



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра «Теоретическая и прикладная механика»

Сборник задач (упражнений)

по дисциплине
«Механика»

«Статика»

Авторы
Колева И.Н.,
Блажеев В.В.

Ростов-на-Дону, 2022

Аннотация

Методические указания предназначены для студентов 2 курса, выполняющих лабораторную работу по статике. Определяется постановка задачи по нахождению усилий в стержнях фермы методом вырезания узлов. Рассмотрен пример решения задачи. Дано подробное описание решения системы линейных алгебраических уравнений матричным способом в среде EXCEL. Приведены варианты заданий.

Авторы

К.Т.Н., доц.,
Колева И.Н.
ст.преп.
Блажеев В.В.





Оглавление

Лабораторная работа по статике «Исследование усилий в стержнях плоской фермы»	4
---	---

Лабораторная работа по статике «Исследование усилий в стержнях плоской фермы»

Цель работы.

Ознакомиться с расчетными методами определения усилий в стержнях плоской фермы, используя уравнения равновесия статики.

Задача лабораторной работы.

-Применяя метод вырезания узлов, составить для каждого узла аналитические условия равновесия плоской системы сходящихся сил.

-Определить реакции в стержнях фермы.

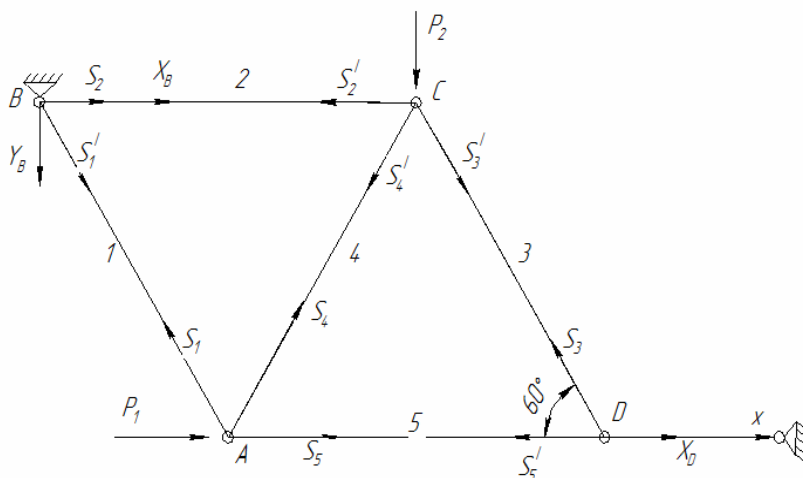
-Провести анализ полученных результатов и выделить наиболее нагруженный стержень с максимальными значениями усилий сжатия и растяжения.

-Полагая заданное усилие P_2 переменным $2кН \leq P_2 \leq 10кН$, рассчитать соответствующие значения усилий в исследуемых стержнях.

-Построить график зависимости усилий в стержнях от нагрузки

$2кН \leq P_2 \leq 10кН$ с шагом 2 кН.

Пример выполнения задания.



Дано:

$$P_1 = 5 \text{ кН}, \alpha = 60^\circ,$$

$$2 \leq P_2 \leq 10 \text{ кН с шагом } 2 \text{ кН}$$

Найти:

- 1) $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, Y_B, X_B, X_D$ при $P_2 = 2 \text{ кН}$;
- 2) Зависимость $S_{\max} = f(P_2)$ на сжатие при $2 \text{ кН} \leq P_2 \leq 10 \text{ кН}$, а также $S_{\max} = f(P_2)$ на растяжение и построить графики изменения усилий.

Решение.

Для узла А:

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = P_1 + S_5 + S_4 \cos 60^\circ - S_1 \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = S_1 \sin 60^\circ + S_4 \sin 60^\circ = 0.$$

Для узла В:

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = X_B + S_2 + S_1' \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = -Y_B - S_1' \sin 60^\circ = 0.$$

Для узла С:

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = -S_2' - S_4' \cos 60^\circ + S_3' \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = -P_2 - S_4' \sin 60^\circ - S_3' \sin 60^\circ = 0.$$

Для узла D:

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = X_D - S_5' - S_3' \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = S_3 \sin 60^\circ = 0.$$

Так как $S_k = S'_k$, то в дальнейшем будем писать просто S_k , $k = 1, 2, 3, 4, 5$. Учитывая, что $P_1 = 5$, а также $\cos 60^\circ = 0,5$ и $\sin 60^\circ = 0,866$, решение задачи сводится к нахождению решения системы линейных алгебраических уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} -0,5S_1 + 0,5S_4 + S_5 = -5 \\ 0,866S_1 + 0,866S_4 = 0 \\ 0,5S_1 + S_2 + X_B = 0 \\ -0,866S_1 - Y_B = 0 \\ -S_2 + 0,5S_3 - 0,5S_4 = 0 \\ -0,866S_3 - 0,866S_4 = P_2 \\ -0,5S_3 - S_5 + X_D = 0 \\ 0,866S_3 = 0 \end{array} \right.$$

Будем решать систему матричным методом в среде Excel. Для этого сначала введём исходные данные матрицу системы и столбец свободных членов системы (правые части уравнений).

Вид исходной таблицы для расчётов

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	Y_B	X_B	X_D		Св. члены
2	-0,5	0	0	0,5	1	0	0	0		-5
3	0,866			0,866						0
4	0,5	1	0	0	0	0	1	0		0
5	-0,866									0
6	0	0	0	0	0	-1	0	0		0
7			-0,866	-0,866						P_2
8	0	0	0,866	0,866	0	0	0	0		0
8	0	0	-0,5	0	-1	0	0	-1		0

9			0,86							0
	0	0	6	0	0	0	0	0		

Чтобы решить систему матричным методом, сначала находим матрицу, обратную к матрице системы. Воспользуемся встроенной функцией МОБР из категории математические мастера функций. Нужно сначала выделить диапазон A12:H19 для записи результата и ввести формулу =МОБР(A2:H9), завершая набор комбинацией клавиш Ctrl-Shift-Enter(всегда при работе с массивами):

0	1,154734	0	0	0	1,154734	0	1,154734
0	1,11E-16	0	0	-1	0,577367	0	1,154734
0	7,4E-17	0	0	0	2,56E-16	0	1,154734
0	-7,4E-17	0	0	0	-1,15473	0	-1,15473
1	0,577367	0	0	0	1,154734	0	1,154734
0	-1	0	-1	0	-1	0	-1
0	0,577367	-1	0	-1	1,154734	0	1,732102
-1	-0,57737	0	0	0	-1,15473	-1	-1,7321

Для удобства восприятия можно изменить формат ячеек с общего на числовой:

0,00	1,15	0,00	0,00	0,00	1,15	0,00	1,15
0,00	0,00	0,00	0,00	-1,00	0,58	0,00	1,15
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,15
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-1,15	0,00	-1,15
1,00	0,58	0,00	0,00	0,00	1,15	0,00	1,15
0,00	-1,00	0,00	-1,00	0,00	-1,00	0,00	-1,00
0,00	-0,58	1,00	0,00	1,00	-1,15	0,00	-1,73
-1,00	-0,58	0,00	0,00	0,00	-1,15	-1,00	-1,73

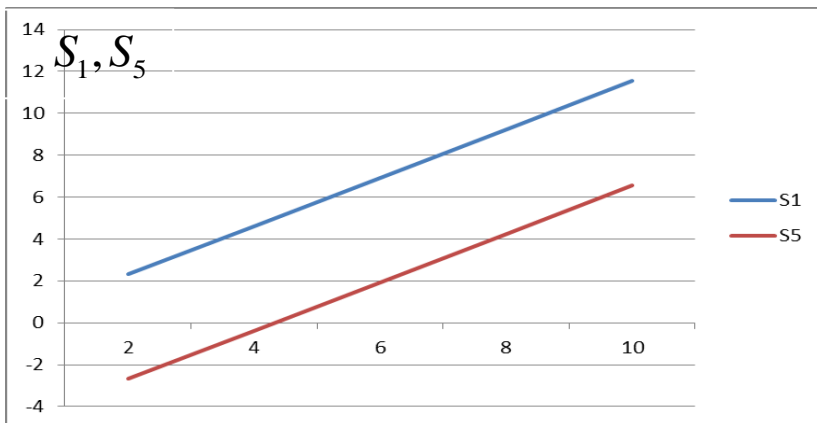
1) Положим $P_2 = 2$. Далее для расчета результата выделим диапазон K12:K19 и применим формулу МУМНОЖ(A12:H19; J2:J9). Транспонируем полученный результат для записи ответа – выделим диапазон ответа L2:S2 и введем формулу =ТРАНСП(K12:K19). Вид листа Excel после этого:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	
1	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	Y_B	X_B	X_D		свободные члены		S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	Y_B	X_B	X_D	
2		-0,5	0	0	0,5	1	0	0	0			-5 ответ:	2,31	1,15	0,00	-2,31	-2,69	-2,00	-2,31	2,69
3		0,866	0	0	0,866	0	0	0	0											
4		0,5	1	0	0	0	0	1	0											
5		-0,866	0	0	0	0	-1	0	0											
6		0	-1	0,5	-0,5	0	0	0	0											
7		0	0	-0,866	-0,866	0	0	0	0			2								
8		0	0	-0,5	0	-1	0	0	-1											
9		0	0	0,866	0	0	0	0	0											
10																				
11	Обратная матрица									расчет решения:										
12		0,00	1,15	0,00	0,00	0,00	1,15	0,00	1,15			2,31								
13		0,00	0,00	0,00	0,00	-1,00	0,58	0,00	1,15			1,15								
14		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,15			0,00								
15		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-1,15	0,00	-1,15			-2,31								
16		1,00	0,58	0,00	0,00	0,00	1,15	0,00	1,15			-2,69								
17		0,00	-1,00	0,00	-1,00	0,00	-1,00	0,00	-1,00			-2,00								
18		0,00	-0,58	1,00	0,00	1,00	-1,15	0,00	-1,73			-2,31								
19		-1,00	-0,58	0,00	0,00	0,00	-1,15	-1,00	-1,73			2,69								

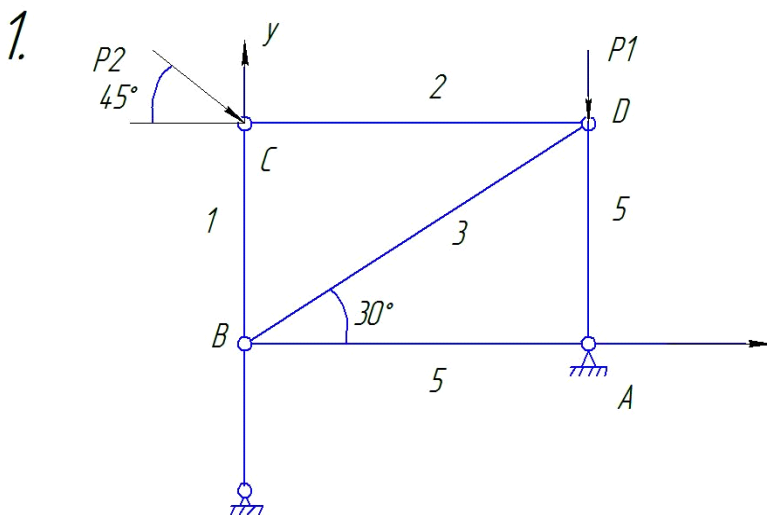
Таким образом, ответ для задания 1):

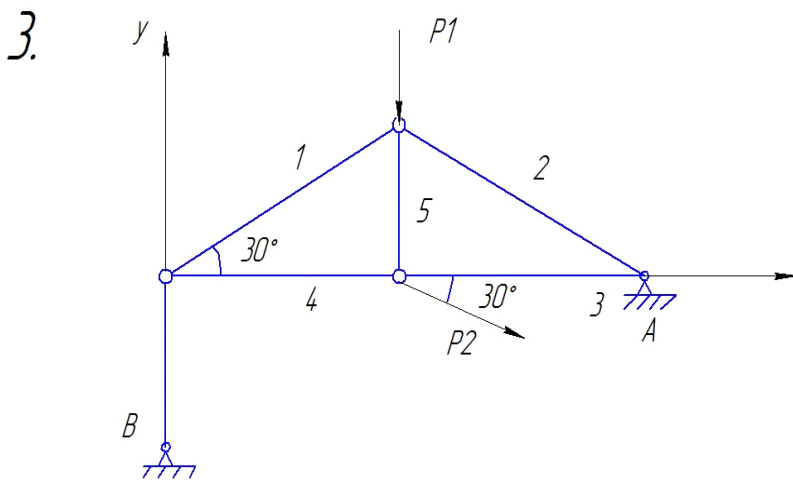
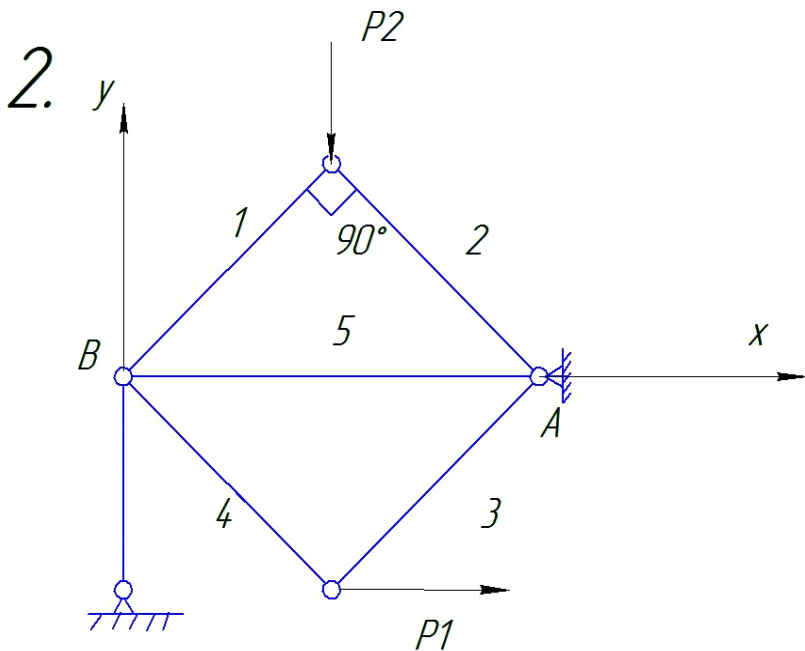
P_2 , кН	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	Y_B	X_B	X_D
2	2,31	1,15	0	-2,31	-2,69	-2	-2,31	2,69
4	4,62	2,31	0	-4,62	-0,38	-4	-4,62	0,38
6	6,93	3,46	0	-6,93	1,93	-6	-6,93	-1,93
8	9,24	4,62	0	-9,24	4,24	-8	-9,24	-4,24
10	11,55	5,77	0	-11,55	6,55	-10	-11,55	-6,55

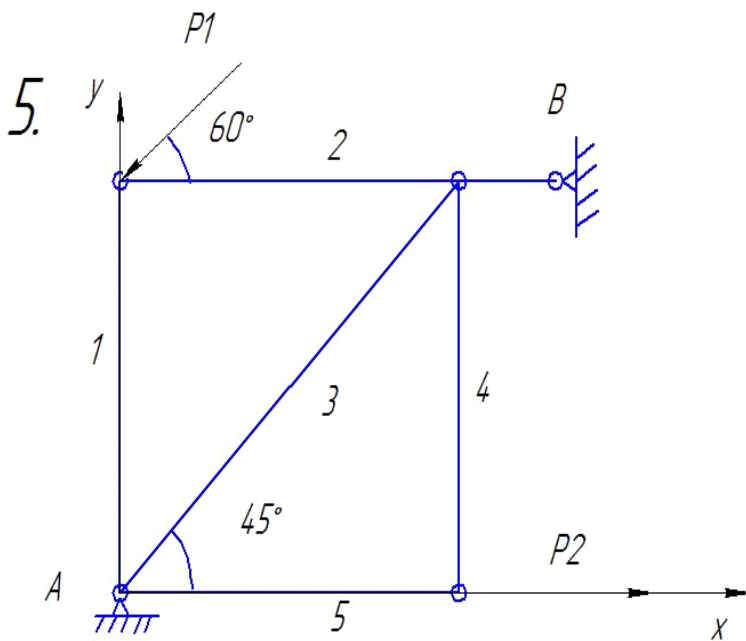
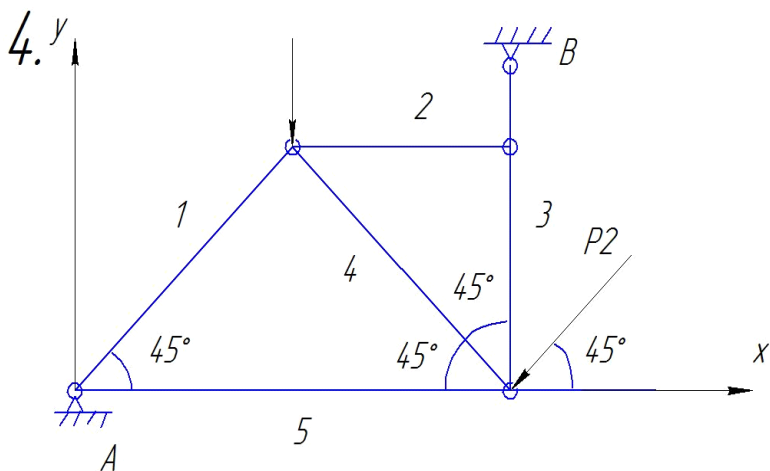
Находим стержни с максимальной нагруженностью при $P_2 = 2\text{кН}$, $S_5 = -2,69\text{кН}$ (сжатие) и $S_1 = 2,31\text{кН}$ (растяжение) и строим для этих усилий графики их изменений $S_5 = f(P_2)$ и $S_1 = f(P_2)$

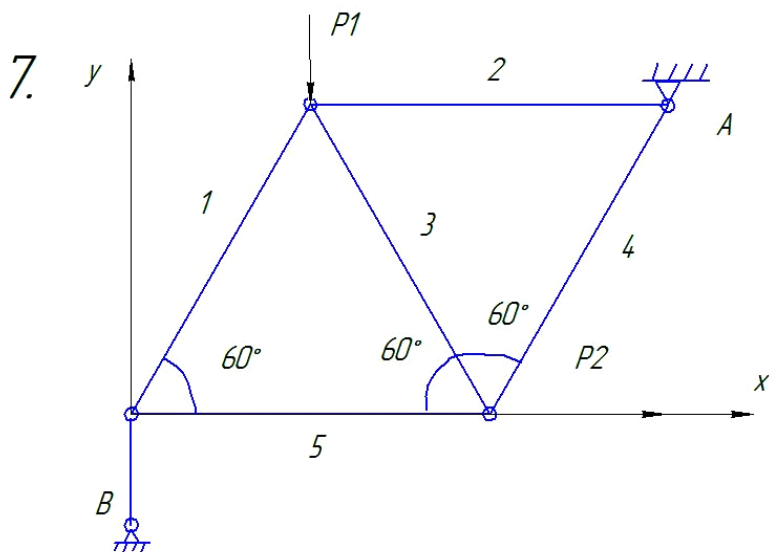
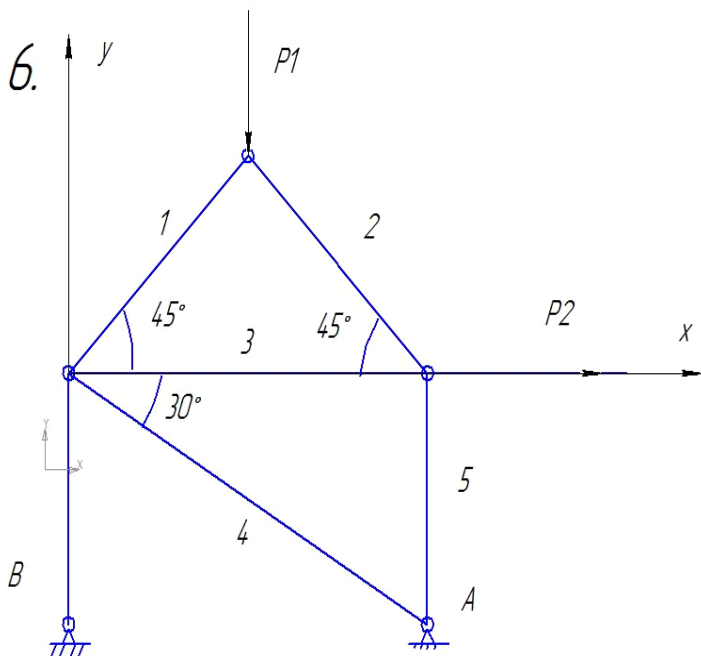


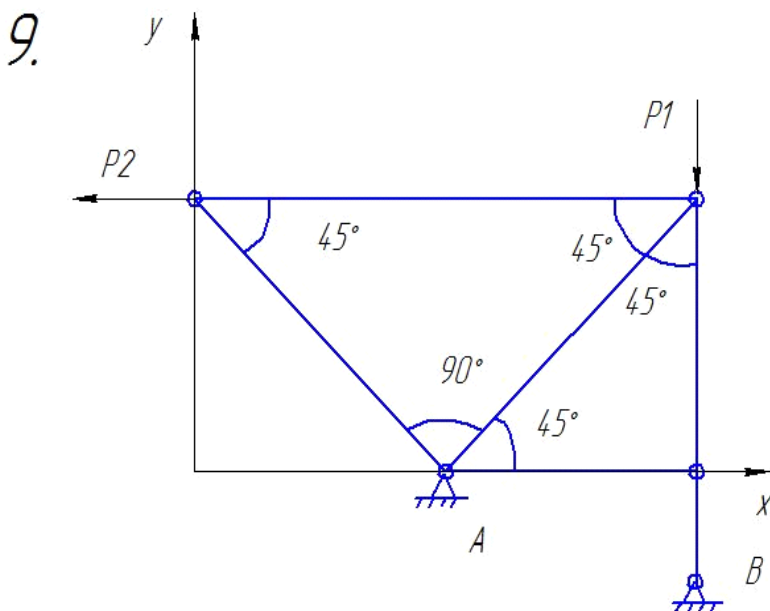
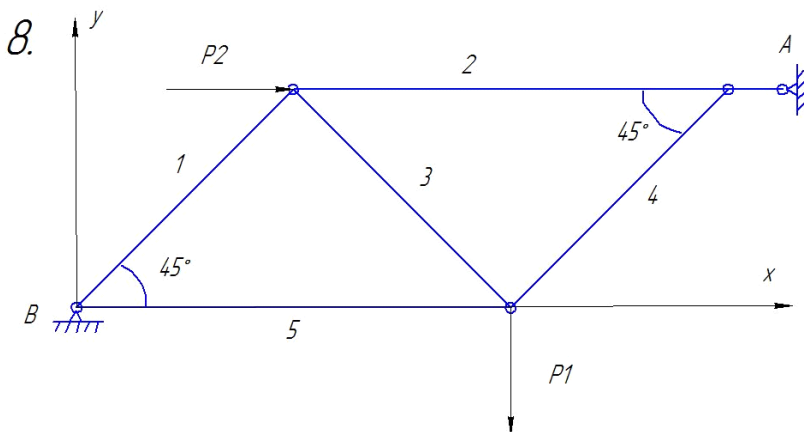
Варианты заданий.

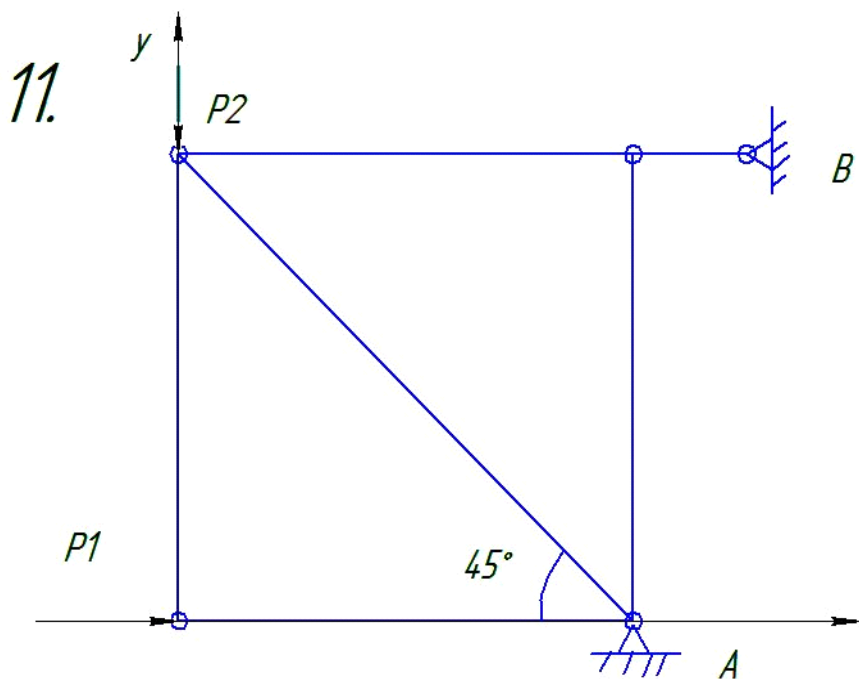
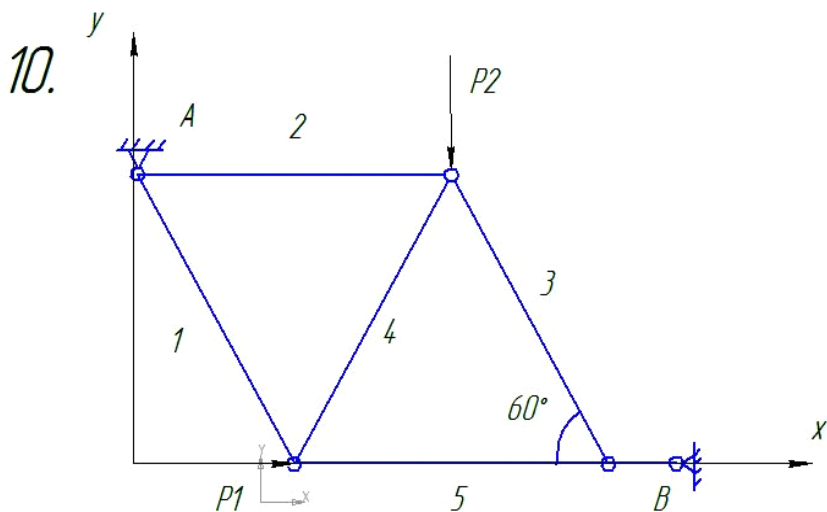


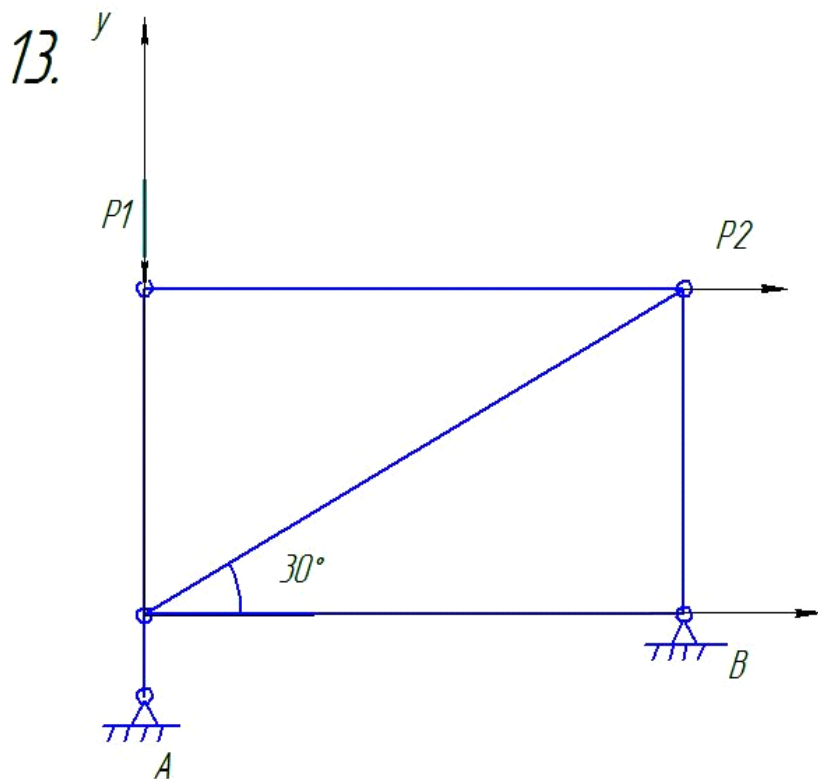
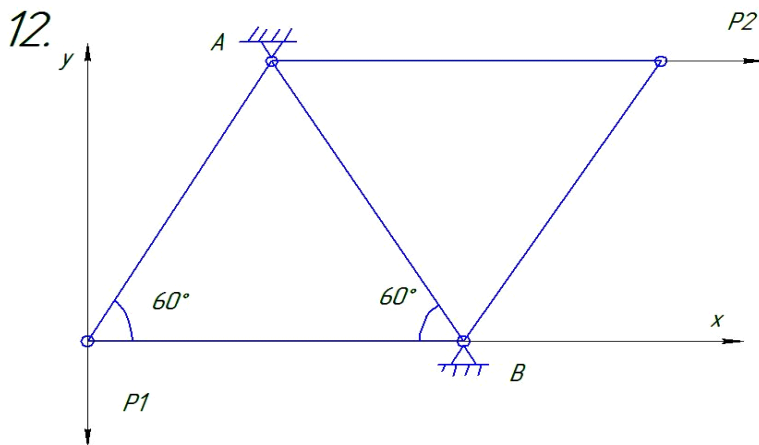




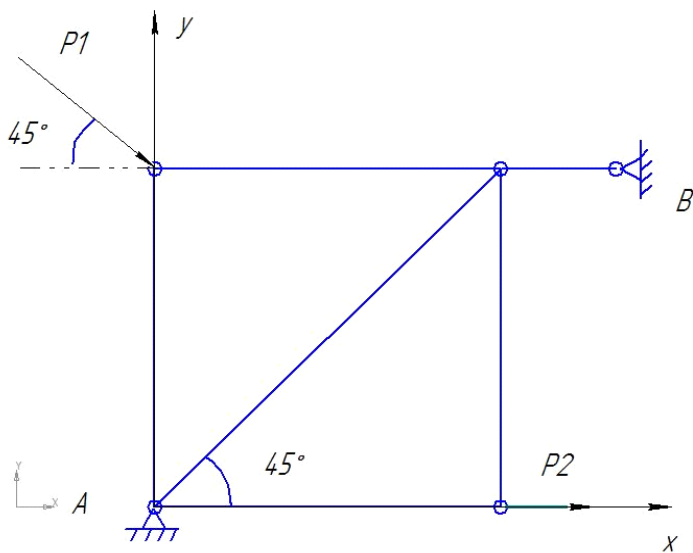




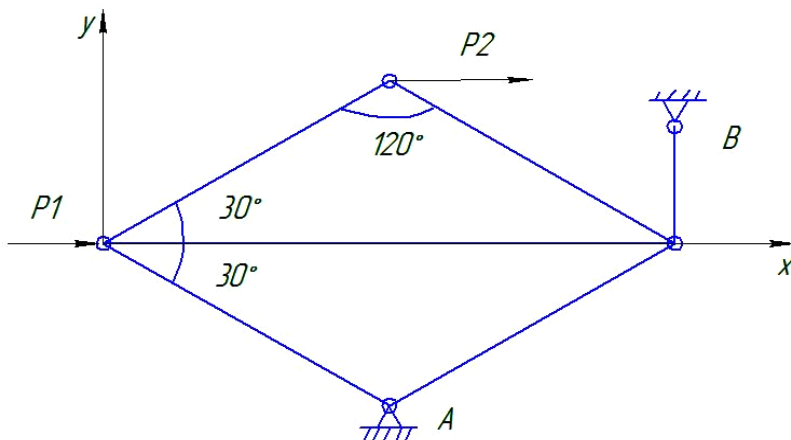




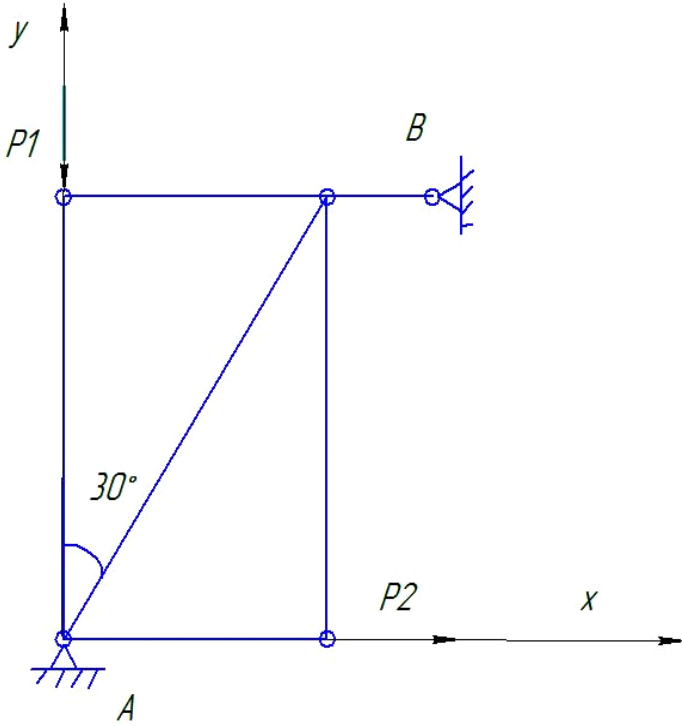
14.



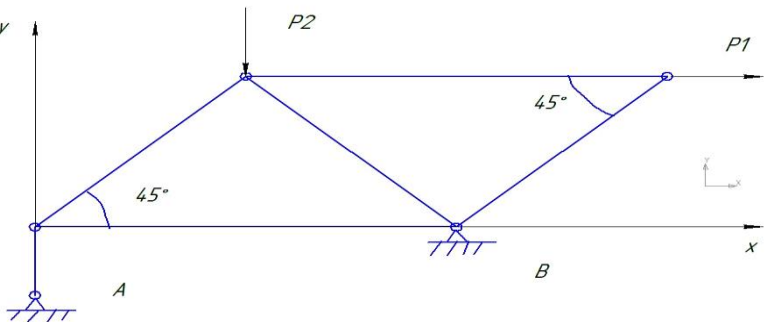
15.

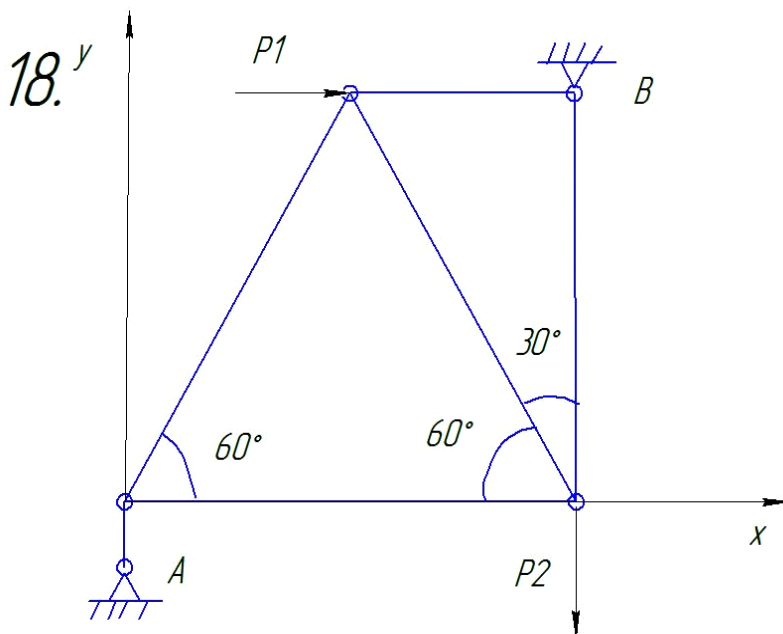


16.



17.





Контрольные вопросы

- Сформулировать условия равновесия плоской системы сходящихся сил.
- Что означает понятие «Расчет фермы»?
- Методы расчета ферм.
- В чем заключается метод вырезания узлов?
- Реакция невесомого стержня.
- Что мы понимаем под понятием «ферма»?
- Что означают знаки «+» и «-» при определении усилий в стержнях фермы?
- Что такое реакция связи?
- Реакция плоского подвижного и неподвижного шарнира?