционерного общества. Цель выпуска – формирование и увеличение уставного капитала.</p> <p>Различают привилегированные и обыкновенные акции.</p> <p>Привилегированные акции не дают права на участие в управлении акционерным обществом, но дают первоочередное право на получение дивиденда по фиксированной ставке, независимо от результатов финансово-хозяйственной деятельности предприятия, и на первоочередное погашение при ликвидации общества по отношению к обыкновенным акциям.</p> <p>Бессрочная ценная бумага.</p> <p>По акции выплачивается доход в виде дивиденда.</p> <p>Дивиденд – это часть чистой прибыли акционерного общества, выплачиваемая каждому акционеру пропорционально количеству акций, находящихся в его собственности.</p>
Облигация	<p>Долговая эмиссионная ценная бумага, закрепляющая право ее держателя на получение от эмитента облигации в предусмотренный срок ее номинальной стоимости и зафиксированного в ней процента от этой стоимости или иного имущественного эквивалента.</p> <p>Доходом по облигации называется процент или купонный доход. Существуют бескупонные облигации, доход по которым определяется в виде дисконта.</p> <p>В зависимости от эмитента выделяют: государственные облигации; муниципальные; корпоративные.</p>
Сертификат	<p>Письменное свидетельство кредитного учреждения о депонировании в нем денежных средств, удостоверяющее право вкладчика на получение по истечении установленного срока депозита (вклада) и процентов по нему.</p> <p>Эмитентами депозитных и сберегательных сертификатов являются банки.</p> <p>Сертификаты выпускаются как именные, так и на предъявителя. Не предусмотрено ограничений на сумму номинала, который может быть выражен как в российских рублях, так и в иностранной валюте. Минимальные сроки обращения сертификатов не установлены, максимальный срок для</p>

Финансовые вычисления

	депозитных сертификатов – 1 год, для сберегательных – 3 года. Деление на депозитные и сберегательные сертификаты связано с их владельцами, которыми могут быть юридические лица (депозитные) и физические лица (сберегательные). Выпускаются в документарной форме. Доход определяется в виде процента, который зависит от срока обращения сертификата и его номинальной стоимости.
--	--

Размер дохода по данным ценным бумагам можно рассчитать по следующей формуле

$$D = \frac{N \cdot Ct}{100},$$

где N – номинальная стоимость ценной бумаги, руб.;

Ct – ставка дивиденда, процента, купона, %.

Как правило, срочные ценные бумаги (вексель, облигация, сертификат) имеют определенный срок обращения. В результате воздействия факторов времени и инфляции реальный доход от приобретения ценных бумаг меняется, что следует учитывать при инвестировании денежных средств.

Увеличение и обесценение капитала можно рассчитать на основе формул простого и сложного процентов.

Пример 1

Облигация номинальной стоимостью 1 000 руб. и фиксированной ставкой дохода 14 % годовых выпускается сроком на 3 года с ежегодной выплатой дохода. Определить целесообразность покупки данной облигации, если среднегодовой уровень инфляции составит 11 %.

Решение

$$S = 1\,000 (1 + 0,14 \cdot 3) = 1\,420, \text{ руб.}$$

$$S_{\text{инфл}} = 1\,000 (1 + 0,11 \cdot 3) = 1\,367, \text{ руб.}$$

$$D = 1\,420 - 1\,367 = 53, \text{ руб.}$$

Таким образом, покупка облигации выгодна для инвестора, так обеспечит доход в размере 53 руб.

Начисляемый процентный доход по ценным бумагам может изменяться в течение времени, тогда увеличение капитала следует определять по формулам (7) и (8) (также как и инфляция, только применяется формула (8)).

Пример 2

На депозитный сертификат номиналом 1 000 руб. и сроком обращения 1 год начисляются проценты исходя из следующих данных: I квартал – 6 % годовых, II квартал – 8 % годовых. Каждый последующий квартал ставка процента увеличивается на 1 %. Рассчитать общую сумму погашения по сертификату, если проценты погашаются в конце срока.

Решение

$$S = 1\,000 \left(1 + 0,06 \cdot \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 + 0,08 \cdot \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 + 0,09 \cdot \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 + 0,1 \cdot \frac{1}{4}\right) = 1\,085, \text{ руб.}$$

Характерной особенностью облигации, также как и векселя, является

Финансовые вычисления

существование ситуаций размещения данной ценной бумаги с дисконтом, т. е. по цене, ниже номинальной.

В таком случае, цену приобретения облигации можно рассчитать по формуле

$$C = P(1 - dt),$$

где C – цена приобретения облигации, тыс. руб.;

P – первоначальная (номинальная) стоимость облигации, тыс. руб.;

d – ставка дисконта, выраженная в коэффициенте;

t – срок обращения облигации, дни, годы и т. д.

Таким образом, влияние всех факторов, а именно процентного дисконтированного дохода, инфляции при обращении ценных бумаг, можно объединить в следующем примере .

Пример 3

Целевая муниципальная облигация номинальной стоимостью 10 000 руб. имеет процентный доход в размере 8 % годовых, реализуется с дисконтом 4 % годовых. Рассчитать финансовый результат от приобретения облигации, если срок ее обращения составляет 1 год и среднегодовой уровень инфляции 12 %.

Решение

Сумма погашения облигации: $S = 10\,000 (1 + 0,08 \cdot 1) = 10\,800$, руб.

Цена приобретения облигации: $C = 10\,000 (1 - 0,04 \cdot 1) = 9\,600$, руб.

Увеличение затрат по покупке облигации под влиянием инфляции:

$$S_{\text{инфл}} = 9\,600 (1 + 0,12 \cdot 1) = 10\,752, \text{ руб.}$$

Финансовый результат от покупки облигации: $10\,800 - 10\,752 = 48$, руб.

Приобретение ценной бумаги является целесообразным.

8 Операции с векселями

Вексель – это безусловное долговое обязательство указанного в векселе плательщика оплатить определенную сумму в установленные сроки.

Основными характерными признаками векселя являются:

- безусловный характер денежного обязательства, т.е. принятое векселедателем на себя обязательство уплатить определенную сумму или приказ оплатить вексельную сумму третьему лицу не могут быть ограничены никакими условиями;

- абстрактный характер обязательства, т.е. в тексте векселя не допускаются ссылки, на основании какой сделки он выдан;

- строго формализованная процедура заполнения данного документа, т.е. форма векселя должна содержать все необходимые реквизиты, т.к. отсутствие хотя бы одного из них делает вексель ничтожным;

- вексельная строгость предусматривает особую процедуру взыскания вексельных долгов, которая намного быстрее и проще традиционных способов взыскания задолженности;

Финансовые вычисления

- обращаемость векселя предусматривает возможность многократной передачи векселя от одного лица к другому путем совершения передаточной надписи (индоссамента), что позволяет использовать вексель как средство расчетов вместо денег;

- денежная форма расчетов, т.е. предметом обязательства могут быть только денежные средства. Не допускаются расчеты товарами или услугами.

В настоящее время вексельное обращение регулируется федеральным законом «О простом и переводном векселе», который базируется на Единообразном вексельном законе, принятом Женевской вексельной конвенцией в 1930 г.

Виды векселей:

1. *Товарный (коммерческий) вексель* – опосредует коммерческую сделку. При помощи товарного векселя предприятие – продавец предоставляет покупателю коммерческий кредит, принимая от него в уплату товара вексель, подлежащий оплате в течение определенного периода времени.

2. *Финансовый вексель* – в основе данной ценной бумаги лежит финансовая операция, не связанная с совершением товарной сделки. Финансовый вексель опосредует финансовую сделку, связанную с получением кредита. Между кредитором и заемщиком не составляется кредитный договор, а заемщик продает инвестору вексель, привлекая тем самым финансовые ресурсы. При помощи финансового векселя предприятия могут выдавать друг другу кредиты.

3. *Дружеский вексель*. Эти векселя выдают друг другу лица на одинаковую сумму и на один и тот же срок. За дружескими векселями не стоит никакой реальной операции. Целью выпуска данных векселей является оказание помощи одному из участников вексельного обращения, испытывающему финансовые затруднения.

4. *Бронзовый вексель* – выпускается с целью совершения мошеннических операций. Бронзовый вексель не опосредует ни коммерческую сделку, ни финансовую операцию. Как правило, хотя бы одно лицо, участвующее в вексельном обращении является вымышленным. Цель эмиссии бронзового векселя – получить в банке кредит под залог векселя или расплатиться векселем за товарные сделки или по финансовым обязательствам.

В России выпуск дружеских и бронзовых векселей запрещен.

Все выпускаемые векселя делятся на две группы:

1. *Простой вексель (соло - вексель)* - это безусловное долговое обязательство должника (векселедателя) уплатить кредитору (векселедержателю) определенную сумму денежных средств в определенном месте и в установленные сроки или по приказу кредитора перечислить средства третьему лицу.

2. *Переводной вексель (тратта)* – это поручение (приказ) кредитора (векселедателя) обязывающее должника (трассата) оплатить обозначенную в векселе сумму в указанный срок третьему лицу (ремитенту). Лицо, выписавшее переводной вексель, называется векселедателем или трассантом.

Особенностью выпуска и обращения переводного векселя является то, что он не может служить простым средством платежа. Ремитент, получая вексель, не уверен, что указанный в нем трассат произведет оплату. Поэтому первоначально необходимо убедиться, что должник согласен уплатить вексельную сумму. Для этого вексель направляется трассату для акцепта.

Акцепт – это письменное согласие на выполнение обязательств по векселю.

Финансовые вычисления

Полный акцепт – означает, что траста полностью выплатит указанную в векселе сумму в установленные сроки.

Частичный акцепт означает, что должник согласен выплатить только часть суммы. Векселедержатель должен согласиться с частичным акцептом и направить протест против неакцептованной суммы. Т.о., векселедержатель имеет право предъявить регрессные требования ко всем обязательным по векселю лицам. Данный порядок предусмотрен Женевской вексельной конвенцией, к которой присоединилась Россия.

Вексельные расчеты широко применяются на практике между хозяйствующими субъектами.

Учет векселей является обычной банковской операцией, при которой банки или финансовые компании покупают векселя с дисконтом по цене, меньшей, чем номинальная стоимость векселя.

Вексель – *краткосрочная ценная бумага сроком погашения до 1 года*. Продается с дисконтом (по цене ниже, чем номинальная стоимость), а погашается по номинальной стоимости.

В вексельных расчетах участвуют:

- векселедатель – заемщик;
- векселедержатель – кредитор;
- плательщик (или третье лицо) – коммерческий банк или финансовая компания.

Для расчета суммы денежных средств, полученных векселедержателем при учете векселя в банке, используется формула простого дисконта. Введем следующие обозначения:

$$S = P (1 - d \cdot t),$$

где P – номинальная стоимость векселя, руб.;

d – учетная ставка (ставка дисконта), выраженная в коэффициенте;

t – период времени.

Сумма дохода банка по учету векселя рассчитывается по формуле

$$D = P - S = P - \frac{P}{1 - d \cdot t},$$

где D – сумма дисконта по векселю, руб.

Пример 1

Вексель на сумму 20 000 руб. и сроком погашения 10 октября учтен в банке 10 сентября текущего года по учетной ставке 10 % годовых. Рассчитать сколько получит владелец векселя (S) и сумму дохода банка (D).

Решение

$$S = 20\,000 \left(1 - 0,1 \cdot \frac{1}{12}\right) = 19\,840, \text{ руб.}$$

$$D = 20\,000 - 19\,840 = 160, \text{ руб.}$$

На практике вексель часто применяется как инструмент вложения временно свободных денежных средств, обеспечивающий держателю доход в виде дисконта. При расчете дохода от приобретения векселя можно учитывать влияние инфляционных факторов. В этой ситуации инфляция будет увеличивать затраты кредитора (векселедержателя) по приобретению векселя и влиять на изменение доходности осуществляемой операции.

Финансовые вычисления

Пример 2

Вексель на сумму 50 000 руб. и сроком обращения 1 год реализуется с дисконтом 12 % годовых. Определить целесообразность покупки векселя, если среднегодовой уровень инфляции составит 13 %.

Решение

$$S = 50\,000 (1 - 0,12 \cdot 1) = 44\,000, \text{ руб.}$$

$$S_1 = 44\,000 (1 + 0,13 \cdot 1) = 49\,720, \text{ руб.}$$

$$D = 50\,000 - 49\,720 = 280, \text{ руб.}$$

Таким образом, покупку векселя можно считать целесообразной, так как доход по операции является положительным и составит 280 руб.

Операции банковского учета иногда проводятся по сложной учетной ставке.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1.Бочаров П.П. Финансовая математика: учебник, - М.: ФИЗМАТЛИТ, - 2005, - 230 с.
- 2.Красина Ф.А. Финансовые вычисления: учебное пособие, - Томск: Эль Контент, - 2011, - 190 с.
- 3.Лаврушин О.И. Банковское дело: современная система кредитования: учебное пособие / О.И.Лаврушин, О.Н.Афанасьева – 7 – е изд., перераб. и доп. – М.:КноРус, - 2013. – 308 с.
- 4.Финансы: учебник / А.Г. Грязнова, Е.В. Маркина, М.Л. Седова и др.; под ред. А.Г.Грязновой, Е.В.Маркиной. – 2 – е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, - 2012. – 496 с.: ил.