ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Авиационный колледж ДГТУ

Методические рекомендации

по самостоятельной работе
междисциплинарного курса МДК 01.01

«Контроль и метрологическое обеспечение средств и систем автоматизации»

Автор
Смирнов Ю. А.

Ростов-на-Дону, 2019

Аннотация

Методические рекомендации по самостоятельной подготовке междисциплинарного курса МДК 01.01 "Контроль и метрологическое обеспечение средств и систем автоматизации" предназначены для студентов авиационного колледжа ДГТУ очной формы обучения направления 15.07.02 "Автоматизация технологических процессов и производств" (по отраслям).

Автор

к.т.н., доцент, преподаватель 1-ой категории авиационного колледжа ДГТУ Смирнов Юрий Александрович.

Оглавление

ИЗУЧЕНИЕ ВОПРОСОВ, ВЫНЕСЕННЫХ НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ ПОДГОТОВКУ

Основные цели самостоятельной работы студента:

1. Изучение вопросов, вынесенных на самостоятельную подготовку студентам;
2. Изучение контрольных вопросов и подготовка к лабораторным занятиям;
3. Выполнение контрольных, тестовых заданий для самоподготовки;
4. Решение рекомендуемых задач и упражнений в рамках самоподготовки;
5. Усвоение рекомендаций по использованию компьютерных технологий и ПК в самостоятельной работе.

ИЗУЧЕНИЕ ВОПРОСОВ, ВЫНЕСЕННЫХ НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ ПОДГОТОВКУ СТУДЕНТАМ:

1. Определение переходных матриц линейных, стационарных и нестационарных систем.
2. Особенности многомерных САУ и их исследование на базе передаточных функций и частотных характеристик.
3. Понятие и теорема Калмана об управляемости системы.
4. Наблюдаемость системы.
5. Оценивание координат состояния систем и её методика в виде дополнительной динамической аналоговой модели-наблюдателя Калмана.
6. Системы с запаздыванием.
7. Системы с распределенными параметрами.
8. Системы с переменными параметрами.
9. Дискретные системы автоматического управления.
10. Импульсная система с АИМ.
11. Частотные характеристики импульсных систем.
12. Логарифмические частотные характеристики импульсных систем.
13. Устойчивость импульсных систем.
14. Точность и коррекция импульсных систем.

ИЗУЧЕНИЕ КОНТРОЛЬНЫХ ВОПРОСОВ И ПОДГОТОВКА К ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ

Лабораторная работа №1
Исследование позиционных динамических звеньев 1-го и 2-го порядков

1. Передаточная функция САУ.
2. Характеристический полином.

3. Переходной процесс. Построение переходного процесса системы.
4. Амплитудно-частотная характеристика АЧХ.
5. Фаза-частотная характеристика ФЧХ.
6. Амплитудно-фаза-частотная характеристика АФЧХ.
7. Логарифмические частотные характеристики ЛАЧХ и ЛФЧХ.
8. Переходные процессы позиционных динамических звеньев 1-го порядка.
9. Частотные характеристики позиционных динамических звеньев 1-го порядка.
10. Переходные процессы позиционных динамических звеньев 2-го порядка.
11. Частотные характеристики позиционных динамических звеньев 2-го порядка.

Лабораторная работа №2
Исследование дифференцирующих и интегрирующих динамических звеньев

1. Передаточная функция САУ. Характеристический полином.
2. Переходной процесс. Построение переходного процесса системы.
3. Амплитудно-частотная характеристика АЧХ. Фазачастотная характеристика ФЧХ. Амплитуднофазачастотная характеристика АФЧХ.
4. Логарифмические частотные характеристики ЛАЧХ и ЛФЧХ.
5. Переходные процессы дифференцирующих динамических звеньев.
6. Частотные характеристики дифференцирующих динамических звеньев.
7. Переходные процессы интегрирующих динамических звеньев.
8. Частотные характеристики интегрирующих динамических звеньев.

Лабораторная работа №3
Анализ устойчивости линейной САУ корневыми и алгебраическим методами

1. Наименование и цель работы.
2. Структурную схему, передаточные функции разомкнутой и замкнутой системы и дифференциальное уравнение замкнутой САУ.
3. Формулировку необходимого и достаточного условия устойчивости САУ. Характеристическое уравнение замкнутой системы.
4. Описание корневого критерия устойчивости САУ и расположение корней на комплексной плоскости для различных значений параметров системы. Выводы об устойчивости системы.
5. Описание алгебраического критерия устойчивости Гурвица, матрицы Гурвица для исследуемой системы и выводы по результатам иссле-

дований.

Лабораторная работа №4
Анализ устойчивости линейной САУ частотными методами

1. Наименование и цель работы.
2. Структурную схему, передаточные функции разомкнутой и замкнутой системы.
3. Описание частотного критерия Михайлова, уравнение годографа Михайлова, графики кривой Михайлова для различных значений T_p и k_p. Выводы об устойчивости системы и влиянии параметров на устойчивость.
4. Описание частотного критерия Найквиста, уравнение частотной функции разомкнутой САУ, графики частотной характеристики Найквиста при различных T_p и k_p. Выводы об устойчивости системы и влиянии параметров на устойчивость.
5. Частотную передаточную функцию разомкнутой системы и выражения для ЛАЧХ и ЛФЧХ. Логарифмические частотные характеристики с выводами об устойчивости и запасах устойчивости по амплитуде и фазе.

Лабораторная работа №5
Оценка качества автоматической системы управления

1. Наименование и цель работы.
2. Структурная схема, передаточные функции разомкнутой и замкнутой системы.
3. Описание прямых показателей качества системы управления (по переходному процессу, по частотным характеристикам). Результаты оценки качества заданной системы управления при различных параметрах.
4. Описание косвенных показателей качества системы управления (корневой метод). Результаты оценки качества заданной системы управления при различных параметрах.
5. Выводы о влиянии параметров системы на ее качество.

Лабораторная работа №6
Исследование характеристик ПИД-регуляторов

1. Используя критерий устойчивости Найквиста по логарифмическим характеристикам, провести оценку влияния коэффициентов типовых законов регулирования (П, Д и И-регуляторов) на устойчивость замкнутой системы и на запасы устойчивости.
2. Используя критерий устойчивости Найквиста по логарифмическим характеристикам, оценить влияние параметров ПИД-регулятора на устойчивость замкнутой САУ и на запасы устойчивости. Определить настройку регулятора, удовлетворяющую требуемым запасам устойчивости и максимальную частоту среза. По полученной частоте среза определить приближенное время регулирования системы.
3. Построить переходной процесс замкнутой системы при выбранных в пункте 2 параметрах ПИД–регулятора и по прямым показателям

оценить качество САУ.

4. Сделать выводы по лабораторной работе.

ВЫПОЛНЕНИЕ КОНТРОЛЬНЫХ И ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

3.1. Выполнение контрольных заданий

Контрольное задание № 1

Получить дифференциальное уравнение и передаточную функцию гидравлического демпфера (рисунок 1а) при условии, что масса подвижных частей равна нулю, F – внешняя сила, действующая на шток демпфера, Fd – демпфирующая сила (сила реакции). Входной величиной является возмущающая сила F, а выходной величиной – перемещение X поршня в цилиндре демпфера.

РЕШЕНИЕ

1. Определяем демпфирующую силу F_d,

где γ – коэффициент вязкости жидкости;

$S_п$ – площадь поршня;

S_o – площадь отверстия в поршне.

2. Записываем уравнение равновесия сил:

$$F_d(t) = F(t).$$

3. После подстановки значения $F_d(t)$ получим

$$(\gamma S_п / S_o) * X^j(t) = F(t).$$

4. Обозначив $\gamma S_п / S_o$ через C, записываем дифференциальное уравнение демпфера:

$$CX'(t) = F(t).$$

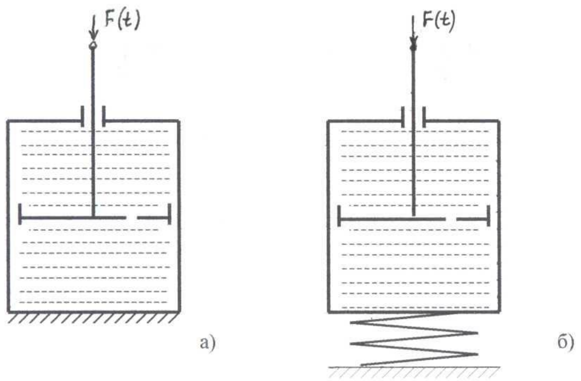


Рис. 1. Разновидности гидравлических демпферов

5. Дифференциальное уравнение приводим к операторной форме:

$$CpX(p) = F(p).$$

6. Из полученного уравнения получаем передаточную функцию

$$W(p)=\frac{X(p)}{F(p)}=\frac{1}{C}*\frac{1}{p}=K*\frac{1}{p},$$

где $K=\frac{1}{C}=\frac{S_o}{\gamma S_d}$ - передаточный коэффициент демпфера (усилительное звено).

Таким образом передаточная функция такого вида демпфера представляет собой два последовательно соединённых динамических звена – усилительного и интегрирующего.

Контрольное задание №2

Для гидравлического демпфера (рис. 1 а) получить дифференциальное уравнение и передаточную функцию с учётом массы m подвижных частей (штока, поршня).

РЕШЕНИЕ

1. Составляется уравнение равновесия сил с учётом того, что кроме демпфирующей силы F_d действует сила инерции F_u:

$$F_d(t)+F_и(t)=F(t).$$

2. Составляется дифференциальное уравнение:

$$mX''(t)+cX'(t)=F(t).$$

3. Полученное уравнение приводится к операторной форме:

$$mp^2X(p)+cpX(p)=F(p).$$

4. Записывается передаточная функция:

$$W(p)=\frac{X(p)}{F(p)}=\frac{1}{mp^2+Cp}=\frac{1/C}{p[(pm/C)+1]}=K*\frac{1}{p}*\frac{1}{Tp+1},$$

где $K=1/C$ – передаточный коэффициент усилительного звена,
$T=m/C$ – постоянная времени инерционного звена.

В этом случае передаточная функция состоит из передаточных функций усилительного, интегрирующего и инерционного звеньев, соединённых последовательно.

Контрольное задание №3

Для гидравлического демпфера с пружиной (рис. 1 б) получить дифференциальное уравнение и передаточную функцию.

РЕШЕНИЕ

1. Составляется уравнение равновесия сил демпфера:

$$F_d(t)+F_и(t)+F_{пр}(t)=F(t).$$

2. Составляется дифференциальное уравнение демпфера:

$$mX''(t)+CX'(t)+JX(t)=F(t),$$

где J- модуль упругости пружины.

3. Дифференциальное уравнение приводится к операторной форме:

$$mp^2X(p)+CpX(p)+JX(p)=F(p).$$

4. Записывается передаточная функция:

$$W(p)=\frac{X(p)}{F(p)}=\frac{1}{mp^2+Cp+J}=K*\frac{1}{T^2p^2+2\xi Tp+1},$$

где $K=1/J, T=\sqrt{\frac{m}{J}}, \xi=\frac{C}{2\sqrt{mJ}}$.

Передаточная функция такого демпфера состоит из передаточных функций усилительного и колебательного звеньев, соединенных последовательно.

Контрольное задание №4

Получить дифференциальное уравнение и передаточную функцию электромашинного усилителя (ЭМУ, рис. 2 а), обмотка возбуждения которого питается от маломощного источника постоянного тока (входное воздействие, возбуждающее магнитный поток), а якорь приводится во вращение с постоянной скоростью от внешнего двигателя. Достаточно большая выходная мощность вырабатываемой ЭМУ энергии используется для сварочных и других видов работ.

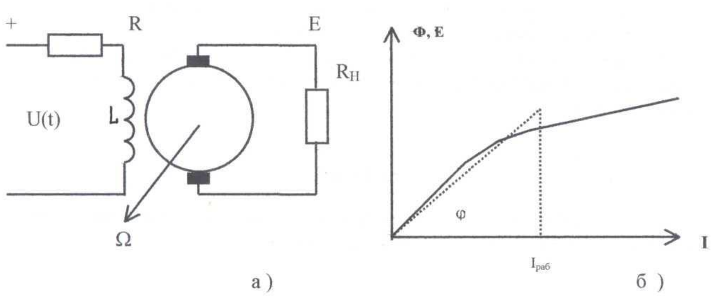


Рис. 2. Электромашинный усилитель:
а) – схема ЭМУ, б) – кривая намагничивания

РЕШЕНИЕ

1. Составляется уравнение цепи питания обмотки возбуждения:

$$L\Gamma(t)+RI(t)=U(t).$$

2. Определяется соотношение между выходной величиной E(t), являющейся электродвижущей силой ЭМУ, и током I(t) в обмотке возбуждения. С учётом линеаризации кривой намагничивания на рабочем участке (рис. 2 б) это соотношение следующее:

$$I(t)=E(t)/k,$$

где $k = tg\varphi$.

3. Записывается дифференциальное уравнение ЭМУ:

$$\frac{L}{k}E'(t)+\frac{R}{k}E(t)=U(t).$$

4. Полученное уравнение приводится к операторной форме:

$$\frac{L}{k}pE(p)+\frac{R}{k}E(p)=U(p).$$

5. Получают передаточную функцию:

$$W(p)=\frac{E(p)}{U(p)}=\frac{1}{\frac{L}{k}p+\frac{R}{k}}=K*\frac{1}{Tp+1},$$

где $K = k/R$, $T = L/R$.

Следовательно, передаточная функция ЭМУ представляет собой два последовательно соединённых динамических звена – усилительного и позиционного.

Контрольное задание №5

Для заданной RC – цепи (рис.3) получить дифференциальное уравнение и передаточную функцию.

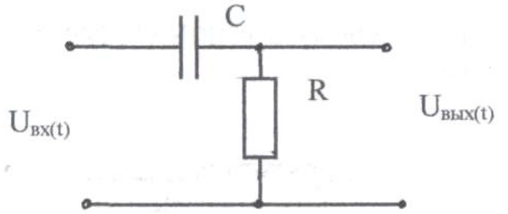


Рис.3. Звено на основе RC – цепи

РЕШЕНИЕ

1. В соответствие с законом Кирхгофа записываем уравнение напряжений:

$$U_{\text{вх}}(t)=U_{\text{c}}(t)+U_R(t), \tag{1}$$

где $U_R(t)=U_{\text{вых}}(t)$.

2. Определяем величину тока в цепи с конденсатором:

$$i(t)=C\cdot U_{\text{c}}'(t). \tag{2}$$

Учитывая, что $U_{\text{c}}(t)=U_{\text{вх}}(t)-U_{\text{вых}}(t)$, уравнение (2) примет вид

$$i(t)=C\left[U_{\text{вх}}(t)-U_{\text{вых}}(t)\right]'=CU_{\text{вх}}'(t)-CU_{\text{вых}}'(t). \tag{3}$$

3. Умножив обе части уравнения (3) на R и учитывая, что $i(t)R=U_{\text{вых}}(t)$, получим дифференциальное уравнение данной цепи:

$$RCU_{\text{вых}}'(t)+U_{\text{вых}}(t)=RCU_{\text{вх}}'(t) \tag{4}$$

или

$$TU'_{вых}(t)+U_{вых}(t)=TU'_{вх}(t), \qquad (5)$$

где $T=RC$ – постоянная времени цепи.

4. Представим члены уравнения (5) в изображениях по Лапласу:

$$TU_{вых}(p)\cdot p+U_{вых}(p)=TU_{вх}(p)\cdot p \qquad (6)$$

или

$$U_{вых}(p)\cdot[Tp+1]=TU_{вх}(p)\cdot p. \qquad (7)$$

5. Из (7) записываем передаточную функцию звена:

$$W(p)=\frac{U_{вых}(p)}{U_{вх}(p)}=\frac{Tp}{Tp+1}=Tp\frac{1}{Tp+1}. \qquad (8)$$

Уравнение (8) является передаточной функцией дифференцирующего звена с замедлением, которое можно представить в виде двух последовательно соединенных звеньев: идеального дифференцирующего с передаточной функцией $W_1(p)=Tp=kp$ и инерционного звена 1-го порядка с передаточной функцией $W_2(p)=1/Tp+1$.

Контрольное задание №6

Для заданной RL-цепи (рис. 4) получить дифференциальное уравнение и передаточную функцию.

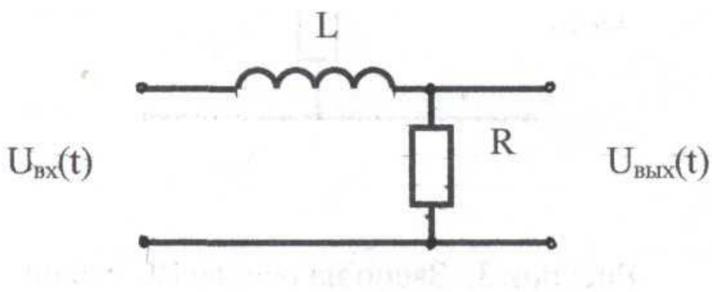


Рис. 4. Звено на основе RL-цепи

РЕШЕНИЕ

1. Записываем уравнение напряжений цепи:

$$U_{вх}(t)=U_L(t)+U_R(t) \qquad (9)$$

или

$$U_{вх}(t)=U_L(t)+U_{вых}(t), \qquad (10)$$

где $U_{вых}(t)=U_R(t)$.

2. Определяем падение напряжения на индуктивном сопротивлении:

$$U_L(t)=L\cdot i'(t). \qquad (11)$$

Учитывая, что величина тока равна $i(t)=U_{вых}(t)/R$, получим

$$U_L(t)=\frac{L}{R}U'_{\text{вых}}(t). \quad (12)$$

3. Получаем дифференциальное уравнение данного звена путем подстановки (12) в (10):

$$\frac{L}{R}U'_{\text{вых}}(t)+U'_{\text{вых}}(t)=U_{\text{вх}}(t). \quad (13)$$

4. Представляем уравнение (13) в изображениях по Лапласу

$$TU_{\text{вых}}(p)\cdot p+U_{\text{вых}}(p)=U_{\text{вх}}(p), \quad (14)$$

где $T=\frac{L}{R}$ – постоянная времени RL-цепи.

5. Получаем передаточную функцию

$$W(p)=\frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)}=\frac{1}{Tp+1}. \quad (15)$$

Уравнение (15) является передаточной функцией инерционного звена 1-го порядка.

В задачах №5 и №6 был рассмотрен способ получения передаточных функций по дифференциальным уравнениям, описывающим процессы, происходящие в цепях в переходном режиме.

Однако для получения передаточных функций RLC-цепей применяется более простой способ, который не связан непосредственно с составлением дифференциальных уравнений цепей. Суть его состоит в представлении напряжений, токов и сопротивлений цепей в виде изображений по Лапласу. Покажем это при решении ниже следующих задач.

Контрольное задание №7

Для цепей, изображенных на рисунках 3 и 4, получить передаточные функции.

1. Получаем передаточную функцию для RC-цепи (рис.3)

$$W(p)=\frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)}=\frac{I(p)\cdot Z_{\text{вых}}(p)}{I(p)\cdot Z_{\text{вх}}(p)}=\frac{Z_{\text{вых}}(p)}{Z_{\text{вх}}(p)}, \quad (16)$$

где $Z_{\text{вых}}(p)=R$ – изображение по Лапласу выходного сопротивления;

$Z_{\text{вх}}(p)=\frac{1}{Cp}+R$ – изображение по Лапласу входного сопротивления.

2. После подстановки указанных сопротивлений в (16) получим:

$$W(p)=\frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)}=\frac{R}{\frac{1}{Cp}+R}=\frac{RCp}{RCp+1}=\frac{Tp}{Tp+1}, \quad (17)$$

где $T=RC$.

3. Получаем передаточную функцию RL-цепи (рис. 4):

$$W(p)=\frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)}=\frac{Z_{\text{вых}}(p)}{Z_{\text{вх}}(p)}=\frac{R}{Lp+R}=\frac{R}{R\left(\frac{L}{R}p+1\right)}=\frac{1}{Tp+1}. \qquad (18)$$

Контрольное задание №8

Для RLC-цепи (рис. 5) получить передаточную функцию вторым способом и дифференциальное уравнение этого звена.

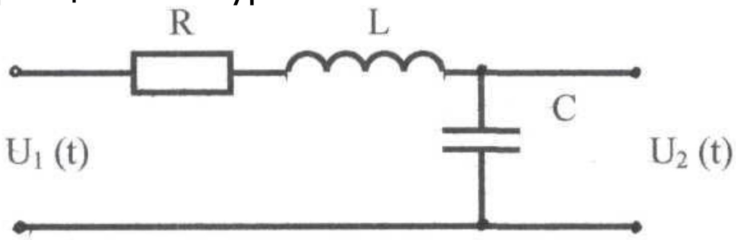


Рис. 5. Звено на основе RLC-схемы

1. Определяем передаточную функцию:

$$W(p)=\frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)}=\frac{Z_{\text{вых}}(p)}{Z_{\text{вх}}(p)}=\frac{1/Cp}{R+Lp+1/Cp}=$$
$$=\frac{1}{LCp^2+RCp+1}=\frac{1}{T_2^2p^2+T_1p+1}, \qquad (19)$$

где $T_2=\sqrt{LC}$ и $T_1=RC$ – постоянная времени.

2. Получаем дифференциальное уравнение звена из равенства:

$$\frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)}=\frac{1}{T_2^2p^2+T_1p+1}, \qquad (20)$$

т.е.

$$T_2^2U_{\text{вых}}(p)p^2+T_1U_{\text{вых}}(p)p+U_{\text{вых}}(p)=U_{\text{вх}}(p). \qquad (21)$$

3. Переходя в (21) по Лапласу к оригиналам, получим:

$$T_2^2U''_{\text{вых}}(t)+T_1U'_{\text{вых}}(t)+U_{\text{вых}}(t)=U_{\text{вх}}(t). \qquad (22)$$

Уравнение (22) является обыкновенным неоднородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами.

Контрольное задание №9

Для заданной цепи (рис. 5.1) требуется:

1. Определить передаточную функцию *W(p).*
2. Получить дифференциальное уравнение цепи.
3. Определить и построить частотные характеристики: АФЧХ *W(jω)*, АЧХ *A(ω)*, ФЧХ *φ(ω)*, ЛАЧХ *L(ω)*, ЛФЧХ *φ(ω)*, если *R=100 кОм*, *C=20 мкФ*.

4. Построить АФЧХ *W(jω)* звена с помощью ЭВМ при тех же значениях параметров *R* и *C*.

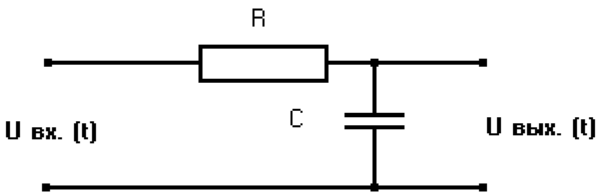


Рис. 5.1. Инерционное звено

РЕШЕНИЕ

1. Определяем передаточную функцию *W(p)*

$$W(p)=U_{вых}(p)/U_{вх}(p)=Z_{вых}(p)/Z_{вх}(p)=\frac{1/Cp}{R+Cp}=\frac{1}{RCp+1}=\frac{1}{Tp+1},$$

где *T* – постоянная времени инерционного звена

$$T=RC,$$

$$T=100\cdot 10^{3}\cdot 20\cdot 10^{-6}=2\ с;$$

K – коэффициент передачи звена, *K*= *1*.

2. Определяем дифференциальное уравнение из полученного уравнения

$$\frac{U_{вых}(p)}{U_{вх}(p)}=\frac{1}{Tp+1};\quad U_{вых}(p)\cdot(Tp+1)=U_{вх}(p),$$

откуда дифференциальное уравнение первого порядка будет иметь вид

$$TU^{(1)}_{вых}(t)+U_{вых}(t)=U_{вх}(t).$$

2. Определяем выражение для АФЧХ. Переход от передаточной функции к частотной передаточной функции *W(jω)* осуществляется заменой в *W(p)* оператора *p* на *jω*:

$$W(j\omega)=\frac{1}{1+jT\omega}.$$

Приведём *W(jω)* к алгебраическому виду *W(jω)=P(ω)+jQ(ω):*

$$W(j\omega)=\frac{1}{1+jT\omega}\times\frac{1-jT\omega}{1-jT\omega}=\frac{1}{1+T^2\omega^2}-j\frac{T\omega}{1+T^2\omega^2}$$

Построим график АФЧХ *W(jω)*. Для этого вычислим значения вещественной *P(ωi)* и мнимой *Q(ωi)* частей для характерных значений частоты

ω_i=0; 1/T; ∞. Результаты расчета занесем в таблицу 5.1.

Таблица 5.1

Результаты расчета частотных характеристик

ω_i	$P(\omega_i)$	$Q(\omega_i)$	$A(\omega_i)=\sqrt{P(\omega)^2+Q(\omega)^2}$	$\varphi(\omega_i)=arctg[Q(\omega_i)/P(\omega_i)]$
0	1	0	1	0
1/T	1/2	–1/2	$1/\sqrt{2}$ =0.7	-45°
∞	0	0	0	-90°

График АФЧХ изображен на рисунке 5.2 и представляет собой полуокружность с радиусом $\frac{1}{2}$ и центром $(\frac{1}{2}, jo)$ на вещественной оси.

3. Определяем выражение для АЧХ $A(\omega)$ данного звена

$$A(\omega)=\sqrt{P^2(\omega)+Q^2(\omega)}=\sqrt{\left(\frac{1}{1+\omega^2T^2}\right)^2+\left(\frac{\omega^2T^2}{1+\omega^2T^2}\right)^2}=\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}.$$

Вычисляем значения АЧХ $A(\omega)$ для частот ω_i=0; 1/T; ∞ (см. табл. 5.1).

Строим график $A(\omega)$ по полученным значениям $A(\omega_i)$ (рис. 5.3), который представляет собой фильтр низких частот (низкие частоты пропускаются, а верхние подавляются).

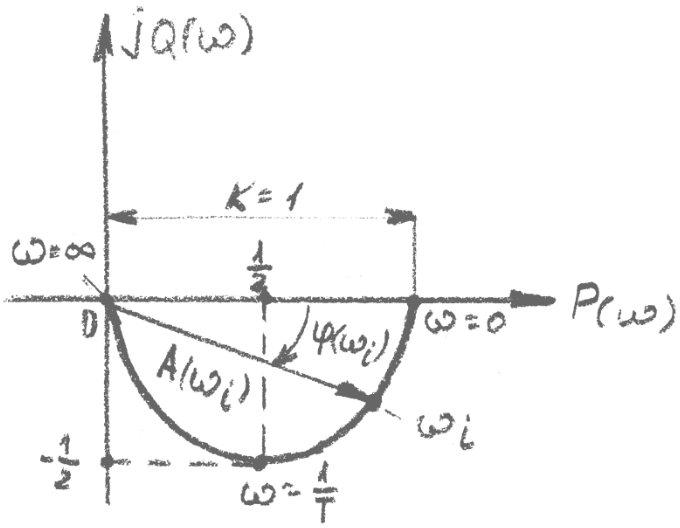


Рис. 5.2. График АФЧХ инерционного звена

5. Определяем формулу для ФЧХ $\varphi(\omega)$ звена

$$\varphi(\omega)=arctg\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}=-\frac{T\omega}{1+T^2\omega^2}\Bigg/\left(\frac{1}{1+T^2\omega^2}\right)=arctg(-T\omega)$$

и вычисляем значения ФЧХ $\varphi(\omega_i)$ для указанных частот ω_i (см. табл. 5.1).

Строим график $\varphi(\omega)$ по значениям $\varphi(\omega_i)$ (см. рис. 5.3), который показывает, что фазовый сдвиг выходного сигнала изменяется от 0° до -90°, а на частоте $\omega=1/T$ он равен -45°.

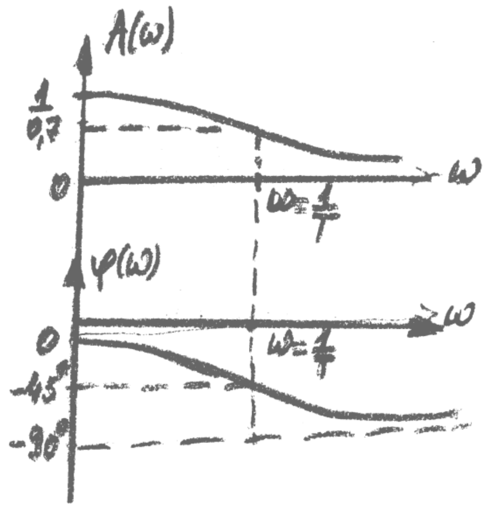


Рис. 5.3. Графики АЧХ и ФЧХ инерционного звена

4. Определяем формулу для логарифмической АЧХ

$$L(\omega)=20lg\,A(\omega)=20lg\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}=-20lg\sqrt{1+\omega^2T^2} \qquad (5.1)$$

Построим график ЛАЧХ данного звена.

Приближённо ЛАЧХ можно заменить двумя асимптотами, к которым она стремится при $\omega\rightarrow 0$ и $\omega\rightarrow\infty$. Приближённая ЛАЧХ называется асимптотической.

Определим значение $L(\omega)$ для диапазонов низких и высоких частот. В области низких частот при $\omega«1/T$ произведение $\omega T«1$ и из (5.1) будем иметь $L(\omega)=-20lg1=0$. В области высоких частот при $\omega»1/T$ получим $\omega T»1$ и $L(\omega)=-20lg\omega T$.

Определим наклон второй асимптоты ЛАЧХ в децибелах на декаду, которая проходит в высокочастотной области начиная с частоты $\omega_c=1/T$ и до $\omega=\infty$, где $T=RC=2c$, $\omega_c=1/T=0,5$ рад/с.

Пусть $\omega=\omega_i$, тогда $L(\omega_i)=-20lg\omega_iT$. При $\omega=10\omega_i$ $L(10\omega_I)=-20lg10\omega_iT=-20lg10-20lg\omega_iT=-20-20lg\omega_iT$.

Разность значений ЛАЧХ равна $L(10\omega_i)-L(\omega_i)=-20lg10=-20$ Дб/дек и определяет наклон ЛАЧХ начиная с частоты ω_c. Обе асимптоты пересекаются в точке, соответствующей $\omega_c=1/T$. Эта частота называется сопрягающей.

При $\omega_c=1/T$ согласно выражению (5.1)

$$L(\omega_c) = -20\lg\sqrt{2} = -3,\ \text{Дб}$$

и определяет максимальное расхождение между истинной и асимптотической ЛАЧХ. График ЛАЧХ изображен на рисунке 5.4.

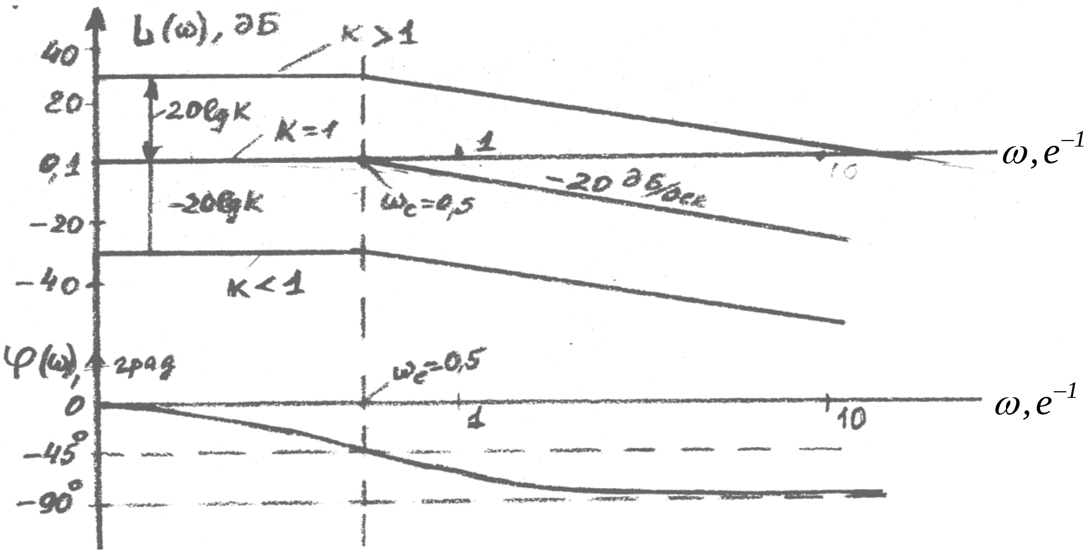


Рис. 5.4. Графики ЛАЧХ и ЛФЧХ инерционного звена

При значении коэффициента передачи звена $к>1$ график ЛАЧХ пройдёт параллельно рассмотренному (при $к=1$) и выше него на расстоянии $20lgк$, а при $к<1$ – график ЛАЧХ пройдёт параллельно рассмотренному и ниже него на расстоянии – $20lgк$ (см. рис. 5.4)

5. Строим график ЛФЧХ $\varphi(\omega)$ (см. рис. 5.4).

Контрольное задание №10

Для колебательного звена (рис. 5.5) получить выражения для передаточной функции $W(p)$ и частотных характеристик. Провести исследование влияния значений параметров звена на частотные характеристики с использованием персональных ЭВМ.

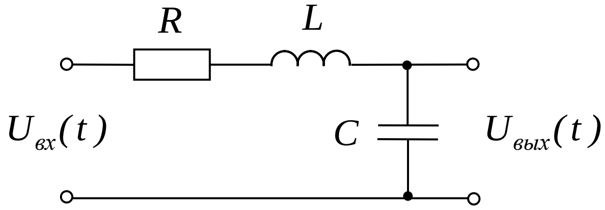


Рис. 5.5. Колебательное звено

Решение

1. Определяем передаточную функцию звена

$$W(p) = \frac{U_{вых}(p)}{U_{вх}(p)} = \frac{Z_{вых}(p)}{Z_{вх}(p)} =$$

$$=\frac{\frac{1}{Cp}}{Lp+R+\frac{1}{Cp}}=\frac{1}{LCp^2+RCp+1}=\frac{1}{T_2^2p^2+T_1p+1}, \qquad (5.2)$$

где T_1, T_2 – постоянные времени:

$$T_1=RC\,,\; T_2=\sqrt{LC}\,;$$

$K=1$ – коэффициент передачи.

Вид графиков частотных и временных характеристик данного звена зависит от соотношения значений параметров *R, L, C,* которое определяется коэффициентом затухания

$$\xi=\frac{T_1}{2T_2}=\frac{RC}{2\sqrt{LC}}=\frac{R}{2\cdot\sqrt{\frac{L}{C}}} \qquad (5.3)$$

С учетом (5.3) получим $T_1=2T_2\xi$ и, полагая $T_2=T$, передаточная функция колебательного звена (5.2) примет вид

$$W(p)=\frac{1}{T^2p^2+2\xi Tp+1} \qquad (5.4)$$

Если $0<\xi<1$, звено называют колебательным, так как переходной процесс у него является колебательно-затухающим. В этом случае корни квадратного уравнения $T^2p^2+2\xi Tp+1=0$, полученного приравниванием нулю полинома знаменателя в (5.4), будут комплексно-сопряжёнными.

Если $\xi=0$ ($T_1=0$, $R=0$), звено называют консервативным. В этом случае корни уравнения $T^2p^2+1=0$ будут мнимыми $p_{1,2}=\pm j\sqrt{\frac{1}{T}}$. В переходном режиме на выходе звена будут возникать незатухающие гармонические колебания.

Если $\xi\geq 1$, звено называют инерционным (апериодическим) звеном второго порядка, в котором в переходном режиме будет отсутствовать колебательный процесс.

В этом случае корни квадратного уравнения будут вещественные. Инерционное звено 18карого порядка можно представить как последовательное соединение двух инерционных звеньев первого порядка. Например, при $\xi=1$ передаточная функция будет иметь вид

$$W(p)=\frac{1}{T^2p^2+2Tp+1}=\frac{1}{(Tp+1)^2}=\frac{1}{(Tp+1)(Tp+1)}.$$

2. Определяем амплитудно-фазовую частотную характеристику

$$W(j\omega)=\frac{1}{(1-T^2\omega^2)+j2\xi T\omega}\cdot\frac{(1-T^2\omega^2)-j2\xi T\omega}{(1-T^2\omega^2)-j2\xi T\omega}=$$
$$=\frac{1-T^2\omega^2}{(1-T^2\omega^2)^2+(2\xi T\omega)^2}-j\frac{2\xi T\omega}{(1-T^2\omega^2)^2+(2\xi T\omega)^2}=P(\omega)-jQ(\omega).$$
(5.5)

3. Определяем амплитудно-частотную характеристику

$$A(\omega)=\sqrt{P^2(\omega)+Q^2(\omega)}=\frac{1}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2+(2\xi T\omega)^2}}. \qquad (5.6)$$

4. Определяем фазо-частотную характеристику

$$\varphi(\omega)=arctg\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}=arctg\left(-\frac{2\xi T\omega}{1-T^2\omega^2}\right). \qquad (5.7)$$

5. Определяем логарифмическую амплитудно-частотную характеристику

$$L(\omega)=-20\lg\sqrt{(1-T^2\omega^2)+(2\xi T\omega)^2}, \qquad (5.8)$$

уравнение асимптотической ЛАЧХ

$$L(\omega)=\begin{cases}20\lg 1=0 & при \quad \omega<\omega_c;\\ -40\lg T\omega & при \quad \omega\geq\omega_c,\end{cases} \qquad (5.9)$$

где $\omega_c=\frac{1}{T}$ – сопрягающая частота.

Уравнение (5.9) получается из уравнения (5.8), если под корнем при $\omega<\omega_c$ пренебречь величиной ω^2T^2, а при $\omega>\omega_c$ – пренебречь единицей и слагаемым $(2\xi T\omega)^2$.

6. Логарифмическая ФЧХ будет определятся формулой (5.7).

Контрольное задание №11

САУ задана структурной схемой, в которую входят исполнительное устройство с передаточной функцией $K_2/(T_2p+1)$ и последовательно включенными управляющими элементами с передаточными функциями K_0/p и $K_1/(T_1p+1)$. САУ имеет единичную отрицательную обратную связь. Требуется определить устойчивость САУ по критерию Гурвица, если заданы следующие параметры звеньев: $К_0 = 1$, $К_1 = 25$, $Т_1 = 0.2$ с, $К_2 =2$, $Т_2 = 0.6$ с .

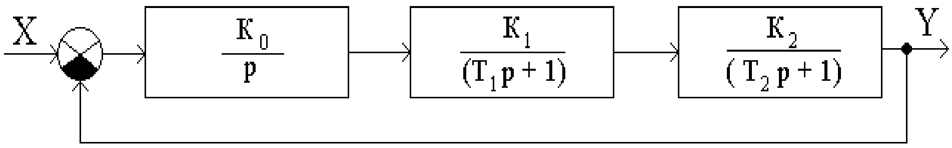


Рис. 1. Структурная схема САУ третьего порядка

РЕШЕНИЕ

$$W(p)=\frac{K_0K_1K_2}{p(T_1p+1)(T_2p+1)}=\frac{k}{a_3p^3+a_2p^2+a_1p},$$

где $a_3=T_1T_2=0{,}2*0{,}6=0{,}12\ \text{c}^2;$

$a_2=T_1+T_2=0{,}2+0{,}6=0{,}8\ \text{c};$

$a_1=1;$

$k=K_0K_1K_2=1*25*2=50.$

$$W(p)=\frac{k}{a_3p^3+a_2p^2+a_1p}=\frac{k}{D(p)}.$$

$$\Delta_\Gamma=\begin{vmatrix} a_2 & k & 0 \\ a_3 & a_0 & 0 \\ 0 & a_2 & k \end{vmatrix}.$$

$a_3=0{,}12>0;\quad \Delta_1=a_2=0{,}8>0;$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix} a_2 & k \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix}=a_2a_1-ka_3=0{,}8*1-50*0{,}12=0{,}8-6=-5{,}2,$$

т.е. САУ неустойчива.

$$\Delta_3=\begin{vmatrix} a_2 & k & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & k \end{vmatrix}=a_2a_1k-k^2a_3=0{,}8*1*50-50-50^2*0{,}12=-260.$$

Вывод: САУ в замкнутом состоянии при заданных значениях параметров нестойчива.

Контрольное задание №12

По условиям задачи приложения 1 с помощью критерия Вышнеградского определить приемлемые (с точки зрения устойчивости) параметры регулятора K_0, K_1, T_1, считая третье звено исполнительным элементом с неизменяемыми параметрами.

РЕШЕНИЕ

$$D(p)= a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + k = T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2) p^2 + p + K_0 K_1 K_2 .$$

Условию устойчивого состояния САУ соответствует $a_1 a_2 >= k a_3$, или через параметры ТАУ:

$$T_1 + T_2 \geq T_1 T_2 K_0 K_1 K_2 . \qquad (1)$$

Это неравенство позволяет решать задачи для нескольких вариантов определения граничных значений одного из параметров K_0, K_1, T_1, если заданы значения двух из них .

Например, по заданным значениям $K_0 = 1, T_1 = 0{,}2$ и постоянных зна -чениях $K_2 = 2$ и $T_2 = 0{,}6$ можно определить максимальное значение па -раметра K_1:

$$K_1 < \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2 K_0 K_2} = \frac{0{,}2 + 0{,}6}{0{,}2 * 0{,}6 * 1 * 2} = 3{,}33 .$$

Или можно решить другую задачу по определению предельного значения T_1 при заданных значениях $K_0 = 1, K_1 = K_2 = 2, T_2 = 0{,}6$.

Из (1) следует:

$$T_2 > T_1 (K_0 K_1 K_2 T_2 - 1),$$

откуда

$$T_1 < \frac{T_2}{K_0 K_1 K_2 T_2 - 1} = \frac{0{,}6}{1 * 2 * 2 * 0{,}6 - 1} = 0{,}429 \text{ с.}$$

Аналогично можно определить значение T_2, задавшись подходящими значениями других параметров.

Раскрывая содержание параметров звеньев через конкретные значения составляющих его элементов (например $T_1 = RC$) можно рассчитывать значения этих элементов.

Контрольное задание №13

Критерием Гурвица определить устойчивость САУ в замкнутом состоянии
по заданной структурной схеме и заданным параметрам:

$K_0 = 1, K_1 = 2, K_2 = 3, K_3 = 5, T_1 = 0.1c, T_2 = 0.2c, T_3 = 0.5c$.

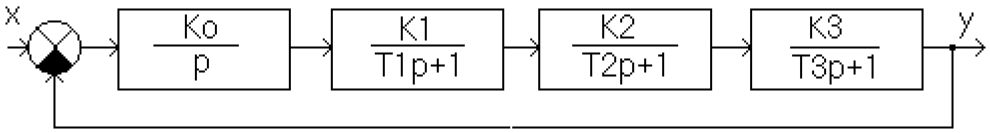


Рис. 2. Структурная схема САУ пятого порядка

РЕШЕНИЕ

Для САУ в замкнутом состоянии при единичной отрицательной обратной связи можно записать передаточную функцию

$$\Phi(p) = \frac{K_0K_1K_2K_3}{p(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)+K_0K_1K_2K_3} =$$

$$= \frac{b_0}{a_4p^4 + a_3p^3 + a_2p^2 + a_1p + a_0} = \frac{b_0}{D(p)},$$

где: $a_4 = T_1T_2T_3 = 0.1*0.2*0.5 = 0.01$ с^3 ;

$a_3 = T_1T_2 + T_1T_2 + T_2T_3 = 0.1*0.2 + 0.1*0.5 + 0.2*0.5 = 0.17$ с^2 ;

$a_2 = T_1 + T_2 + T_3 = 0.1 + 0.2 + 0.5 = 0.8$ с ;

$a_1 = 1$;

$a_0 = b_0 = K_0K_1K_2K_3 = 1*2*3*5 = 30$

$$\Delta_\Gamma = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 & 0 & 0 \\ a_4 & a_2 & a_0 & 0 \\ 0 & a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_4 & a_2 & a_0 \end{vmatrix}$$

1) $a_4 = 0.01 > 0$;

2) $\Delta_1 = a_3 = 0.17 > 0$;

3) $\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ a_4 & a_2 \end{vmatrix} = a_3a_2 - a_1a_4$ =0.17*0.8 – 1*0.01=0.136-0.01=0.126 > 0;

4) $\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 & 0 \\ a_4 & a_2 & a_0 \\ 0 & a_3 & a_1 \end{vmatrix} = a_1a_2a_3 - a_1^2a_4 - a_0a_3^2 =$

=1*0,8*0,17-1*0,01-30*0,17^2 =0,136-0,01-0,867= - 0,741 .

Вывод: САУ в замкнутом состоянии неустойчива.

3.2. Выполнение тестовых заданий

БАНК ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

Спецификация:

1) Общее количество тестовых заданий – 159

6. Количество тестовых заданий по разделам

- 1 –
- 2 –

3) Количество тестовых заданий по уровням сложности

1 –
2 –
3 -
4 -
5 -

7. Количество тестовых заданий по формам представления:

Открытая форма –
Закрытая форма –
Задания на установление соответствия –

8. Количество тестов на «С» –

Код контролируемого элемента содержания				Элементы содержания дисциплины	Форма освое-ния
Код раздела	Код те-мы	Код подтемы	Код понятия		
1	2	3	4	5	6
1.				**Теория автоматического управления**	
	1.1.			Общие сведения о системах автоматического управления (САУ)	
		1.1.1.		Основные понятия ТАУ	АБ
			1.1.1.1.	Понятие САУ	АБ
			1.1.1.2.	*Понятие АСУ*	С
			1.1.1.3.	Элементы САУ	АБ
			1.1.1.4.	Типы воздействий в САУ	АБ

		1.1.2.		Принципы управления объектами	АБ
			1.1.2.1	Виды обратных связей	АБ
			1.1.2.2.	Типы управлений	АБ
		1.1.3.		Классификация САУ	АБ
			1.1.3.1.	Размерность САУ	АБ
			1.1.3.2.	Линейность САУ	АБ
			1.1.3.3.	Непрерывность САУ	АБ
			1.1.3.4.	Стационарность САУ	АБ
			1.1.3.5.	Цифровые САУ	АБ
			1.1.3.6.	Астатизм САУ	АБ
	1.2.			Характеристики САУ	АБ
		1.2.1.		Временные характеристики	АБ
			1.2.1.1.	Переходная характеристика	АБ
			1.2.1.2.	Импульсная переходная характеристика	АБ
		1.2.2.		Передаточные функции	АБ
			1.2.2.1.	Передаточная функция	АБ
			1.2.2.2.	Комплексная передаточная функция	АБ
1	2	3	4	**5**	6
			1.2.2.3.	*Передаточная функция последовательного соединения*	С
			1.2.2.4.	*Передаточная функция параллельного соединения*	С
		1.2.3.		Частотные характеристики	АБ
			1.2.3.1.	Амплитудно–частотная характеристика	АБ
			1.2.3.2.	Фазо–частотная характеристика	АБ
			1.2.3.3.	Амплитудно–фазовая характеристика	АБ
			1.2.3.4.	Логарифмические частотные характеристики	АБ
	1.3.			Типовые звенья	АБ
		1.3.1		Понятие типового звена	АБ
		1.3.2.		Виды звеньев	АБ
			1.3.2.1.	Дифференцирующее звено	А
			1.3.2.2.	Интегрирующее звено	А

			1.3.2.3.	Апериодическое звено	А
			1.3.2.4.	*Колебательное звено*	С
			1.3.2.5.	*Усилительное звено*	С
	1.4.			Устойчивость САУ	АБ
		1.4.1.		Понятие и условие устойчивости	АБ
			1.4.1.1.	Понятие устойчивости	АБ
			1.4.1.2.	Корневое условие устойчивости	АБ
		1.4.2.		Критерии устойчивости	АБ
			1.4.2.1.	Критерий устойчивости Михайлова	АБ
			1.4.2.2.	Критерий устойчивости Гурвица	АБ
	1.5.			Качество САУ	АБ
		1.5.1.		Понятие качества САУ	АБ
			1.5.1.1.	Показатели качества САУ	АБ
		1.5.2.		Чувствительность САУ	АБ
1	2	3	4	**5**	6
			1.5.2.1.	*Понятие чувствительности САУ*	С
	1.6.			Синтез САУ	АБ
		1.6.1.		Понятие корректирующего звена	АБ
			1.6.1.1.	Виды корректирующих схем	А
		1.6.2.		Синтез САУ с заданными характеристиками	АБ
			1.6.2.1.	Синтез последовательного корректирующего звена	А

1.

1.1.1/1

УС 3

АБ

В:1.5

Характеристика САУ, определяющая зависимость амплитуды выходного сигнала от амплитуды входного сигнала в установившемся режиме, называется ...

Эталон ответа: статической

2.

1.1.1/2

УС 3

АБ

В:1.5

Изменение амплитуды выходного сигнала при отсутствии входного сигнала вследствие случайного изменения параметров САУ называется ...

Эталон ответа: дрейфом нуля

3.

1.1.1/3

УС 3

АБ

В:1.5

Характеристика САУ, определяющая пределы отсутствия изменения амплитуды выходного сигнала САУ при наличии входного сигнала, называется ...

Эталон ответа: зоной нечувствительности

4.

1.1.1/4

УС 3

АБ

В:1.5

Участок статической характеристики САУ, соответствующий отсутствию изменения амплитуды выходного сигнала САУ при наличии больших амплитуд входного сигнала, называется ...

Эталон ответа: зоной насыще- ния

5.

1.1.1/5

УС 5

АБ

В:2.5

Типовое звено САУ называется минимально–фазовым, если между его 1)… и 2)… существует однозначная зависимость

Эталон ответа: 1) амплитудно-частотной характеристикой, 2) фазо-частотной характеристикой

6.

1.1.1.1

УС 3

АБ

В:1.5

Система автоматического управления содержит …. Устройство и объект управления

Эталон ответа: управляющее.

7.

1.1.1.2

УС 1

С

В:0.5

В чем состоит отличие автоматизированной системы управления от САУ?

А) В наличии вычислительного устройства

б) В непосредственном участии человека в процессе управления

в) В сложности системы управления

Эталон ответа: б.

8.

1.1.1.3/1

УС 1

АБ

В:0.5

Какие элементы образуют САУ?

А) Устройство измерения и исполнительное устройство

б) Управляющее устройство и вычислительное устройство

в) Объект управления и управляющее устройство

Эталон ответа: в.

9.

1.1.1.3/2

УС 2

АБ

В:0.8

Какие элементы образуют систему автоматического управления?

А) Устройство измерения

б) Исполнительное устройство

в) Управляющее устройство

г) Вычислительное устройство

д) Объект управления

Эталон ответа: в, д.

10.

1.1.1.4/1

УС 1

АБ

В:0.5

Возмущающее воздействие в САУ

а) Формирует дополнительную цепь управления

б) Способствует управлению

в) Препятствует управлению

Эталон ответа : в.

11.

1.1.1.4/2

УС 1

АБ

В:0.5

Гармонический сигнал при прохождении линейной САУ изменяет:

а) частоту

б) амплитуду

в) форму

Эталон ответа: б.

12.

1.1.1.4/3

УС 1

АБ

В:0.5

Время задержки гармонического сигнала при прохождении линейной САУ зависит от его:

а) частоты

б) амплитуды

в) фазы

г) не зависит от параметров сигнала

Эталон ответа: а.

13.

1.1.1.4/4

УС 3

АБ

В:1.5

Введение в закон регулирования высших производных процесса регулирования приводит к улучшению … процесса.

Эталон ответа: качества

14.

1.1.2

УС 2

АБ

В:0.8

Принципы управления объектами бывают

а) По отклонению

б) По измерению

в) По возмущению

г) Комбинированные

Эталон ответа : а, в, г.

15.

1.1.2.1/1

УС 1

АБ

В:0.5

В чем основное отличие разомкнутых САУ от замкнутых?

А) Отсутствует обратная связь

б) Отсутствует возмущающее воздействие

в) Отсутствует задающее воздействие

Эталон ответа: а.

16.

1.1.2.1/2

УС 1

АБ

В:0.5

Охват звеньев отрицательной обратной связью

а) уменьшает влияние разброса их параметров

б) увеличивает влияние разброса их параметров в) не влияет на разброс их параметров

Эталон ответа: а.

17.

1.1.2.1/3

УС 2

АБ

В:0.8

Признаком астатической САУ является наличие в замкнутом контуре управления

а) Инерционного звена в цепи прямой передачи

б) Интегрирующего звена в цепи прямой передачи

в) Интегрирующего звена в цепи обратной связи

г) Дифференцирующего звена в цепи обратной связи

Эталон ответа: б, в.

18.

1.1.2.1/4

УС 2

АБ

В:0.8

Отрицательная обратная связь в САУ

а) ухудшает частотные характеристики

б) уменьшает коэффициент усиления

в) увеличивает коэффициент усиления

г) улучшает частотные характеристики

Эталон ответа: б, г.

19.

1.1.2.1/5

УС 3

АБ

В:1.5

Разомкнутые САУ от замкнутых отличаются отсутствием ……

Эталон ответа: обратной связи.

20.

1.1.2.2/1

УС 1

АБ

В:0.5

Обратная связь в САУ используется для реализации принципа управления:

а) по возмущению

б) по отклонению

в) надежностью системы

Эталон ответа: б.

21.

1.1.2.2/2

УС 4

АБ

В:2

Отсутствие в законе регулирования производной процесса регулирования приводит к увеличению …процесса.

Эталон ответа: колебательности

22.

1.1.2.2/3

УС 4

АБ

В:2

Отсутствие в законе регулирования регулируемой координаты при наличии ее производных приводит к … процесса регулирования.

Эталон ответа: неустойчивости

23.

1.1.3/1

УС 1

АБ

В:0.5

Дискретные САУ описываются:

а) интегральными уравнениями

б) разностными уравнениями

в) уравнениями с запаздыванием

г) нелинейными уравнениями

Эталон ответа: б.

24.

1.1.3/2

УС 1

АБ

В:0.5

САУ с распределенными параметрами описываются:

а) интегральными уравнениями

б) обыкновенными дифференциальными уравнениями

в) дифференциальными уравнениями с запаздыванием

г) дифференциальными уравнениями с частными производными

Эталон ответа: г.

25.

1.1.3/3

УС 3

АБ

В:1.5

Релейные САУ – это системы с квантованием по …

Эталон ответа: уровню.

26.

1.1.3/4

УС 3

АБ

В:1.5

Импульсные САУ – это системы с квантованием по …

Эталон ответа: времени.

27.

1.1.3.1/1

УС 1

АБ

В:0.5

Одномерные САУ имеют

а) Один вход и много выходов

б) Один вход и один выход

в) Один вход и один выход, но несколько входных и выходных переменных

Эталон ответа: б.

28.

1.1.3.1/2

УС 2

АБ

В:0.8

Одномерные САУ имеют

а) Один вход

б) Один выход

в) Один выход и несколько входных переменных

г) Несколько входов и выходов

д) Один вход и несколько выходных переменных

Эталон ответа: а, б.

29.

1.1.3.2/1

УС 1

АБ

В:0.5

Для линейных САУ справедлив принцип:

а) неопределенности

б) суперпозиции

в) дуализма

Эталон ответа: б.

30.

1.1.3.2/2

УС 1

АБ

В:0.5

Принцип суперпозиции предполагает, что при поступлении на вход САУ суммы сигналов ее выходной сигнал представляет собой:

а) реакцию на сигнал максимальной амплитуды

б) реакцию на сигнал минимальной амплитуды

в) сумму реакций на каждый входной сигнал

г) среднее значение суммы реакций на каждый входной сигнал

Эталон ответа: в.

31.

1.1.3.3/1

УС 1

АБ

В:0.5

Обратная связь в непрерывных САУ не может быть реализована как:

а) отрицательная

б) положительная

в) с запаздыванием

г) логическая

Эталон ответа: г.

32.

1.1.3.3/2

УС 1

АБ

В:0.5

Импульсные САУ – это системы

а) С квантованием сигналов по времени

б) С квантованием сигналов по уровню

в) С применением обоих видов квантования сигналов

Эталон ответа: а.

33.

1.1.3.4/1

УС 1

АБ

В:0.5

Стационарные САУ описываются дифференциальными уравнениями:

а) с переменными коэффициентами

б) с нелинейной правой частью

в) с постоянными коэффициентами

г) с частными производными

Эталон ответа: в.

34.

1.1.3.4/2

УС 3

АБ

В:1.5

Стационарные САУ описываются ... 1) дифференциальными уравнениями с ... 2) параметрами

Эталон ответа: 1) линейными, 2) постоянными.

35.

1.1.3.5/1

УС 1

АБ

В:0.5

Релейные САУ – это системы

а) С применением обоих видов квантования сигналов

б) С квантованием сигналов по времени

в) С квантованием сигналов по уровню

Эталон ответа: в.

36.

1.1.3.5/2

УС 1

АБ

В:0.5

Цифровые САУ – это системы

а) С квантованием сигналов по уровню

б) С применением обоих видов квантования сигналов

в) С квантованием сигналов по времени

Эталон ответа: б.

37.

1.1.3.5/3

УС 2

АБ

В:0.8

Цифровые САУ – это системы

а) С квантованием по уровню импульсных сигналов

б) С квантованием по уровню непрерывных сигналов

в) С квантованием по времени релейных сигналов

г) С квантованием по времени непрерывных сигналов

д) С применением обоих видов квантования для непрерывных сигналов

Эталон ответа: а, в, д.

38.

1.1.3.6/1

УС 1

АБ

В:0.5

САУ, статическая ошибка которых не равна нулю, называются

а) Статическими системами

б) Астатическими системами

Эталон ответа: а.

39.

1.1.3.6/2

УС 1

АБ

В:0.5

Признаком астатической САУ является наличие в замкнутом контуре управления

а) Инерционного звена

б) Дифференцирующего звена

в) Интегрирующего звена

Эталон ответа: в.

40.

1.1.3.6/3

УС 3

АБ

В:1.5

САУ, статическая ошибка которых равна нулю, называются … системами

Эталон ответа: астатическими.

41.

1.1.3.6/4

УС 3

АБ

В:1.5

САУ, статическая ошибка которых не равна нулю, называются … системами

Эталон ответа: статическими.

42.

1.2/1

УС 1

АБ

В:0.5

Статическая характеристика САУ определяет зависимость:

а) амплитуды выходного сигнала от амплитуды входного сигнала по окончании переходного процесса

б) амплитуды выходного сигнала от амплитуды входного сигнала в течение времени входного воздействия

в) частоты выходного сигнала от частоты входного сигнала по окончании переходного процесса

Эталон ответа: а.

43.

1.2/2

УС 1

АБ

В:0.5

В состав динамических характеристик САУ не входит:

а) импульсная переходная характеристика

б) амплитудно–частотная характеристика

в) характеристика надежности САУ

Эталон ответа: в.

44.

1.2/3

УС 1

АБ

В:0.5

Идеальная статическая характеристика САУ представляет собой:

а) релейную характеристику

б) прямую линию

в) прямую линию, определенную только в первом квадранте плоскости

Эталон ответа: б.

45.

1.2/4

УС 1

АБ

В:0.5

Реальная статическая характеристика САУ не учитывает:

а) зону нечувствительности САУ

б) диапазон рабочих частот

в) зону насыщения САУ

Эталон ответа: б.

46.

1.2/5

УС 1

АБ

В:0.5

Дрейф нуля САУ влияет на:

а) вид статической характеристики

б) характер переходного процесса

в) порядок передаточной функции

Эталон ответа: а.

47.

1.2/6

УС 1

АБ

В:0.5

Дрейф нуля САУ возникает из–за:

а) негармонического характера входного воздействия

б) случайного изменения параметров САУ

в) превышения частоты входного сигнала пределов рабочего диапазона

Эталон ответа: б.

48.

1.2/7

УС 1

АБ

В:0.5

Зона нечувствительности САУ определяется по:

а) статической характеристике

б) минимальному значению переходного процесса

в) порядку числителя передаточной функции

Эталон ответа: а.

49.

1.2/8

УС 4

АБ

В:2

Колебательные процессы характеризуются наличием … колебаний регулируемой величины относительно ее установившегося значения

Эталон ответа: двух или более

50.

1.2/9

УС 4

АБ

В:2

Малоколебательные процессы характеризуются наличием … ре-

гулируемой величины относительно ее установившегося значения

Эталон ответа: одного колебания

51.

1.2/10

УС 4

АБ

В:2

Монотонные процессы характеризуются тем, что их … не меняет знак в переходном 46казанисе

Эталон ответа: производная

52.

1.2/11

УС 4

АБ

В:2

САУ, для которой существует однозначная зависимость между АЧХ и ФЧХ, называется …

Эталон ответа: минимально–фазовой

53.

1.2.1/1

УС 1

АБ

В:0.5

Характеристикой переходного процесса САУ является:

а) Колебательность

б) Амплитуда

в) Время задержки

Эталон ответа: а.

54.

1.2.1/2

УС 1

АБ

В:0.5

Характер процесса движения САУ не зависит от:

а) начальных условий

б) внешних воздействий

в) параметров системы

г) вида устройства измерения процесса

Эталон ответа: г.

55.

1.2.1/3

УС 2

АБ

В:0.8

Переходные процессы классифицируются по признаку

а) Колебательности

б) Времени переходного процесса

в) Величины амплитуды переходного процесса г) Скорости нарастания амплитуды переходного процесса

Эталон ответа: а.

56.

1.2.1.1/1

УС 1

АБ

В:0.5

Переходной характеристикой линейного звена называется

а) Отношение изображения по Лапласу выходной величины к изображению входной величины при нулевых начальных условиях

б) Отношение комплексной амплитуды выходного сигнала к комплексной амплитуде входного сигнала

в) Реакция на выходе звена, вызванная подачей на его вход единичного воздействия

Эталон ответа: в.

57.

1.2.1.1/2

УС 3

АБ

В:1.5

Переходной характеристикой линейного звена называется реакция на выходе звена, вызванная подачей на его вход …

Эталон ответа: единичного воздействия.

58.

1.2.1.1/3

УС 4

АБ

В:2

Перерегулирование САУ определяется отношением разности максимальной амплитуды переходной характеристики и … к последнему.

Эталон ответа: установившегося значения

59.

1.2.1.2/1

УС 5

АБ

В:2.5

Значения переходного процесса на интервале времени его установления определяются характером АЧХ в области … частот

Эталон ответа: нижних

60.

1.2.1.2/2

УС 5

АБ

В:2.5

Характер АЧХ в области … частот определяется значениями переходного процесса на начальном временном интервале

Эталон ответа: верхних

61.

1.2.2

УС 2

АБ

В:0.8

Порядок полинома числителя передаточной функции физически реализуемой САУ по отношению к порядку полинома знаменателя может быть:

а) больше

б) меньше

в) больше или равен

г) меньше или равен

Эталон ответа: б, г.

62.

1.2.2.1/1

УС 1

АБ

В:0.5

Передаточной функцией линейного звена называется

а) Отношение изображения по Лапласу выходной величины к изображению входной величины при нулевых начальных условиях

б) Реакция на выходе звена, вызванная подачей на его вход единичного воздействия

в) Отношение комплексной амплитуды выходного сигнала к комплексной амплитуде входного сигнала

Эталон ответа: а.

63.

1.2.2.1/2

УС 2

АБ

В:0.8

Передаточной функцией линейного звена называется

а) Отношение изображения по Фурье выходной величины к изображению входной величины при нулевых начальных условиях

б) Реакция на выходе звена, вызванная подачей на его вход импульсного воздействия

в) Отношение комплексной амплитуды выходного сигнала к комплексной амплитуде входного сигнала

г) Изображение по Лапласу реакции на выходе звена, вызванной подачей на его вход импульсного воздействия

Эталон ответа: а, г.

64.

1.2.2.1/3

УС 3

АБ

В:1.5

Передаточной функцией линейного звена называется отношение изображения по Лапласу … 1) величины к изображению по Лапласу… 2) величины при нулевых начальных условиях

Эталон ответа: 1) выходной, 2) входной.

65.

1.2.2.2/1

УС 1

АБ

В:0.5

Комплексной передаточной функцией линейного звена называется

а) Отношение комплексной амплитуды выходного сигнала к комплексной амплитуде входного сигнала

б) Реакция на выходе звена, вызванная подачей на его вход импульсного воздействия

в) Отношение изображения по Карсону выходной величины к изображению входной величины при нулевых начальных условиях

Эталон ответа: а.

66.

1.2.2.2/2

УС 2

АБ

В:0.8

Комплексной передаточной функцией линейного звена называется

а) Отношение амплитуды выходного сигнала к амплитуде входного сигнала

б) Реакция на выходе звена, вызванная подачей на его вход ступенчатого воздействия

в) Отношение изображения по Фурье выходной величины к изображению по Фурье входной величины при нулевых начальных условиях

г) Изображение по Фурье реакции на выходе звена, вызванной подачей на его вход импульсного воздействия

Эталон ответа: в, г.

67.

1.2.2.2/3

УС 3

АБ

В:1.5

Комплексным коэффициентом передачи линейного звена называется отношение … 1) выходного сигнала к … 2)входного сигнала

Эталон ответа: 1) комплексной амплитуды , 2) комплексной амплитуде.

68.

1.2.2.3/1

УС 1

С

В:0.5

Передаточная функция последовательного соединения звеньев равна

а) Сумме логарифмов передаточных функций отдельных звеньев

б) Произведению передаточных функций отдельных звеньев

Эталон ответа: б.

69.

1.2.2.3/2

УС 3

С

В:1.5

Передаточная функция последовательного соединения звеньев равна … передаточных функций отдельных звеньев

Эталон ответа: произведению.

70.

1.2.2.3/3

УС 5

С

В:2.5

Фазо-частотная характеристика (ФЧХ) последовательного соединения звеньев равна … ФЧХ отдельных звеньев

Эталон ответа: сумме.

71.

1.2.2.4/1

УС 1

С

В:0.5

Передаточная функция параллельного соединения звеньев равна

а) Произведению логарифмов передаточных функций отдельных звеньев

б) Сумме передаточных функций отдельных звеньев

Эталон ответа: б.

72.

1.2.2.4/2

УС 3

С

В:1.5

Передаточная функция параллельного соединения звеньев равна … передаточных функций отдельных звеньев

Эталон ответа: сумме.

73.

1.2.3/1

УС 2

АБ

В:0.8

Рабочий диапазон частот САУ определяется по

а) амплитудно-частотной характеристике

б) статической характеристике

в) фазо-частотной характеристике

г) переходной характеристике

Эталон ответа: а, в.

74.

1.2.3/2

УС 4

АБ

В:2

Искажения формы выходного сигнала САУ, вызванные неидеальностью формы ее АЧХ, называются … .

Эталон ответа: частотными

75.

1.2.3/3

УС 4

АБ

В:2

Искажения формы выходного сигнала САУ, вызванные неидеальностью формы ее ФЧХ, называются … .

Эталон ответа: фазовыми

76.

1.2.3/4

УС 5

АБ

В:2.5

Частотные характеристики САУ и их звеньев по известным их временным характеристикам определяются с использованием

а) Дифференциальных уравнений

б) Формул прямого преобразования Лапласа

в) Формул прямого преобразования Фурье

г) Формул обратного преобразования Лапласа

д) Формул обратного преобразования Фурье

Эталон ответа: в.

77.

1.2.3.1/1

УС 2

АБ

В:0.8

Амплитудно-частотная характеристика САУ – это

а) Зависимость амплитуды выходного сигнала системы от частоты входного сигнала б) Зависимость отношения амплитуд выходного и входного сигналов системы от частоты входного сигнала

в) Зависимость амплитуды выходного сигнала системы от амплитуды входного сигнала

г) Зависимость коэффициента передачи системы от амплитуды входного сигнала

д) Модуль амплитудно-фазовой характеристики

Эталон ответа: б, д.

78.

1.2.3.1/2

УС 2

АБ

В:0.8

Идеальная амплитудно-частотная характеристика САУ

а) зависит от частоты линейно

б) не зависит от частоты

в) линейно зависит от частоты в рабочем диапазоне частот

г) не зависит от частоты в рабочем диапазоне частот

Эталон ответа: б, г.

79.

1.2.3.1/3

УС 2

АБ

В:0.8

Амплитудно-частотная характеристика САУ равна

а) модулю амплитудно – фазовой характеристики

б) сумме действительной и мнимой частей комплексной передаточной функции

в) арктангенсу отношения мнимой части комплексной передаточной функции к действительной части

г) квадратному корню из суммы квадратов действительной и мнимой частей комплексной передаточной функции

Эталон ответа: а, г.

80.

1.2.3.1/4

УС 5

АБ

В:2.5

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) последовательного соединения звеньев равна ... АЧХ отдельных звеньев

Эталон ответа: произведению.

81.

1.2.3.2/1

УС 2

АБ

В:0.8

Идеальная фазо-частотная характеристика САУ

а) зависит от частоты линейно

б) не зависит от частоты

в) линейно зависит от частоты в рабочем диапазоне частот г) не зависит от частоты в рабочем диапазоне частот

Эталон ответа: б, в.

82.

1.2.3.2/2

УС 2

АБ

В:0.8

Фазо-частотная характеристика САУ – это

а) Зависимость частоты выходного сигнала системы от фазы входного сигнала

б) Зависимость сдвига фазы выходного сигнала системы от частоты входного сигнала

в) Зависимость сдвига фазы выходного сигнала системы от амплитуды входного сигнала

г) Зависимость коэффициента передачи системы от фазы входного сигнала

д) Комплексный аргумент амплитудно-фазовой частотной характеристики

Эталон ответа: б, д.

83.

1.2.3.2/3

УС 2

АБ

В:0.8

Фазо-частотная характеристика САУ равна

а) углу поворота годографа амплитудно – фазовой характеристики на заданной частоте б) сумме действительной и мнимой частей комплексной передаточной функции

в) арктангенсу отношения мнимой части комплексной передаточной функции к действительной части

г) квадратному корню из суммы квадратов действительной и мнимой частей комплексной передаточной функции

Эталон ответа: а, в.

84.

1.2.3.2/4

УС 4

АБ

В:2

Фазо-частотная характеристика (ФЧХ) последовательного соединения звеньев равна … ФЧХ отдельных звеньев

Эталон ответа: сумме.

85.

1.2.3.3/1

УС 1

АБ

В:0.5

Амплитудно–фазовая характеристика последовательного соединения звеньев САУ равна

а) Сумме амплитудно–фазовых характеристик отдельных звеньев

б) Произведению амплитудно–фазовых характеристик отдельных звеньев

в) Сумме модулей амплитудно–фазовых характеристик отдельных звеньев

Эталон ответа: б.

86.

1.2.3.3/2

УС 1

АБ

В:0.5

Амплитудно–фазовая характеристика параллельного соединения звеньев равна

а) Произведению логарифмов амплитудно–фазовых характеристик отдельных звеньев

б) Сумме амплитудно–фазовых характеристик отдельных звеньев

в) Произведению модулей амплитудно–фазовых характеристик отдельных звеньев

Эталон ответа: б.

87.

1.2.3.3/3

УС 5

АБ

В:2.5

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) параллельного соединения звеньев равна … АФЧХ отдельных звеньев

Эталон ответа: сумме.

88.

1.2.3.4

УС 4

АБ

В:2

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) последовательного соединения звеньев равна … ЛАЧХ отдельных звеньев

Эталон ответа: сумме.

89.

1.3.1

УС 4

АБ

В:2

Максимальный порядок типовых динамических звеньев равен …

Эталон ответа: 2*.*

90.

1.3.2.1/1

УС 5

А

В:2.5

Каким типовым звеном САУ является звено с передаточной функцией $W(p) = \frac{Y(p)}{G(p)} = k \cdot p$ **?**

Эталон ответа: дифференцирующим*.*

91.

1.3.2.1/2

УС 5

А

В:2.5

Каким типовым звеном САУ является звено с передаточной функцией $W(p)=\frac{Y(p)}{G(p)}=\frac{kp}{Tp+1}$ **?**

Эталон ответа: дифференцирующим с замедлением.

92.

1.3.2.2/1

УС 3

А

В:1.5

Признаком астатической САУ является наличие в замкнутом контуре управления ... звена

Эталон ответа: интегрирующего.

93.

1.3.2.2/2

УС 5

А

В:2.5

Каким типовым звеном САУ является звено с передаточной функцией $W(p)=\frac{Y(p)}{G(p)}=\frac{k}{p}$ **?**

Эталон ответа: интегрирующим.

94.

1.3.2.2/3

УС 5

А

B:2.5

Каким типовым звеном САУ является звено с передаточной функцией $w(p) = \frac{Y(p)}{G(p)} = \frac{k}{p(Tp+1)}$ **?**

Эталон ответа: интегрирующим с замедлением.

95.

1.3.2.3

УС 5

А

B:2.5

Каким типовым звеном САУ является звено с передаточной функцией $w(p) = \frac{Y(p)}{G(p)} = \frac{k}{Tp+1}$ **?**

Эталон ответа: апериодическим.

96.

1.3.2.4

УС 5

С

B:2.5

Каким типовым звеном САУ является звено с передаточной функцией $w(p) = \frac{Y(p)}{G(p)} = \frac{k}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1}$ **при** $1 > \xi > 0$**?**

Эталон ответа: колебательным.

97.

1.3.2.5

УС 5

С

В:2.5

Каким типовым звеном САУ является звено с передаточной функцией $W(p) = \frac{Y(p)}{G(p)} = k$ **?**

Эталон ответа: усилительным.

98.

1.4.1/1

УС 1

АБ

В:0.5

Устойчивость САУ бывает

а) относительная

б) абсолютная

в) оптимальная

Эталон ответа: б.

99.

1.4.1/2

УС 1

АБ

В:0.5

Устойчивость САУ определяется по характеру

а) ее программного движения

б) ее вынужденного движения

в) ее свободного движения

Эталон ответа: в.

100.

1.4.1/3

УС 4

АБ

В:2

Необходимым условием устойчивости САУ является условие … коэффициентов характеристического уравнения системы

Эталон ответа: положительности.

101.

1.4.1.1/1

УС 1

АБ

В:0.5

Устойчивость САУ в малом – это устойчивость при

а) малых отклонениях параметров состояния от равновесного состояния

б) малых значениях входных возмущений

в) малых значениях управляющих сигналов

Эталон ответа: а.

102.

1.4.1.1/2

УС 1

АБ

В:0.5

Устойчивость САУ в большом – это устойчивость при

а) больших отклонениях параметров состояния от равновесного состояния

б) больших значениях входных возмущений

в) произвольных значениях управляющих сигналов

Эталон ответа: а.

103.

1.4.1.2/1

УС 1

АБ

В:0.5

Характеристическое уравнение САУ определяется по

а) уравнению входного сигнала

б) функциональной зависимости уравнения САУ от входного сигнала

в) уравнению САУ при отсутствии входного сигнала

Эталон ответа: в.

104.

1.4.1.2/2

УС 1

АБ

В:0.5

Характеристический вектор определяется на

а) комплексной плоскости

б) фазовой плоскости

в) вещественной плоскости

Эталон ответа: а.

105.

1.4.1.2/3

УС 1

АБ

В:0.5

Необходимым условием устойчивости САУ является

а) чередование знаков коэффициентов характеристического полинома

б) неотрицательность коэффициентов характеристического полинома

в) монотонность возрастания (убывания) коэффициентов характеристического полинома

Эталон ответа: б.

106.

1.4.1.2/4

УС 3

АБ

В:1.5

Для устойчивого состояния замкнутой САУ необходимо, чтобы вещественные корни или вещественные части комплексных корней характеристического уравнения замкнутой системы были ...

Эталон ответа: отрицательны.

107.

1.4.2.1/1

УС 1

АБ

В:0.5

По критерию устойчивости Михайлова линейная замкнутая n-го порядка система устойчива, если кривая (годограф) Михайлова охватывает начало координат и последовательно проходит n квадрантов на комплексной плоскости D(jw), где n – это степень

а) Характеристического уравнения замкнутой САУ

б) Дифференциального уравнения замкнутой САУ

в) Операторного уравнения замкнутой САУ

Эталон ответа: а.

108.

1.4.2.1/2

УС 1

АБ

В:0.5

Характеристическая кривая симметрична относительно

а) начала координат

б) мнимой оси

в) вещественной оси

Эталон ответа: в.

109.

1.4.2.1/3

УС 1

АБ

В:0.5

Угол поворота характеристического вектора устойчивой САУ n–го порядка при изменении частоты от 0 до бесконечности равен

а) n 2

б) n

в) n

Эталон ответа: б.

110.

1.4.2.1/4

УС 1

АБ

В:0.5

Число квадрантов, которые проходит характеристическая кривая устойчивой САУ n–го порядка при изменении частоты от 0 до бесконечности, равно

а) 2n

б) n

в) n/2

Эталон ответа: б.

111.

1.4.2.1/5

УС 2

АБ

В:0.8

Критерий Михайлова – это критерий

а) Качества переходного процесса

б) Устойчивости

в) Алгебраический

г) Частотный

д) Вероятностный

Эталон ответа: б, г.

112.

1.4.2.1/6

УС 4

АБ

В:2

По критерию Михайлова замкнутая САУ n-го порядка будет находиться на границе устойчивости, если годограф Михайлова при изменении частоты от 0 до ∞ проходит через ...

Эталон ответа: начало координат.

113.

1.4.2.2/1

УС 2

АБ

В:0.8

Критерий Гурвица – это критерий

а) Качества переходного процесса

б) Устойчивости

в) Алгебраический

г) Частотный

д) Вероятностный

Эталон ответа: б, в.

114.

1.4.2.2/2

УС 5

АБ

В:2.5

По критерию устойчивости Гурвица система устойчива, если диагональные миноры определителя Гурвица ...

Эталон ответа: положительны.

115.

1.5/1

УС 2

АБ

В:0.8

Качество САУ тем выше, чем

а) Меньше чувствительность САУ к возмущению

б) Больше чувствительность САУ к возмущению

в) Меньше чувствительность САУ к управляющему воздействию

г) Больше чувствительность САУ к управляющему воздействию

Эталон ответа: а, г.

116.

1.5/2

УС 5

АБ

В:2.5

Колебательность САУ определяется 1)… и 2)… колебаний регулируемой величины в течение времени переходного процесса

Эталон ответа: 1) числом, 2) частотой

117.

1.5/3

УС 5

АБ

В:2.5

Процессы без перерегулирования характеризуются тем, что в течение переходного процесса 1)… не меняет знак, а ее 2)… – меняет

Эталон ответа: 1) регулируемая величина, 2) производная.

118.

1.5/4

УС 5

АБ

В:2.5

Оптимальный переходный процесс – это 1)… переходный процесс с 2)… временем регулирования

Эталон ответа: 1) монотонный, 2) минимальным

119.

1.5.1

УС 1

АБ

В:0.5

Установившаяся ошибка САУ – это:

а) Интегральное отклонение переходного процесса от установившегося его значения

б) Установившееся отклонение переходного процесса от установившегося его значения

в) Квадратичное отклонение переходного процесса от установившегося его значения

Эталон ответа: б.

120.

1.5.1.1/1

УС 1

АБ

В:0.5

Показатели качества САУ характеризуют:

а) Точность и быстродействие САУ

б) Чувствительность САУ к управляющим воздействиям

в) Устойчивость САУ к возмущающим воздействиям

Эталон ответа: а.

121.

1.5.1.1/2

УС 1

АБ

В:0.5

Быстродействие системы определяется по:

а) длительности переходного процесса

б) коэффициенту нелинейности статической характеристики

в) порядку знаменателя передаточной функции

Эталон ответа: а.

122.

1.5.1.1/3

УС 2

АБ

В:0.8

Показатели качества САУ включают в себя

а) Максимальную амплитуду переходного процесса

б) Время переходного процесса

в) Перерегулирование

г) Интегральное отклонение частотной характеристики от заданной

д) Установившуюся ошибку системы

Эталон ответа: б, в, д.

123.

1.5.1.1/4

УС 3

АБ

В:1.5
Показатели качества определяются по виду … САУ

Эталон ответа: переходной характеристики

124.

1.5.1.1/5

УС 3

АБ

В:1.5

Установившаяся ошибка определяет … САУ

Эталон ответа: точность

125.

1.5.1.1/6

УС 3

АБ

В:1.5

Быстродействие САУ определяется … системы

Эталон ответа: временем переходного процесса

126.

1.5.2

УС 2

АБ

В:0.8

Уменьшение чувствительности САУ обеспечивается

а) введением обратной связи

б) введением корректирующих устройств

в) использованием звеньев с высокостабильными параметрами

г) использованием активных динамических звеньев

Эталон ответа: а, в.

127.

1.5.2.1/1

УС 1

С

В:0.5

Чем меньше чувствительность САУ к возмущению, тем система

а) Более высококачественная

б) Менее высококачественная

Эталон ответа: а.

128.

1.5.2.1/2

УС 1

С

В:0.5

Функция чувствительности определяется как отношение

а) передаточной функции замкнутой САУ к передаточной функции ее варьируемой части

б) дифференциала передаточной функции замкнутой САУ к дифференциалу передаточной функции ее варьируемой части

в) логарифма передаточной функции замкнутой САУ к логарифму передаточной функции ее варьируемой части

г) передаточной функции варьируемой части САУ к ее полной передаточной функции

Эталон ответа: б.

129.

1.5.2.1/3

УС 1

С

В:0.5

Чувствительность САУ определяется как отношение

а) дифференциала передаточной функции замкнутой САУ к дифференциалу передаточной функции ее варьируемой части

б) логарифма передаточной функции варьируемой части САУ к логарифму ее полной передаточной функции

в) дифференциала логарифма передаточной функции замкнутой САУ к дифференциалу логарифма передаточной функции ее варьируемой части

г) дифференциала передаточной функции варьируемой части САУ к дифференциалу ее полной передаточной функции

Эталон ответа: в.

130.

1.5.2.1/4

УС 1

С

В:0.5

При уменьшении функции чувствительности эксплуатационные качества САУ

а) улучшаются
б) ухудшаются
в) не изменяются

Эталон ответа: а.

131.

1.5.2.1/5

УС 1

С

В:0.5
Чувствительность САУ определяется

а) вариациями параметров системы
б) вариациями начальных условий работы
в) вариациями параметров возмущающих воздействий

Эталон ответа: а.

132.

1.6/1

УС 2

АБ

В:0.8

Корректирующие устройства обеспечивают требуемые изменения

а) амплитудно–частотных характеристик

б) энергетических характеристик

в) фазо–частотных характеристик

г) статических характеристик

д) стоимостных характеристик

Эталон ответа: а, в.

133.

1.6/2

УС 3

АБ

В:1.5
Первый этап синтеза САУ – .... Объекта регулирования

Эталон ответа: анализ
134.

1.6/3

УС 3

АБ

В:1.5
Второй этап синтеза САУ – выбор и обоснование .... САУ

Эталон ответа: критерия оптимизации

135.

1.6/4

УС 3

АБ

В:1.5
Третий этап синтеза САУ – обоснование .... САУ

Эталон ответа: структурной схемы
136.

1.6/5

УС 3

АБ

В:1.5
Четвертый этап синтеза САУ – синтез оптимальных ... САУ

Эталон ответа: динамических характеристик
137.

1.6/6

УС 3

АБ

В:1.5
Пятый этап синтеза САУ – выбор .... Динамических характеристик САУ

Эталон ответа: желаемых
138.

1.6/7

УС 3

АБ

В:1.5
Шестой этап синтеза САУ – определение динамических характеристик ...

Эталон ответа: корректирующих устройств
139.

1.6/8

УС 3

АБ

В:1.5
Седьмой этап синтеза САУ – выбор и расчет параметров ...

Эталон ответа: корректирующих устройств

140.

1.6/9

УС 5

АБ

В:2.5

Желаемая вещественная частотная характеристика САУ представляет собой 1)… двух 2)….

Эталон ответа: 1) разность, 2) трапеций

141.

1.6.1/1

УС 1

АБ

В:0.5

Корректирующие звенья используются для:

а) Анализа САУ

б) Испытаний САУ

в) Синтеза САУ

Эталон ответа: в.

142.

1.6.1/2

УС 1

АБ

В:0.5

Корректирующие звенья обеспечивают:

а) Требуемые показатели качества САУ

б) Требуемые показатели надежности САУ

в) Требуемые показатели энергетической эффективности САУ

Эталон ответа: а.

143.

1.6.1/3

УС 3

А

В:1.5
Корректирующие устройства, не содержащие источников энергии, называются ..

Эталон ответа: пассивными
144.

1.6.1/4

УС 3

А

В:1.5
Корректирующие устройства, обеспечивающие усиление сигнала, называются ..

Эталон ответа: активными

145.

1.6.1.1

УС 2

А

В:0.8

Корректирующие устройства выполняются в виде

а) параллельных звеньев

б) последовательных звеньев

в) информационных звеньев

г) управляющих звеньев

д) звеньев в цепи обратной связи

Эталон ответа: а, б, д.

146.

1.6.2/1

УС 1

АБ

В:0.5

Критерии оптимизации при синтезе САУ используются:

а) на конечном этапе проектирования

б) в процессе испытаний

в) на начальном этапе проектирования

Эталон ответа: в.

147.

1.6.2/2

УС 1

АБ

В:0.5

Оптимальный переходный процесс является

а) малоколебательным

б) монотонным

в) периодическим

Эталон ответа: б.

148.

1.6.2/3

УС 1

АБ

В:0.5

Оптимальный переходный процесс и переходный процесс, соответствующий желаемой АЧХ,

а) совпадают полностью

б) не совпадают

в) совпадают для звеньев выше 2–го порядка

Эталон ответа: б.

149.

1.6.2/4

УС 1

АБ

В:0.5

Желаемая вещественная частотная характеристика САУ состоит из комбинации

а) парабол

б) треугольников

в) трапеций

г) сегментов

Эталон ответа: в.

150.

1.6.2/5

УС 2

АБ

В:0.8

Участок низких частот желаемой ЛАЧХ

а) включает частоты, меньшие первой сопрягающей частоты

б) включает частоту среза ЛАЧХ

в) определяется по форме порядком астатизма системы и ее передаточным коэффициентом

г) определяет запас устойчивости и качество переходного процесса

д) включает сопрягающие частоты, не влияющие на вид ЛАЧХ в интервале средних частот

Эталон ответа: а, в.

151.

1.6.2/6

УС 2

АБ

В:0.8

Участок средних частот желаемой ЛАЧХ

а) включает частоты, меньшие первой сопрягающей частоты

б) включает частоту среза ЛАЧХ

в) определяется по форме порядком астатизма системы и ее передаточным коэффициентом

г) определяет запас устойчивости и качество переходного процесса

д) включает сопрягающие частоты, не влияющие на вид ЛАЧХ в интервале средних частот

Эталон ответа: б, г.

152.

1.6.2/7

УС 2

АБ

В:0.8

Участок высоких частот желаемой ЛАЧХ

а) включает частоты, меньшие первой сопрягающей частоты

б) включает частоту среза ЛАЧХ

в) определяет начальные значения переходного процесса

г) определяет запас устойчивости и качество переходного процесса

д) включает сопрягающие частоты, не влияющие на вид ЛАЧХ в интервале средних частот

Эталон ответа: в, д.

153.

1.6.2/8

УС 3

АБ

В:1.5

При синтезе корректирующих устройств максимальное значение вещественной частотной характеристики определяется по максимально допустимому значению ...

Эталон ответа: перерегулирования

154.

1.6.2/9

УС 3

АБ

В:1.5

При синтезе корректирующих устройств максимально допустимое значение времени переходного процесса определяется по максимальному значению ...

Эталон ответа: вещественной частотной характеристики

155.

1.6.2/10

УС 5

АБ

В:2.5

Требуемые (желаемые) характеристики САУ задаются в виде 1)... и 2)... частотных характеристик

Эталон ответа: 1) амплитудных, 2) фазовых

156.

1.6.2.1/1

УС 1

А

В:0.5

Первый этап синтеза корректирующих устройств САУ методом ЛАЧХ

а) построение ЛАЧХ нескорректированной системы

б) построение ЛАЧХ корректирующего устройства

в) построение желаемой ЛАЧХ скорректированной системы

г) построение передаточной функции корректирующего устройства

Эталон ответа: а.

157.

1.6.2.1/2

УС 1

А

В:0.5

Второй этап синтеза корректирующих устройств САУ методом ЛАЧХ

а) построение ЛАЧХ корректирующего устройства

б) построение ЛАЧХ нескорректированной системы

в) построение передаточной функции корректирующего устройства

г) построение желаемой ЛАЧХ скорректированной системы

Эталон ответа: г.

158.

1.6.2.1/3

УС 1

А

В:0.5

Третий этап синтеза корректирующих устройств САУ методом ЛАЧХ

а) построение желаемой ЛАЧХ скорректированной системы

б) построение передаточной функции корректирующего устройства

в) построение ЛАЧХ корректирующего устройства

г) построение ЛАЧХ нескорректированной системы

Эталон ответа: в.

159.

1.6.2.1/4

УС 1

А

В:0.5

Четвертый этап синтеза корректирующих устройств САУ методом ЛАЧХ

а) построение передаточной функции корректирующего устройства

б) построение ЛАЧХ корректирующего устройства

в) построение желаемой ЛАЧХ скорректированной системы

г) построение ЛАЧХ нескорректированной системы

Эталон ответа: а.

РЕШЕНИЕ РЕКОМЕНДУЕМЫХ ЗАДАЧ И УПРАЖНЕНИЙ В РАМКАХ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Практическое занятие №1
Составление уравнений движения САУ

Задача №1

Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи (рис. 1) относительно напряжений u_1 и u_2.

Алгоритм решения

1. Записываем все сопротивления электрической цепи в операторной форме.
2. Преобразовываем электрическую цепь в эквивалентную ей.
3. Используя закон Ома записываем выражение $u_2 = f(u_1)$.
4. Получаем передаточную функцию *W(p)*.
5. Преобразуем выражение в операторной форме в дифференциальное уравнение.

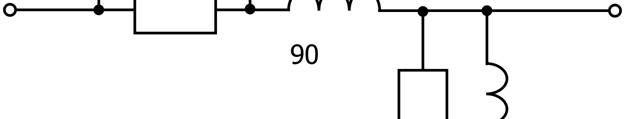


Рис. 1

Решение

Для нахождения передаточных функций электрических цепей, подобных изображенной на рис.1, удобно пользоваться операторной формой записи сопротивлений; индуктивного – pL, емкостного – $\frac{1}{pC}$ и активного – R, где $p = \frac{d}{dt}$ – символ или оператор дифференцирования.

Преобразуем электрическую цепь (рис. 1) в эквивалентную ей (рис. 2), где

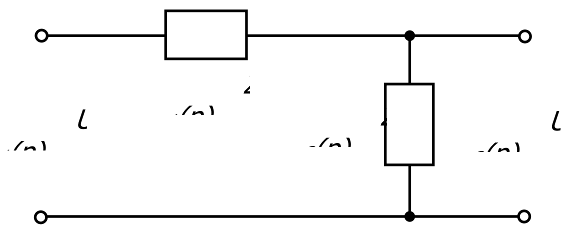


Рис. 2

$$Z_1(p) = \frac{\frac{1}{pC_1} \cdot R_1}{R_1 + \frac{1}{pC_1}} + pL_1 = \frac{R_1\left(T_1^2 p^2 + T_{1L} p + 1\right)}{T_{1c} p + 1} \quad , \tag{1}$$

$$Z_2(p) = \frac{R_2 L_2 p}{R_2 + L_2 p} + \frac{1}{C_2 p} = \frac{R_2\left(T_2^2 p^2 + T_{2L} p + 1\right)}{p\left(T_{2c} + T_2^2 p\right)} \quad , \tag{2}$$

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= \sqrt{C_1 L_1}, \quad T_{1L} = \frac{L_1}{R_1}, \quad T_{1C} = R_1 C_1, \\ T_2 &= \sqrt{C_2 L_2}, \quad T_{2L} = \frac{L_2}{R_2}, \quad T_{2C} = R_2 C_2. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Размерность всех постоянных времен (3) [T]=сек.

$$U_2(p) = Z_2(p) \cdot \frac{U_1(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} \qquad (4)$$

Так как падение напряжения на последовательно соединенных сопротивлениях пропорционально величине сопротивлений, то передаточная функция эквивалентной цепочки (рис. 2) находится как отношение

$$W(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{Z_{вых}(p)}{Z_{вх}(p)} = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} \quad . \qquad (5)$$

Подставив (1), (2) в (5), получим искомую передаточную функцию электрической цепи

$$W(p) = \frac{R_2\left(b_0 p^3 + b_1 p^2 + b_2 p + b_3\right)}{R_2\left(b_0 p^3 + b_1 p^2 + b_2 p + b_3\right) + R_1\left(d_0 p^4 + d_1 p^3 + d_2 p^2 + d_3 p\right)} \quad , \qquad (6)$$

$$b_1 = T_2^2 + T_{2L} T_{1C} \quad , \quad b_2 = T_{2L} + T_{1C} \quad , \quad b_3 = 1 \quad ,$$

$$d_0 = T_1^2 T_2^2 \quad , \quad d_1 = T_1^2 T_{2C} + T_2^2 T_{1L} \quad , \quad d_2 = T_{1L} T_{2C} + T_2^2 \quad , \quad d_3 = T_{2C} \quad .$$

Дифференциальное уравнение рассматриваемой электрической цепи относительно напряжений имеет вид

$$\left[R_2\left(b_0 p^3 + K + b_3\right) + R_1\left(d_0 p^4 + K + d_3 p\right)\right] u_2(t) = R_2\left(b_0 p^3 + K + b_3\right) u_1(t) .$$

(7)

Задача №2

Составить дифференциальное уравнение движения и передаточную функцию двигателя с независимым возбуждением (рис. 3,а) относительно угловой скорости Ω при моменте нагрузки $M_н = 0$.

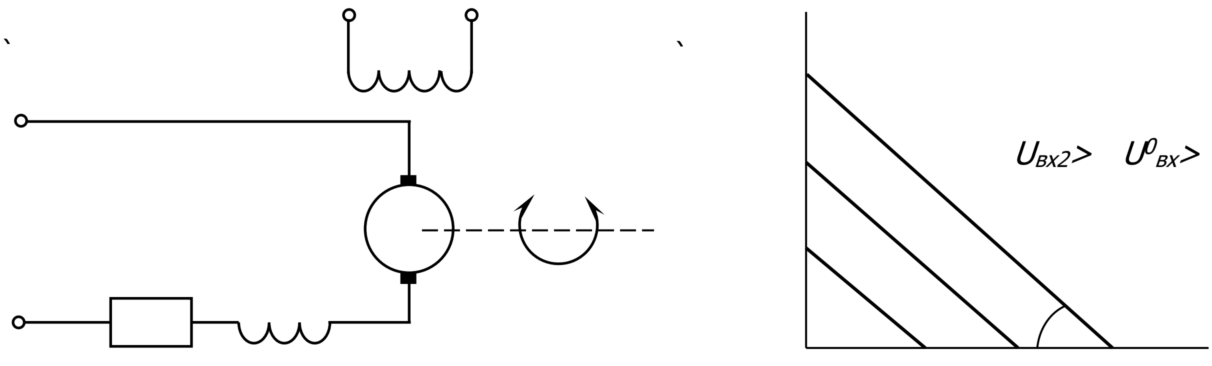


Рис.3

Алгоритм решения

1. Составляем дифференциальное уравнение.
2. Определяем передаточную функцию.

Решение

Дифференциальное уравнение движения

$$\left(T_я T_м p^2 + T_м p + 1\right)\Omega(t) = k u_{вх}(t).$$

$T_м = J\dfrac{R_я}{c_м c_e} = J\dfrac{\Omega_{xx}}{M_п} = J\cdot\beta$ – электромеханическая постоянная времени двигателя; J – приведенный к валу двигателя момент инерции вращающихся частей; $M_п$ – пусковой момент двигателя при $\Omega=0$; Ω_{xx} – угловая скорость холостого хода при моменте двигателя $M=0$;

$c_e = \dfrac{U^0_{вх}}{\Omega^0_{xx}}$; $c_м = \dfrac{M^0_п}{I^0_{я.к.з.}}$, $I^0_{я.к.з.} = \dfrac{U^0_{вх}}{R_я + R_в}$ – ток короткого замыкания цепи якоря двигателя при $\Omega = 0$, $\beta = \left|\dfrac{d\Omega}{dM}\right| = \dfrac{\Omega_{xx}}{M_п}$ – коэффициент наклона механических характеристик двигателя, $k = \dfrac{\Omega^0_{xx}}{U^0_{вх}} = \dfrac{1}{c_e}$ – коэффициент передачи. Для двигателей постоянного тока с независимым возбуждением $\beta=const$ при $u_{вх}=var$.

Передаточная функция двигателя

$$W_\Omega(p) = \frac{k}{T_я T_м p^2 + T_м p + 1}.$$

Задача №3

Составить дифференциальное уравнение движения и передаточную функцию позиционного акселерометра с линейно перемещающейся инерционной массой (рис. 4).

Алгоритм решения

1. Составляем дифференциальное уравнение.
2. Определяем передаточную функцию.

Решение

Дифференциальное уравнение движения инерционной массы относительно корпуса:

$$m\ddot{a}_x + f\dot{a}_x + c a_x = -m\omega_{kx}.$$

Здесь a_x – смещение инерционной массы акселерометра относительно начального положения;

ω_{kx} – проекция кажущегося ускорения на ось чувствительности акселерометра;

c – коэффициент жесткости упругого элемента;

f – коэффициент сил вязкого трения демпфирующего элемента.

Примем в качестве выходного сигнала акселерометра напряжение на выходе датчика линейного перемещения. Поскольку $u = k_\partial a_x$, где k_∂ – коэффициент передачи датчика линейных перемещений, то

$$m\ddot{u} + f\dot{u} + k_{oc}u = -k_\partial m\omega_{kx}$$

Здесь k_{oc} – коэффициент обратной связи. В данном случае $k_{oc} = c$.

Запишем уравнение в изображениях по Лапласу при нулевых начальных условиях

$$\left[mp^2 + fp + k_{oc}\right]u(p) = -k_\partial m\omega_{kx}(p)$$

отсюда передаточная функция

$$W_\omega(p) = \frac{u(p)}{\omega_{kx}(p)} = -\frac{k_\partial m}{mp^2 + fp + k_{oc}}.$$

$W_\omega(p)$ – передаточная функция для выходного сигнала позиционного акселерометра при входном воздействии ω_{kx}.

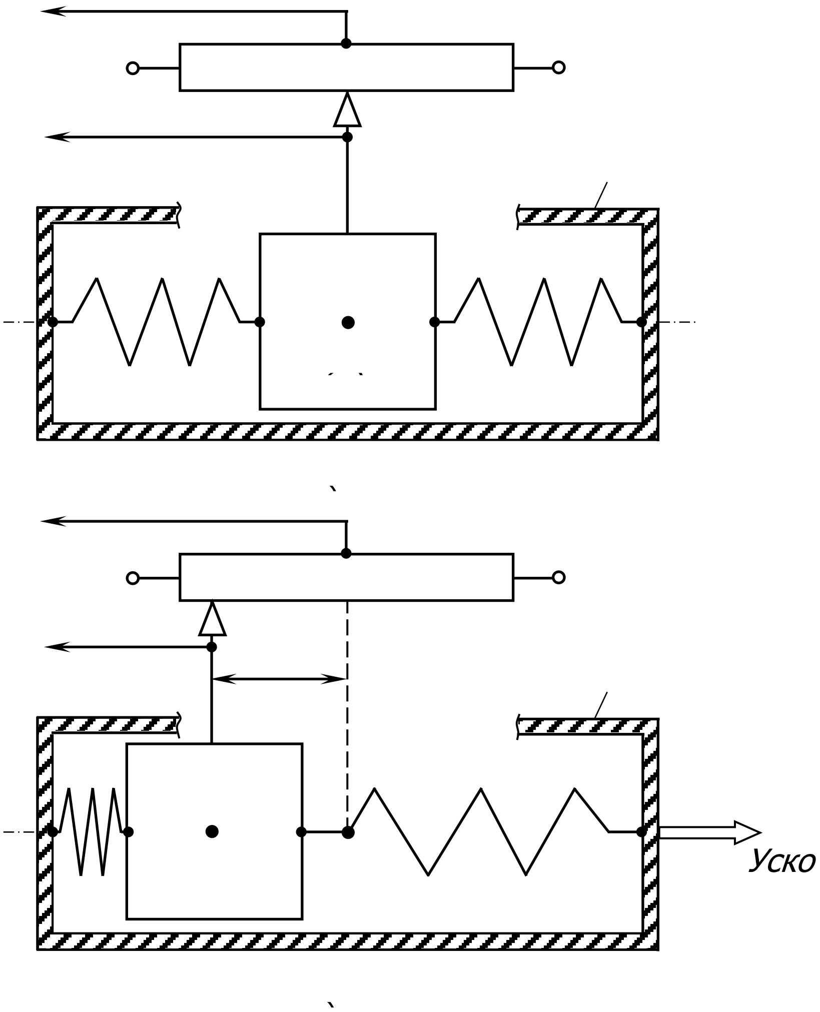


Рис. 4

В другой записи передаточная функция имеет вид

$$W_\omega(p) = -\frac{k_{пл}}{T^2p^2 + 2T\xi p + 1},$$

где $k_{пл} = \dfrac{k_{д} m}{k_{oc}}$ – масштабный коэффициент позиционного акселерометра с линейно перемещающейся инерционной массой [В·с²/м].

$$T = \sqrt{\frac{m}{k_{oc}}}\,; \quad \xi = \frac{f}{\sqrt[2]{mk_{oc}}}.$$

Позиционный акселерометр с линейно перемещающейся инерционной массой является колебательным звеном.

Практическое занятие №2

Линеаризация дифференциальных уравнений САУ

Задача №1

Получить уравнение 1-го приближения в отклонениях для системы, описываемой нелинейным уравнением: $T\dfrac{dx}{dt} + f(x) = kg$.

Алгоритм решения

6. Дать приращения переменным относительно значений в установившемся режиме.
7. Записать уравнение динамики САУ с учетом отклонений переменных.
8. Провести линеаризацию уравнения динамики (разложить в ряд Тейлора нелинейные зависимости).
9. Записать уравнение статики.
10. Вычесть уравнение статики из линеаризованного уравнения динамики.

Решение

$$T\frac{dx}{dt} + f(x) = kg$$

1. Представим переменные в виде

$$x = x_0 + \Delta x$$

$$g = g_0 + \Delta g$$

где x_0, g_0 – значения переменных в установившемся режиме.

2. Тогда уравнение САУ запишется в виде:

$$T\frac{d(x_0 + \Delta x)}{dt} + f(x_0 + \Delta x) = k(g_0 + \Delta g).$$

3. Произведем линеаризацию уравнения в точке x_0, g_0

$$T\frac{d\Delta x}{dt} + f(x_0) + f'(x_0)\Delta x = kg_0 + k\Delta g$$

4. Запишем уравнение статики

$$f(x_0) = kg_0$$

5. Вычтем уравнение статики из уравнения динамики

$$T\frac{d\Delta x}{dt} + f(x_0) + f'(x_0)\Delta x - f(x_0) = kg_0 + k\Delta g - kg_0$$

В результате получим уравнение динамики САУ 1-го приближения

$$T\frac{d\Delta x}{dt} + f'(x_0)\Delta x = k\Delta g$$

Задача №2

Получить уравнение первого отклонения и уравнение статики для системы, описываемой нелинейным уравнением

$$a_2\ddot{x} + a_1(\dot{x})^2 g + a_0 x^2 = b_0 g$$

$$\ddot{x}(0) = \ddot{x}_0 \quad ; \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0 \quad ; \quad x(0) = x_0 \quad ; \quad g(0) = g_0$$

Алгоритм решения

3. Записать уравнение в виде

$$F(\ddot{x}, \dot{x}, x, g) = 0$$

4. Получить уравнение статики

$$F(\ddot{x}_0, \dot{x}_0, x_0, g) = 0$$

5. Получить уравнение первого приближения

$$c_2\Delta\ddot{x} + c_1\Delta\dot{x} + c_0\Delta x = d_0\Delta g$$

$$c_2 = \left(\frac{\partial F}{\partial \ddot{x}}\right)_0 \quad , \quad c_1 = \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}\right)_0 \quad , \quad c_0 = \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_0 \quad , \quad d_0 = -\left(\frac{\partial F}{\partial g}\right)$$

Решение

1. $F(\ddot{x}, \dot{x}, x, g) = a_2\ddot{x} + a_1(\dot{x})^2 g + a_0 x^2 - b_0 g = 0$.
2. Уравнение статики имеет вид

$$a_2\ddot{x}_0 x_0 + a_1(\dot{x}_0)^2 g_0 + a_0 x_0^2 = b_0 g_0$$

3. Для получения уравнения первого приближения получим

$$c_2 = \left(\frac{\partial F}{\partial \ddot{x}}\right)_0 = a_0 x_0 \quad ; \quad c_1 = \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}\right)_0 = 2a_1 x_0 g_0 \quad ;$$

$$c_0 = \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_0 = a_0\ddot{x}_0 + 2a_0 x_0 \quad ; \quad c_1 = -\left(\frac{\partial F}{\partial g}\right)_0 = b_0 - a_1(x_0)^2$$

Уравнение первого приближения имеет вид:

$$a_2\Delta\ddot{x}\,x_0 + 2a_1\Delta\dot{x}\,\dot{x}_0 g_0 + (a_2\ddot{x}_0 + 2a_0 x_0)\Delta x = \left[b_0 - a_1(x_0)^2\right]\Delta g$$

Задача №3

Зависимость выходного напряжения усилителя $u_{вых}$ от его входного напряжения $u_{вх}$ задана в табличном виде. Необходимо провести линеаризацию зависимости $u_{вых} = F(u_{вх})$ в определенном диапазоне изменения $u_{вх}$ так, чтобы погрешность не превышала 10%.

Таблица значений $u_{вх}$ и $u_{вых}$

u вх	0,5		1,5		2,5		3,5		4,5		5,5		6,5	8,5	10,5
u вых	15	30	40	50	55	62	66	68	72	73	74	75	76	77	80

Алгоритм решения

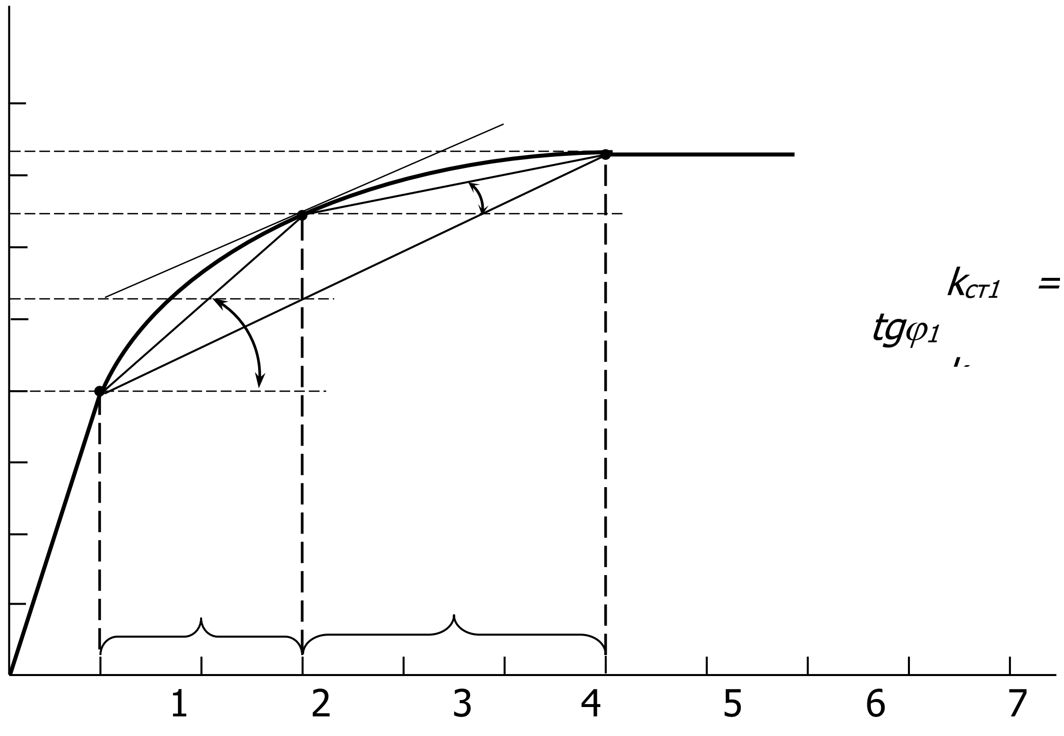
1. Построить график $u_{вых} = F(u_{вх})$.
2. Определить значение погрешности в заданном диапазоне.
3. При превышении погрешности заданного значения провести кусочно-линейную аппроксимацию.
4. Определить значения погрешности на участках разбиения и вычислить статические коэффициенты усиления.
5. Записать формулу, изображающую зависимость $u_{вых} = F(u_{вх})$.

Решение

Диапазон изменения $u_{вх} = 1 \div 6\ B$.

$$u_{вых} = \frac{du_{вых}}{du_{вх1}} \cdot \Delta u_{вх1} + \frac{du_{вых}}{du_{вх2}} \cdot \Delta u_{вх2}$$

$$u_{вых} = k_{ст1} \cdot u_{вх1} + k_{ст2} \cdot u_{вх2}$$



$k_{ст1}$ = $tg\varphi_1$,

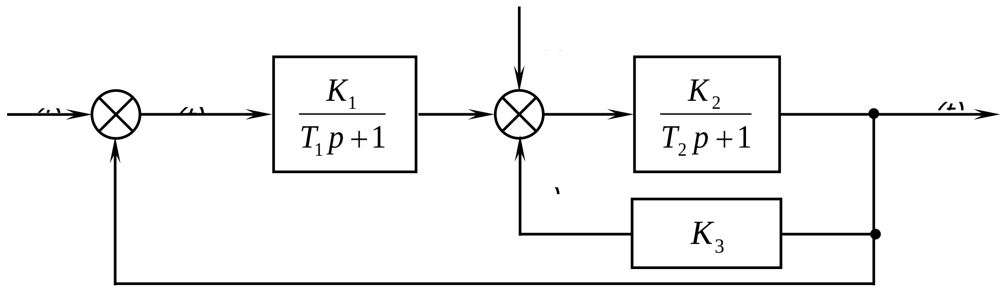
Рис. 5

Практическое занятие №3

Тождественные преобразования структурных схем САУ

Задача №1

Определить дифференциальное уравнение замкнутой системы относительно выходной координаты *x(t)* и входного воздействия *g(t)*, если структурная схема САУ имеет вид



Алгоритм решения

11. Определить передаточную функцию разомкнутой САУ

$$W(p)=\frac{B(p)}{A(p)}$$

12. Записать уравнение движения САУ в операторной форме

$$\left[A(p)+B(p)\right]\cdot X(p)=B(p)\cdot G(p)$$

13. Перейти к переменным во времени.

Решение

1. Искомое уравнение в операторной форме имеет следующий вид:

$$X(p)=\Phi(p)\cdot G(p)=\frac{W(p)}{1+W(p)}\cdot G(p)=\frac{B(p)}{A(p)+B(p)}\cdot G(p)\quad, \qquad (1)$$

$$\left(A(p)+B(p)\right)\cdot X(p)=B(p)\cdot G(p)$$

где $\quad W(p)=\frac{B(p)}{A(p)}$.

2. Из выражения передаточной функции разомкнутой САУ *W(p)* по управляющему воздействию находим *B(p)* и *A(p)*.

$$W(p)=\frac{B(p)}{A(p)}=\frac{K_1}{T_1 p+1}\cdot\frac{K_2}{T_2 p+1+K_2K_3}=\frac{K_1K_2}{T_1T_2p^2+\left(T_1+T_2+T_1K_2K_3\right)p+1+K_2K_3}$$

3. Подстановкой значений *B(p)* и *A(p)* в уравнение (1) получим уравнение замкнутой САУ в операторной форме записи

$$\left[T_1T_2p^2+(T_1+T_2+T_1K_2K_3)p+1+K_1K_2+K_2K_3\right]\cdot X(p)=K_1K_2G(p)$$

Переходя к переменным во времени, получаем искомое уравнение

$$T_1T_2x^{(2)}(t)+(T_1+T_2+T_1K_2K_3)x^{(1)}(t)+(1+K_1K_2+K_2K_3)x(t)=K_1K_2g(t)$$

Задача №2

Определить дифференциальное уравнение замкнутой системы относительно возмущающего воздействия *f(t)* для структурной схемы САУ задачи №1.

Алгоритм решения

1. Найти передаточную функцию разомкнутой САУ по возмущающему воздействию *V(p)*.
2. Найти передаточную функцию замкнутой САУ по возмущающему воздействию
$$\Phi_{Fx}(p)=\frac{V(p)}{1+W(p)}$$
3. Записать уравнение САУ в операторной форме
$$X(p)=\Phi_{Fx}(p)\cdot F(p)$$
4. Перейти к переменным во времени.

Решение

4. Искомое уравнение в операторной форме имеет следующий вид:
$$\mathrm{X}(p)=\mathrm{Y}(p)\cdot F(p)=\frac{V(p)}{1+W(p)}\cdot F(p) \qquad (2)$$
5. Находим передаточную функцию разомкнутой САУ по возмущающему воздействию
$$V(p)=\frac{K_2}{T_2p+1+K_2K_3}$$
6. Передаточная функция *W(p)* определена в задаче №1.
7. Искомое уравнение получаем подстановкой значений *W(p)* и *V(p)* в уравнение (2)
$$(T_1T_2p^2+(T_1+T_2+T_1K_2K_3)p+1+K_1K_2+K_2K_3)\cdot\mathrm{X}(p)=K_2(T_1p+1)\cdot F(p)$$

Задача №3

Определить дифференциальное уравнение замкнутой системы с учетом входного *g(t)* и возмущающего *f(t)* воздействий для структурной схемы САУ задачи №1.

Решение

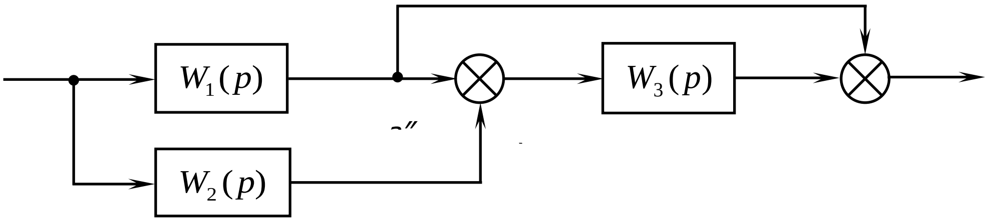
На основании принципа суперпозиции находим
$$\mathrm{X}(p)=\Phi(p)\cdot G(p)+\mathrm{У}(p)\cdot F(p) \quad ,$$
$$\left(T_1T_2p^2+(T_1+T_2+T_1K_2K_3)p+1+K_2K_3+K_1K_2\right)\cdot\mathrm{X}(p)=$$
$$=K_1K_2G(p)+K_2(T_1p+1)\cdot F(p)$$

После перехода к временной области получаем

$$T_1T_2x^{(2)}+(T_1+T_2+T_1K_2K_3)x^{(1)}+1+K_2K_3+K_1K_2)x=K_1K_2g+K_2T_1f^{(1)}K_2f$$

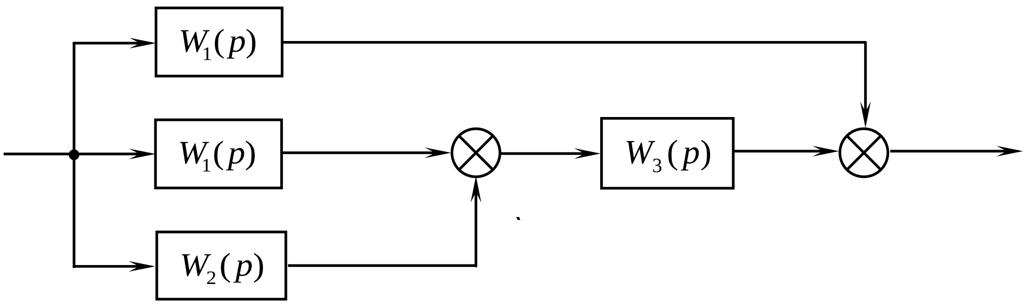
Задача №4

Определить эквивалентную передаточную функцию устройства, имеющего следующую структурную схему:

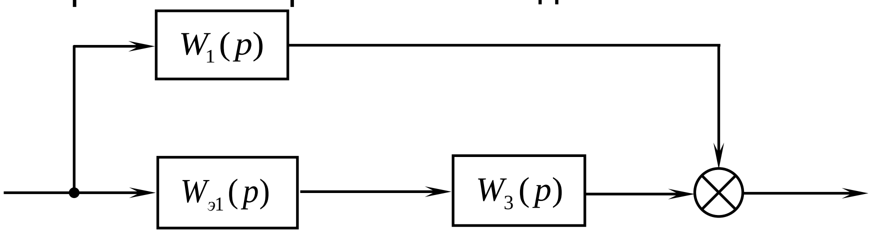


Решение

1. Переносом узла "а" через звено с передаточной функцией исключаем перекрестность связей. Структурная схема устройства при этом приобретает следующий вид:



2. После свертывания параллельно соединенных звеньев получаем



где $W_{э1}(p)=W_1(p)-W_2(p)$

3. Окончательно будем иметь

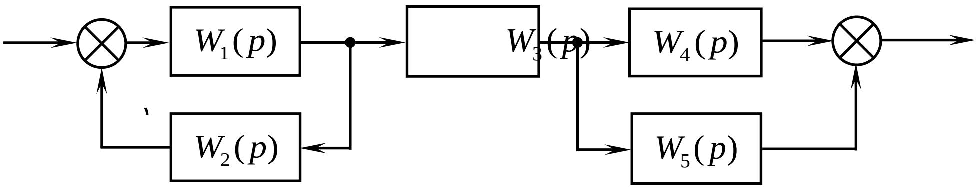
$$W_э(p)=\left(W_1(p)-W_2(p)\right)\cdot W_3(p)+W_1(p)$$

Задача №5

Изобразить структурную схему устройства, эквивалентная передаточная функция которого имеет следующий вид:

$$W_3(p)=\frac{W_1(p)\cdot W_3(p)\cdot\left(W_4(p)+W_5(p)\right)}{1+W_1(p)\cdot W_2(p)}$$

Решение



Задача №6

Найти уравнение статики САУ, имеющей передаточную функцию

$$\Phi(p)=\frac{2p^2+0{,}5p+2{,}5}{4p^3+3p^2+2p+2{,}8}$$

Решение

$$x=\frac{2{,}5}{2{,}8}g$$

Задача №7

Для установившегося режима определить выходной сигнал $x(t)$ при подаче на вход устройства, имеющего передаточную функцию $W(p)=\dfrac{5}{0{,}5p+1}$, выходного сигнала $g(t)=5\sin 5t$.

Алгоритм решения

1. Произвести формализацию задачи, то есть записать воздействие, выходной сигнал в общей форме гармонических процессов, ПФ – в стандартной форме ПФ типового звена

$$g(t)=g_m\sin\omega\,;\quad g_m=5\,;\quad \omega_0=5$$

$$x(t)=g_mA(\omega)\cdot\sin\left(\omega_0t+\phi(\omega_0)\right)\qquad(3)$$

$$W(p)=\frac{k}{Tp+1},\quad k=5,\quad T=0{,}5$$

2. Подставить в (3) выражения частотных характеристик апериодического звена с параметрами *k=5, T=0,5*

$$x(t)=g_m\frac{k}{\sqrt{T^2\omega_0^2+1}}\cdot\sin\left(\omega_0t-arctg\,\omega_0T\right)$$

$$x(t)=\frac{25}{\sqrt{7{,}25}}\cdot\sin\left(5t-arctg\,2{,}5\right)$$

Решение

Имеем для входного сигнала $g(t)=Ag\cdot\sin\omega_gt$, $Ag=5$, $\omega_g=5$. На основании этого получаем

$$x(t)=5\frac{5}{\sqrt{(0{,}5\omega)^2+1}\;\Big|_{\omega=5}}\cdot sin\left(\omega t-arctg\,0{,}5\omega\big|_{\omega=5}\right)=$$

$$=\frac{25}{\sqrt{(7{,}25}}\cdot sin\left(5t-arctg\,2{,}5\right)$$

При решении этой задачи обратить внимание на физическую сущность амплитудной и фазовой частотной характеристик.

Практическое занятие №4

Построение частотных характеристик САУ

Задача №1

Задана передаточная функция системы

$$W(p)=\frac{(2{,}5p+5)}{p(0{,}02p^2+0{,}16p+0{,}5)}$$

Требуется качественно построить асимптотические логарифмические частотные характеристики.

Методические указания

а) Необходимо подчеркнуть, что от выбора оцифровки оси абсцисс по частоте зависит полнота воспроизведения соответствующих характеристик. Эта оцифровка должна выбираться так, чтобы частота сопряжения составляющих звеньев по возможности располагались в средней части графика.

Б) Удобно ЛАЧХ интегрирующего звена строить с учетом коэффициента передачи системы.

В) Целесообразно по полученным характеристикам обсудить вопрос о влиянии вариаций параметров (*k, τ, T*) на качественное изменение результирующих характеристик.

Решение

4. Преобразуем передаточную функцию к стандартной форме и определим параметры типовых звеньев

$$W(p)=\frac{5(0{,}5p+1)}{0{,}5p(0{,}04p^2+0{,}32p+1)}$$

Получаем $k=10,\quad \tau=0{,}5c,\quad T^2=0{,}04c^2,\quad 2\xi T=0{,}32$ откуда $T=0{,}2c, \xi=0{,}8$.

5. Определяем частоты сопряжения типовых звеньев и коэффициент передачи системы в логарифмическом масштабе

$$\omega_\tau=\frac{1}{\tau}=2\,c^{-1},\quad \omega_T=\frac{1}{T}=5\,c^{-1},\quad 20lg10=20\partial Б.$$

6. По полученным данным на графике (рис. 1) в логарифмическом

масштабе строим асимптотические АЧХ и ФЧХ отдельных звеньев.

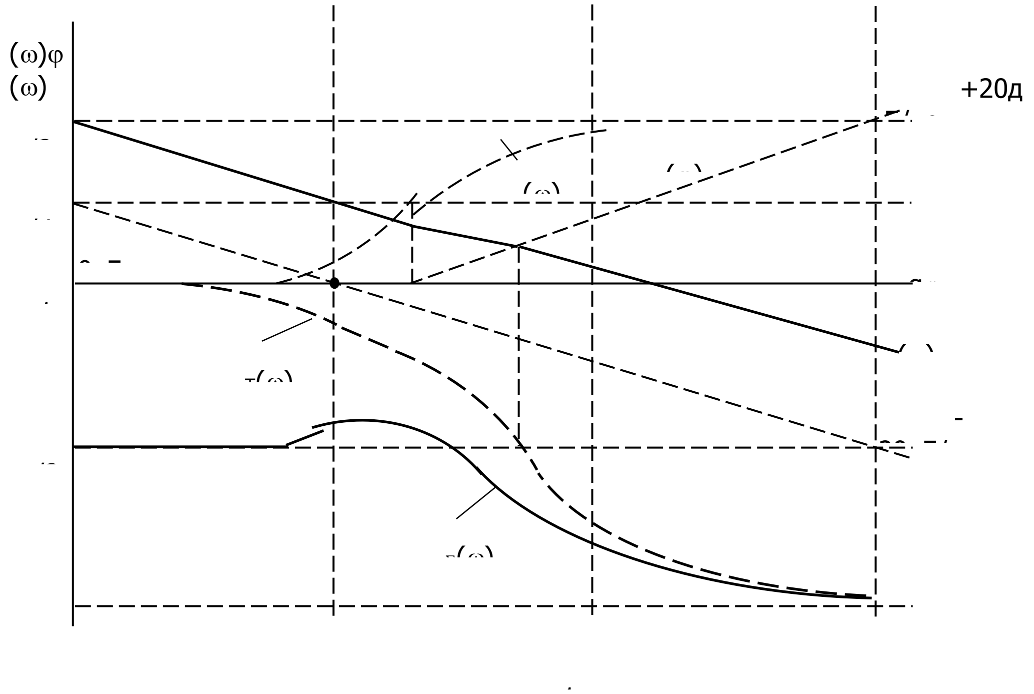


Рис. 1

7. Складывая соответствующие составляющие этих характеристик, находим результирующие ($\alpha_{\Sigma}(\omega),\varphi_{\Sigma}(\omega)$) частотные характеристики в логарифмическом масштабе.

Задача №2

Задана передаточная функция звена

$$W(p)=\frac{\tau p+1}{T^2p^2-2\xi Tp+1)},\tau\rangle T$$

Требуется качественно изобразить логарифмические и амплитудно-фазовую частотные характеристики звена.

Методические указания

а) Логарифмические характеристики звена строятся с учетом соотношения постоянных времени $\tau,T\,(\tau\rangle T)$ и для большей определенности соответствующие им частоты $(\omega_{\tau},\omega_{T})$ сопряжения следует значительно развести друг от друга.

Б) Перед построением АФХ звена необходимо обсудить качественный характер изменения ЛАЧХ и ЛФЧХ (пределы изменений и соотношение между ними) при вариации параметров τ, T.

В) Для качественного построения АФХ по полученным логарифмическим характеристикам целесообразно на плоскости $W(j\omega)$ нанести окружность с единичным радиусом. Эта окружность является границей областей ЛАЧХ, лежащих в верхней $(/W(j\omega)/>1)$ и нижней $(/W(j\omega)/<1)$ полуплоскостях. Поэтому на окружности удобно отмечать граничные точки, при которых $/W(j\omega)/=1$ $(\alpha_{\Sigma}(\omega)=0)$ и соответствующие этим точкам значения ФЧХ.

Решение

8. Анализ передаточной функции: она включает форсирующее звено первого порядка и неминимально-фазовое колебательное звено. Неминимально-фазовое колебательное звено имеет одинаковую с колебательным звеном АЧХ, а вот ФЧХ изменяется от *0* до $+\frac{\pi}{2}$.

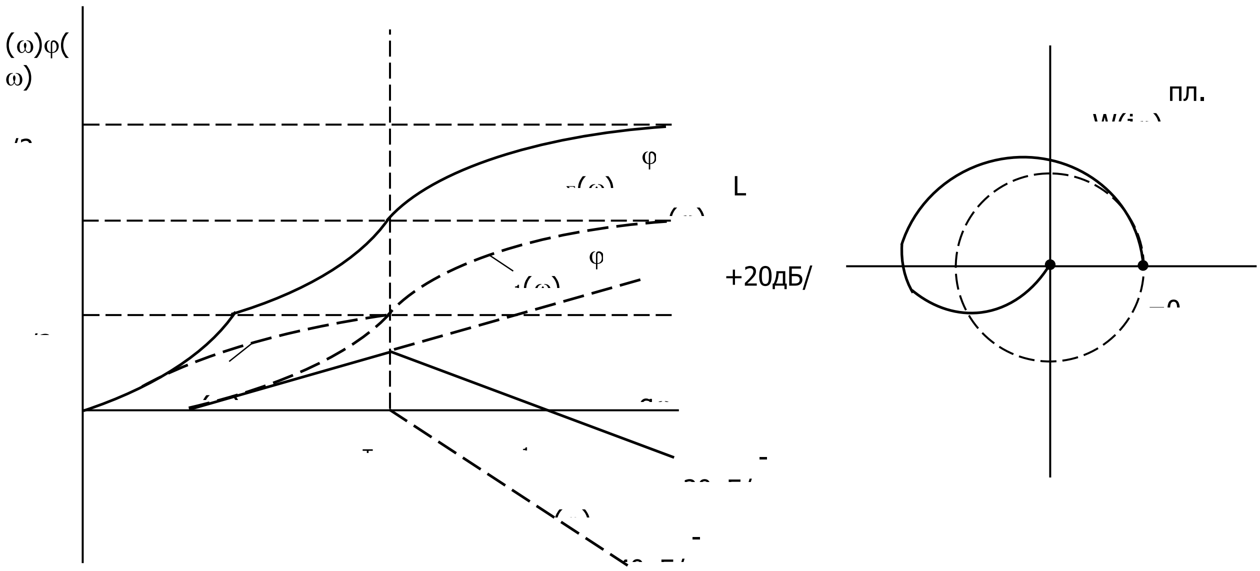


Рис. 2

$$argtg\frac{1}{(1-\omega^2T^2)-j2\xi T\omega}=-arg\ tg\frac{-2\xi T\omega}{(1-\omega^2T^2)}=arg\ tg\frac{2\xi T\omega}{1-\omega^2T^2}.$$

9. Строим качественно логарифмические частотные характеристики составляющих типовых звеньев и, суммируя их, определяем результирующие характеристики исследуемого звена (рис. 2,а).
10. По полученным логарифмическим характеристикам звена качественно строим его амплитудно-фазовую характеристику (рис. 2,б).

Задача №3

Задана передаточная функция звена

$$W(p)=\frac{1-\tau p}{Tp-1},\quad \tau\langle T.$$

Требуется качественно построить логарифмические и амплитудно-фазовую частотные характеристики этого звена.

Методические указания

а) При построении ФЧХ неминимально-фазовых звеньев необходимо учитывать то обстоятельство, что если при $\omega = 0 \quad W(j\omega)\langle 0$, то к выражению для ФЧХ этого звена нужно добавлять составляющую $\pm\pi$. Эта составляющая, таким образом, учитывает факт начала АФХ при $\omega=0$ с отрицательной вещественной полуоси. Знак этой составляющей $\pm\pi$ целесообразно выбирать из условия обеспечения минимума модуля ФЧХ.

Б) После построения частотных характеристик при соотношении параметров $\tau<T$ необходимо обсудить вопрос о деформации этих характеристик при $\tau>T$.

Решение

1. Анализ передаточной функции: она содержит неминимально-фазовые звенья с передаточными функциями

$$W_1(p) = (1-\tau p), \quad W_2(p) = \frac{1}{Tp-1} .$$

Поскольку АЧХ этих неминимально-фазовых звеньев совпадают с АЧХ соответствующих им минимально-фазовых звеньев, то остановимся только на особенностях построения их ФЧХ.

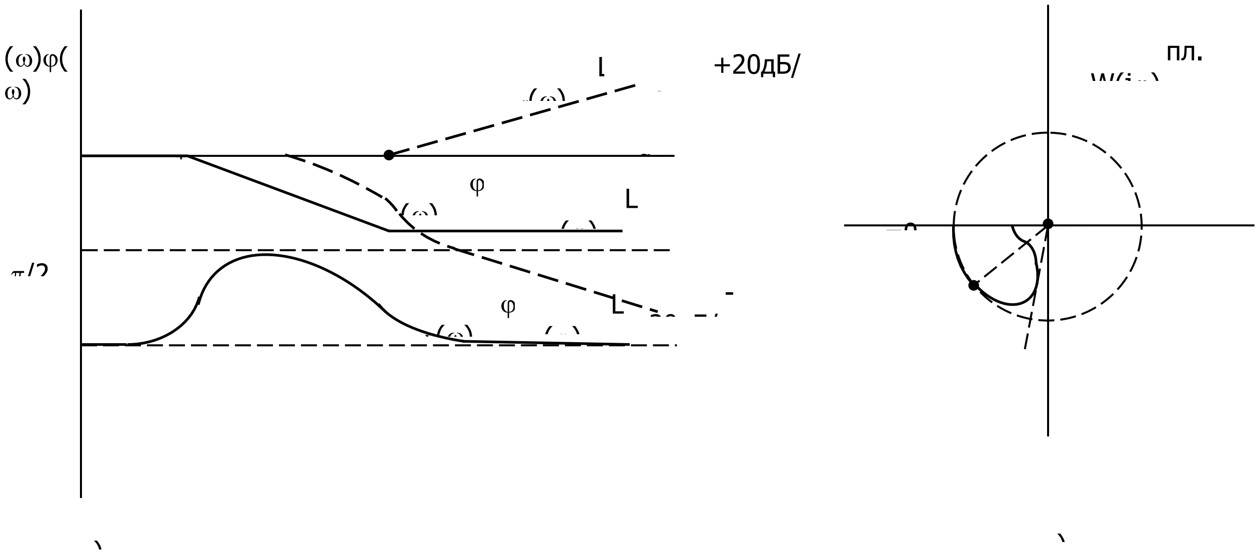


Рис. 3

2. Аналитически эти ФЧХ определяются так:

$$arg(1 - j\omega\tau) = arg\ tg\frac{-\omega\tau}{1} = -arg\ tg\omega\tau\ , \quad \omega_\tau = \frac{1}{\tau};$$

$$arg\left(\frac{1}{j\omega T - 1}\right) = \pm\pi - arg\ tg\frac{\omega T}{-1} = \pm\pi + arg\ tg\omega T\ , \quad \omega_T = \frac{1}{T}$$

Из полученных выражений видно, что первая ФЧХ изменяется от 0 до $-\frac{\pi}{2}$, вторая ФЧХ изменяется от $-\pi$ до $-\frac{\pi}{2}$.

3. Качественно строим логарифмические частотные характеристики составляющих звеньев $\alpha_\tau(\omega), \varphi_\tau(\omega)$ и $\alpha_T(\omega), \varphi_T(\omega)$. Суммируя эти характеристики, определяем логарифмические частотные характе-

ристики исходного звена ($\alpha_{\sum}(\omega), \varphi_{\sum}(\omega)$) (рис. 3,а).

4. По полученным результирующим логарифмическим частотным характеристикам ($\alpha_{\Sigma}(\omega), \varphi_{\Sigma}(\omega)$) качественно строим АФХ этого звена (рис. 3,б).

Задача №4

Задана передаточная функция

$$W(p)=\frac{\tau^2 p^2-1}{T^2 p^2+1}, \quad \tau \rangle T$$

Требуется качественно построить логарифмические и амплитудно-фазовую частотные характеристики этого звена.

Методические указания

а) При построении логарифмических характеристик важно обратить внимание на разрывной характер ЛАЧХ консервативного звена и особенности построения результирующей ЛАЧХ $\alpha_{\Sigma}(\omega)$ с учетом этого разрыва.

Б) Следует обсудить деформацию частотных характеристик при соотношении параметров $\tau<T$.

Решение

1. Анализ передаточной функции: она содержит неминимально-фазовое звено с передаточной функцией $W_1(p)=\tau^2 p^2-1$ и консервативное звено с передаточной функцией $W_2(p)=\dfrac{1}{T^2 p^2+1}$.

АЧХ и ФЧХ этих звеньев обладают особенностями, поэтому они должны быть рассмотрены более детально.

2. Частотные характеристики звена $W_1(p)=\tau^2 p^2-1$

$$W_1(j\omega)=-\omega^2\tau^2-1; \quad W_1(j\omega)=\begin{cases}-1 & \text{при} \quad \omega=0, \\ -\infty & \text{при} \quad \omega=\infty.\end{cases}$$

Таким образом АФХ звена $W_1(p)=\tau^2 p^2-1$ является вещественной, отрицательной и совпадает с отрицательной вещественной полуосью комплексной плоскости от точки (-1) и до ($-\infty$). Очевидно, что фазовая частотная характеристика постоянная и равна $\pm\pi$ (Лучше взять $+\pi$, так как рассматривается полином числителя).

$$arg\left(-\omega^2\tau^2-1\right)=arg\, tg\frac{0}{-\omega^2\tau^2-1}=\pm\pi.$$

3. Частотные характеристики консервативного звена $W_2(p)=\dfrac{1}{T^2 p^2+1}$

$$W_2(j\omega)=\frac{1}{-\omega^2T^2+1}; \quad W_2(j\omega)=\begin{cases}1 & \text{при} \quad \omega=0,\\ \infty & \text{при} \quad \omega=\omega_T=\dfrac{1}{T}\\ 0 & \text{при} \quad \omega\to\infty.\end{cases}$$

Следовательно АФХ консервативного звена является вещественной и при $\omega=0$ совпадает с точкой *1* вещественной положительной полуоси, затем при $\omega\to\omega_T=\dfrac{1}{T}$ эта характеристика устремляется в бесконечность по этой полуоси, а при $\omega=\dfrac{1}{T}$ фаза скачком изменяется с *0* до $-\pi$ и при дальнейшем увеличении частоты АФХ консервативного звена по отрицательной вещественной полуоси устремляется из $-\infty$ в начало координат. Для ФЧХ имеем

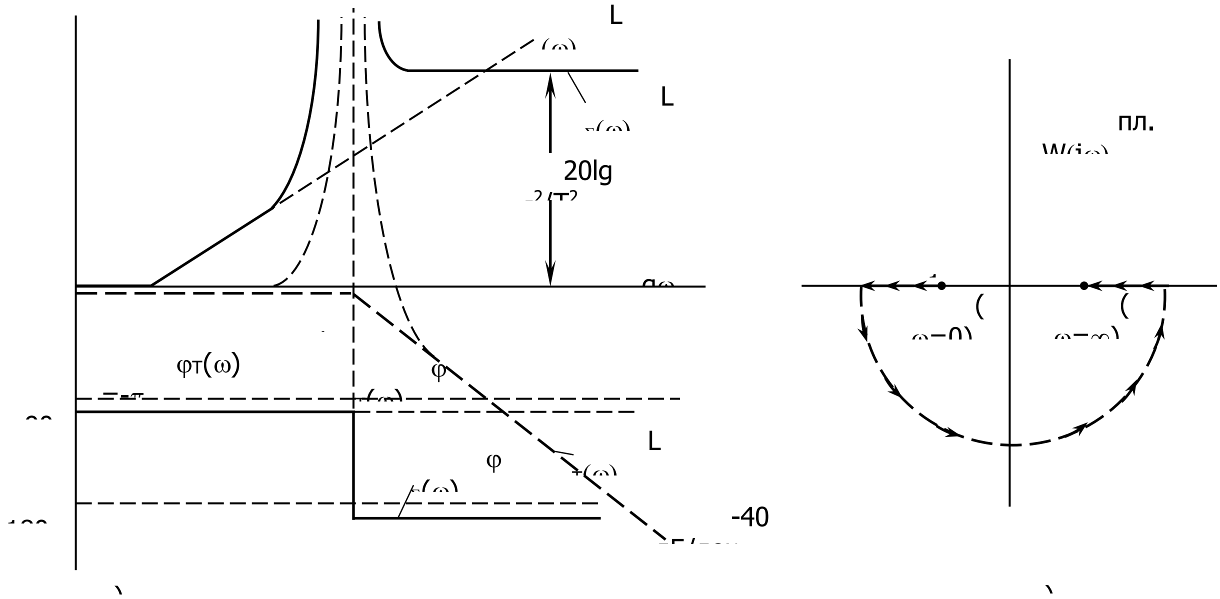


Рис. 4

$$arg\left(\frac{1}{-\omega^2T^2+1}\right)=arg\,tg\frac{0}{\left|\dfrac{1}{-\omega^2T^2+1}\right|}=\begin{cases}0 & \text{при} \quad \omega\le\dfrac{1}{T},\\ -\pi & \text{при} \quad \omega\rangle\dfrac{1}{T}.\end{cases}$$

4. Качественно строим логарифмические частотные характеристики составляющих звеньев ($\alpha_\tau(\omega),\varphi_\tau(\omega)$ и $\alpha_T(\omega),\varphi_T(\omega)$) и после суммирования определяем результирующие характеристики ($\alpha_\Sigma(\omega),\varphi_\Sigma(\omega)$) исходного звена (рис. 4,а).
5. По логарифмическим характеристикам $\alpha_\Sigma(\omega),\varphi_\Sigma(\omega)$ качественно строятся АФХ *W(jω)* исходного звена (рис. 4,б).

Практическое занятие №5
Построение и расчет модели линейной САУ

Задача №1

Разработать схему модели САУ, составленной по методу понижения порядка производной. Уравнение САУ имеет вид:

$$T^2\ddot{x} + 2\xi T\dot{x} + kx = g$$

$$T = 0{,}5c\,,\quad k = 1,$$

ξ – определяется по номеру индивидуального задания

1	0	8	0,35	15	0,70	22	1,10
2	0,05	9	0,40	16	0,75	23	1,20
3	0,10	10	0,45	17	0,80	24	1,30
4	0,15	11	0,50	18	0,85	25	1,40
5	0,20	12	0,55	19	0,90	26	1,50
6	0,25	13	0,60	20	0,95	27	1,60
7	0,30	14	0,65	21	1,00	28	1,70

Алгоритм решения

1. Решить уравнение движения относительно старшей производной.
2. Перейти к машинным переменным.
3. Составить уравнение движения в машинных переменных.
4. Составить схему модели методом понижения порядка производной. В основу схемы берется цепочка из 2 интегралов (2-порядок уравнения), которая дополняется связями на основе уравнения движения.
5. Определить коэффициенты передачи отдельных решающих усилителей.

Решение

8. Разрешаем уравнение движения относительно старшей производной

$$\ddot{x} = \frac{g}{T^2} - \frac{2\xi}{T}\dot{x} - \frac{k}{T^2}x$$

$$T = 0{,}5c\,,\quad k = 1$$

9. Переходим к машинным переменным

$$u_x = m_x x,\quad u_{\dot{x}} = m_{\dot{x}}\dot{x},\quad u_{\ddot{x}} = m_{\ddot{x}}\ddot{x},\quad u_g = m_g g,\quad \tau = m_t t$$

Определяем масштабы представления переменных

$$x_{max}=\frac{2g}{k};\quad \dot{x}_{max}=\frac{1}{2\xi T};\quad \ddot{x}_{max}=\frac{1}{T^2};$$

$$m_x=\frac{10}{x_{max}}=\frac{10}{2g};\quad m_{\dot{x}}=\frac{10}{\dot{x}_{max}}=1;\quad m_{\ddot{x}}=\frac{10}{\ddot{x}_{max}}=1;$$

$$m_g=\frac{10}{g};\quad m_t=1;\quad \text{для } a_n x^{(n)}+a_{n-1}x^{(n-1)}+\ldots+a_o x=b_o g\rightarrow$$

$$x_{max}=\frac{2b_o g}{a_o},\quad x_{max}^{(i)}=\frac{b_o}{a_i}$$

10. Составим уравнение движения в машинных переменных

$$U_{\ddot{x}}=K_1Ug-K_2U\dot{x}-K_3Ux$$

11. Составляем схему модели методом понижения порядка (рис. 1).
12. Определяем коэффициенты передачи отдельных решающих усилителей.

Интегратор на усилителе У1 описывается уравнением

$$\int_0^\tau u_{\ddot{x}}d\tau=m_{\ddot{x}}m_t\int_0^t\ddot{x}dt=-\frac{m_t}{C1R11}\int_0^t m_g g dt+\frac{m_t}{C1R12}\int_0^t m_{\dot{x}}\dot{x}dt+\frac{m_t}{C1R13}\int_0^t m_x x dt$$

$$\int_0^t\ddot{x}dt=-\frac{m_g}{C1R11m_{\ddot{x}}}\int_0^t gdt+\frac{m_{\dot{x}}}{C1R12m_{\ddot{x}}}\int_0^t\dot{x}dt+\frac{m_x}{C1R13m_{\ddot{x}}}\int_0^t xdt \qquad (2)$$

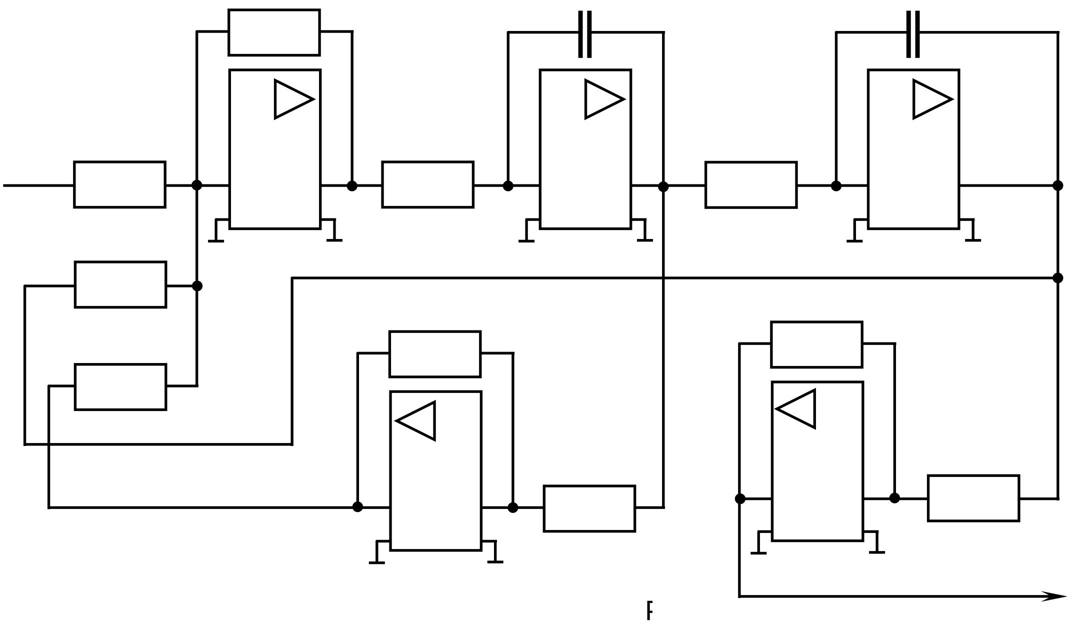


Рис.1

Из сравнения уравнений (1)и (2) определяем

$$\frac{m_g}{C1R11m_{\ddot{x}}}=\frac{1}{T^2}\quad\rightarrow\quad K_{11}=\frac{1}{C1R11}=\frac{m_{\ddot{x}}}{m_gT^2}=\frac{100g}{100T^2}=g\,;$$

$$\frac{m_{\dot{x}}}{C1R12m_{\ddot{x}}}=\frac{2\xi}{T}\quad\rightarrow\quad K_{12}=\frac{1}{C1R12}=\frac{m_{\ddot{x}}2\xi}{m_{\dot{x}}T}=1\,;$$

$$\frac{m_x}{C1R13m_{\ddot{x}}}=\frac{K}{T}\quad\rightarrow\quad K_{13}=\frac{1}{C1R13}=\frac{K}{T}\frac{m_{\ddot{x}}}{m_x}=10\,.$$

Интегратор на усилителе У2 описывается уравнением

$$Ux=-K_{21}\int_0^{\tau}U\dot{x}\,d\tau \qquad (3)$$

Очевидно, что

$$x=\int_0^t \dot{x}\,dt\quad . \qquad (4)$$

Заменяя машинные переменные в (3), получим

$$x=-\frac{m_xm_t}{m_xC2R21}\int_0^t \dot{x}\,dt\quad . \qquad (5)$$

Уравнения (4) и (5) должны совпадать с точностью до знака. Следовательно

$$K_{21}=\frac{1}{C2R21}=\frac{m_x}{m_{\dot{x}}m_t}=\frac{1}{2g}\quad .$$

Усилитель У3 – интегратор, следовательно

$$K_{31}=\frac{R3}{R31}=1$$

Практическое занятие №6

Анализ устойчивости линейных САУ по алгебраическим критериям

Задача №1

Определить устойчивость САУ, имеющих следующие характеристические уравнения:

а) $1{,}5p^3+2p^2+3p=0$;

б) $1{,}25p^3+0{,}5p^2+2{,}5=0$;

в) $0{,}5p^4+2{,}2p^3-5p^2+7p=0$.

Методические указания

Отсутствие свободного члена в характеристическом уравнении (*$a_0=0$*), если соответствующий полином ($a_np^{n-1}+a_{n-1}p^{n-2}+a_{n-2}p^{n-3}+K+a_2p+a_1=0$) будет иметь только левые корни, означает выход исследуемой системы на границу устойчивости.

Если же отсутствует любой другой коэффициент $a_i = 0$ $\left(i = \overline{0,n}\right)$, то это приводит к неустойчивости системы.

Решение

а) Имеем $a_3 = 1{,}5, a_2 = 2, a_1 = 3, a_0 = 0$. Отсутствие свободного члена в характеристическом уравнении ($a_0 = 0$) указывает на то, что среди корней этого уравнения имеется нулевой корень.

Действительно $p\left(1{,}5p^2 + 2p + 3\right) = 0$.

Поскольку у полинома второго порядка $\left(1{,}5p^2 + 2p + 3\right)$ положительные коэффициенты, то корни этого полинома будут иметь отрицательные вещественные части.

Вывод: исследуемая система находится на границе устойчивости.

Б) Имеем $a_3 = 0{,}5, a_2 = 0{,}5, a_1 = 0, a_0 = 2{,}5$. Необходимое условие устойчивости ($a_3 > 0, a_2 > 0, a_1 > 0, a_0 > 0$) не выполняется, так как $a_1 = 0$.

Вывод: исследуемая система неустойчива.

В) Имеем $a_4 = 0{,}5, a_3 = 2{,}2, a_2 = -5, a_1 = 7, a_0 = 1$. Необходимые условия устойчивости ($a_4 > 0, a_3 > 0, a_2 > 0, a_1 > 0, a_0 > 0$) не выполняется, поскольку $a_2 < 0$.

Вывод: исследуемая система неустойчива.

Задача №2

Характеристический полином замкнутой электромеханической следящей системы имеет вид:

$$T_1T_2p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p + k = 0,$$

где *k=200 с⁻¹;*
T_1=0,02 с;
T_2=0,002 с.

Определить устойчивость электромеханической следящей системы используя критерий Вышнеградского.

Алгоритм решения

6. Определить коэффициенты характеристического уравнения замкнутой САУ

$$a_3p^3 + a_2p^2 + a_1p + a_0 = 0$$

7. Записать выражение для критерия Вышнеградского $a_3a_0 < a_2a_1$.
8. Определить устойчивость замкнутой САУ.

Решение

1. Характеристическое уравнение замкнутой системы имеет вид:

$$B(p)+A(p)=0,$$

$$T_1T_2p^3+(T_1+T_2)p^2+p+k=0.$$

Определим коэффициенты характеристического уравнения замкнутой системы:

$$a_3p^3+a_2p^2+a_1p+a_0=0,$$
$$a_3=T_1T_2=0{,}0004;$$
$$a_2=T_1+T_2=0{,}022;$$
$$a_1=1;$$
$$a_0=k=200.$$

Далее коэффициент a_1 соответствует порядковому номеру по журналу, если номер двузначный, после первой цифры становится запятая.

2. Условие устойчивости по Вышнеградскому определяется выражением $a_3a_0<a_2a_1$.
3. Для варианта № 1 имеем:

$$0{,}0004\cdot 200 > 0{,}022\cdot 1$$

$$0{,}08 > 0{,}022.$$

Вывод: поскольку произведение крайних коэффициентов характеристического уравнения ЗСАУ больше произведения средних, замкнутая электромеханическая следящая система не устойчива.

Задача №3

Задано характеристическое уравнение системы

$$21p^4+44p^3+62p^2+52p+100=0$$

Требуется определить устойчивость этой системы с использованием критерия Рауса.

Алгоритм решения

1. Определить число столбцов и строк таблицы Рауса.
2. Построить таблицу Рауса, записать выражения для расчёта коэффициентов $C_{k\,i}$ и r_i.
3. Рассчитать значение элементов и заполнить таблицу.

4. Применить критерий и определить устойчивость системы.

Методические указания

1. Если последний элемент первого столбца таблицы Рауса будет равен нулю $C_{1,n+1}=0$, то это означает наличие нулевого корня в характеристическом уравнении. Обращение в ноль промежуточного элемента таблицы Рауса свидетельствует о наличии в характеристическом уравнении пары мнимых корней. В указанных случаях система будет находиться на границе устойчивости, если все другие элементы этого столбца окажутся положительными (при $a_n>0$).
2. Необходимо отметить простоту алгоритма определения элементов таблицы Рауса и сравнительно небольшой объём вычислительной работы. Эти обстоятельства позволяют использовать указанный критерий для исследования сложных систем, особенно с применением ЭВМ.
3. Как недостаток этого критерия рассматривается табличная форма его использования, которая уступает в компактности возможным аналитическим выражениям.
4. Все эти соображения целесообразно обсудить в группе после решения задачи.

Решение

1. Число столбцов определяется по первой строке наличием индексов коэффициентов уравнения кратных 2-м. Так как максимальный индекс коэффициента 4, то в первой строке будут присутствовать 3 элемента: a_4, a_2, a_0.Таблица Рауса должна содержать $n+1$ строк, т.е. 5.
2. Строим таблицу Рауса.
3. В 1-й строке таблицы выписываются коэффициенты характеристического уравнения с индексами n, $(n-2)$, $(n-4)$ и т.д.; во 2-й строке – коэффициенты уравнения с индексами $(n-1)$, $(n-3)$ и т.д.; в 3-й строке – коэффициенты C_{13}, C_{23} и т.д., которые подлежат определению. В последующих строках выписываются коэффициенты C_{ki} (k- номер столбца, i- номер строки, в которой стоит коэффициент). Каждый из коэффициентов $C_{k\,i}$ равен определителю

$$C_k = \begin{vmatrix} C_{k+1,i-2} & r_i \\ C_{k+1,i-1} & 1 \end{vmatrix},$$

где $r_i = \dfrac{C_{1,i-2}}{C_{1,i-1}}$.

Таблица Рауса

Коэффициент I	Строка (*i*)	Столбец (*k*)		
		1	2	3
————	1	$C_{1,1}=a_4=21$	$C_{2,1}=a_2=62$	$C_{3,1}=a_0=100$
————	2	$C_{1,2}=a_3=44$	$C_{2,2}=a_1=52$	$C_{3,2}=0$
$r_3=\frac{C_{1,1}}{C_{1,2}}=\frac{21}{44}=0{,}48$	3	$C_{1,3}=C_{2,1}-r_3\cdot C_{2,2}==62-0{,}48\cdot 52=37$	$C_{2,3}=C_{3,1}-r_3\cdot C_{3,2}==100-0{,}48\cdot 0=100$	$C_{3,3}=0$
$r_4=\frac{C_{1,2}}{C_{1,3}}=\frac{44}{37}=1{,}2$	4	$C_{1,4}=C_{2,2}-r_4\cdot C_{2,3}==52-1{,}2\cdot 100=-68$	$C_{2,4}=C_{3,2}-r_4\cdot C_{3,3}=0$	$C_{3,4}=0$
$r_5=\frac{C_{1,3}}{C_{1,4}}=\frac{37}{-68}=-0{,}54$	5	$C_{1,5}=C_{2,3}-r_5\cdot C_{2,4}==100-(-0{,}54)\cdot 0=100$	$C_{2,5}=C_{3,3}-r_5\cdot C_{3,4}=100$	$C_{3,5}=0$

4. По критерию Рауса для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты первого столбца таблицы Рауса были положительными. В полученной таблице Рауса $C_{1,4}=-68$, т.е. меньше нуля, а это означает что исходное характеристическое уравнение имеет два правых корня.
   <u>Вывод:</u> исследуемая система неустойчива.

Задача №4

Задана передаточная функция разомкнутой следящей системы и значение её параметров:

$$W(p)=\frac{k_1k_2t_1p^2+k_1k_2p}{T_1T_2p^4+(2\xi T_1T_2+T_2^2)p^3+(T_1+2\xi T_2)p^2+(k_2k_3T_1+1)p+k_2k_3},$$

где

$k_3=10;\quad k_2=0{,}1;\quad k_1=2;\quad T_1=0{,}01c;\quad T_2=0{,}25c;\quad \xi=0{,}1;\quad \tau_1=0{,}1c.$

Требуется определить устойчивость системы с использованием критерия устойчивости Гурвица.

Алгоритм решения

1. Записать характеристическое уравнение замкнутой системы в общем виде.
2. Рассчитать значение коэффициентов характеристического уравнения ЗСАУ.
3. Составить главный определитель Гурвица и определить знаки диагональных миноров.
4. Определить устойчивость замкнутой системы.

Методические указания

1. Устойчивость по критерию Гурвица определяется путём исследования соответствующего определителя. Определитель – это простая и удобная форма представления характеристического уравнения, позволяющая в общем виде записывать условия устойчивости и определение критических значений параметров. Однако с повышением порядка *"n"* дифференциального уравнения системы объём вычислений резко возрастает, поэтому при *n>5* целесообразно использовать другие критерии.
2. На решённых примерах исследования устойчивости САУ с использованием критериев Рауса и Гурвица обсудить особенности применения этих критериев.

Решение

1. По передаточной функции разомкнутой системы *W(p)*, суммируя полиномы числителя и знаменателя, определяем характеристическое уравнение замкнутой системы.

$$T_1T_2p^4+(2\xi T_1T_2+T_2^2)p^3+(T_1+2\xi T_2)p^2+(k_2k_3T_1+1)p+k_2k_3=0$$

$$a_4p^4+a_3p^3+a_2p^2+a_1p+a_0=0$$

2. Рассчитываем значения коэффициентов характеристического уравнения замкнутой системы.

$$a_4=T_1T_2p^4=625\cdot10^{-6};$$

$$a_3=2\xi T_1T_2+T_2^2=63\cdot10^{-3};$$

$$a_2=k_1k_2\tau_1+T_1+2\xi T_2=8\cdot10^{-2};$$

$$a_1=k_1k_2+k_2k_3T_1+1=1{,}21;$$

$$a_0=k_2k_3=1.$$

3. Составляем главный определитель Гурвица и диагональные миноры, определяем их значения.

$$\Delta_4=\begin{vmatrix}a_3 & a_1 & 0 & 0\\ a_4 & a_2 & a_0 & 0\\ 0 & a_3 & a_1 & 0\\ 0 & a_4 & a_2 & a_0\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}63\cdot10^{-3} & 1{,}21 & 0 & 0\\ 625\cdot10^{-6} & 8\cdot10^{-2} & 1 & 0\\ 0 & 63\cdot10^{-3} & 1{,}21 & 0\\ 0 & 625\cdot10^{-6} & 8\cdot10^{-2} & 1\end{vmatrix}=a_0\cdot\Delta_3=1\cdot12{,}16\cdot10^{-4}$$

$$\Delta_3=\begin{vmatrix}a_3 & a_1 & 0\\ a_4 & a_2 & a_0\\ 0 & a_3 & a_1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}63\cdot10^{-3} & 1{,}21 & 0\\ 625\cdot10^{-6} & 8\cdot10^{-2} & 1\\ 0 & 63\cdot10^{-3} & 1{,}21\end{vmatrix}=a_3a_2a_1+0+0-0-a_0a_3^2-a_4a_1^2=$$

$$=12{,}16\cdot10^{-4}$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix}a_3 & a_1\\ a_4 & a_2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}63\cdot10^{-3} & 1{,}21\\ 625\cdot10^{-6} & 8\cdot10^{-2}\end{vmatrix}=a_2a_3-a_1a_4=428{,}374\cdot10^{-5}$$

$$\Delta_1=a_3=63\cdot10^{-3}$$

4. Записываем условия устойчивости по Гурвицу.

$$\Delta_4>0 \quad\Rightarrow\quad 12{,}16\cdot10^{-4}>0$$

$$\Delta_3>0 \quad\Rightarrow\quad 12{,}16\cdot10^{-4}>0$$

$$\Delta_2>0 \quad\Rightarrow\quad 428{,}374\cdot10^{-5}>0$$

$$\Delta_1>0 \quad\Rightarrow\quad 63\cdot10^{-3}>0$$

Вывод: поскольку главный определитель Гурвица и все его диагональные миноры положительны, то исследуемая система устойчива.

Практическое занятие №7
Анализ устойчивости линейных САУ по частотному критерию Михайлова

Задача №1

Используя критерий устойчивости Михайлова определить устойчивость электромеханической следящей системы, структурная схема которой представлена на рис. 1, если *k_1=2; k_2=3; k_3=9,6; T_1=0,57; T_2=0,01.*

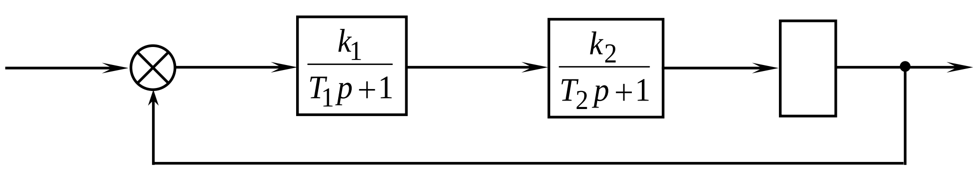


Рис. 1

Алгоритм решения

1. Определить передаточную функцию разомкнутой САУ.
2. Записать характеристическое уравнение замкнутой системы.
3. Записать выражение для характеристического вектора Михайлова.
4. Для построения годографа вектора Михайлова определить вещественную и мнимую части функции $D(j\omega)$.
5. Вычислить $U(j\omega)$ и $V(j\omega)$ для ряда значений частоты ω. Результаты свести в таблицу.
6. Построить годограф вектора Михайлова по результатам вычислений.
7. Определить устойчивость, применив формулировку критерия Михайлова.

Решение

1. Определяем передаточную функцию разомкнутой САУ

$$W(p)=\frac{k}{p(T_1p+1)(T_2p+1)}.$$

2. Записываем характеристическое уравнение замкнутой системы

$$p(T_1p+1)(T_2p+1)+k=0$$

$$T_1T_2p^3+(T_1+T_2)p^2+p+k=0$$

3. Записываем выражение для характеристического вектора Михайлова

$$D(p)=T_1T_2p^3+(T_1+T_2)p^2+p+k$$

4. Для построения годографа вектора Михайлова определяем вещественную и мнимую части функции $D(j\omega)$.

$$D(j\omega)=T_1T_2(j\omega)^3+(T_1+T_2)(j\omega)^2+j\omega+k=$$

$$=\left(k-(T_1+T_2)\omega^2\right)+j(\omega-T_1T_2\omega^3)$$

$$U^*(\omega)=k-(T_1+T_2)\omega^2=5{,}8-0{,}58\omega^2$$

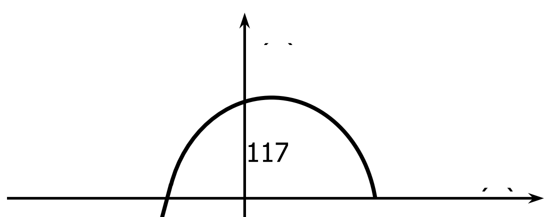
$$V^*(\omega)=\omega-T_1T_2\omega^3=\omega-5{,}7\cdot10^{-3}\omega^3$$

5. Вычисляем $U^*(j\omega)$ и $V^*(j\omega)$ для ряда значений частоты ω, результаты записываем в табл. 1

Таблица 1

ω, c^{-1}	0	5	10	13	15	∞
$U^*(\omega)$	5,8	4,4	0	-4,0	-7,0	-∞
$V^*(\omega)$	0	4	4,5	0	-5	-∞

6. Строим годограф вектора Михайлова по данным табл. 1.



7. Определяем устойчивость, применив формулировку критерия Михайлова.

   Вывод: система устойчива, поскольку годограф последовательно обходит 3 квадранта.

Задача №2

Определить устойчивость САУ, используя следствие из критерия Михайлова. Характеристическое уравнение САУ имеет вид:

$$p^5 + p^4 + 7p^3 + 4p^2 + 10p + 3 = 0$$

Алгоритм решения

1. Записать выражение для вектора Михайлова в форме

$$D(j\omega) = U^*(\omega) + jV^*(\omega)$$

2. Определить корни уравнений

$$U^*(\omega) = 0 \qquad (1)$$

$$V^*(\omega) = 0 \qquad (2)$$

3. Проверить перемежаемость корней уравнений (1) и (2). Сделать вывод об устойчивости САУ.

Решение

1. Запишем выражение для вектора Михайлова.

$$D(j\omega) = (j\omega)^5 + (j\omega)^4 + 7(j\omega)^3 + 4(j\omega)^2 + 10(j\omega) + 3;$$

$$D(j\omega) = (\omega^4 - 4\omega^2 + 3) + j(\omega^5 - 7\omega^3 + 10\omega).$$

2. Определим корни вещественной и мнимой частей вектора Михайлова:

$$U^*(\omega) = \omega^4 - 4\omega^2 + 3 = 0;$$

$$\omega^2 = x \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\left.\begin{matrix} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} \omega_1 = +1 \\ \omega_2 = -1 \\ \omega_3 = +1,73 \\ \omega_4 = -1,73 \end{matrix}$$

$$V^*(\omega) = \omega^5 - 7\omega^3 + 10\omega = 0\,;$$

$$\omega\left(\omega^4 - 7\omega^2 + 10\right) = 0$$

$$\omega_0 = 0\,;$$

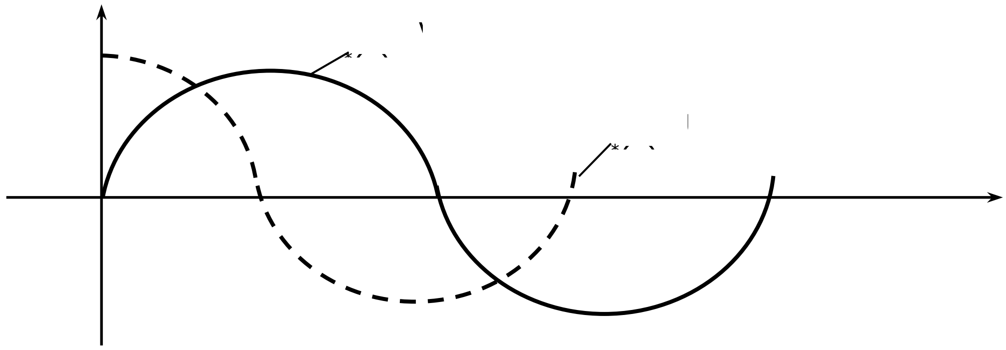
$$\left.\begin{matrix} y_1 = 2 \\ y_2 = 5 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} \omega_1 = -1{,}44 \\ \omega_2 = +1{,}44 \\ \omega_3 = -2{,}23 \\ \omega_4 = +2{,}23 \end{matrix}$$

Отрицательные значения корней ω_i не используются, поскольку годограф вектора Михайлова строится при вариации частоты ω от 0 до $+\infty$.

3. Проверяем перемежаемость корней уравнения

$$U^*(\omega_0) > 0 \qquad\qquad \left.\frac{dV(\omega)}{d\omega}\right|_{\omega_0=0} > 0$$

$$3 > 0 \qquad\qquad 10 > 0$$



Вывод: система устойчива, поскольку корни уравнений $U^*=0$ и $V^*=0$ действительные, перемежающиеся, общее число корней равно порядку характеристического уравнения замкнутой САУ.

Задача №3

Передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$W(p) = \frac{k}{p(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)},$$

где k – общий коэффициент передачи разомкнутой системы;

$T_1=0{,}5$ *с*; $T_2=0{,}1$ *с*; $T_3=0{,}02$ *с* – постоянные времени.

С помощью критерия устойчивости Михайлова определить значение общего коэффициента передачи разомкнутой САУ k, при котором система оказывается на границе устойчивости.

Алгоритм решения

1. Записать выражение для характеристического полинома замкнутой системы в виде:
   $D(p) = A(p) + B(p)$, где *A(p)* – полином числителя *W(p)*;

   B(p) – полином знаменателя *W(p)*.

2. Получить выражения $U^*(\omega)$ и $V^*(\omega)$, заменив оператор *p* на комплексный оператор $j\omega$ и определить числовые значения коэффициентов.
3. Записать условия нахождения замкнутой системы на границе колебательной устойчивости по Михайлову
$$\begin{cases} U^*(\omega) = 0 \\ V^*(\omega) = 0 \end{cases}.$$
4. Из выражения $V^*(\omega)=0$ определить значение частоты ω при которой $V^*(\omega)=0$ и используя полученное значение получить выражение для $k_{кр}$ из $U^*(\omega)=0$.

Решение

1. Запишем выражение для характеристического полинома замкнутой системы
$$D(p) = p(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)+k =$$
$$= T_1T_2T_3p^4 + (T_1T_2 + T_2T_3)p^3 + (T_1+T_2+T_3)p^2 + p + k$$
2. Получим выражения $U^*(\omega)$ и $V^*(\omega)$
$$D(j\omega) = T_1T_2T_3\omega^4 - j(T_1T_2+T_2T_3)\omega^3 - (T_1+T_2+T_3)\omega^2 + j\omega + k =$$
$$= \left[T_1T_2T_3\omega^4 - (T_1+T_2+T_3)\omega^2 + k\right] + j\left[\omega - (T_1T_2+T_2T_3)\omega^3\right];$$
$$U^*(\omega) = k - (T_1+T_2+T_3)\omega^2 + T_1T_2T_3\omega^4 = k - 610\cdot10^{-3}\omega^2 + 1\cdot10^{-3}\omega^4;$$
$$V^*(\omega) = \omega - (T_1T_2+T_2T_3)\omega^3 = \omega - 62\cdot10^{-3}\omega^3.$$
3. Запишем условия нахождения замкнутой системы на границе колебательной устойчивости по Михайлову.
$$\begin{cases} k - 610\cdot10^{-3}\omega^2 + 1\cdot10^{-3}\omega^4 = 0 \\ \omega - 62\cdot10^{-3}\omega^3 = 0 \end{cases}.$$
4. Определим значение частоты ω при которой $V^*(\omega)=0$.

$$\omega - 62 \cdot 10^{-3} \omega^3 = 0 \Rightarrow$$

$$\omega_1 = 0$$

$$1 - 62 \cdot 10^{-3} \omega^2 = 0$$

$$62 \cdot 10^{-3} \omega^2 = 1$$

$$\omega^2 = \frac{1}{62 \cdot 10^{-3}} = 16{,}13$$

При нахождении системы на колебательной границе устойчивости кривая Михайлова проходит через начало координат при частоте $\omega \neq 0$. Поэтому значение корня ω_1 не используется.

Подставляем $\omega=4{,}02$ в $U^*(\omega)$

$$k_{кр} = 610 \cdot 10^{-3} \cdot (4{,}02)^2 + 1 \cdot 10^{-3} \cdot (4{,}02)^4 = 0$$

$$k_{кр} = 610 \cdot 10^{-3} \cdot (4{,}02)^2 + 1 \cdot 10^{-3} \cdot (4{,}02)^4 = 9{,}76 - 0{,}256 = 9{,}5$$

Вывод: при коэффициенте передачи системы равном 9,5 система выходит на границу колебательной устойчивости.

Задача №4

Структурная схема системы автоматической стабилизации статически неустойчивого объекта представлена на рис. 2.

Постоянные времени привода $T_1=0{,}5с$; $T_2=0{,}1с$; коэффициент передачи объекта $k_4=1$, постоянная времени объекта определяется порядковым номером в журнале, в случае если порядковый номер двузначный, после первой цифры ставится запятая. Коэффициент передачи привода $k_3 = 0{,}5\frac{град}{В}$; коэффициент передачи корректирующего устройства $k_2 = 20\frac{град}{с \cdot В}$. Используя критерий устойчивости Михайлова определить значение коэффициента передачи k_1 КУ, при котором система находится на границе устойчивости.

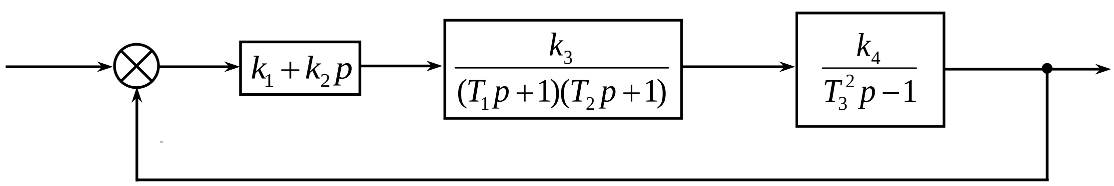


Рис. 2

Алгоритм решения

1. Получить выражение для передаточной функции разомкнутой системы.
2. Записать выражение для характеристического полинома замкнутой системы в виде:
   $D(p) = A(p) + B(p)$, где *A(p)* – полином числителя *W(p)*;

   B(p) – полином знаменателя *W(p)*.

   Получить выражения $U^*(\omega)$ и $V^*(\omega)$, заменив оператор *p* на комплексный оператор $j\omega$ и определить числовые значения коэффициентов.
3. Записать условия нахождения замкнутой системы на границе колебательной устойчивости по Михайлову
$$\begin{cases} U^*(\omega) = 0 \\ V^*(\omega) = 0 \end{cases}.$$
4. Из выражения $V^*(\omega)=0$ определить значение частоты ω при которой $V^*(\omega)=0$ и используя полученное значение получить выражение для $k_{кр}$ из $U^*(\omega)=0$.

Решение

1. Перемножив передаточные функции корректирующего устройства, привода и объекта управления получим передаточную функцию разомкнутой системы.
$$W(p) = \frac{(k_1 + k_2 p)k_3 k_4}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3^2 p^2 - 1)} = \frac{k_1 k_3 k_4 + k_2 k_3 k_4 p}{(T_1 T_2 p^2 + T_1 p + T_2 p + 1)(T_3^2 p^2 - 1)} =$$
$$= \frac{k_1 k_3 k_4 + k_2 k_3 k_4 p}{T_1 T_2 T_3^2 p^4 + T_3^2 (T_1 + T_2) p^3 + (T_3^2 - T_1 T_2) p^2 - (T_1 + T_2) p - 1}$$
2. Запишем выражение для характеристического полинома замкнутой системы
$$D(p) = T_1 T_2 T_3^2 p^4 + T_3^2 (T_1 + T_2) p^3 + (T_3^2 + T_1 T_2) p^2 + (k_2 k_3 k_4 - T_1 - T_2) p + k_1 k_3 k_4 - 1$$
3. Получим выражение для вещественной и мнимой частотных характеристик вектора Михайлова, заменив оператор *p* на комплексный оператор $j\omega$.
$$D(j\omega) = T_1 T_2 T_3^2 (j\omega)^4 - T_3^2 (T_1 + T_2)(j\omega)^3 + (T_3^2 + T_1 T_2)(j\omega)^2 +$$
$$+ (k_2 k_3 k_4 - T_1 - T_2)(j\omega) + k_1 k_3 k_4 - 1 =$$
$$= \left[T_1 T_2 T_3^2 \omega^4 - k_1 k_3 k_4 - 1 - (T_3^2 - T_1 T_2)\omega^2 \right] + j\left[(k_2 k_3 k_4 - T_1 - T_2)\omega - T_3^2 (T_1 + T_2)\omega^3 \right];$$

$$U^*(\omega)=T_1T_2T_3^2\omega^4-(T_3^2-T_1T_2)\omega^2+k_1k_3k_4-1=0;$$
$$V^*(\omega)=(k_2k_3k_4-T_1-T_2)\omega-T_3^2(T_1+T_2)\omega^3=0.$$

4. Определим корни уравнения $V^*(\omega)=0$.

$$V^*(\omega)=(k_2k_3k_4-T_1-T_2)\omega-T_3^2(T_1+T_2)\omega^3=0$$
$$\omega\left(k_2k_3k_4-T_1-T_2-T_3^2(T_1+T_2)\omega^2\right)=0$$
$$\omega=\pm\sqrt{\frac{k_2k_3k_4-T_1-T_2}{T_3^2(T_1+T_2)}}$$

Из выражения $U^*(\omega)=T_1T_2T_3^2\omega^4-(T_3^2-T_1T_2)\omega^2+k_1k_3k_4-1=0$ получим $k_{1\,кр}$.

Для варианта №1 получим следующее решение:

$$\omega=\sqrt{\frac{20\cdot0{,}5\cdot1-0{,}5-0{,}1}{1\cdot(0{,}5+0{,}1)}}=\sqrt{\frac{9{,}4}{0{,}6}}=3{,}96$$
$$k_{1\,кр}=\frac{(1-0{,}5\cdot0{,}1)\cdot3{,}96^2-0{,}5\cdot0{,}1\cdot1\cdot3{,}96^4+1}{0{,}5\cdot1}=7{,}2$$

Вывод: при коэффициенте передачи корректирующего устройства равном 7,2 система выходит на границу колебательной устойчивости.

Практическое занятие №8

Анализ устойчивости линейных САУ по критерию Найквиста

Задача №1

Определить устойчивость замкнутой САУ по критерию Найквиста. Передаточная функция разомкнутой САУ имеет вид:

$$W(p)=\frac{2}{(0{,}2p-1)(0{,}1p+1)}.$$

Алгоритм решения

1. Определить порядок астатизма.
2. Определить число “правых ” корней характеристического уравнения разомкнутой САУ.
3. Приближенно построить АФЧХ разомкнутой САУ, определив координаты точек пересечения с осями координат $U(\omega)$ и $V(\omega)$.
4. Сделать вывод об устойчивости замкнутой САУ.

Решение

1. Определяем порядок астатизма $\nu=0$.
2. Число “правых” корней разомкнутой САУ $l=1$.
3. Определяем характер АФЧХ разомкнутой САУ

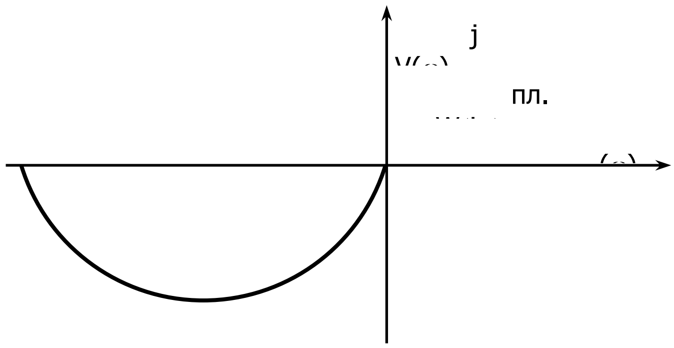
$$W(j\omega)=\frac{2}{(0{,}2j\omega-1)(0{,}1j\omega+1)}=\frac{2}{-0{,}2\omega^2+0{,}1j\omega-1}=\frac{2}{-(0{,}02\omega+1)+j0{,}1\omega}=$$

$$=-\frac{2\left(0{,}02\omega^2+1+j0{,}1\omega\right)}{(0{,}02\omega+1)^2+0{,}01\omega^2}=-\frac{2\left(0{,}02\omega^2+1\right)}{\left(0{,}02\omega^2+1\right)^2+0{,}01\omega^2}-j\frac{0{,}2}{\left(0{,}02\omega^2+1\right)^2+0{,}01\omega^2}$$

а) Из $V(\omega)=0$ следует $\omega_0=0$, $U(\omega)=-2$.

Б) Из $U(\omega)=1+0{,}02\omega^2=0$ следует, что уравнение вещественных корней не имеет АФЧХ ось $V(\omega)$ не пересекает.

В) Так как $U(\omega)$ и $V(\omega)$ при всех $\omega\subseteq[0,\infty]$ отрицательны, то АФЧХ имеет следующий вид:



4. САУ устойчива, так как характеристическое уравнение разомкнутой САУ имеет один "правый" корень и АФЧХ охватывает точку (-1, j_0) 0,5 раза.

Задача №2

Качественно изобразить АФЧХ разомкнутой САУ, если замкнутая САУ устойчива

$$W(p)=\frac{k}{p^{\nu}(p+0{,}1)(p-0{,}5)(p-0{,}2)(p+0{,}4)}.$$

Алгоритм решения

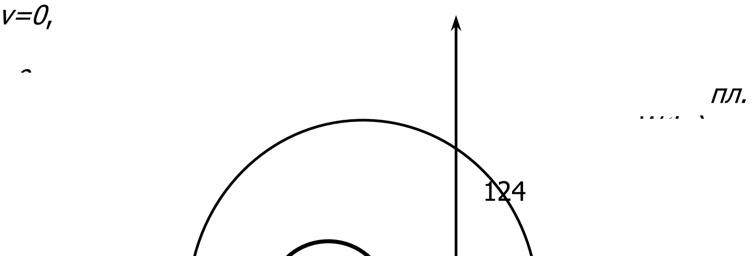
1. Определить число "правых" корней характеристического уравнения разомкнутой САУ.
2. Задаться порядком ν астатизма системы.
3. Построить АФЧХ разомкнутой САУ.

Решение

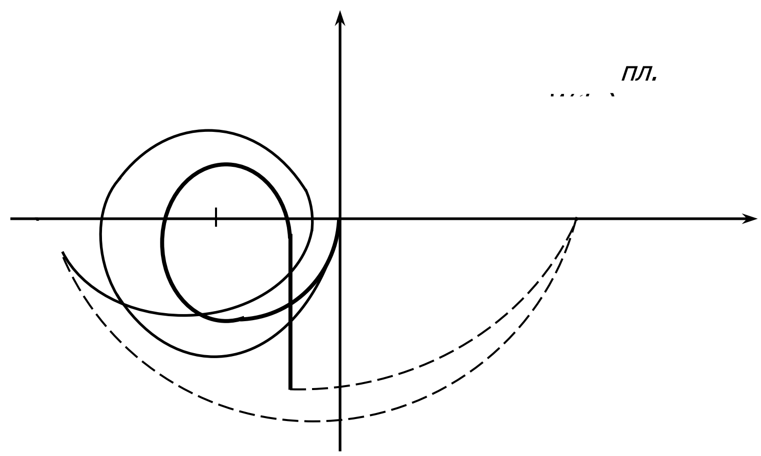
1. Число "правых" корней характеристического уравнения разомкнутой САУ $l=2$.
2. Пусть порядок астатизма

а) $\nu=0$,

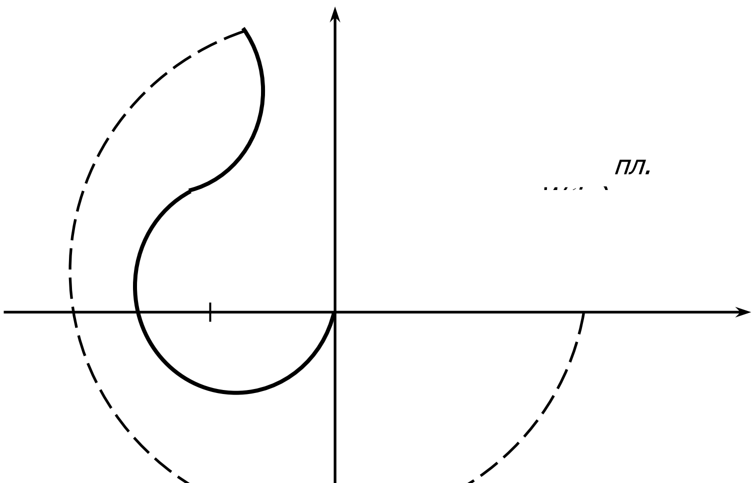
тогда



б) *v=1,*
v=2



в)
l=2,



Задача № 3

Определить устойчивость САУ по логарифмическому частотному критерию устойчивости, если $W(p)=\dfrac{k(\tau p+1)}{(T_1 p+1)(T_2^2 p^2+2\xi T_2 p+1)}$, где $k=10$; $\tau=0{,}1$ *с*; $T_1=0{,}2$ *с*; $\xi=0{,}8$.

Алгоритм решения

1. Построить асимптотические логарифмические частотные характеристики звеньев, входящих в состав системы.
2. Получить суммарные логарифмические частотные характеристики совокупности звеньев, определив частоты сопряжения.

3. По взаимному расположению ЛАЧХ и ЛФЧХ определить устойчивость замкнутой системы, применив логарифмический частотный критерий.

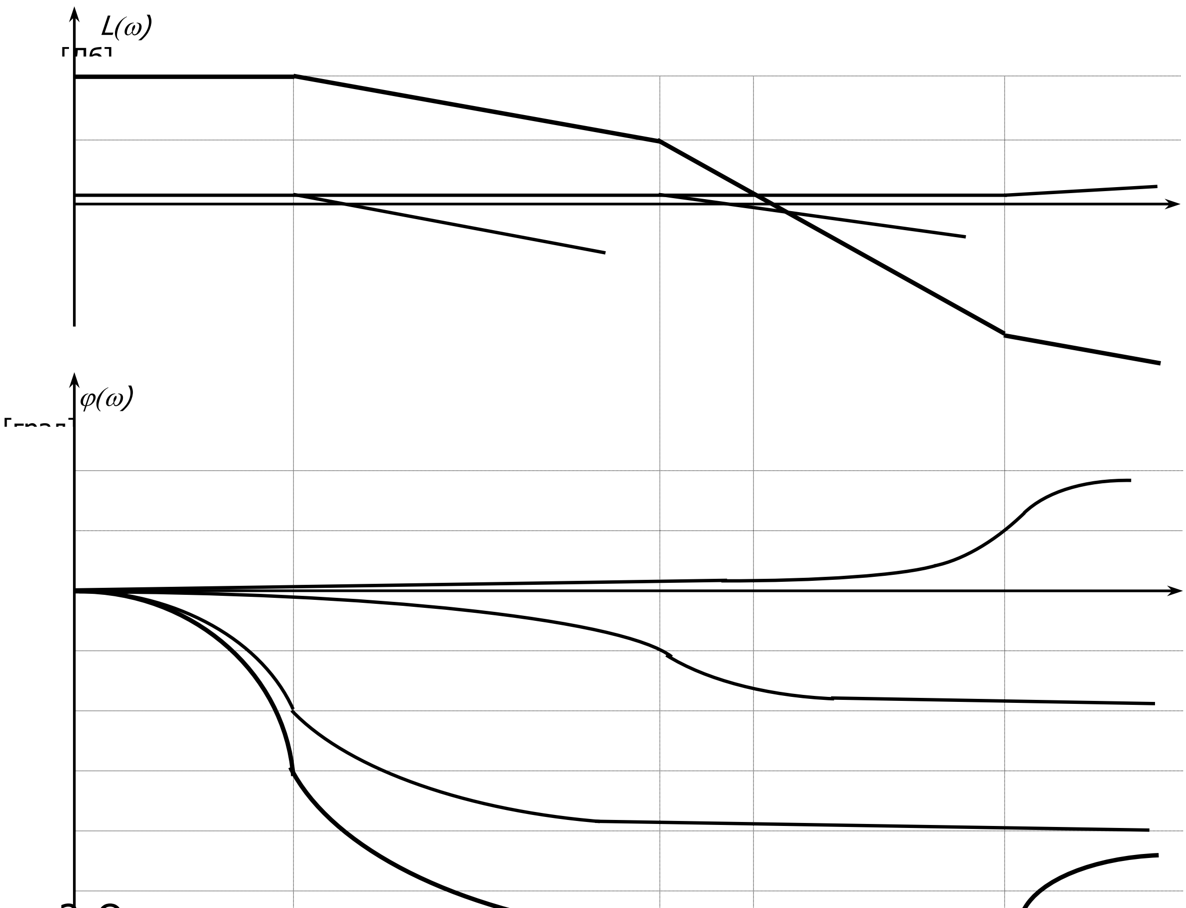
Решение

1. Определим частоты сопряжения каждого динамического звена

$$\omega_1 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0,5} = -2c^{-1}; \qquad \omega_2 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0,2} = 5c^{-1}; \qquad \omega_3 = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{0,1} = 10c^{-1}.$$

2. В логарифмическом масштабе строим ЛАЧХ колебательного, апериодического и форсирующего 1-го порядка звеньев с коэффициентами передачи *k=1*. Суммарную характеристику поднимаем на *20 Дб*, так как коэффициент *k=10*, следовательно, *L(ω)=20lgk=20 Дб*.

Строим суммарную логарифмическую фазочастотную характеристику *φ(ω)*.



3. Определяем число положительных и отрицательных переходов *φ(ω)* через линию -π, для всех областей, где *L(ω)>0*, то есть проходит выше оси частот.

Получаем один отрицательный переход. Положительные переходы отсутствуют.

Согласно логарифмическому частотному критерию устойчивой САУ соответствует разность положительных и отрицательных переходов *φ(ω)* через линию -π, для всех областей, где *L(ω)>0* равная *l/2*, где *l* – число “правых” корней характеристического уравнения разомкнутой САУ. Проанализировав передаточную функцию *W(p)* имеем *l=0*.

Следовательно, разница переходов должна равняться нулю. У нас имеется один отрицательный переход.

Вывод: система в замкнутом состоянии неустойчива.

Задача №4

Используя критерий устойчивости Найквиста качественно изобразить АФЧХ разомкнутой системы, если известно, что в замкнутом состоянии система устойчива. Порядок астатизма системы определяется первой цифрой, а число "правых" корней характеристического уравнения разомкнутой САУ соответственно второй цифрой порядкового номера по журналу. В случае, если номер однозначный – вторая цифра 0.

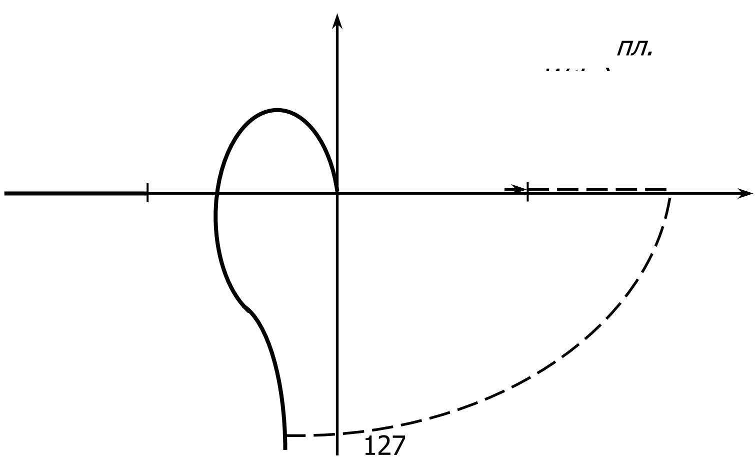
Алгоритм решения

1. По номеру варианта определить порядок астатизма и число "правых" корней характеристического уравнения РСАУ.
2. По четному, нечетному числу "правых" корней определить откуда будет начинаться АФЧХ.
3. Применив формулу числа переходов критерия устойчивости Найквиста $n-m=\frac{l}{2}$; определить число положительных и отрицательных переходов АФЧХ через отрезок отрицательной вещественной полуоси $[-\infty;-1]$.
4. Качественно изобразить АФЧХ РСАУ.

Решение

Вариант №1.

1. *ν=1*, *l=0*, поскольку номер однозначный.
2. Число "правых" корней четное, следовательно, АФЧХ начинается на положительной вещественной полуоси.
3. Поскольку астатизм *ν=1*, дополнительные отрицательные переходы АФЧХ через отрезок $[-\infty;-1]$ отсутствуют *m=0*. $\Rightarrow \quad n-0=\frac{0}{2} \quad \Rightarrow \quad n=0$.
4. Строим АФЧХ РСАУ.

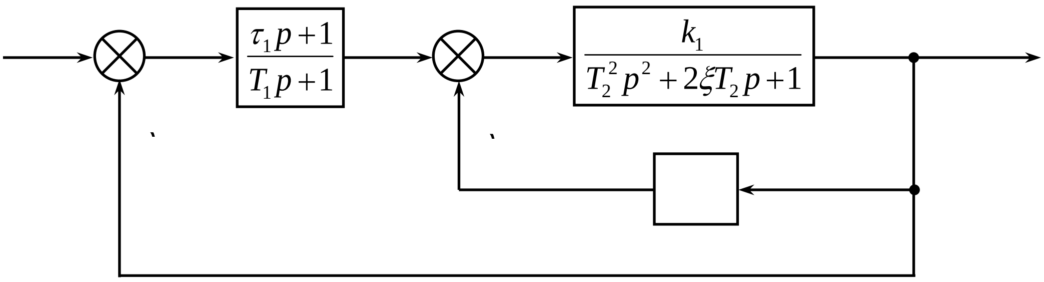


Практическое занятие №9

Построение областей устойчивости по параметрам линейной САУ

З а д а ч а № 1

Заданы структурная схема САУ и расчетные значения параметров:



$$\tau_1 = 2\,c;\quad T_1 = 5\,c;\quad T_2 = 10\,c;\quad \xi = 0{,}5\,c;\quad k_1 = 8;\quad k_{oc} = 0{,}2.$$

Требуется определить критические значения параметра $\tau_{1\,кр}$ и область устойчивости САУ по этому параметру с использованием критериев устойчивости Гурвица, Михайлова, Найквиста.

Р е ш е н и е

1. Определение передаточной функции разомкнутой системы *W(p)* и характеристического уравнения замкнутой системы.

Определяем

$$W_{э1}(p) = \frac{\dfrac{k_1}{T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1}}{1 + \dfrac{k_1 \cdot k_{oc}}{T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1}} = \frac{k_1}{T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1 + k_1 \cdot k_{oc}}.$$

Находим *W(p)*

$$W(p) = \frac{\tau_1 p + 1}{T_2 p + 1} \cdot \frac{k_1}{T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1 + k_1 \cdot k_{oc}}.$$

Складывая полиномы числителя и знаменателя передаточной функции разомкнутой системы *W(p)*, находим характеристическое уравнение замкнутой системы.

$$(\tau_1 p + 1) + k_1 + (T_1 p +)\left(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1 + k_1 \cdot k_{oc}\right) =$$

$$= T_1 T_2^2 p^3 + \left(T_2^2 + 2\xi T_2\right) p^2 + \left(T_1 (1 + k_1 \cdot k_{oc}) + 2\xi T_2 + k_1 \tau_1\right) p + (1 + k_1 \cdot k_{oc} + k_1) =$$

$$= a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0$$

где

$$a_3 = T_1 T_2^2; \quad a_2 = T_2^2 + 2\xi T_1 T_2; \quad a_1 = T_1(1 + k_1 \cdot k_{oc}) + 2\xi T_2 + k_1\tau_1; \quad a_0 = 1 + k_1 \cdot k_{oc} + k_1.$$

Определяем расчётные значения коэффициентов $a_i\left(i = \overline{0,3}\right)$.

$$a_3 = 5 \cdot 10^2 = 500; \qquad a_2 = 10^2 + 2 \cdot 0{,}5 \cdot 5 \cdot 10 = 150;$$

$$a_1 = 5 \cdot (1 + 8 \cdot 0{,}2) + 2 \cdot 0{,}5 \cdot 10 + 8 \cdot 2 = 39; \qquad a_0 = 1 + 8 \cdot 0{,}2 + 8 = 10{,}6.$$

Проверяем по критерию Вышнеградского устойчивость системы при расчётных значениях параметров.

$$a_1 \cdot a_2 = 39 \cdot 150 = 5850$$
$$a_0 \cdot a_2 = 10{,}6 \cdot 150 = 5300$$

Условие устойчивости $a_1 \cdot a_2 > a_0 \cdot a_2$ выполняется.

2. Определение критического значения параметра $\tau_{1кр}$ и области устойчивости системы по этому параметру с использованием критерия Гурвица.

Имеем

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix}$$

Условие выхода системы на границу устойчивости имеет вид $\Delta_3 = a_0 \cdot \Delta_2 = 0$. Получаем $a_0 = 0$ и $\Delta_2 = 0$. Поскольку $a_0 = 1 + k_1 \cdot k_{oc} + k_1$ не зависит от параметра τ_1, то граница апериодической устойчивости по этому параметру отсутствует.

Определим критические значения $\tau_{1кр}$ из условия выхода системы на границу колебательной устойчивости

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 = 0, \quad a_1 a_2 = a_0 a_3.$$

Полагая параметр $\tau_{1кр}$ в выражениях для коэффициентов $a_i\left(i = \overline{0,3}\right)$ независимым, можно записать $(23 + 8 \cdot \tau_{1кр}) \cdot 150 = 10{,}6 \cdot 500$.

Отсюда находим

$$\tau_{1кр} = \left(\frac{10{,}6 \cdot 500}{150} - 23\right) \cdot \frac{1}{8} = 1{,}54 c.$$

Поскольку при расчётных значениях параметров (*τ1=2c*) исследуемая система оказалась устойчивой, то область устойчивости системы по параметру *τ1* отвечает условию *τ1>1,54c*.

3. Определение критического значения параметра *τ1* и области

устойчивости системы по этому параметру с использованием критерия Михайлова.

Условие выхода системы на границу устойчивости по критерию Михайлова имеет вид:

$$D(j\omega) = -j_u \cdot 500\omega^3 - 1500\omega^2 + j_v(23 + 8\tau_1)\omega + 10{,}6 = U(\omega) + jV(\omega) = 0.$$

Получаем:

$$U(\omega) = 150\omega^2 + 10{,}6 = 0$$

$$V(\omega) = -500\omega^3 + (23 + 8\tau_{1кр})\omega = 0$$

Из первого уравнения находим $\omega^2 = \dfrac{10{,}6}{150} = 0{,}071 \Rightarrow \omega = 0{,}266$.

Из второго уравнения $-500\omega^3 + (23 + 8\tau_{1кр})\omega = 0$ определяем

$$\tau_{1кр} = \frac{500 \cdot 0{,}071 - 23}{8} = 1{,}56.$$

Определение области устойчивости проводится аналогично пункту 2.

Отличие результатов в определении $\tau_{1кр}$ (*1,54 с* и *1,56 с*) объясняется приближенностью вычислений.

4. Определение критического значения параметра τ_1 и области устойчивости по этому параметру с использованием критерия Найквиста.

Условие выхода САУ на границу устойчивости по критерию Найквиста имеет вид:

$$W(j\omega) = \frac{(j\omega\tau_1 + 1)}{j\omega T_1 + 1} \cdot \frac{k_1}{T_2^2(j\omega)^2 + j2\xi T_2\omega + 1 + k_1 k_{oc}} = -1 \qquad (1)$$

Это выражение позволяет непосредственно перейти к характеристическому вектору Михайлова и условию выхода САУ на границу устойчивости по этому критерию

$$(j\omega\tau_1 + 1) \cdot k_1 + (j\omega T_1 + 1) \cdot \left(T_2^2(j\omega)^2 + j2\xi T_2\omega + 1 + k_1 k_{oc}\right) = 0$$

В этом проявляется связь между критериями устойчивости Михайлова и Найквиста.

На основании условия (1) можно записать следующие уравнения:

$$\sqrt{\omega^2\tau^2 + 1} \cdot \left| \frac{k_1}{(j\omega T_1 + 1)(T_2^2(j\omega)^2 + j2\xi T_2\omega + 1 + k_1 k_{oc})} \right| = 1$$

$$arctg\omega \cdot \tau_1 + arg\left(\frac{k_1}{(j\omega T_1 + 1)\left(T_2^2(j\omega)^2 + j2\xi T_2\omega + 1 + k_1 k_{oc}\right)} \right) = -\pi$$

Обозначим

$$\left|\frac{k_1}{(j\omega T_1+1)\left(T_2^2(j\omega)^2+j2\xi T_2\omega+1+k_1k_{oc}\right)}\right|=A_1(\omega),$$

$$arg\left(\frac{k_1}{(j\omega T_1+1)\left(T_2^2(j\omega)^2+j2\xi T_2\omega+1+k_1k_{oc}\right)}\right)=У_1(\omega)$$

С учетом этого получаем:

$$\sqrt{\omega^2\tau_1^2+1}\cdot A_1(\omega)=1$$

$$arctg\omega\cdot\tau_1+У_1(\omega)=-\pi$$

После преобразования будем иметь:

$$\sqrt{\omega^2\tau_1^2+1}=\frac{1}{A_1(\omega)}$$

$$arctg\omega\cdot\tau_1=-\pi-У_1(\omega)$$

Далее получаем

$$\tau_1=\frac{1}{\omega}\cdot\sqrt{\frac{1}{A_1^2(\omega)}-1} \qquad (а)$$

$$\tau_1=\frac{1}{\omega}tg(-\pi-У_1(\omega)) \qquad (б)$$

Уравнения (а) и (б) удобнее всего решать геометрически, то есть строить соответствующие кривые от частоты ω и находить точку пересечения этих кривых, которая и будет определять критическое значение $\tau_{1кр}$ (рис. 1).

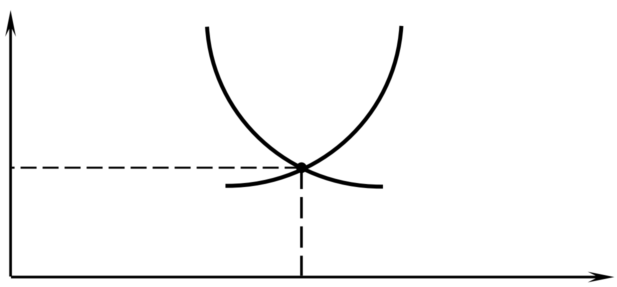


Рис. 1

Задача №2

Для условия задачи №1 требуется построить область устойчивости САУ по двум параметрам τ_1 и $k_{ос}$.

Решение

Поскольку система 3-го порядка, то удобнее всего для решения использовать критерий Вышнеградского.

В соответствии с условием выхода системы на границу области устойчивости будем иметь

$$a_1 \cdot a_2 = a_0 \cdot a_3$$

$$\left(5(1+8\cdot k_{oc})+10+8\tau_1\right)\cdot 150 = \left(9+8\cdot k_{oc}\right)\cdot 500$$

$$\tau_1 = -1{,}66\cdot k_{oc} + 1{,}88$$

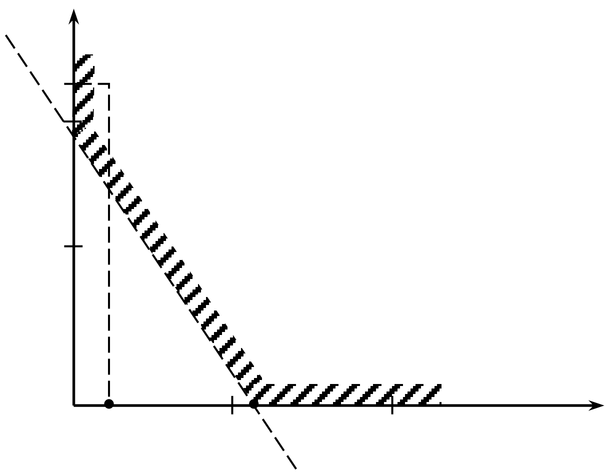


Рис. 2

Поскольку точка с расчётными значениями параметров ($\tau_1=2c$, $k_{oc}=0{,}2$) соответствует устойчивой системе, то область I будет областью устойчивости системы (рис. 2).

Практическое занятие №10

Исследование влияния вариаций параметров на запасы устойчивости САУ

Задача №1

Определить влияние уменьшения коэффициента передачи системы одноосной гироскопической стабилизации на запасы устойчивости по критерию Гурвица, если передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$W(p) = \frac{k}{p\left(T^2p^2 + 2\xi Tp + 1\right)},$$

где $k = 40c^{-1}$; $T = 0{,}01c$; $\xi = 0{,}25$.

Коэффициент k уменьшить на *50%*.

Алгоритм решения

1. Записать характеристическое уравнение замкнутой системы в общем виде.
2. Рассчитать значения коэффициентов характеристического уравнения ЗСАУ.

3. Составить главный определитель Гурвица и определить знаки диагональных миноров.
4. Определить запасы устойчивости системы для *k=40* и при уменьшении его в два раза.

Решение

5. По передаточной функции разомкнутой системы *W(p)*, суммируя полиномы числителя и знаменателя, определяем характеристическое уравнение замкнутой системы.

$$T^2p^3 + 2\xi Tp^2 + p + k = 0$$

$$a_3p^3 + a_2p^2 + a_1p + a_0 = 0$$

6. Рассчитываем значения коэффициентов характеристического уравнения замкнутой системы.

$$a_3 = T^2 = 1\cdot 10^{-4};$$

$$a_2 = 2\xi T = 2\cdot 0{,}25\cdot 0{,}01 = 0{,}5\cdot 10^{-2};$$

$$a_1 = 1;$$

$$a_0 = k = 40.$$

7. Составляем главный определитель Гурвица и диагональные миноры, определяем их значения.

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0{,}5\cdot 10^{-2} & 40 & 0 \\ 1\cdot 10^{-4} & 1 & 0 \\ 0 & 0{,}5\cdot 10^{-2} & 40 \end{vmatrix} = a_0\Delta_2 = 40\cdot 1\cdot 10^{-3} = 0{,}04$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0{,}5\cdot 10^{-2} & 40 \\ 1\cdot 10^{-4} & 1 \end{vmatrix} = a_2a_1 - a_3a_0 = 0{,}001$$

$$\Delta_1 = a_2 = 0{,}5\cdot 10^{-2}$$

8. Записываем условия устойчивости по Гурвицу.

$$\Delta_3 > 0 \quad\Rightarrow\quad 0{,}04 > 0;$$

$$\Delta_2 > 0 \quad\Rightarrow\quad 0{,}001 > 0;$$

$$\Delta_1 > 0 \quad\Rightarrow\quad 0{,}005 > 0.$$

Система автоматического управления будет иметь запасы устойчивости не менее $a>0$, если $\Delta_3>a$, $\Delta_2>a$, $\Delta_1>a$.

Так как наименьшее значение имеет диагональный минор $\Delta_2=0{,}001$, то величина $a=0{,}00099$ или $9{,}9\cdot 10^{-4}$.

При уменьшении коэффициента передачи *k* в два раза значение главного определителя Гурвица и диагональных миноров соответственно станут:

$$\Delta_3 = 0{,}06; \quad \Delta_2 = 0{,}003; \quad \Delta_1 = 0{,}005.$$

Отсюда следует, что запасы устойчивости будут равны *a=0,0029*.

<u>Вывод:</u> при уменьшении коэффициента передачи в два раза запасы устойчивости по Гурвицу увеличиваются почти в три раза.

Задача №2

Каким образом требуется изменить параметр τ системы автоматической стабилизации летательного аппарата для того, чтобы удвоить запасы устойчивости по амплитуде с использованием критерия устойчивости Найквиста. Передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$W(p) = \frac{k(1+\tau p)}{p(Tp-1)},$$

где $k = 4c^{-1}; \quad T = 1c; \quad \tau = 0{,}5c; \quad \omega_\pi = 1{,}2.$

АФЧХ разомкнутой САУ представлена на рис. 1.

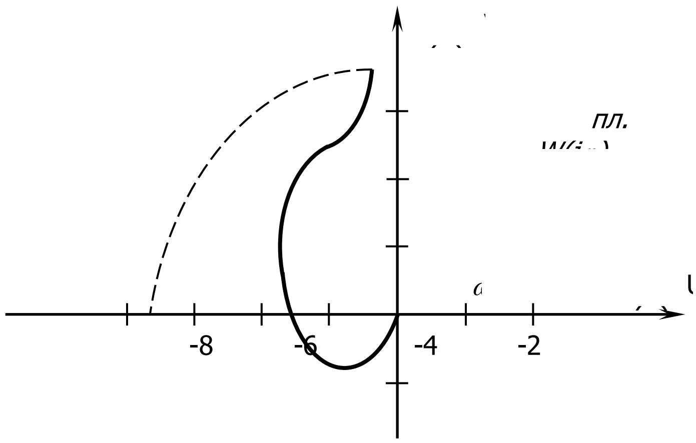


Рис. 1

Алгоритм решения

1. Записать выражение для комплексной частотной функции разомкнутой системы *W(jω).*
2. Получить выражение для амплитудно-частотной характеристики
$$A(\omega) = |W(j\omega)|.$$
3. Записать выражение для запасов устойчивости по амплитуде по критерию Найквиста $a_3 = A(\omega)_{\omega=\omega_\pi} - 1$, и определить значение a_3.
4. Получить выражение для определения параметра τ через a_3 и рассчитать параметр τ удвоив значение запаса устойчивости по амплитуде.

Решение

1. В выражении *W(p)* заменим оператор *p* на *(jω)*. Выражение для

комплексной частотной функции примет вид:

$$W(j\omega)=\frac{k(1+j\omega\tau)}{j\omega(j\omega T-1)}.$$

2. Получим выражение для амплитудно-частотной характеристики $A(\omega)=|W(j\omega)|$

$$A(\omega)=|W(j\omega)|=\left|\frac{k(1+j\omega\tau)}{j\omega(j\omega T-1)}\right|=\left|\frac{k}{j\omega}\right|\cdot|1+j\omega\tau|\cdot\left|\frac{1}{j\omega T-1}\right|=\frac{k}{\omega}\cdot\frac{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}$$

а) $\left|\frac{k}{j\omega}\right|=\frac{k}{\omega}$

б) $|1+j\omega\tau|=\sqrt{1+(\omega\tau)^2}$

в) $\left|\frac{1}{j\omega T-1}\right|=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}$

$$A(\omega_\pi)=\frac{4\sqrt{1+(1{,}2\cdot 0{,}5)^2}}{1{,}2\sqrt{1+(1{,}2\cdot 1)^2}}=3{,}33\cdot\frac{\sqrt{1{,}36}}{\sqrt{2{,}44}}=2{,}56.$$

3. Определим запасы устойчивости по амплитуде при заданных параметрах

$$a_3=A(\omega_\pi)-1=2{,}56-1=1{,}56.$$

Для удвоенного значения запасов устойчивости имеем:

$$a_3=(A(\omega_\pi)-1)\cdot 6=1{,}56\cdot 2=3{,}12.$$

4. Запишем выражение для $A(\omega_\pi)$ относительно переменной τ.

$$A(\omega_\pi)=\frac{4\sqrt{1+(\tau\cdot 1{,}2)^2}}{1{,}2\sqrt{2{,}44}}.$$

Для удвоенного значения запаса устойчивости по амплитуде значение $A(\omega_\pi)$ должно равняться *3,12*.

Подставим значение $A(\omega_\pi)$ и разрешим равенство относительно τ.

$$3{,}33\cdot\frac{4\sqrt{1+(1{,}2\tau)^2}}{1{,}56}=3{,}12 \qquad (1{,}2\tau)^2=3{,}72-1$$

$$2{,}13\cdot 4\sqrt{1+(1{,}2\tau)^2}=3{,}12 \qquad 1{,}44\tau^2=2{,}72$$

$$\sqrt{1+(1{,}2\tau)^2}=1{,}93 \qquad \tau^2=1{,}89$$

$$1+(1{,}2\tau)^2=3{,}72 \qquad \tau=1{,}37$$

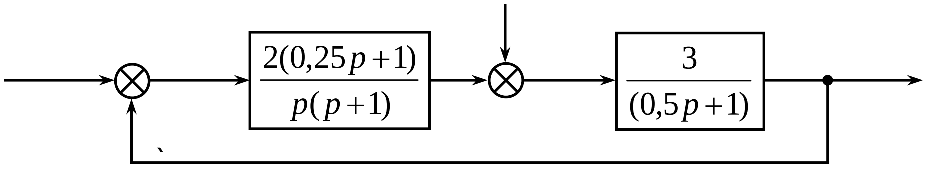
<u>Вывод:</u> Для увеличения запасов устойчивости по амплитуде с использованием критерия Найквиста значение параметра τ должно равняться 1,37.

Практическое занятие №11

Определение качества переходного процесса линейной САУ

Задача №1

Для заданной линейной САУ требуется определить установившуюся



ошибку при воздействиях вида: g(t)=1(t); 2t; f(t)=1(t); 2t.

Решение

1. Определяем передаточную функцию разомкнутой системы *W(p)* и находим сигнал ошибки $\varepsilon(p)$ для задающего воздействия. Система астатическая первого порядка.

$$W(p)=\frac{6(0{,}25p+1)}{p(p+1)(0{,}5p+1)} \qquad L\{1(t)\}=\frac{1}{p}, \quad f(t)=0$$

$$\varepsilon(p)=\Phi_\varepsilon(p)G(p)=\frac{G(p)}{1+W(p)} \qquad L\{2t\}=\frac{2}{p^2}, \quad L\{2t^2\}=2\frac{2}{p^2}$$

2. Находим установившуюся ошибку $\varepsilon_{уст}(f(t)=0)$.

$$g(t)=1(t),\quad \varepsilon_{уст}=\lim_{p\to 0} p\varepsilon(p)=\lim_{p\to 0} p\frac{\frac{1}{p}}{1+\frac{6(0{,}25p+1)}{p(p+1)(0{,}5p+1)}}=\lim_{p\to 0} p^2\frac{\frac{1}{p}}{6}=0$$

$$g(t)=2(t),\quad \varepsilon_{уст}=\lim_{p\to 0} p^2\frac{\frac{2}{p^2}}{6}=\frac{1}{3}$$

$$g(t)=2t,\quad \varepsilon_{уст}=\lim_{p\to 0} p^2\frac{\frac{4}{p^3}}{6}=\infty$$

Методическое указание. Выражение, полученное на основании предельной теоремы операционного исчисления, справедливо лишь для устойчивых систем. Поэтому необходимо было предварительно проверить устойчивость исследуемой системы. Поскольку система третьего порядка, то на основе критерия Вышнеградского можно очень просто убедиться в устойчивости этой системы.

3. Находим установившуюся ошибку относительно возмущающего воздействия $\varepsilon_{f\ уст}\left(g(t)=0\right)$.

$$\varepsilon(t)=g(t)-x_g(t)-x_f(t),\quad \text{так как } g(t)=x_g(t)=0,\quad \text{то } \varepsilon(t)=\varepsilon_f(t)=-x_f(t).$$

Поэтому будем находить установившееся значение выходного сигнала $x_f(t)$ от действия возмущения.

$$x_f(p)=Y(p)F(p)=\frac{V(p)}{1+W(p)}F(p);\quad x_{f\ уст}=\lim_{p\to 0} p\frac{V(p)}{1+W(p)}F(p);\quad V(p)=\frac{3}{0{,}5p+1}$$

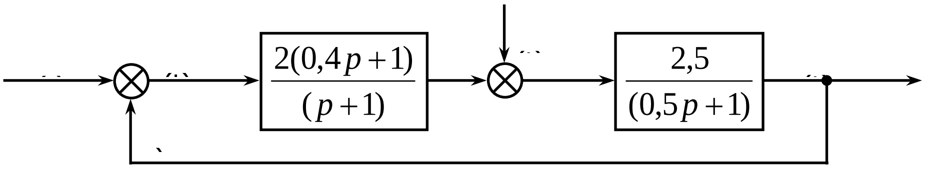
$$f(t)=1(t),\quad x_{f\ уст}=\lim_{p\to 0} p\frac{\frac{3}{0{,}5p+1}}{1+\frac{6(0{,}25p+1)}{p(p+1)(0{,}5p+1)}}\cdot\frac{1}{p}=\lim_{p\to 0} p^2\frac{3}{6}\cdot\frac{1}{p}=0$$

$$f(t)=2t,\quad x_{f\ уст}=\lim_{p\to 0} p\frac{\frac{3}{0{,}5p+1}}{1+\frac{6(0{,}25p+1)}{p(p+1)(0{,}5p+1)}}\cdot\frac{2}{p^2}=\lim_{p\to 0} p^2\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{p^2}=1$$

Исследуемая система является астатической первого порядка и по возмущающему воздействию.

З а д а ч а № 2

Для заданной линейной САУ требуется определить переходные процессы системы при воздействиях g(t)=1(t); 2t; f(t)=1(t) и дать оценку качеству процесса управления. Структурная схема линейной САУ имеет вид:



Решение

5. Определение передаточной функции разомкнутой системы *W(p)*:

$$W(p)=\frac{2(0{,}4p+1)}{(p+1)}\cdot\frac{2{,}5}{(0{,}5p+1)}.$$

6. Определение преобразования Лапласа выходного сигнала *x(p)* по задающему воздействию:

$$x(p)=\Phi(\mathrm{p})\cdot \mathrm{G(p)}=\frac{\mathrm{W(p)}}{1+\mathrm{W(p)}}\cdot G(p)=\frac{(2p+5)\cdot G(p)}{0{,}5p^2+1{,}5p+1+2p+5}=\frac{(2p+5)\cdot G(p)}{(0{,}5p^2+3{,}5p+6)}.$$

7. Переходим к дифференциальному уравнению замкнутой системы

$$0{,}5\frac{d^2x}{dt^2}+3{,}5\frac{dx}{dt}+6x=2\frac{dg}{dt}+5g.$$

Преобразуем по Лапласу это дифференциальное уравнение с учетом начальных условий выходного и задающего сигналов *x(0)*, $x^{(1)}(0)$, *g(0)*

$$0{,}5\left[p^2x(p)-x(0)p-x^{(1)}(0)\right]+3{,}5\left[px(p)-x(0)\right]+6x(p)=2\left[pG(p)-g(0)\right]+5G(p).$$

Преобразуем это выражение

$$\left(0{,}5p^2+3{,}5p+6\right)x(p)=(2p+5)\cdot G(p)+\left[0{,}5x(0)p+0{,}5x^{(1)}(0)+3{,}5x(0)-2g(0)\right].$$

Отсюда получаем

$$X(p)=\frac{(2p+5)\cdot G(p)+\left[0{,}5x(0)p+0{,}5x^{(1)}(0)+3{,}5x(0)-2g(0)\right]}{(0{,}5p^2+3{,}5p+6)}.$$

Для определения переходной характеристики имеем *x(t)=h(t)*, $x(0)=x^{(1)}(0)=0$ и *g(t)=1(t)*, *g(0)=1*, $L\{1(t)\}=\frac{1}{p}$.

С учетом этого находим

$$X(p)=\frac{(2p+5)\left(\frac{1}{p}\right)+(-2)}{\left(0{,}5p^2+3{,}5p+6\right)}=\frac{5}{p(0{,}5p^2+3{,}5p+6)}=\frac{5}{p(p+3)(p+4)0{,}5}.$$

8. Для получения оригинала функции *X(p)=H(p)* разложим это выражение на простейшие составляющие суммы на основе метода неопределенных коэффициентов

$$X(p)=\frac{10}{p(p+3)(p+4)}=\frac{A}{p}+\frac{B}{p+3}+\frac{C}{p+4}=$$

$$=\frac{A(p+3)(p+4)+Bp(p+4)+Cp(p+3)}{p(p+3)(p+4)}=$$

$$=\frac{(A+B+C)p^2+(7A+4B+3C)p+12A}{p(p+3)(p+4)}.$$

Находим систему уравнений для определения *A, B, C*

$$\begin{array}{rcccccl} A & + & B & + & C & = & 0 \\ 7A & + & 4B & + & 3C & = & 0 \longrightarrow \\ 12A & + & & & & = & 10 \end{array}$$

Получаем $A=\frac{5}{6}$; $B=-\frac{20}{6}$; $C=\frac{15}{6}$.

Можно представить

$$X(p)=\frac{5/6}{p}-\frac{20/6}{p+3}+\frac{15/6}{p+4};$$

$$L^{-1}\{x(p)\}=L^{-1}\left\{\frac{5/6}{p}\right\}-L^{-1}\left\{\frac{20/6}{p+3}\right\}+L^{-1}\left\{\frac{15/6}{p+4}\right\}.$$

По таблице преобразования Лапласа находим

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{p}\right\}=1(t);\quad L^{-1}\left\{\frac{1}{p+\alpha}\right\}=e^{-\alpha t}$$

$$X(t)=h(t)=\frac{5}{6}1(t)-\frac{20}{6}e^{-3t}+\frac{15}{6}e^{-4t}$$

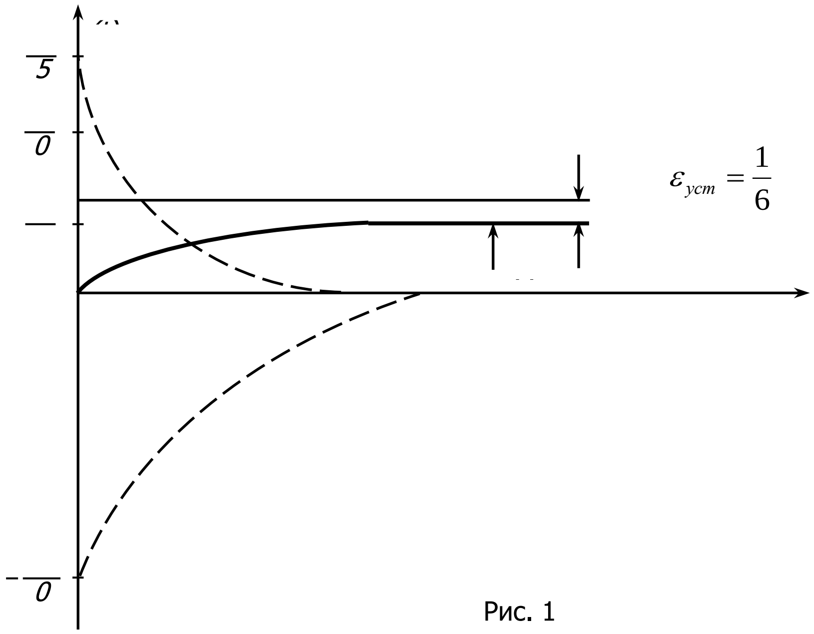


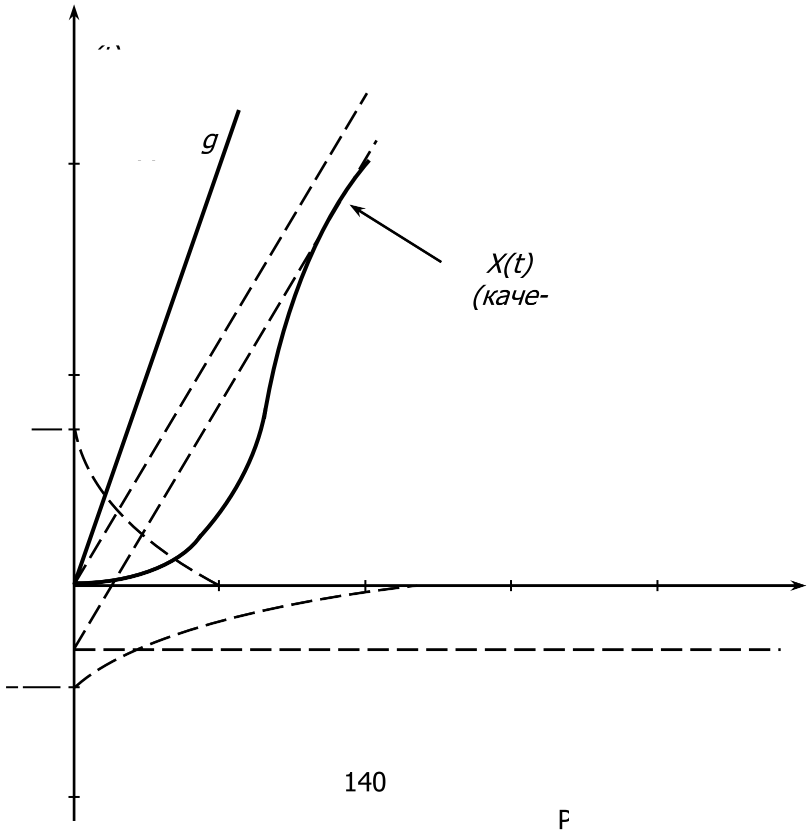
Рис. 1

<u>Вывод:</u> Переходная характеристика *h(t)* имеет монотонный характер с $\varepsilon_{уст} = \frac{1}{6}$ (рис. 1).

9. Определяем теперь переходный процесс в системе при *g(t)=2t*. Имеем *x(0)=x*$^{(1)}$*(0)=0; g(0)=0;* $L\{2t\} = \frac{2}{p^2}$.

   Можно записать

$$X(p) = \frac{(2p+5)\cdot G(p)}{(0{,}5p^2+3{,}5p+6)} = \frac{2(2p+5)}{p^2(0{,}5p^2+3{,}5p+6)}.$$



Для отыскания оригинала *x(t)* используем метод неопределенных коэффициентов

$$X(p)=\frac{2(2p+5)}{0{,}5p^2(p+3)(p+4)}=\frac{8p+20}{p^2(p+3)(p+4)}=\frac{A}{p^2}+\frac{B}{p}+\frac{C}{p+3}+\frac{D}{p+4}.$$

На основании этого получаем

$$\begin{cases} B+C+D=0 \\ A+7B+4C+3D=0 \\ 7A+12B=8 \\ 12A=20 \end{cases}$$

Решая эту систему уравнений, находим

$$A=\frac{5}{3};\quad B=-\frac{11}{36};\quad C=-\frac{4}{9};\quad D=\frac{3}{4}.$$

Таким образом, можно записать

$$X(p)=\frac{5/3}{p^2}-\frac{11/36}{p}-\frac{4/9}{p+3}+\frac{3/4}{p+4}.$$

По таблице преобразований Лапласа находим

$$X(t)=L^{-1}\{X(p)\}=L^{-1}\left\{\frac{5/3}{p^2}\right\}-L^{-1}\left\{\frac{11/36}{p}\right\}-L^{-1}\left\{\frac{4/9}{p+3}\right\}+L^{-1}\left\{\frac{3/4}{p+4}\right\}$$

$$X(t)=\frac{5}{3}t-\frac{11}{36}1(t)-\frac{4}{9}e^{-3t}+\frac{3}{4}e^{-4t}.$$

Вывод: Переходный процесс апериодический расходящийся, так как $\varepsilon_{уст}\to\infty$. Это связано с обработкой статической системой входного сигнала типа *at* (рис. 2).

Практическое занятие №12

Синтез последовательного корректирующего устройства

Задача №1

Задается система, передаточная функция которой для разомкнутого состояния без корректирующего устройства имеет вид:

$$W(p)=\frac{10}{(0{,}111p+1)(0{,}05p+1)(0{,}025p+1)}.$$

Требуется выбрать такое последовательное корректирующее устройство, чтобы скорректированная система удовлетворяла следующим показателям качества при скачкообразном изменении управляющего (задающего) воздействия:

– перерегулирование $\sigma_{max}<30\%$;
– время регулирования $T_{max}<0,75$ c;
– число колебаний за время регулирования $m<3$;
– установившаяся ошибка должна быть $\varepsilon_{уст}<0,1$.

Решение

1. Выбор порядка астатизма системы ν и передаточного коэффициента разомкнутой системы K.

Поскольку в постановке задачи на синтез специально не оговаривался требуемый порядок астатизма, а нескорректированная система не содержит интегрирующих звеньев, то принимаем $\nu=0$.

Передаточный коэффициент K выбираем из условия обеспечения требуемой точности в установившемся режиме $\varepsilon_{уст}<0,1$ на основании зависимости

$$\varepsilon_{уст} = \frac{1}{1+K},$$

отсюда

$$K = \frac{1-\varepsilon_{уст}}{\varepsilon_{уст}} = \frac{1-0,1}{0,1} = 9.$$

Однако нескорректированная система обладает большим коэффициентов передачи, поэтому оставляем этот коэффициент $K=10$.

Методические указания

Целесообразно обсудить вопрос о том, что может ли исследуемая система использоваться как следящая система. Поскольку $\nu=0$, то данная система может быть только системой стабилизации.

2. Построение логарифмических частотных характеристик нескорректированной системы.

Для этого определяем сопрягающие частоты

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0,111} = 9\ c^{-1},$$

$$\omega_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0,05} = 20\ c^{-1},$$

$$\omega_3 = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{0,025} = 40\ c^{-1},$$

а также находим величину $20 lg\, K = 20 lg 10 = 20\ дБ$.

Логарифмические частотные характеристики нескорректированной системы $L_н(\omega)$, $\varphi_н(\omega)$ должны строиться с учетом требуемых значений ν, K.

Поскольку первая сопрягающая частота $\omega_1 = 9\ c^{-1}$, то за начало отсчета по оси частот на логарифмическом бланке берем значение $\omega = 1\ c^{-1}$: ЛАЧХ нескорректированной системы строится как приближенная с четким выделением частот сопряжения, а фазовая частотная характеристика строится с использованием шаблонов.

Построенные ЛЧХ разомкнутой системы показывают, что нескорректированная система в замкнутом состоянии неустойчива.

3. Построение желаемой ЛАЧХ.

Желаемая ЛАЧХ строится на основании требуемых показателей качества. Низкочастотный участок желаемой ЛАЧХ выбираем таким же, как и у нескорректированной системы.

Среднечастотный участок характеристики выбирают в виде прямой с наклоном *–20дБ/дек.* Для его построения необходимо определить частоту среза $\omega_{ср}$ желаемой ЛАЧХ. По заданным показателям качества σ_{max}, T_{max} и графиком $\sigma_{max}=f_1(P_{max})$, $T_{max}=f_2(P_{max})$ определяем P_{max}, $\omega_{ср}$:

$$P_{max} = 1{,}28,$$

$$T_{P_{max}} = \frac{4{,}6\pi}{\omega_n}$$

отсюда

$$\omega_n = \frac{4{,}6}{T_{P_{max}}} = \frac{4{,}6 \cdot 3{,}14}{0{,}75} = 19{,}2\,c^{-1},$$

$$\omega_{cp} = (0{,}6 \div 0{,}9)\quad \omega_n = (0{,}6 \div 0{,}9) \cdot 19{,}2 = 15{,}5\,c^{-1}$$

Далее, по требуемому значению $\sigma_{max}<30\%$ определяются значения запасов устойчивости системы по амплитуде L_1 и фазе γ на основании кривых. Найденные значения L_1, накладывают следующие ограничения на желаемые ЛЧХ:

$$L_1 > L_{ж}(\omega) \geq -L_1, \quad L_1 = 18\,дБ$$

$$|\varphi_{ж}(\omega)| \leq |180 - \gamma|, \quad \gamma = 51^{o}$$

При сопряжении участков желаемой ЛАЧХ необходимо учитывать следующее:

- наклоны соседних участков при сопряжении не должны отличаться более чем на + 20 дБ/дек;
- наклоны соответствующих (по частоте) участков желаемой ЛАЧХ и ЛАЧХ нескорректированной системы также должны отличаться на + 20 дБ/дек, или в крайнем случае на + 40 дБ/дек;
- должны обеспечиваться требуемые значения запасов L_1 и γ.

В этом случае схема отыскиваемого корректирующего устройства будет наиболее простой, а проводимый синтез – корректным.

На рис. 1 показаны ЛАЧХ нескорректированной системы $L_н(\omega)$ и желаемая ЛАЧХ $L_ж(\omega)$.

Желаемая ЛАЧХ имеет следующие частоты сопряжения $\omega_1=1.6\ c^{-1}$, $\omega_2=40\ c^{-1}$, $\omega_3=130\ c^{-1}$. Начиная с частоты $\omega_3=130\ c^{-1}$ $L_ж(\omega)$ полностью совпадает с $L_н(\omega)$.

Найдем желаемую передаточную функцию $W_ж(p)$ скорректированной системы

$$W_{ж}=\frac{10}{\left(\frac{1}{1{,}6}p+1\right)\left(\frac{1}{40}p+1\right)\left(\frac{1}{130}p+1\right)}.$$

4. Определение передаточной функции, электрической схемы и параметров последовательного корректирующего контура.

На основании зависимости $L_{к\,ж}(\omega)=L_{ж}(\omega)-L_{н}(\omega)$ определяем желаемую ЛАЧХ корректирующего контура $L_{к\,ж}(\omega)$, показанную на рис. 1. Эта характеристика имеет следующие сопрягающие частоты:

$$\omega_{T_1}=1{,}6\,c^{-1},\quad \omega_{\tau_1}=9\,c^{-1},\quad \omega_{\tau_2}=20\,c^{-1},\quad \omega_{T_2}=130\,c^{-1}.$$

На основании этого передаточную функцию корректирующего устройства можно представить так

$$W_к(p)=\frac{k(\tau_1 p+1)(\tau_2 p+1)}{(T_1 p+1)(T_2 p+1)},$$

где

$$k=1,\quad \tau_1=\frac{1}{\omega\tau_1}=\frac{1}{9}=0{,}111\,c,\qquad \tau_2=\frac{1}{\omega\tau_2}=\frac{1}{20}=0{,}05\,c,$$

$$T_1=\frac{1}{\omega T_1}=\frac{1}{1{,}6}=0{,}625\,c,\quad T_2=\frac{1}{\omega T_2}=\frac{1}{130}=0{,}008\,c.$$

По полученной $L_{к\,ж}(\omega)$ из таблицы [2] выбираем электрическую схему корректирующего устройства (рис. 2). Передаточная функция корректирующего устройства через параметры электрической схемы выражается следующим образом

$$W_к(p)=\frac{(R_1C_1p+1)(R_2C_2p+1)}{R_1R_2C_1C_2p^2(R_1C_1+R_1C_2+R_2C_2)p+1}$$

Ранее полученную передаточную функцию корректирующего устройства представим в виде

$$W_к(p)=\frac{(\tau_1 p+1)(\tau_2 p+1)}{T_1T_2p^2+(T_1+T_2)p+1}$$

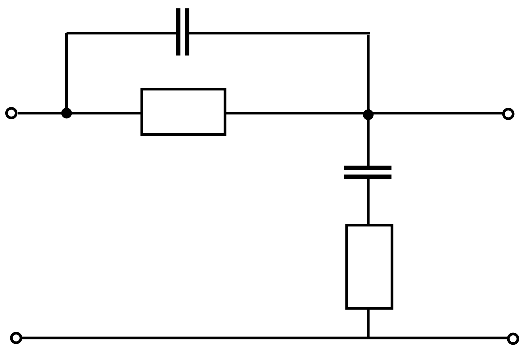


Рис. 2

5. Нахождение параметров корректирующего устройства (по сопрягающим частотам).

Сравнивая выражения для передаточных функций, получаем следующие уравнения для определения параметров корректирующего устройства

$$R_1C_1 = \tau_1 = 0{,}111;$$
$$R_2C_2 = \tau_2 = 0{,}05;$$
$$R_1C_1 + R_2C_2 + R_1C_2 = T_1 + T_2 = 0{,}633$$

Имеем три уравнения и четыре неизвестных параметра, поэтому задаемся одним из них *C=5 мкF.* Далее находим

$$R_2 = \frac{0{,}05}{C_2} = \frac{0{,}05}{5\cdot 10^{-6}} = 10\ \text{кОм};$$
$$R_1C_2 = (T_1 + T_2) - R_1C_1 - R_2C_2 = 0{,}633 - 0{,}111 - 0{,}05 = 0{,}472;$$
$$R_1 = \frac{0{,}472}{C_2} = \frac{0{,}472}{5\cdot 10^{-6}} = 94{,}3\ \text{кОм};$$
$$\text{C}_1 = \frac{\tau_1}{R_1} = \frac{0{,}111}{94{,}3\cdot 10^{3}} = 1{,}18\ \text{мкF}.$$

Для проверки полученных результатов необходимо построить переходную характеристику скорректированной системы, определить показатели качества регулирования и сравнить с требуемыми величинами. В случае, если показатели качества окажутся ниже требуемых уровней, то в процесс синтеза необходимо ввести корректировку, например, изменить значение частоты среза желаемой ЛАЧХ $\omega_{cp} = (0{,}6 \div 0{,}9)\omega_n$, поскольку при выборе этого параметра допускаются значительные вариации.