



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Экономика и менеджмент в машиностроении»

## **Учебно-методическое пособие**

к проведению практических занятий  
по дисциплинам

«Методы принятия управленческих решений»,  
«Методы обоснования управленческих решений»

**«Модели управления запасами»**

Авторы

Иваночкина Т.А.,  
Пешхов И.М.

Ростов-на-Дону, 2016



## **Аннотация**

Пособие предназначено для усвоения основного материала по дисциплинам «Методы принятия управленческих решений», «Методы обоснования управленческих решений» студентами направлений 38.03.01, 38.03.02.

## **Авторы**

Иваночкина Т.А., Пешхоев И.М.



## Оглавление

Введение .....	4
Краткие сведения из теории.....	5
Модель создания запасов одного вида изделий .....	7
Пример .....	10
Модель создания запасов n видов изделий ...	11
Модель создания запасов при ограничении складских помещений.....	12
Индивидуальные задания .....	15
индивидуальные задания к практической работе .....	16
Список использованных источников .....	19

## ВВЕДЕНИЕ

Под запасами мы понимаем некоторое количество товара, на который имеется спрос, и которое временно выключено из потребления.

Применительно к промышленному производству слово «запасы» непосредственно связывается с товарными запасами готовых изделий и обозначает конечную продукцию, произведенную фирмой и имеющуюся в наличии для продажи или распределения между клиентами.

Под запасами мы можем понимать запасы различного вида сырья, полуфабрикатов, заготовок необходимых для производства какой-либо продукции.

Задачей управления запасами является определение величины, ритмичности и других характеристик поставки товара, обеспечивающих оптимальный уровень запаса, а именно такой, при котором запасы осуществляют свои функции при минимуме издержек.

## КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

### УПРАВЛЕНИЕ ЗАПАСАМИ

Существование хотя бы одного из следующих факторов приводит к необходимости иметь запасы:

1. колебание спроса на продукцию;
2. колебание выпуска продукции;
3. колебание сроков поставок сырья;
4. колебание темпов производства;
5. наличие некоторых издержек, связанных с колебанием рабочей силы;
6. определение условия спроса и производительности оборудования, требующие выпуска продукции партиями.
7. наличие некоторых издержек, связанных с дефицитом (отсутствием запасов) или запаздыванием доставки.

Все эти факторы, очевидно, указывают на последствия, которые могут произойти при отсутствии запасов.

1. при возрастании спроса на продукцию все, что имеется в наличии, будет быстро раскуплено и продавец не получит прибыли, которую он имел бы, будь у него запас.
2. одно и тоже количество продукции по зависящим и независящим от производства причинам может выпускаться за различное время. Отсюда при отсутствии запасов у потребителя опять возможность потерь из-за дефицита. Остальные причины необходимости запасов столь же понятны.

**Задачей управления запасами** является определение величины, ритмичности и других характеристик поставки товара, обеспечивающих оптимальный уровень запаса, а именно такой, при котором запасы осуществляют свои функции при минимуме издержек.

По-другому: требуется найти решение, минимизирующее сумму всех расходов, связанных с созданием запасов. Эти расходы бывают 3-х типов:

1. Расходы, вызванные оформлением и получением заказа при закупке или производстве. Их величина не зависит от размера партии.
2. Стоимость хранения единицы продукции на складе. Сю-

### Модели управления запасами

да включаются затраты, связанные с организацией хранения, старением и порчей, расходы на страхование и налоги.

3. Расходы, возникающие при истощении запасов, когда происходит задержка в обслуживании или спрос вообще невозможно удовлетворить.

Модели теории запасов:

## МОДЕЛЬ СОЗДАНИЯ ЗАПАСОВ ОДНОГО ВИДА ИЗДЕЛИЙ

### МОДЕЛЬ 1

Пусть некий предприниматель должен поставлять своим клиентам  $R$  изделий равномерно в течение интервала времени  $T$ .

Таким образом, спрос фиксирован и известен. Нехватка товара не допускается. Переменные затраты производства складываются из следующих элементов:

$C_1$  — стоимость хранения одного изделия в единицу времени.

$C_2$  — стоимость запуска в производство одной партии изделий. Предприниматель должен решить, как часто ему следует организовать выпуск партий и каким должен быть размер каждой партии.

Пусть:  $q$  — размер партии;

$t_3$  — интервал времени между запусками в производство партий;

$R$  — полный спрос за все время планирования  $T$ .

Тогда  $n = R/q$  — число партий за время  $T$ .

$$t_3 = \frac{T}{R/q} = \frac{T \cdot q}{R}$$

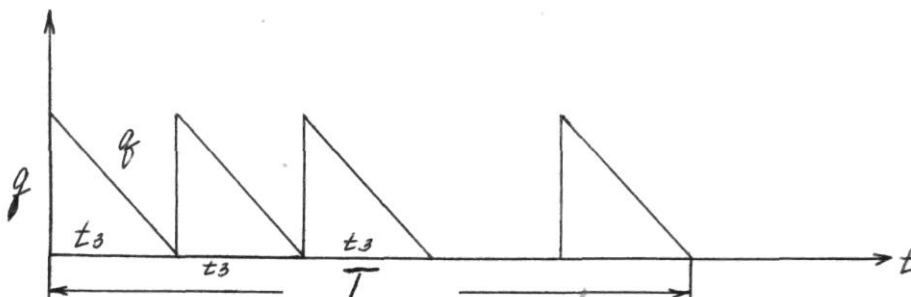


Рис.1

На рисунке 1 изображено изменение количество товара на складе.

## Модели управления запасами

Если интервал  $t_3$  начинается, когда на складе имеется  $q$  изделий и заканчивается при отсутствии запасов, тогда

$q/2$  — средний запас в течении  $t_3$ ,

$q/2 \cdot C_1 \cdot t_3$  — затраты на хранение в течении  $t_3$ .

Общая стоимость создания запасов в интервале  $t_3$  равны сумме стоимости хранения и стоимости запуска в производство.

$$q/2 \cdot C_1 \cdot t_3 + C_2$$

Для вычисления полной стоимости создания запасов за время  $T$  следует эту величину умножить на общее число партий за это время:

$$Q = (q/2 \cdot C_1 \cdot t_3 + C_2) \cdot R/q = q/2 \cdot C_1 \cdot Tq/R \cdot R/q + C_2 \cdot R/q =$$

$$= C_1 \cdot Tq/2 + C_2 \cdot R/q \rightarrow \text{стоимость за хранение партии}$$

стоимость хранения запасов

$$Q = C_1 \cdot Tq/2 + C_2 \cdot R/q \rightarrow \quad (1)$$

Очевидно, с увеличением размера партии первое слагаемое в правой части (1) возрастает, а 2-е убывает (рис.2).

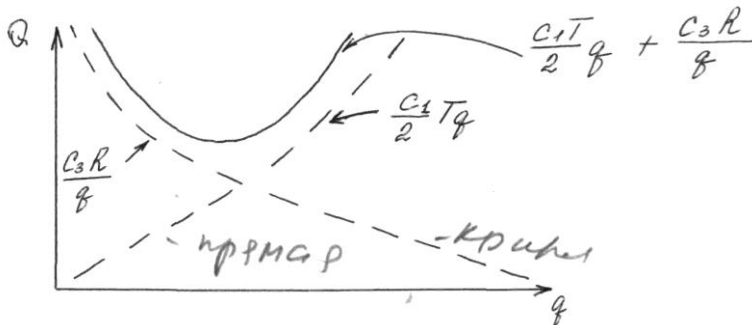


Рис.2

Решение задачи управления запасами состоит в определении такого размера партии  $q^*$ , при котором суммарная стоимость была бы наименьшей.

Для поиска экстремума функции, требуется приравнять к 0 ее производную.

$$\frac{dQ}{dq} = \frac{c_1 T}{2} - \frac{c_2 R}{q^2} = 0 \rightarrow q^* = \sqrt{\frac{2c_2 R}{c_1 T}}$$



## Модели управления запасами

(2)

Для того, чтобы убедиться, что значение (2) есть точка

min для функции (1) найдем  $\frac{\partial^2 Q}{dq^2}(q^*)$ :

$$\frac{d^2 Q}{dq^2} = \frac{2c_2 R}{q^3}, \text{ при } q=q^* \text{ вторая производная положи-}$$

тельна, следовательно  $Q$  имеет минимум в точке  $q^*$ .

Для оптимальных  $t_3^*$  и  $Q^*$  имеем:

$$t_3^* = \frac{Tq^*}{R} = \sqrt{\frac{2c_2 T}{c_1 R}};$$

$$Q^* = \frac{c_1 T}{2} \cdot \sqrt{\frac{2c_2 R}{c_1 T}} + c_2 R \sqrt{\frac{c_1 T}{2c_2 R}} = \sqrt{\frac{c_1 T c_2 R}{2}} + \sqrt{\frac{c_1 T c_2 R}{2}}; \quad (3)$$

$$Q^* = \sqrt{2RTc_1 c_2} \quad (4)$$

Заметим, что для этой модели при оптимальном размере партии  $q^*$  стоимость создания запасов равна расходу на хранение запасов.

**ПРИМЕР**

Пусть предприниматель должен поставить своему заказчику 24 тыс. ед. продукции в год. Т.к. полученная продукция используется непосредственно на сборочной линии и заказчик не имеет для нее специальных складов, поставщик должен ежедневно отгружать дневную норму. В случае нарушения поставок поставщик рискует потерять заказ. Поэтому нехватка продукции недопустима, т.е. штраф при нехватке можно считать  $\infty$ .

Хранение 1 ед. в месяц стоит 0,1 д.е.

Стоимость запуска в производство одной партии продукции составляет 350 д.е.

Требуется определить оптимальный размер партии  $q^*$ , оптимальный период  $t_3^*$  и вычислить  $\min$  ожидаемых годовых затрат  $Q^*$ .

$$T = 12 \text{ мес.}$$

$$R = 24\,000 \text{ ед.}$$

$$C_1 = 0,1 \text{ д.е. в месяц.}$$

$$C_2 = 350 \text{ д.е. / партии.}$$

$$q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 350 \cdot 24000}{12 \cdot 0,1}} = 3740 \text{ ед.}$$

$$t_3^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 12 \cdot 350}{24000 \cdot 0,1}} = 1,87 \text{ мес.} = 8 \text{ недели}$$

$$Q^* = \sqrt{2 \cdot 24000 \cdot 12 \cdot 0,1 \cdot 350} = 4490 \text{ д.е./год}$$

## МОДЕЛЬ СОЗДАНИЯ ЗАПАСОВ N ВИДОВ ИЗДЕЛИЙ

### Модель 2.

Пусть предприниматель должен поставлять своим клиентам не один вид изделий, а  $N$  видов в течение интервала времени  $T$ :

$i$ -тое изделие в количестве  $R_i$  штук  $i = 1, 2, \dots, N$

Тогда  $q_i$  — размер партии для  $i$ -го изделия,

$t_{3i}$  — интервал времени между поставками товара  $i$  типа.

$n_i = R_i/q_i$  — число партий

Общая формула (1) на случай  $N$  видов изделий, запишется:

$$Q = \sum_{i=1}^N \left( \frac{c_{1i} T q_i}{2} + \frac{c_{2i} R_i}{q_i} \right), \quad (5)$$

$$\frac{dQ}{dq_i} = 0, \rightarrow q_i^* = \sqrt{\frac{2c_{2i} R_i}{c_{1i} T}}. \quad (6)$$

$q_i^*$  - оптимальный размер партии  $i$  – го товара.

$$t_{3i}^* = \sqrt{2 \frac{T}{R_i} \cdot \frac{c_{2i}}{c_{1i}}}$$

$t_{3i}^*$  - оптимальный период времени между поставками  $i$  – го товара.

$$Q_i^* = \sqrt{2 \cdot R_i \cdot T \cdot c_{1i} \cdot c_{2i}}$$

Затраты на создание запасов товара  $i$  – го типа.

$$Q^* = \sum_{i=1}^N \sqrt{2 \cdot R_i \cdot T \cdot c_{1i} \cdot c_{2i}} \quad (7)$$

Затраты на создание запасов товаров всех типов.

## МОДЕЛЬ СОЗДАНИЯ ЗАПАСОВ ПРИ ОГРАНИЧЕНИИ СКЛАДСКИХ ПОМЕЩЕНИЙ

### МОДЕЛЬ 3

Предположим, что у предпринимателя ограничена площадь складских помещений для хранения продукции. Поэтому при определении оптимальных параметров партий изделий приходится учитывать это ограничение.

$$n \sum_{i=1}^N f_i q_i \leq f \tag{8}$$

$f$  — общая площадь складских помещений;

$f_i$  — расход складских помещений на 1  $i$ -го изделия;

$h$  — нормируемый безразмерный коэффициент  
( $h = 0,5; 1$ ).

Если мы найдем величину оптимальных партий по формуле (6) и подставим в неравенство (8) то возможны 2 ситуации:

1. Условие (8) выполняется, в этом случае ограничение считается несущественным,

2. Условие (8) не выполняется. Тогда оптимальные размеры партий  $q_i^*$  полученные по формуле (6), не подходят и для определения новых значений  $q_i^*$  применяют метод неопределенных множителей Лагранжа.

Он состоит в следующем: Перепишем неравенство (8) в виде:

$$h \sum_{i=1}^N f_i q_i - f \leq 0 \tag{9}$$

Введем новый параметр  $\lambda$  :

$$\lambda > 0, \text{ если } h \sum_{i=1}^N f_i q_i - f = 0$$

## Модели управления запасами

$$\lambda = 0, \text{ если } h \sum_{i=1}^N f_i q_i - f < 0$$

Тогда произведение

$$\lambda \left( h \sum_{i=1}^N f_i q_i - f \right) \equiv 0, \text{ следовательно:}$$

Его можно добавить к правой части (5) не изменив величины  $Q$ :

$$Q = \sum_{i=1}^N \left( \frac{c_{1i} T q_i}{2} + \frac{c_{2i} R_i}{q_i} \right) + \lambda \left( h \sum_{i=1}^N f_i q_i - f \right) \quad (11)$$

Равенство (11) содержит  $N + 1$  подлежащих определению величин:

—  $N$  значений  $q_i$  и  $\lambda \dots$  доставить  $\min(1)$

Получим систему:

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial q_i} = 0 \rightarrow \frac{c_{1i} T}{2} - \frac{c_{2i} R_i}{q_i^2} + \lambda h f_i = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial \lambda} = 0 \rightarrow h \sum_{i=1}^N f_i q_i - f = 0 \end{cases} \quad (12)$$

Из (12) находим

$$\frac{c_{2i} R_i}{q_i^2} = \frac{2\lambda h f_i + c_{1i} T}{2}$$

$$q_i^* = \sqrt{\frac{2c_{2i} R_i}{c_{1i} T + 2\lambda h f_i}} \quad (13)$$

Подставим (13) в (12)

$$G(\lambda) \equiv h \sum_{i=1}^N f_i \sqrt{\frac{2c_{2i} R_i}{c_{1i} T + d\lambda h f_i}} - f = 0 \quad (14)$$

### Модели управления запасами

Решив уравнение (14), можно найти неизвестное значение  $\lambda$ ; после этого найденное  $\lambda$  подставить в (13) и определить оптимальные величины  $q_i^*$ , удовлетворяющее ограничению на площадь складских помещений.

Решить полученное уравнение можно с помощью EXCEL, <Сервис>, <Подбор параметра>.

### ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Пусть некий предприниматель должен поставлять своим клиентам  $N$  видов изделий равномерно в течении интервала времени  $T$ :  $i$ -тое изделие в количестве  $R_i$  штук ( $i=1,2,\dots,N$ ).

Переменные затраты производства складываются из следующих элементов:

$C_{1i}$ - стоимость хранения одного изделия в единицу времени,

$C_{2i}$ - стоимость запуска в производство одной партии изделий.

Необходимо определить как часто следует организовывать выпуск партий и каким должен быть размер каждой партии, чтобы общие затраты были минимальны?

2. Предположим, что у предпринимателя ограничена площадь складских помещений для хранения продукции.

$f$ - общая площадь складских помещений,

$f_i$ - расход складских помещений на  $i$ -е изделие.

Необходимо при наличии этого ограничения определить оптимальную величину партии, оптимальное время между поставками и минимальные затраты на создание запасов.

**ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ**

$i$	$R_i$ ед.	$C_{1i}$ , д.е./мес	$C_{2i}$ , д.е./партии	$f_i$ е.д. <sup>2</sup>
1	10000	0,11	220	0,15
	15000	0,2	300	0,1
	1200	0,15	330	0,2
2	7000	0,15	300	0,05
	9000	0,3	230	0,12
	10000	0,22	260	0,16
3	7000	0,15	300	0,05
	9000	0,3	230	0,12
	10000	0,22	260	0,16
4	5000	0,12	370	0,10
	5000	0,23	320	0,15
	15000	0,25	200	0,2
5	4000	0,2	250	0,12
	7000	0,16	320	0,2
	6000	0,23	150	0,08
6	1	7000	0,11	330
	2	6000	0,2	280
	3	11000	0,15	400
7	12000	0,13	270	0,14
	5000	0,21	315	0,16
	7000	0,17	320	0,25
8	4000	0,14	330	0,17
	8000	0,23	260	0,09
	14000	0,16	157	0,16
9	4000	0,14	330	0,17
	8000	0,23	260	0,09
	14000	0,16	157	0,16
10	6000	0,16	250	0,15
	7500	0,23	160	0,08
	1200	0,19	320	0,09
11	8000	0,12	115	0,2
	7000	0,3	220	0,12
	13000	0,14	300	0,1
12	4500	0,11	260	0,14



## Модели управления запасами

	10500	0,22	350	0,05
	6000	0,13	200	0,12
13	8000	0,12	115	0,2
	7000	0,3	220	0,12
	13000	0,14	300	0,1
14	5000	0,12	360	0,2
	9000	0,1	150	0,13
	8000	0,17	240	0,09
15	9500	0,14	330	0,07
	8500	0,2	190	0,08
	11000	0,11	215	0,12
16	6000	0,18	420	6000
	7500	0,13	330	7500
	9500	0,1	260	9500
17	6000	0,18	420	0,07
	7500	0,13	330	0,21
	9500	0,1	260	0,14
18	8000	0,14	270	0,09
	9000	0,24	410	0,22
	12000	0,16	260	0,15
19	6000	0,09	340	0,16
	7500	0,23	260	0,14
	9500	0,13	270	0,25
20	9300	0,12	340	0,08
	7700	0,18	200	0,17
	6000	0,08	290	0,16
21	8000	0,18	340	0,15
	9000	0,12	270	0,22
	7000	0,2	200	0,17
22	6700	0,14	330	0,14
	8300	0,16	260	0,21
	9000	0,22	170	0,06
23	5200	0,18	270	0,17
	7800	0,13	440	0,23
	8000	0,21	230	0,09
24	9000	0,12	370	0,15
	7000	0,15	190	0,14
	8000	0,23	230	0,09
25	6500	0,14	240	0,07

Модели управления запасами

	7500	0,2	300	0,12
	10000	0,17	160	0,21
26	5500	0,17	150	0,15
	9500	0,08	260	0,2
	6000	0,22	310	0,06
27	9000	0,14	400	0,07
	8000	0,2	310	0,12
	6000	0,16	200	0,16
28	17000	0,12	270	0,2
	4000	0,13	200	0,12
	8000	0,22	330	0,11
29	15000	0,2	350	0,23
	12000	0,1	220	0,08
	6000	0,15	280	0,14
30	8000	0,17	180	0,15
	6000	0,25	230	0,22
	12000	0,1	300	0,14
31	3500	0,1	320	0,11
	7500	0,15	270	0,12
	10000	0,23	200	0,09

## Модели управления запасами

### Список использованных источников

1. Невежин Ю.В., Исследование операции и принятия решений в экономике: учебное пособие для вузов – М.: Форум, 2012г
2. Лугинин О.Е., Экономико-математические методы и модели: теория и практика с решением задач: учебн. пособие, Ростов н/Д, «Феникс», 2009г