



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Менеджмент и бизнес-технологии»

Методические указания
к практическим занятиям
по дисциплине
«Статистика: социально-экономическая
статистика»

**«Выборочный метод при
исследовании социально-
экономических явлений»**

Авторы
Борисова Л.В.,
Борисов В.А.,
Борисова Д.В.

Ростов-на-Дону, 2017

Аннотация

Методические указания к практическим занятиям предназначены для студентов очной и заочной форм обучения направления 38.03.02.

Авторы

Борисова Людмила Викторовна	Доктор технических наук, профессор кафедры «Менеджмент и бизнес- технологии»
-----------------------------------	---

Борисов Вячеслав Александрович	Старший преподаватель кафедры «Менеджмент и бизнес-технологии»
--------------------------------------	--

Борисова Дина Владимировна	Ассистент кафедры «Менеджмент и бизнес- технологии»
----------------------------------	---



Оглавление

Введение	4
Определение численности (объема) выборки и ошибок выборки.....	5
Практические задачи по теме «Выборочный метод»	10
Варианты самостоятельных заданий	22
Литература.....	23
Приложение 1 Таблица (функция Лапласа)	24
Приложение 2 Значения критерия Стьюдента (для одностороннего критерия) на 10, 5, 1 и 0,1%–ном уровне значимости.....	27

ВВЕДЕНИЕ

Статистическая методология исследования массовых явлений и процессов различает два способа наблюдения в зависимости от полноты охвата объекта: сплошное и несплошное.

Выборочный метод применяется в тех случаях, когда проведение сплошного наблюдения невозможно или экономически нецелесообразно. Например, проверка качества отдельных видов продукции может быть связана с ее уничтожением (оценка крепости нити на разрыв, дегустация продуктов питания и т. п.). Или совокупности настолько велики, что было бы физически невозможно собрать данные в отношении каждого из их членов (например, при изучении пассажиропотоков или цен на рынках, исследованиях бюджетов семей). Выборочное наблюдение используют также для проверки результатов сплошного наблюдения.

Переход статистики РФ на международные стандарты системы национального счетоводства требует более широкого применения выборки для получения и анализа показателей СНС не только в промышленности, но и в других секторах экономики.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛЕННОСТИ (ОБЪЕМА) ВЫБОРКИ И ОШИБОК ВЫБОРКИ

Расчет ошибок позволяет решить одну из главных проблем организации выборочного наблюдения – оценить репрезентативность выборочной совокупности. Различают среднюю и предельную ошибки выборки. Эти два вида ошибок связаны следующим соотношением [1]:

$$\Delta = t\mu$$

Δ - предельная ошибка выборки; μ - средняя ошибки выборки; t -коэффициент доверия.

Величина средней ошибки выборки рассчитывается дифференцировано в зависимости от способа отбора выборки:

При случайном повторном отборе:
$$\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

При бесповторном отборе:
$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

σ^2 -выборочная дисперсия; n — объем выборки (число обследованных единиц); N -объем генеральной совокупности.

Одной из важных проблем выборочного метода является определение необходимого объема выборки (табл.1). От объема выборки зависит размер средней ошибки выборки μ и экономичность проводимого выборочного наблюдения, так как чем больше объем выборки, тем больше затраты на изучение элементов выборки, но тем меньше при этом ошибка выборки.

Таблица 1

Формулы расчета необходимой численности выборки для собственно-случайного отбора

n	Собственно-случайный отбор	
	повторный	бесповторный
Для средней	$\frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2}$	$\frac{t^2 \sigma^2 N}{N\Delta^2 + t^2 \sigma^2}$
Для доли	$\frac{t^2 \omega(1-\omega)}{\Delta^2}$	$\frac{t^2 N\omega(1-\omega)}{N\Delta^2 + t^2 \omega(1-\omega)}$

Интервальной оценкой называют оценку, которая определяется 2 числами — концами интервала, который с определенной вероятностью накрывает неизвестный параметр генеральной совокупности. Интервал, содержащий оцениваемый параметр генеральной совокупности, называют доверительным интервалом. Для его определения вычисляется *предельная ошибка выборки* Δ , позволяющая установить предельные границы, в которых с заданной вероятностью (надежностью) должен находиться параметр генеральной совокупности (1).

$$P(\tilde{x} - \Delta < \bar{x} < \tilde{x} + \Delta) = 2\Phi_0(t) = \gamma$$

\tilde{x} - выборочная средняя; \bar{x} - генеральная средняя; γ - доверительная вероятность.

Выборочная средняя является точечной оценкой генеральной средней, т.е. $\tilde{x} = \bar{x}$.

Генеральная дисперсия имеет две точечные оценки: σ^2 - выборочная дисперсия, исчисляемая для больших выборок ($n > 30$) и S^2 - исправленная выборочная дисперсия, исчисляемая для малых выборок ($n < 30$). Между ними существует следующая взаимосвязь:

$$S^2 = \frac{n}{n-1} \sigma^2$$

Коэффициент t позволяет установить, насколько надежно высказывание о том, что заданный интервал содержит параметр генеральной совокупности. Если мы выберем коэффициент таким, что высказывание в 95% случаев окажется правильным и только в 5% - неправильным, то мы говорим: со *статистической надежностью в 95% доверительный интервал выборочной статистики содержит параметр генеральной совокупности*. Статистической надежности в 95% соответствует доверительная вероятность — 0,95. В 5% случаев утверждение «параметр принадлежит доверительному интервалу» будет неверным, т. е. 5% задает *уровень значимости* (α) или 0,05 вероятность ошибки. Обычно в статистике уровень значимости выбирают таким, чтобы он не превысил 5% ($\alpha < 0,05$). Доверительная вероятность и уровень значимости дополняют друг друга до 1 (или 100%) и определяют надежность статистического высказывания.

С помощью доверительного интервала можно оценить не только генеральную среднюю, но и другие неизвестные параметры генеральной совокупности.

Для оценки математического ожидания a (генеральной средней) нормально распределенного количественного признака X по выборочной средней \bar{X} при известном среднем квадратическом отклонении σ генеральной совокупности (при большом объеме выборки, т. е. при $n > 30$) и собственно-случайном бесповторном отборе формула (1) примет вид

$$P\left(\tilde{x} - t \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 - \frac{n}{N}} < \bar{x} < \tilde{x} + t \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 - \frac{n}{N}}\right) = 2\Phi_0(t) = \gamma$$

где t определяется по таблицам функции Лапласа (приложение 1) из соотношения $2\Phi_0(t) = \gamma$; w — выборочная доля;

$$\Delta = t \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 - \frac{n}{N}}$$

Для оценки генеральной доли p нормально распределенного количественного признака по выборочной доле $w = t/n$ (при большом объеме выборки, т. е. при $n > 30$) и собственно-случайном, бесповторном отборе формула (1) будет иметь вид

$$P_{w-t} \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} \leq p \leq w + t \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 2\Phi_0(t) = \gamma$$

где t определяется по таблицам функции Лапласа (приложение 1) из соотношения $2\Phi_0(t) = \gamma$; w — выборочная доля;

Для оценки математического ожидания a (генеральной средней) нормально распределенного количественного признака X по выборочной средней \bar{X} при известном среднем квадратическом отклонении σ генеральной совокупности (при малом объеме выборки, т. е. при $n < 30$) и собственно-случайном бесповторном отборе

$$\left(\tilde{x} - t \frac{S}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 - \frac{n}{N}} < \bar{x} < \tilde{x} + t \frac{S}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 - \frac{n}{N}}\right) = 2S(t) = \gamma$$

$$\Delta = t \frac{S}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 - \frac{n}{N}}$$

где t определяется по таблицам Стьюдента (приложение 2) из соотношения

$2S(t) = \gamma$ по уровню значимости $\alpha = 1 - \gamma$ и числу степеней свободы $\nu = n - 1$.

Для оценки *генеральной доли* p нормально распределенного количественного признака по выборочной доле $w = t/p$ (при малом объеме выборки, т. е. при $n < 30$) и *собственно-случайном, бесповторном отборе* формула (1) будет иметь вид

$$P_{w-t} \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} \leq p \leq w+t \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 2S(t) = \gamma$$

где t определяется по таблицам Стьюдента (*приложение 2*) из соотношения

$2S(t) = \gamma$ по уровню значимости $\alpha = 1 - \gamma$ и числу степеней свободы $\nu = n - 1$.

Пример 1. Владелец автостоянки опасается обмана со стороны своих служащих (охраны автостоянки). В течение года (365 дней) владельцем автостоянки проведено 40 проверок. По данным проверок среднее число автомобилей, оставляемых на ночь на охрану, составило 400 единиц, а среднее квадратическое (стандартное) отклонение их числа $\cdot 10$ автомобилей. Считая отбор собственно-случайным, с вероятностью 0,99 оцените с помощью доверительного интервала истинное среднее число автомобилей, оставляемых на ночь на охрану. Обоснованы ли опасения владельца автостоянки, если по отчетности охранников среднее число автомобилей, оставляемых на ночь на охрану, составляет 395 автомобилей?

Решение. По условию задачи выборочное обследование проведено с помощью собственно-случайного отбора. Очевидно, что отбор \cdot бесповторный, так как не имеет смысла производить проверку более 1 раза в сутки. Объем выборки $n = 40$, что больше 30 единиц, т. е. выборка большая. Объем генеральной совокупности $N = 365$.

Найдем границы доверительного интервала для оценки среднего числа автомобилей, оставляемых на ночь на охрану, т.е. границы доверительного интервала для генеральной средней.

По условию

$\tilde{\chi} = 400$; $\sigma = 10$; $n = 40$; $\gamma = 0,99$; $N=365$. Используем

формулу

Найдем t из соотношения $2\Phi_0(t) = \gamma$. $2\Phi_0(t) = 0,99$;

$\Phi_0(t) = 0,99/2 = 0,495$.

По таблице функции Лапласа (*приложение 1*) найдем, при каком t $\Phi_0(t) = 0,495$. $\Phi_0(2,58) = 0,495$ Следовательно, $t = 2,58$.

Найдем предельную ошибку выборки:

$$396,1507 < \bar{\chi} < 403,8493.$$

Ответ. С уверенностью в 99% можно ожидать, что среднее число автомобилей, оставляемых на ночь на охрану, находится в интервале от 396 до 404. Таким образом, можно утверждать, что служащие автостоянки обманывают ее владельца.

Пример 2. В 24 из 40 проверок число автомобилей на автостоянке не превышало 400 единиц. С вероятностью 0,98 найдите доверительный интервал для оценки истинной доли дней в течение года, когда число оставляемых на стоянке автомобилей не превышало 400 единиц.

Решение. Определим границы доверительного интервала для доли дней в течение года, когда число оставляемых на стоянке автомобилей не превышало 400 единиц.

По условию $t = 24$; $n = 40$; $\gamma = 0,98$.

Выборочная доля $w = 24/40 = 0,60$. Так как

$$\Phi_0(t) = \gamma/2 = 0,98/2 = 0,49.$$

По таблице функции Лапласа (*приложение 1*) найдем, при каком t

$$\Phi_0(t) = \gamma/2 = 0,49. \Phi_0(2,33) = 0,49.$$

Следовательно, $t = 2,33$.

Найдем предельную ошибку выборки:

$$0,6 - 0,1703 < p < 0,6 + 0,1703;$$

$$0,4297 < p < 0,7703.$$

Ответ. С вероятностью 0,98 можно ожидать, что доля дней в течение года, когда число оставляемых на стоянке автомобилей не превышало 400 единиц, находится в интервале от 0,4297 до 0,7703.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ПО ТЕМЕ «ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД»

1. С целью изучения размеров дневной выручки в сфере мелкого частного бизнеса была произведена 10%-я случайная бесповторная выборка из 1000 торговых киосков города. В результате были получены данные о средней дневной выручке, которая составила 500 у.е. В каких пределах с доверительной вероятностью 0,95 может находиться средняя дневная выручка всех торговых точек изучаемой совокупности, если среднее квадратическое отклонение составило 150 у. е.?

2. Фирма, торгующая автомобилями в небольшом городе, собирает информацию о состоянии местного автомобильного рынка в текущем году. С этой целью из 8 746 лиц в возрасте 18 лет и старше, проживающих в этом городе, отобрано 500 человек. Среди них оказалось 29 человек, планирующих приобрести новый автомобиль в текущем году. Оцените долю лиц в генеральной совокупности в возрасте 18 лет и старше, планирующих приобрести новый автомобиль в текущем году, если, $a = 0,05$.

3. Для оценки числа безработных среди рабочих одного из районов города в порядке случайной повторной выборки отобраны 400 человек рабочих специальностей. 25 из них оказались безработными. Используя 95%-и доверительный интервал, оцените истинные размеры безработицы среди рабочих этого района.

4. Туристическое бюро, рекламируя отдых на одном из морских курортов, утверждает, что для этого курорта характерна идеальная погода со среднегодовой температурой $+20^{\circ}\text{C}$. Пусть случайно отобраны 35 дней в году. Какова в этом случае вероятность того, что отклонение средней температуры за отобранные дни от среднегодовой температуры не превысит по абсолютной величине 2°C , если температура воздуха распределена по нормальному закону, а стандартное отклонение дневной температуры составляет 4°C ?

5. Выборочные обследования малых предприятий города показали, что 95% малых предприятий в выборке относятся к негосударственной форме собственности. Приняв доверительную вероятность равной 0,954, определите, в каких границах находится доля негосударственных малых предприятий в генеральной совокупности, если в выборку попало 100 предприятий?

6. В целях изучения среднедушевого дохода семей города в 1995 г. была произведена 1%-я повторная выборка из 30 тыс. семей. По результатам обследования среднедушевой доход семьи в

месяц (x) составил 200 тыс. руб. со средним квадратическим отклонением, равным (σ) 150 тыс. руб. С вероятностью 0,95 найдите доверительный интервал, в котором находится величина среднедушевого дохода всех семей города, считая среднедушевой доход случайной величиной, распределенной по нормальному закону.

7. Для изучения различных демографических характеристик населения выборочно обследовано 300 семей города. Оказалось, что среди обследованных семей 15% состоят из 2 человек. В каких пределах находится в генеральной совокупности доля семей, состоящих из 2 человек, если принять доверительную вероятность равной 0,95?

8. По данным выборочных обследований в 1995 г. прожиточный минимум населения Северо-Кавказского района составил в среднем на душу населения 87 тыс. руб. в месяц. Каким должен был быть минимально необходимый объем выборки, чтобы с вероятностью 0,997 можно было утверждать, что этот показатель уровня жизни населения в выборке отличается от своего значения в генеральной совокупности не более чем на 10 тыс. руб., если среднее квадратическое отклонение принять равным 30 тыс. руб.?

9. В 1995 г. выборочное обследование распределения населения города по среднедушевому денежному доходу показало, что 40% обследованных в выборке имеют среднедушевой денежный доход не более 200 тыс. руб. В каких пределах находится доля населения, имеющего такой среднедушевой доход, во всей генеральной совокупности, если объем генеральной совокупности составляет 1 000 000 единиц, выборка не превышает 10% объема генеральной совокупности и осуществляется по методу собственно-случайного бесповторного отбора, а доверительная вероятность принимается равной 0,954?

10. Аудиторская фирма хочет проконтролировать состояние счетов одного из коммерческих банков. Для этого случайно отбираются 50 счетов. По 20 счетам из 50 отобранных имело место движение денежных средств в течение месяца. Постройте 99%-й доверительный интервал, оценивающий долю счетов в генеральной совокупности, по которым имело место движение денежных средств в течение месяца.

11. Строительная компания хочет оценить возможности успешного бизнеса на рынке ремонтно-строительных работ. Эта оценка базируется на случайной бесповторной выборке, в соответствии с которой из 1000 домовладельцев, собирающихся отремонтировать или перестраивать свои дома, отобраны 600 чело-

век. По этой выборке определено, что средняя стоимость строительных работ, которую предполагает оплатить отдельный домовладелец, составляет 5000 у. е. С какой вероятностью можно гарантировать, что эта стоимость будет отличаться от средней стоимости строительных работ в генеральной совокупности по абсолютной величине не более, чем на 100 у. е., если стандартное отклонение стоимости строительных работ в выборке составило 500 у. е.?

12. Менеджер компании, занимающейся прокатом автомобилей, хочет оценить среднюю величину пробега одного автомобиля в течение месяца. Из 280 автомобилей, принадлежащих компании, методом случайной бесповторной выборки отобрано 30. По данным этой выборки установлено, что средний пробег автомобиля в течение месяца составляет 1 342 км со стандартным отклонением 227 км. Считая пробег автомобиля случайной величиной, распределенной по нормальному закону, найдите 95%-и доверительный интервал, оценивающий средний пробег автомобилей всего парка в течение месяца.

13. Среднемесячный бюджет студентов в колледжах одного из штатов США оценивается по случайной выборке. С вероятностью 0,954 найдите наименьший объем выборки, необходимый для такой оценки, если среднее квадратическое отклонение предполагается равным 100 у. е., а предельная ошибка средней не должна превышать 20 у. е.

14. Коммерческий банк, изучая возможности предоставления долгосрочных кредитов населению, опрашивает своих клиентов для определения среднего размера такого кредита. Из 9 706 клиентов банка опрошено 1 000 человек. Среднее значение необходимого кредита в выборке составило 6 750 у. е. со стандартным отклонением 1 460 у. е. Найдите границы 95%-го доверительного интервала для оценки неизвестного среднего значения кредита в генеральной совокупности.

15. Выборочные обследования показали, что доля покупателей, предпочитающих новую модификацию товара А, составляет 60% от общего числа покупателей данного товара. Каким должен быть объем выборки, чтобы можно было получить оценку генеральной доли с точностью не менее 0,05 при доверительной вероятности 0,90?

16. С помощью случайной выборки оценивается среднее время ежедневного просмотра телепередач абонентами кабельного телевидения в период с 18 до 22 ч. Каким должен быть объем выборки в этом случае, если в предыдущих выборочных об-

следованиях стандартное отклонение времени просмотра передач составило 40 мин, а отклонение выборочной средней от генеральной средней по абсолютной величине не должно превышать 5 мин с вероятностью 0,99?

17. При выборочном опросе 1 200 телезрителей оказалось, что 456 из них регулярно смотрят программы телеканала НТВ. Постройте 99% -и доверительный интервал, оценивающий долю всех телезрителей, предпочитающих программы телеканала НТВ.

18. Для оценки остаточных знаний по общеэкономическим предметам были протестированы 25 студентов 2-го курса факультета. Получены следующие результаты в баллах: 107, 90, 114, 88, 117, 110, 103, 120, 96, 122, 93, 100, 121, 110, 135, 85, 120, 89, 100, 126, 90, 94, 99, 116, 111. По этим данным найдите 95%-й доверительный интервал для оценки среднего балла тестирования всех студентов 2-го курса факультета.

19. Для изучения размера среднемесячной заработной платы занятого населения региона производится случайная повторная выборка. Каким должен быть объем этой выборки, чтобы с доверительной вероятностью 0,997 можно было утверждать, что среднемесячная заработная плата в выборке отличается от среднемесячной заработной платы работников во всем регионе по абсолютной величине не более чем на 25%, если среднемесячная заработная плата в выборке составила 220 у. е. со средним квадратическим отклонением 120 у. е.?

20. Выборочное исследование деятельности коммерческих банков региона показало, что в среднем каждый банк имеет 10 филиалов в регионе (со стандартным отклонением, равным 5). Найдите объем выборки, позволивший сделать такую оценку, если предельная ошибка выборочной средней находится в пределах 20% от ее фактического значения, а доверительная вероятность составляет 0,95.

21. Для определения средней суммы вклада в сберегательных кассах района, имеющего 9000 вкладчиков, проведена 10% механическая выборка, результаты которой представлены в следующей таблице:

Группы вкладов по размеру, тыс.руб.	Число вкладчиков
до 200	80
200-400	100
400-600	200
600-800	370
800- и более	150
	900

По данным выборочного обследования вычислите:

- 1) среднюю сумму вклада, дисперсию и среднее квадратичное отклонение вклада,
- 2) коэффициент вариации,
- 3) с вероятностью 0,954 возможные границы, в которых находится средняя сумма вклада в сберкассах района,
- 4) с вероятностью 0,954 возможные границы в которых находится удельный вес вкладчиков, вклад которых не превышает 400 тыс.руб.

22. В целях контроля качества продукции произведено выборочное обследование партии готовых изделий. При бесповторном способе отбора 5% изделий установлено, что 20 единиц отнесено к нестандартной продукции, а распределение выборочной совокупности по весу оказалось следующим:

Вес изделия	Число образцовых
до 300	5
от 300 до 320	20
от 320 до 340	45
от 340 до 360	20
свыше 360	10
ИТОГО	100

На основании выборочных данных вычислите:

- 1) средний вес изделия, дисперсию и среднее квадратичное отклонение,
- 2) коэффициент вариации,
- 3) с вероятностью 0,954 возможные пределы среднего веса изделия в генеральной совокупности,
- 4) с вероятностью 0,997 для всей партии продукции возможные пределы удельного веса нестандартной продукции.

23. Для изучения размеров земельных участков крестьянских проведена 1%-ная выборка по методу типического пропорционального отбора с механическим отбором хозяйств в каждом районе, в результате которой получены следующие данные:

Район	Обследовано хозяйств	Средний размер земельного участка, га	Среднее квадратическое отклонение размеров участков, га
1.	40	18	3,6
2.	70	42	7,2
3.	46	70	28,0

Определите с вероятностью 0,954 возможные пределы среднего размера земельного участка исследуемых районов.

24. Определите границы изменения среднего значения признака в генеральной совокупности, если известно следующее ее распределение, основанное на результатах бесповторного выборочного обследования:

Группы значений признака, усл.ед.	Число единиц выборочной совокупности входящих в данный интервал
До 4	8
4-8	15
8-12	46
12-16	20
16-20	11
Итого:	100

Уровень доверительной вероятности установите самостоятельно.

25. В результате механической выборки в городе предполагается определить долю семей с числом детей три и более.

Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превышала 0,03, если на основе предыдущих обследований известно, что дисперсия равна 0,4.

26. Какова должна быть численность выборки, если с вероятностью 0,954 гарантировать, что размер ошибки выборки не превысит 0,1. При этом установлено, что дисперсия σ^2 равна 2,25.

27. Определите с вероятностью 0,94 какова будет численность выборки, если размер ошибки выборки не должен превышать 0,1, а дисперсия равна 1,44.

28. Для изучения безработицы в регионе была проведена 5% механическая выборка, которая дала следующие результаты:

Группы безработных по продолжительности отсутствия работы, мес.	Число безработных
До3	6
3-6	21
6-9	70
9-12	115

12-15	60
15-18	21
18 и более	7

Определите:

1. среднюю продолжительность отсутствия работы у опрошенных;
2. долю лиц, не имеющих работу более 1 года;
3. с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднюю продолжительность безработицы и долю безработных более 1 года в генеральной совокупности;
4. необходимую численность выработки при определении средней продолжительности отсутствия работы, чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка выработки не превысила 3 месяцев.

29. Для оценки уровня жизни региона проведен 5% опрос, в результате чего установлено:

Группы опрошенных по уровню среднедушевого дохода, минимальных заработных плат	Число опрошенных
До2	150
2-4	650
4-6	850
6-8	340
8-10	80
10-12	70
12 и более	6

Определите:

1. Среднедушевой доход опрошенных;
2. Долю опрошенных со среднедушевым доходом 12 минимальных заработных плат и более;
3. С вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднедушевые доходы населения региона, а также долю наиболее обеспеченного населения (более 12 минимальных заработных плат);
4. Уровень среднедушевых доходов от 10% наиболее и наименее обеспеченных граждан региона. Сделайте выводы.

30. Дорасчет валового внутреннего продукта провели с использованием распределения малых предприятий региона по объему выпуска продукции (работ, услуг), полученного на основе 10% выборочного наблюдения:

Группы предприятий по объему выпуска продукции (работ, услуг), тыс. руб.	Число предприятий
До 100	84
100 – 200	156
200 – 300	492
300 – 400	324
400 – 500	108
500 и более	36
Итого:	1200

Определите:

1. по предприятиям, включенным в выборку:
 - а) средний размер произведенной продукции на одно предприятие;
 - б) долю предприятий с объемом производства продукции более 400 тыс. руб.;
2. в целом по региону с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать:
 - а) средний объем производства продукции (работ, услуг) на одно предприятие;
 - б) долю предприятий с объемом производства продукции более 400 тыс. руб.;
3. Общий объем выпуска продукции (работ, услуг) по региону.

31. Для определения среднего размера вклада определенной категории вкладчиков по отделению банка, где число вкладчиков 5700, необходимо провести выборку лицевых счетов методом механического отбора. Предварительно установлено, что среднее квадратическое отклонение размера вклада составляет 140 тыс. руб. Определите необходимую численность выборки при условии, что с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превысит 20,0 тыс. руб.

32. Для изучения дифференциации процентных ставок по вкладам населения в отделении банка проведена 5% механическая выборка. В результате получено следующее распределение вкладов по срокам хранения:

Группы вкладов по сроку хранения, дней	Число вкладов
До 30	98
30 – 60	140
60 – 90	175

90 – 180	105
180 – 360	56
360 и более	26

Определите:

1. а) средний срок хранения вкладов по вкладам, включенным в выборку;

б) долю вкладов со сроком хранения более 180 дней по вкладам, включенным в выборку;

2. с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднюю продолжительность хранения вклада и доли вкладов со сроком более 180 дней в целом по отделению банка;

3. необходимую численность выборки при определении доли вкладов со сроком хранения более 180 дней, чтобы с вероятностью 0,683 предельная ошибка выборки не превысила 7%.

33. В коммерческом банке в порядке собственно-случайной выборки обследовано 5% кредитных договоров, в результате чего установлено:

Группы договоров с ссудозаемщиками по размеру кредита, млн. руб.	Число договоров с ссудозаемщиками
До 20	47
20 – 60	117
60 – 140	105
140 – 300	47
300 и более	34
Итого	350

Определите:

1) по договорам, включенным в выборку:

а) средний размер выданного ссудозаемщикам кредита;

б) долю ссудозаемщиков, получивших кредит в размере более 300 млн. руб.;

2) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать средний выданного ссудозаемщикам кредита и доли ссудозаемщиков, получивших кредит в размере более 300 млн. руб. в целом по отделению банка;

3) общий валовый доход банка от этого вида финансовых услуг, если кредитование осуществлялось под 40% годовых.

34. Для оценки стоимости основных фондов региона проведен 5% механический отбор, в результате чего установлено:

Группы предприятий по стоимости основных фондов, млн. руб.	Число предприятий

До 10	131
10 – 20	227
20 – 30	294
30 – 40	146
40 – 50	128
50 и выше	74

Определите:

- 1) по включенным в выборку предприятиям:
 - а) среднюю стоимость основных фондов на одно предприятие;
 - б) долю предприятий со стоимостью основных фондов более 50,0 млн. руб.;
- 2) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднюю стоимость основных фондов на одно предприятие и долю предприятий со стоимостью выше 50,0 млн. руб. в целом по региону;
- 3) ожидаемую сумму налога на имущество (2%) со стоимости основных фондов по обследованной группе предприятий и по региону в целом.

35. Методом механического отбора проведено 5% обследование веса расфасованного груза (мешки муки). Распределение 60 отобранных мешков по весу дало следующие результаты:

Вес мешка в кг.	Число мешков
До 45	3
45-50	6
50-55	40
55-60	7
60 и более	4
Итого	60

Определите:

- средний вес одного мешка муки в выборке;
- долю мешков муки, вес которых не превышает 50 кг в выборке;
- с вероятностью 0,997 пределы, в которых может быть гарантирован средний вес мешка муки во всей партии и доли мешков с весом менее 50кг.
- отклонение фактического объема полученного груза от объявленного (1вагон-60 тонн)

36. При выборочном бесповторном собственнo-случайном отборе получены следующие данные о недовесе коробок конфет, весом 20кг.

Недовес 1 коробки (кг)	0,4-0,6	0,6 - 0,8	0,8-1,0	1,0-1,2	1,2-1,4
Число обследованных коробок	8	20	38	23	10

Определите:

1) Средний недoves коробки конфет и с вероятностью 0,954 установите возможные пределы выборочной средней для всей партии, состоящей из 990 единиц;

2) с вероятностью 0,683 определите пределы отклонения доли коробок с недovesом до 1 кг.

3) какова должна быть численность выборки, чтобы ошибка доли не превышала 0,06 (с вероятностью 0,954).

37. Для анализа структуры вкладов населения было проведено выборочное бесповторное собственно-случайное обследование 10% банковских вкладов. В результате получено следующее распределение:

Размер вклада, тыс.руб.	До 1,0	1,0-5,0	5,0-10,0	10,0-15,0	15,0 и более
кол-во вкладов, %	20,0	25,0	40,0	10,0	5,0

Определите:

1) средний размер вклада и с вероятностью 0,954 установите возможные пределы выборочной средней для всей совокупности вкладов населения;

2) с вероятностью 0,683 определите пределы отклонения доли вкладов свыше 10 тыс.руб.

38. Из 5% опрошенных выпускников университета 30% удовлетворены полученными знаниями за время обучения. Какова должна быть численность выборки, чтобы ошибка доли не превышала 0,05 (с вероятностью 0,954 и количестве выпускников 2000 чел.)

39. Произведено выборочное наблюдение партии однородной продукции для определения процента изделий высшего сорта. При механическом способе отбора из партии в 20 000 единиц готовых изделий было исследовано 800 единиц, из которых 640 изделий отнесены к высшему сорту. Определите с вероятностью 0,997 возможный процент изделий высшего сорта во всей партии.

40. Выборочное обследование антропометрических показателей 200 новорожденных установило, что средний вес новорожденного составляет 3950 г., а среднеквадратическое отклонение – 300г. Определите с вероятностью 0,954 ошибку выборки.

41. Что произойдет с величиной предельной ошибки выборки, если вероятность, гарантирующую результат: а) увеличить с 0,954 до 0,997; б) уменьшить с 0,954 до 0,683?

42. Определите, как изменится средняя ошибка случайной выборки, если необходимую численность выборочной совокупности: а) уменьшить в 2,5 раза; б) увеличить на 20 %?

43. С целью определения трудоемкости изготовления деталей на предприятии машиностроения произведен хронометраж работы 50 рабочих, отобранных в случайном порядке. По данным обследований получили $\bar{x} = 10$ мин, при $\sigma = 1$ мин.

Определите:

а) как изменится ошибка выборки, если объем выборочной совокупности увеличить в 1,5 раза?

б) как скажется на ошибке выборки увеличение дисперсии в 2 раза?

в) как изменится ошибка выборки, если с увеличением дисперсии в 1,44 раза объем выборочной совокупности увеличить в 2,56 раза?

44. Из партии импортируемой продукции на посту Московской региональной таможни было взято в порядке случайной повторной выборки 20 проб продукта А. В результате проверки установлена средняя влажность продукта А в выборке, которая оказалась равной 6 % при среднем квадратическом отклонении 1 %. С вероятностью 0,683 определите пределы средней влажности продукта во всей партии импортируемой продукции.

45. С целью определения средних затрат времени при поездках на работу населением города планируется выборочное наблюдение на основе случайного повторного отбора. Сколько людей должно быть обследовано, чтобы с вероятностью 0,954 ошибка выборочной средней не превышала 1 мин при среднем квадратическом отклонении 15 мин.?

46. В одном из лесничеств Рязанской области методом случайной выборки обследовано 1000 деревьев с целью установления их среднего диаметра, который оказался равным 210 мм при СКО = 126,5 мм. С вероятностью 0,683 определите пределы среднего диаметра деревьев в генеральной совокупности.

47. В процессе технического контроля из партии готовой продукции методом случайного бесповторного отбора было произведено 70 изделий, из которых 4 оказались бракованными. Можно ли с вероятностью 0,954 утверждать, что доля бракованных изделий во всей партии не превышает 7%, если процент отбора

равен 10?



ВАРИАНТЫ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
№	1	3	6	11	12	14	1	28	29	30	32	33	34	35	36	37	39	11	12	14	42
за-	2	5	7	9	10	17	21	13	15	16	19	20	25	26	27	31	40	4	16	19	44
да	18	21	22	23	24	18	8	22	23	24	18	21	22	23	24	18	21	23	22	24	45
чи	41	42	41	42	41	42	43	41	42	41	42	41	43	43	43	42	43	41	42	41	46

ЛИТЕРАТУРА

1. Теория статистики: под ред. проф. Р.А. Шмойловой. –3-е изж., перераб. – М.: Финансы и статистика, 2015. 504 с.
Сиденко А.В., Попов Г.Ю., Матвеева В.М. Статистика: Учебник. – М.: Издательство «Дело и сервис», 2015. – 464 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ТАБЛИЦА (ФУНКЦИЯ ЛАПЛАСА)

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,00000	0,00399	0,00798	0,01197	0,01595	0,01994	0,02392	0,02790	0,03188	0,03586
0,1	0,03983	0,04380	0,04776	0,05172	0,05567	0,05962	0,06356	0,06749	0,07142	0,07535
0,2	0,07926	0,08317	0,08706	0,09095	0,09483	0,09871	0,10257	0,10642	0,11026	0,11409
0,3	0,11791	0,12172	0,12552	0,12930	0,13307	0,13683	0,14058	0,14431	0,14803	0,15173
0,4	0,15542	0,15910	0,16276	0Д	0,17003	0,17364	0,17724	0,18082	0,18439	0,18793
0,5	0,19146	0,19497	0,19847	0,20194	0,20540	0,20884	0,21226	0,21566	0,21904	0,22240
0,6	0,22575	0,22907	0,23237	0,23565	0,23891	0,24215	0,24537	0,24857	0,25175	0,25490
0,7	0,25804	0,26115	0,26424	0,26730	0,27035	0,27337	0,27637	0,27935	0,28230	0,28524
0,8	0,28814	0,29103	0,29389	0,29673	0,29955	0,30234	0,30511	0,30785	0,31057	0,31327
0,9	0,31594	0,31859	0,32121	0,32381	0,32639	0,32894	0,33147	0,33398	0,33646	0,33891
1,0	0,34134	0,34375	0,34614	0,34849	0,35083	0,35314	0,35543	0,35769	0,35993	0,36214
1,1	0,36433	0,36650	0,36864	0,37076	0,37286	0,37493	0,37698	0,37900	0,38100	0,38298
1,2	0,38493	0,38686	0,38877	0,39065	0,39251	0,39435	0,39617	0,39796	0,39973	0,40147
1,3	0,40320	0,40490	0,40658	0,40824	0,40988	0,41149	0,41308	0,41466	0,41621	0,41774
1,4	0,41924	0,42073	0,42220	0,42364	0,42507	0,42647	0,42785	0,42922	0,43056	0,43189
1,5	0,43319	0,43448	0,43574	0,43699	0,43822	0,43943	0,44062	0,44179	0,44295	0,44408



1,6	0,44520	0,44630	0,44738	0,44845	0,44950	0,45053	0,45154	0,45254	0,45352	0,45449
1,7	0,45543	0,45637	0,45728	0,45818	0,45907	0,45994	0,46080	0,46164	0,46246	0,46327
1,8	0,46407	0,46485	0,46562	0,46638	0,46712	0,46784	0,46856	0,46926	0,46995	0,47062
1,9	0,47128	0,47193	0,47257	0,47320	0,47381	0,47441	0,47500	0,47558	0,47615	0,47670
2,0	0,47725	0,47778	0,47831	0,47882	0,47932	0,47982	0,48030	0,48077	0,48124	0,48169
2,1	0,48214	0,48257	0,48300	0,48341	0,48382	0,48422	0,48461	0,48500	0,48537	0,48574
2,2	0,48610	0,48645	0,48679	0,48713	0,48745	0,48778	0,48809	0,48840	0,48870	0,48899
2,3	0,48928	0,48956	0,48983	0,49010	0,49036	0,49061	0,49086	0,49111	0,49134	0,49158
2,4	0,49180	0,49202	0,49224	0,49245	0,49266	0,49286	0,49305	0,49324	0,49343	0,49361
2,5	0,49379	0,49396	0,49413	0,49430	0,49446	0,49461	0,49477	0,49492	0,49506	0,49520
2,6	0,49534	0,49547	0,49560	0,49573	0,49585	0,49598	0,49609	0,49621	0,49632	0,49643
2,7	0,4965	0,49664	0,49674	0,49683	0,49693	0,49702	0,49711	0,49720	0,49728	0,49736
2,8	0,49744	0,49752	0,49760	0,49767	0,49774	0,49781	0,49788	0,49795	0,49801	0,49807
2,9	0,49813	0,49819	0,49825	0,49831	0,49836	0,49841	0,49846	0,49851	0,49856	0,49861
3,0	0,49865	0,49869	0,49874	0,49878	0,49882	0,49886	0,49889	0,49893	0,49896	0,49900
8,1	0,49903	0,49906	0,49910	0,49913	0,49916	0,49918	0,49921	0,49924	0,49926	0,49929
3,2	0,49931	0,49934	0,49936	0,49938	0,49940	0,49942	0,49944	0,49946	0,49948	0,49950
3,3	0,49952	0,49953	0,49955	0,49957	0,49958	0,49960	0,49961	0,49962	0,49964	0,49965
3,4	0,49966	0,49968	0,49969	0,49970	0,49971	0,49972	0,49973	0,49974	0,49975	0,49976



3,5	0,49977	0,49978	0,49978	0,49979	0,49980	0,49981	0,49981	0,49982	0,49983	0,49983
3,6	0,49984	0,49985	0,49985	0,49986	0,49986	0,49987	0,49987	0,49988	0,49988	0,49989
3,7	0,49989	0,49990	0,49990	0,49990	0,49991	0,49991	0,49992	0,49992	0,49992	0,49992
3,8	0,49993	0,49993	0,49993	0,49994	0,49994	0,49994	0,49994	0,49995	0,49995	0,49995
3,9	0,49995	0,49995	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49997	0,49997
4,0	0,499968									
4,5	0,49997									
5,0	0,4999997									

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ЗНАЧЕНИЯ КРИТЕРИЯ СТЬЮДЕНТА (ДЛЯ ОДНОСТОРОННЕГО КРИТЕРИЯ) НА 10, 5, 1 И 0,1%–НОМ УРОВНЕ ЗНАЧИМОСТИ

Число степеней свободы ν	Уровень значимости α			
	0,1	0,05	0,01	0,001
1	6,31	12,71	63,68	636,61
2	2,92	4,30	9,92	31,60
3	2,35	3,18	5,84	12,92
4	2,13	2,78	4,60	8,61
5	2,02	2,57	4,03	6,87
6	1,94	2,45	3,71	5,96
7	1,89	2,36	3,50	5,41
8	1,86	2,31	3,36	5,04
9	1,83	2,26	3,25	4,78
10	1,81	2,23	3,17	4,59
11	1,80	2,20	3,11	4,44
12	1,78	2,18	3,05	4,32
13	1,77	2,16	3,01	4,22
14	1,76	2,14	2,98	4,14
15	1,75	2,13	2,95	4,07
16	1,75	2,12	2,92	4,02
17	1,74	2,11	2,90	3,97
18	1,73	2,10	2,88	3,92
19	1,73	2,09	2,86	3,88
20	1,72	2,09	2,85	3,85
21	1,72	2,08	2,83	3,82

22	1,72	2,07	2,82	3,79
23	1,71	2,07	2,81	3,77
24	1,71	2,06	2,80	3,75
25	1,71	2,06	2,79	3,73
26	1,71	2,06	2,78	3,71
27	1,70	2,05	2,77	3,69
28	1,70	2,05	2,76	3,67
29	1,70	2,05	2,75	3,66
30	1,70	2,04	2,75	3,65
40	1,68	2,02	2,70	3,55
60	1,67	2,00	2,66	3,46
120	1,66	1,98	2,62	3,37
∞	1,64	1,96	2,58	3,29