



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра «Проектирование и технический сервис
транспортно-технологических систем»

Практикум

к задачам № 1,2 «Разработка
математических моделей движения частиц
сельскохозяйственных сред»
по дисциплине

«Теория, конструкция и расчёт машин для возделывания сельскохозяйственных машин»

Авторы
Игнатенко И. В.

Ростов-на-Дону, 2019

Аннотация

Практикум представляет учебный материал, необходимый студентам для получения компетенций «Уметь» и «Владеть». Приведены задачи по разработке математических моделей и компьютерному моделированию расчётов конструктивно-технологических параметров в среде «EXCEL» и Simulink MatLab с тестовыми примерами. Дан список необходимой литературы.

Практикум рекомендуется в качестве учебного материала для магистрантов очной, заочной форм обучения направления 23.04.02 «Наземные транспортно-технологические комплексы» по программе: «Сельскохозяйственные машины и оборудование».

Авторы



д.т.н., доцент, профессор
кафедры «Проектирование
и технический сервис
транспортно-
технологических систем»
Игнатенко И.В.



Оглавление

Задача 1	4
Разработка математической модели центробежного рабочего органа с наклонными лопатками.....	4
Задача № 2.....	8
Математическое описание	8
Содержание работы.....	10
Варианты исходных заданий.....	10
Литература	11

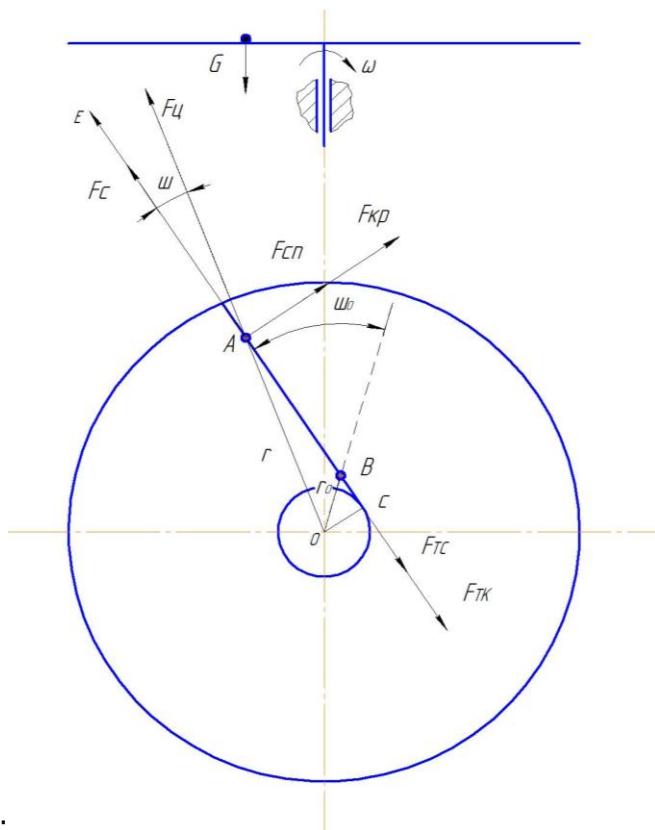
ЗАДАЧА №1

Разработка математической модели центробежного рабочего органа с наклонными лопатками.

Задача: Найти диаметр диска D , способного разогнать частицу до

$V_{тр}$

Расчетная схе-



ма:

Частица движется вдоль лопатки по оси ξ .

Рассмотрим её равновесие в текущем положении – т.А.

На частицу действуют силы:

Сила веса $G=mg$ направлена перпендикулярно диску.

Центробежная сила $F_{ц}=m\omega^2r$, направлена по радиусу OA ;

Сила кариолиса $F_k = 2m\omega\dot{\xi}$

Сила трения $F_{тс}=mgf$, направле-

Сила трения о лапчатку $F_{TK} = 2m\omega^2$

Исходные данные: $v_{тр}=26$ м/с; $r_0=0,05$ м.; угловая скорость $\omega=160$ м⁻¹, коэффициент трения $f=0,4$, угол $\psi=20^\circ$.

Анализ расчетной схемы показывает, что направление движения ξ не совпадает с радиусом, а составляет с ним переменный угол ψ соотношение между $m\xi$ найдем из ΔOAC :

$$r^2 = AC^2 + OC^2$$

$$r^2 = (\xi + r_0 \cos \varphi_0)^2 + r_0^2 \sin^2 \psi$$

$$CO = r \sin \psi_0 = r \sin \psi$$

$$r = \xi + r_0 \cos \psi_0$$

Составим математическую модель, используя принцип Даламбера:

Сила всех сил, действующих на частицу по оси ξ равняется нулю

$$\sum Fi = 0$$

Или

$$m\ddot{\xi} = F_a - F_{mp} - F_{tk} - F_{tc}$$

Подставляя выражения, для сил, получим:

$$m\ddot{\xi} = m\omega^2 r \cos \varphi - mfg - mf\omega^2 r \sin \psi - 2fm\omega\xi$$

Сократим на m , получим математическую модель:

$$\ddot{\xi} = \omega^2 r \cos \psi - fg - f\omega^2 r \sin \psi - 2f\omega\xi$$

Недостаток этой модели, наличие двух связанных переменных ξ и r .

Выразим все через ξ .

$$\ddot{\xi} = \omega^2 (\xi + r_0 \cos \psi_0) - fg - f\omega^2 r_0 \sin \psi_0 - 2f\omega\xi$$

Группируя члены по переменным:

$$\ddot{\xi} + 2f\omega\xi - \omega^2 g = \omega^2 r_0 \cos \psi_0 - f\omega^2 (r_0 \sin \psi_0) - fg$$

Коэффициент трения равен $f = tg\varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}$

где φ - угол трения

$$\varphi = \arctg f$$

Преобразуем правую часть

$$\omega^2 r_0 \cos \psi_0 - f \omega^2 (r_0 \sin \psi_0) \Rightarrow \omega^2 r_0 \cos \psi_0 - \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \omega^2 (r_0 \sin \psi_0) = \omega^2 r_0 \frac{\cos(\psi_0 \pm \varphi)}{\cos \varphi} = A$$

С учетом этих преобразований получим математическую модель:

$$\xi + 2f\omega\dot{\xi} - \omega^2\xi = A - fg$$

Полученную модель относим к классу неоднородных классов дифференцированных уравнений с постоянными коэффициентами.

Полное решение равно сумме общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного:

$$\xi = \xi_{од} + \xi_{неод}$$

Общее решение однородного уравнения

$$\ddot{\xi} + 2f\omega\dot{\xi} - \omega^2\xi = 0$$

$$\xi = \sum_{i=1}^n C_i e^{\lambda_i t}, i = 1, 2?$$

Где C_i – постоянная интегрирования

λ_i – корни характеристического уравнения

$$\lambda_1 - 2f\omega\lambda - \omega^2 = 0$$

$$\lambda_1 = \omega(\sqrt{1 + f^2} - f)$$

$$\lambda_2 = -\omega(\sqrt{1 + f^2} + f)$$

Частное решение неоднородного уравнения принимаем в виде:

$$\frac{A}{\omega^2} = \frac{fg}{\omega^2} \Rightarrow \frac{A - fg}{\omega^2} = B$$

Полное решение математической модели получаем в виде:

$$\xi = \sum_{i=1}^n C_i e^{\lambda_i t} + \frac{A - fg}{\omega^2}$$

Скорость движения

$$\dot{\xi} = \sum_{i=1}^n C_i \lambda_i e^{\lambda_i t}$$

Постоянные интегрирования находим, учитывая начальные условия по $t=0$

$$\left. \begin{array}{l} t = 0, \xi = 0 \\ t = 0, \dot{\xi} = 0 \end{array} \right\} \text{тогда} \left\{ \begin{array}{l} C_1 + C_2 + \frac{A - fg}{\omega^2} \\ C_1 \lambda_1 + C_2 \lambda_2 = 0 \end{array} \right. C_1 + C_2 + B$$

Решая систему двух уравнений, находим:

$$C_1 = B \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad C_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot B$$

Подставляем найденные C_1 и C_2 в уравнение, получим

$$\xi = \pm B \left[\frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} (\lambda_2 \cdot e^{\lambda_1 t} - \lambda_1 \cdot e^{\lambda_2 t}) - 1 \right]$$

$$\dot{\xi} = \pm B \left[\frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}) \right]$$

Листинг и алгоритм программы прилагается.

Вывод: Диаметр диска разгоняющий частицу до 26 м/с.

Программа Excel даёт 0,6014 мм.

ЗАДАЧА № 2

Моделирование движения частицы в воздушном потоке
Найти траекторию движения частицы в воздушном потоке и определить дальность её приземления. Решение провести в среде Simulink MatLab

Математическое описание

Задача о движении зерна в воздушном потоке возникает при разработке воздушно-решетных очисток (ВРО) зерноуборочных комбайнов, аэротехнологий пневмосепарации и пневмотранспортировки зерна, пневмосистем сеялок и т. п.

На рис. 7.9.1 приведена расчётная схема движения частицы в воздушном потоке очистки комбайна [Муратов Д.К., 2012].

Частицы зернового материала сходят со стрясной доски с начальной скоростью W_0 и движутся в воздушном потоке, имеющем скорость u . Под действием аэродинамических сил R частица описывает траекторию. Так как частицы имеют разные размеры, массу и парусность, то траектории их движения в воздушном потоке будут разные. На этом основана аэродинамическая сепарация воздушным потоком.

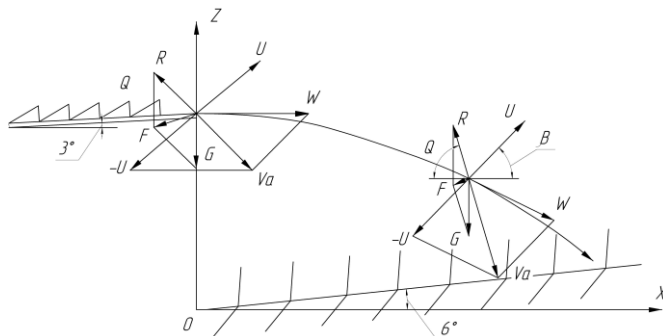


Рис. 7.9.1. Взаимодействие частицы с воздушным потоком: W – скорость движения частицы; u – скорость воздушного потока; V_a – скорость движения частицы относительно потока; R – сила сопротивления; G – сила тяжести; F – результирующая сила; θ – угол отклонения силы F от горизонтали.

Факторами процесса полёта частицы являются скорости частицы W и воздушного потока u . Параметрами модели являются

масса частицы и парусность. Откликом модели являются траектория полёта частицы $z(x)$.

После схода со стрясной доски частица зернового вороха движется в воздушном потоке под действием силы тяжести mg и силы сопротивления R , направление которой противоположно направлению скорости V_a .

Уравнения движения компонента:

$$m\ddot{x} = -R \cos \Theta; \quad (7.9.1)$$

$$m\ddot{z} = R \sin \Theta + mg. \quad (7.9.2)$$

Сила сопротивления R противоположна направлению абсолютной скорости. Её величина пропорциональна квадрату абсолютной скорости $k_R \cdot V_a^2$. Вместе с силой тяжести сила сопротивления образует равнодействующую силу F , вызывающую торможение частицы. На рис 7.9.1 показано равновесие сил в момент схода компонента с конца стрясной доски и в текущем положении.

Проекции вектора относительной скорости на оси координат:

$$V_x = \dot{x} + u \cos \beta; \quad (7.9.3)$$

$$V_z = \dot{z} + u \sin \beta.$$

Выражение для модуля вектора скорости V_a :

$$V_a = \sqrt{V_x^2 + V_z^2} = \sqrt{u^2 + \dot{x}^2 + \dot{z}^2 + 2u \cdot (\dot{x} \cdot \cos \beta + \dot{z} \cdot \sin \beta)}. \quad (7.9.4)$$

Коэффициент сопротивления k_R будем считать пропорциональным площади лобового сечения S частицы, $k_R = k S$.

Полное выражение для силы сопротивления

$$R = k S V_a^2, \quad (7.9.5)$$

где V_a находится по выражению (7.9.4).

Выражения для $\sin \theta$ и $\cos \theta$ получим через проекции V :

$$\sin \theta = V_x / V_a; \quad \cos \theta = V_z / V_a. \quad (7.9.6)$$

С учётом соотношений (7.9.3) получим:

$$\sin \Theta = (\dot{z} + u \sin \beta) / V_a; \quad \cos \Theta = (\dot{x} + u \cos \beta) / V_a. \quad (7.9.7)$$

Полученные соотношения (7.9.7) приводят дифференциальные уравнения задачи (7.9.1) и (7.9.2) к виду:

$$m\ddot{x} = -k \cdot S \cdot V \cdot (\dot{x} + u \cos \beta); \quad (7.9.8)$$

$$m\ddot{z} = mg - k \cdot S \cdot V \cdot (\dot{z} + u \sin \beta). \quad (7.9.9)$$

С учётом соотношения (7.9.4) и (7.9.7) и уравнений (7.9.8) и (7.9.9) получим математическую модель процесса движения частицы в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений

второго порядка:

$$\ddot{x} = -k(\dot{x} + u \cos \beta) \sqrt{u^2 + \dot{x}^2 + \dot{z}^2} + 2u \cdot (\dot{x} \cdot \cos \beta + \dot{z} \cdot \sin \beta); \quad (7.9.10)$$

$$\ddot{z} = g - k(\dot{z} + u \sin \beta) \sqrt{u^2 + \dot{x}^2 + \dot{z}^2} + 2u \cdot (\dot{x} \cdot \cos \beta + \dot{z} \cdot \sin \beta). \quad (7.9.11)$$

Модель инвариантная, нелинейная, трансцендентная. Трансцендентность ММ делает невозможным аналитическое решение дифференциального уравнения.

Можно получать цифровые решения и соответствующую графику переходом к структурным моделям в среде Simulink Matlab (см. п. 8.4).

Содержание работы

1. Формулировка задачи
2. Исходные данные по варианту
3. Расчётная схема
4. Факторная модель
5. Уравнения движения
6. Структурная модель в среде Simulink Matlab
7. Листинг работы модели
8. Ответ

Варианты исходных заданий

№ вар	диаметр частицы d, мм	коэффициент сопротивления k	угол воздушной струи β , град.	Скорость струи u, м/с	высота падения H, м
1	1	0,001	30	2	1
2	1.5	0,001	32	2	1,1
3	2	0,001	33	2	1,2
4	2.5	0,001	34	2	1,3
5	3	0,001	35	2	1,4
6	3,5	0,001	36	2	1,5
7	4	0,001	37	2	1,6
8	4,5	0,001	38	2	1,7
9	5	0,001	39	2	1,8
10	5,5	0,001	30	2	1,9
11	6	0,001	30	2	2

ЛИТЕРАТУРА

1. Игнатенко И.В. Математическое моделирование сельскохозяйственных процессов / И.В.Игнатенко. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2016. – 213 с.
2. Ермольев Ю.И. Теория, конструкция и расчет машин для возделывания сельскохозяйственных культур: Метод, указания. - Ростов н/Д; Издательский центр ДГГУ, 2002. 22с
3. Долгов И.А. Расчёт рабочих органов уборочных машин: Учеб. пособие. - Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2003. – 123 с.
4. Дьяконов В. Simulink4: Специальный справочник.-СПб: Питер, 2002.-528 с.
5. Игнатенко И.В., Ермольев Ю.И. Машины для возделывания сельскохозяйственных культур. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2008.-374 с.