



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ЦЕНТР ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ  
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Электротехника»

## **Учебное пособие**

# **Сборник примеров и задач по дисциплинам «Электротехника» и «Теоретические основы электротехники»**

Автор

А.А.Лаврентьев, М.Р.Винокуров



Ростов-на-Дону, 2013



## Аннотация

В учебном пособии приведены примеры и задачи по базовым разделам общей и теоретической электротехники. Пособие сформировано в форме удобной для проведения практических занятий и организации промежуточного контроля знаний студентов в виде контрольных работ, сочетающих знание теоретического и практического материала.

Учебное пособие предназначено для студентов электротехнических и неэлектротехнических направлений подготовки.

### Автор

А.А.Лаврентьев

Доктор физико-математических наук,  
профессор

М.Р. Винокуров

Кандидат технических наук, доцент





## Оглавление

<b>1. Эквивалентные преобразования электрических цепей.....</b>	<b>5</b>
Задание .....	5
ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА.....	8
<b>2. Методы расчёта сложных электрических цепей.....</b>	<b>14</b>
Задание .....	14
ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА.....	18
<b>3. Комплексный метод расчёта электрических цепей     синусоидального тока .....</b>	<b>26</b>
Задание .....	26
ПРИМЕР РАСЧЁТА .....	28
<b>4. Резонансные явления в электрических цепях .....</b>	<b>33</b>
ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА.....	36
<b>5. Электрические цепи со взаимной индуктивностью .....</b>	<b>39</b>
Задание .....	39
ПРИМЕР РАСЧЁТА .....	45
<b>6. Трёхфазные электрические цепи .....</b>	<b>49</b>
Задание .....	49
ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА.....	52
<b>7. Расчёт электрических цепей при несинусоидальных     источниках энергии.....</b>	<b>57</b>
Задание .....	57
ПРИМЕР РАСЧЁТА .....	62
<b>8. Аналитическое определение первичных параметров     четырёхполюсников .....</b>	<b>68</b>
Задание .....	68
ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА.....	73



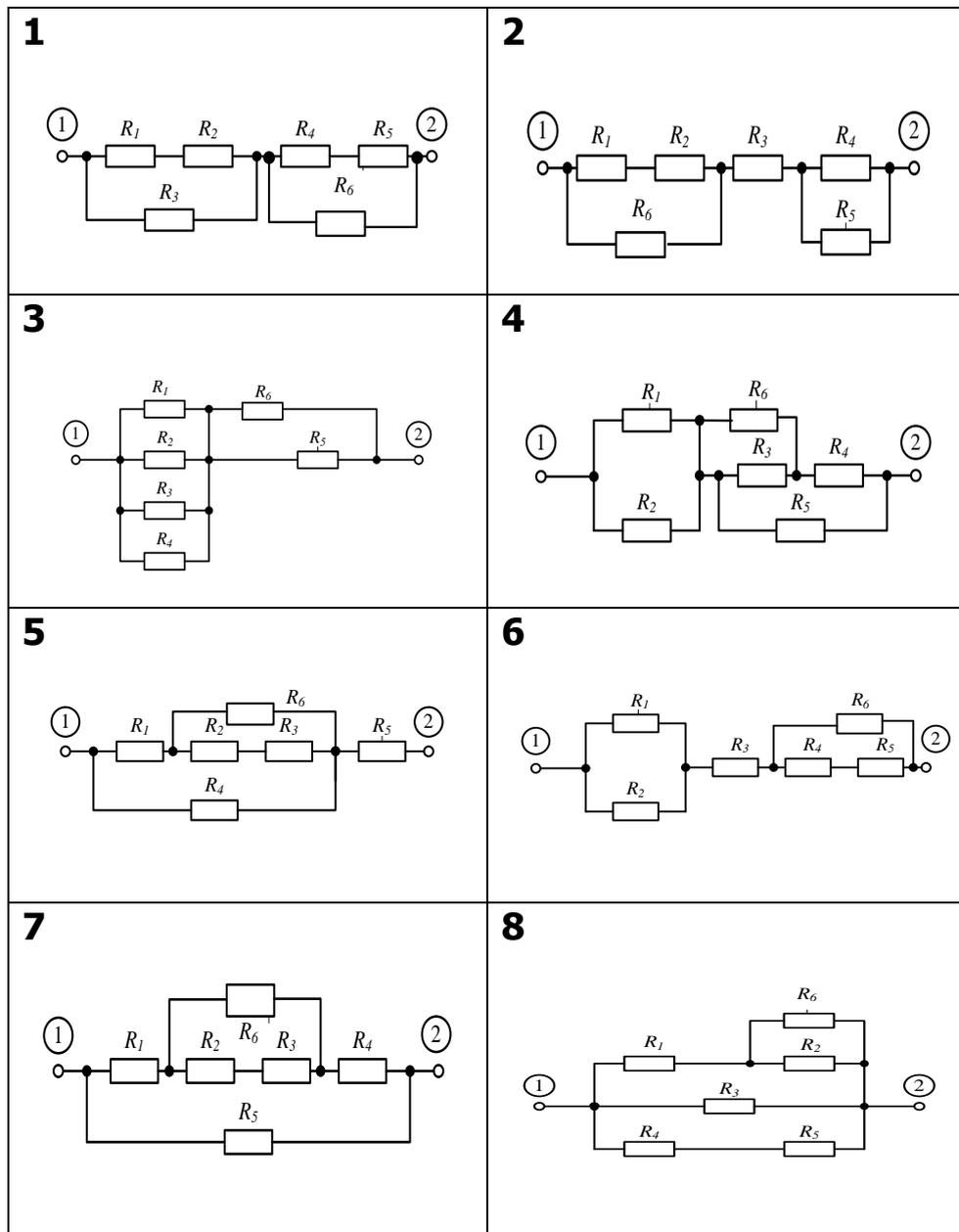
<b>9. Вторичные параметры четырехполюсников .....</b>	<b>80</b>
Задание .....	80
ПРИМЕР РАСЧЁТА .....	85
<b>10. Переходные процессы в электрических цепях с одним накопителем энергии .....</b>	<b>89</b>
Задание .....	89
ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА.....	93
<b>11. Переходные процессы в электрических цепях с двумя накопителями энергии.....</b>	<b>103</b>
Задание .....	103
ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА.....	107
<b>12. Расчёт переходных процессов с помощью интеграла Дюамеля .....</b>	<b>117</b>
Задание .....	117
ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА.....	121
<b>13. Нелинейные электрические цепи постоянного тока.....</b>	<b>128</b>
Задание .....	128
ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА.....	134
<b>14. Расчёт магнитных цепей постоянного тока .....</b>	<b>141</b>
Задание .....	141
ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА.....	143

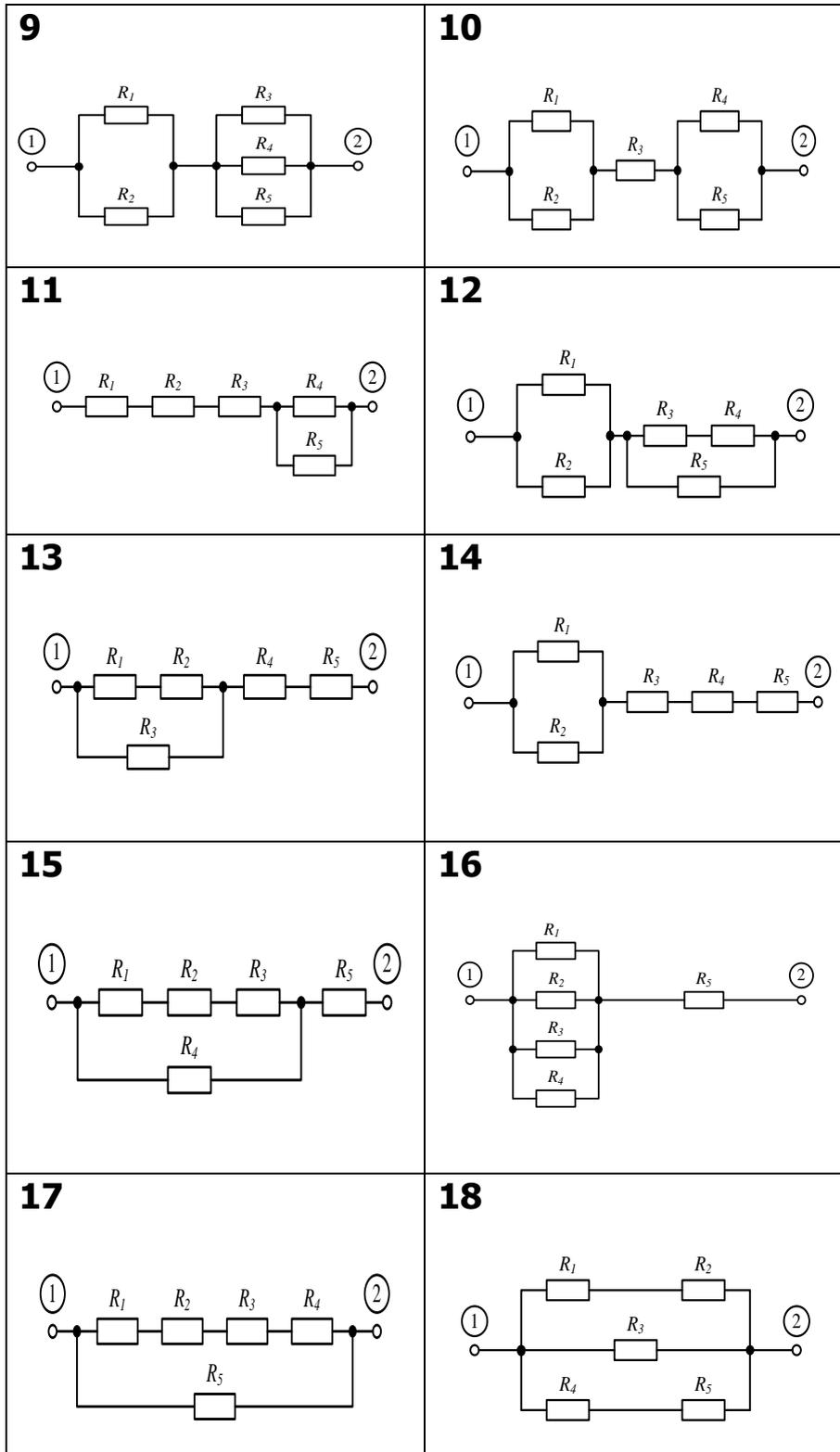


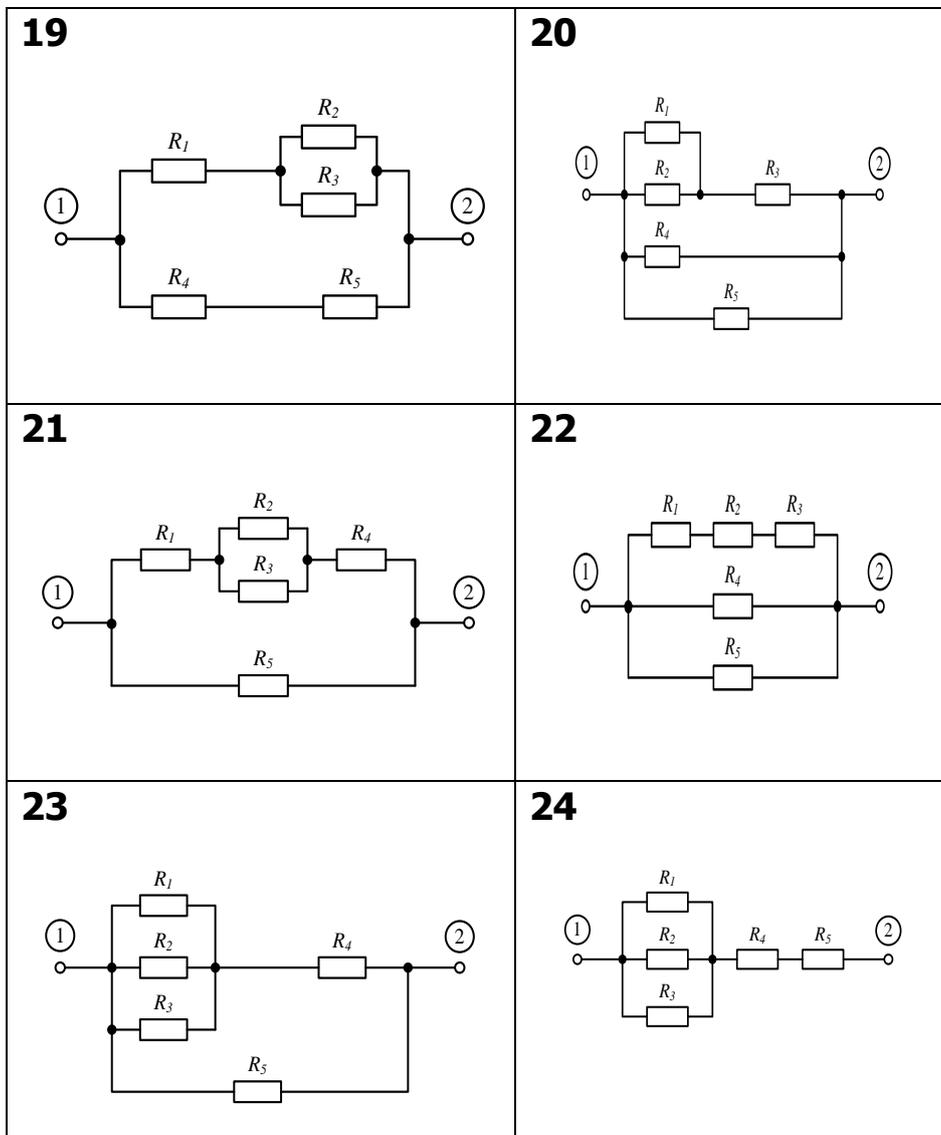
# 1. Эквивалентные преобразования электрических цепей

## Задание

1. Произвести расчёт всех токов схемы методом простых преобразований при подключении к узлам 1 и 2 постоянного источника ЭДС напряжением  $U$ .
2. Проверить результат балансом мощностей.







**Исходные данные:**

$U,$	$R_{1r}$	$R_{2r}$	$R_{3r}$	$R_{4r}$	$R_{5r}$	$R_{6r}$
В	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
100	10	20	30	40	50	60

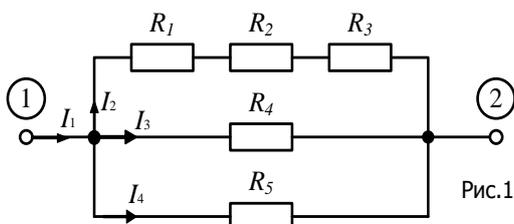
**Вариант контрольной работы** соответствует номеру схемы



## ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА

### ПРИМЕР №1

#### Исходная схема



#### Задание

Рассчитать все токи схемы методом простых преобразований при подключении к узлам 1 и 2 постоянного источника ЭДС напряжением  $U$ .

#### Исходные данные:

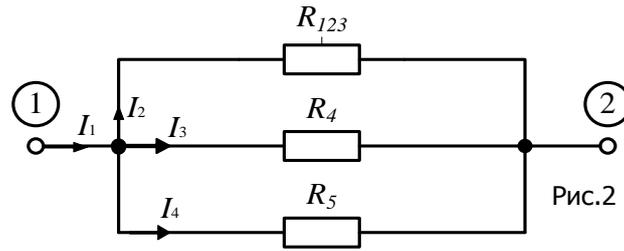
$U,$	$R_{1r}$	$R_{2r}$	$R_{3r}$	$R_{4r}$	$R_{5r}$	$R_{6r}$
В	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
100	10	20	30	40	50	60

#### Решение

Резисторы  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  соединены последовательно, так как по ним протекает один и тот же ток. Эквивалентное сопротивление определится соотношением:

$$R_{123} = R_1 + R_2 + R_3 = 60 \text{ Ом}$$

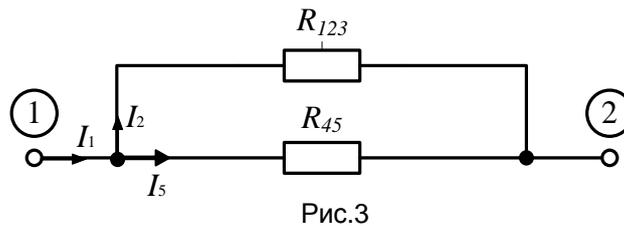
Схема после преобразования имеет вид:



Резисторы  $R_4$  и  $R_5$  соединены параллельно, так как к ним приложено одно и то же напряжение. Эквивалентное сопротивление определится соотношением:

$$R_{45} = \frac{R_4 \times R_5}{R_4 + R_5} = 22,22 \text{ Ом}$$

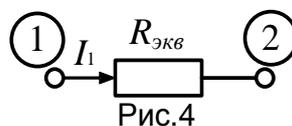
Схема после преобразования имеет вид:



Резисторы  $R_{45}$  и  $R_{123}$  соединены параллельно, так как к ним приложено одно и то же напряжение. Эквивалентное сопротивление определится соотношением:

$$R_{\text{экв}} = \frac{R_{45} \times R_{123}}{R_{45} + R_{123}} = 16,22 \text{ Ом}$$

После преобразования схема имеет вид:





В соответствии с законом Ома, применённого для схемы рис.4, определится ток  $I_1$ :

$$I_1 = \frac{U}{R_{\text{ЭКВ}}} = 6,167 \text{ А}$$

В соответствии с законом Ома, применённого для схемы рис.3, определяются токи  $I_2$  и  $I_5$ :

$$I_2 = \frac{U}{R_{123}} = 1,667 \text{ А}; I_5 = \frac{U}{R_{45}} = 4,5 \text{ А}$$

В соответствии с законом Ома, применённого для схемы рис.2, определяются токи  $I_3$  и  $I_4$ :

$$I_3 = \frac{U}{R_4} = 2,5 \text{ А}; I_4 = \frac{U}{R_5} = 2,0 \text{ А}$$

Проверка результатов расчёта балансом мощностей:

$$P_{\text{ист.}} = U \times I_1 = 616,7 \text{ Вт}$$

$$P_{\text{пр.}} = I_2^2 \times (R_1 + R_2 + R_3) + I_3^2 \times R_4 + I_4^2 \times R_5 = 616,7 \text{ Вт}$$

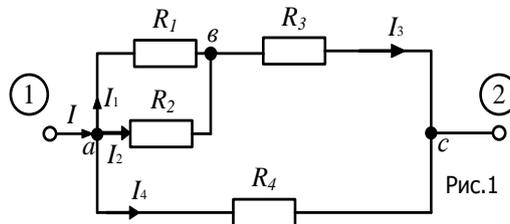
$$P_{\text{ист}} = P_{\text{пр}}$$

Баланс мощностей выполняется



## ПРИМЕР №2

### Исходная схема



### Задание

Рассчитать все токи схемы методом простых преобразований при подключении к узлам 1 и 2 постоянного источника ЭДС напряжением  $U$ .

### Исходные данные:

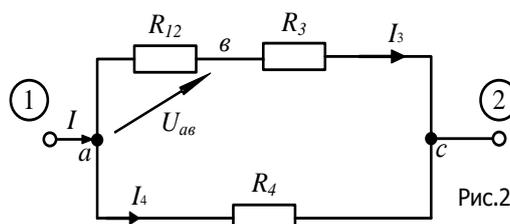
$U,$	$R_{1r}$	$R_{2r}$	$R_{3r}$	$R_{4r}$	$R_{5r}$	$R_{6r}$
В	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
100	10	20	30	40	50	60

### Решение

Резисторы  $R_1$  и  $R_2$  соединены параллельно, так как к ним приложено одно и то же напряжение. Эквивалентное сопротивление определится соотношением:

$$R_{12} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = 6,667 \text{ Ом}$$

Схема после преобразования имеет вид:

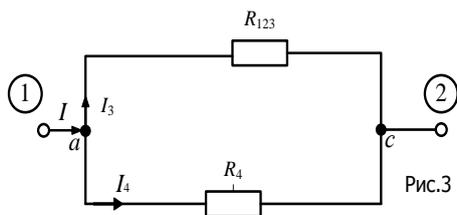




Резисторы  $R_{12}$  и  $R_3$  соединены последовательно, так как по ним протекает один и тот же ток. Эквивалентное сопротивление определится соотношением:

$$R_{123} = R_{12} + R_3 = 36,67 \text{ Ом}$$

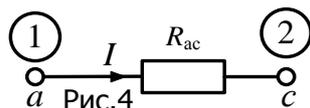
После преобразования схема имеет вид:



Резисторы  $R_{123}$  и  $R_4$  соединены параллельно, так как к ним приложено одно и то же напряжение. Эквивалентное сопротивление определится соотношением:

$$R_{ac} = \frac{R_{123} \times R_4}{R_{123} + R_4} = 19,13 \text{ Ом}$$

После преобразования схема имеет вид:



В соответствии с законом Ома, применённого для схемы рис.4, определится ток  $I$ :

$$I = \frac{U}{R_{ac}} = 5,227 \text{ А}$$

В соответствии с законом Ома, применённого для схемы рис.3, определяются токи  $I_3$  и  $I_4$ :

$$I_3 = \frac{U}{R_{123}} = 2,727 \text{ А}; I_4 = \frac{U}{R_4} = 2,5 \text{ А}$$



В соответствии с законом Ома, применённого для схемы рис.2, определяется напряжение на участке  $U_{ав}$ :

$$U_{ав} = I_3 \times R_{ав} = 18,18 \text{ В}$$

В соответствии с законом Ома, применённого для схемы рис.1, определяются токи  $I_1$  и  $I_2$ :

$$I_1 = \frac{U_{ав}}{R_1} = 1,818 \text{ А}; I_2 = \frac{U_{ав}}{R_2} = 0,909 \text{ А}$$

Проверка результатов расчёта балансом мощностей:

$$P_{ист.} = U \times I = 522,7 \text{ Вт}$$

$$P_{пр.} = I_1^2 \times R_1 + I_2^2 \times R_2 + I_3^2 \times R_3 + I_4^2 \times R_4 = 522,7 \text{ Вт}$$

$$P_{ист.} = P_{пр.}$$

Баланс мощностей выполняется



## 2. Методы расчёта сложных электрических цепей

### Задание

1. Указанным методом расчёта определить токи в заданной электрической цепи.
2. Составить баланс мощностей

#### Исходные данные:

$E_{1r}$	$E_{2r}$	$E_{3r}$	$E_{4r}$	$J_{1r}$	$J_{2r}$	$R_{1r}$	$R_{2r}$	$R_{3r}$	$R_{4r}$	$R_{5r}$	$R_{6r}$	$R_{7r}$
В	В	В	В	А	А	Ом						
100	50	100	200	1	2	10	20	50	10	25	30	40

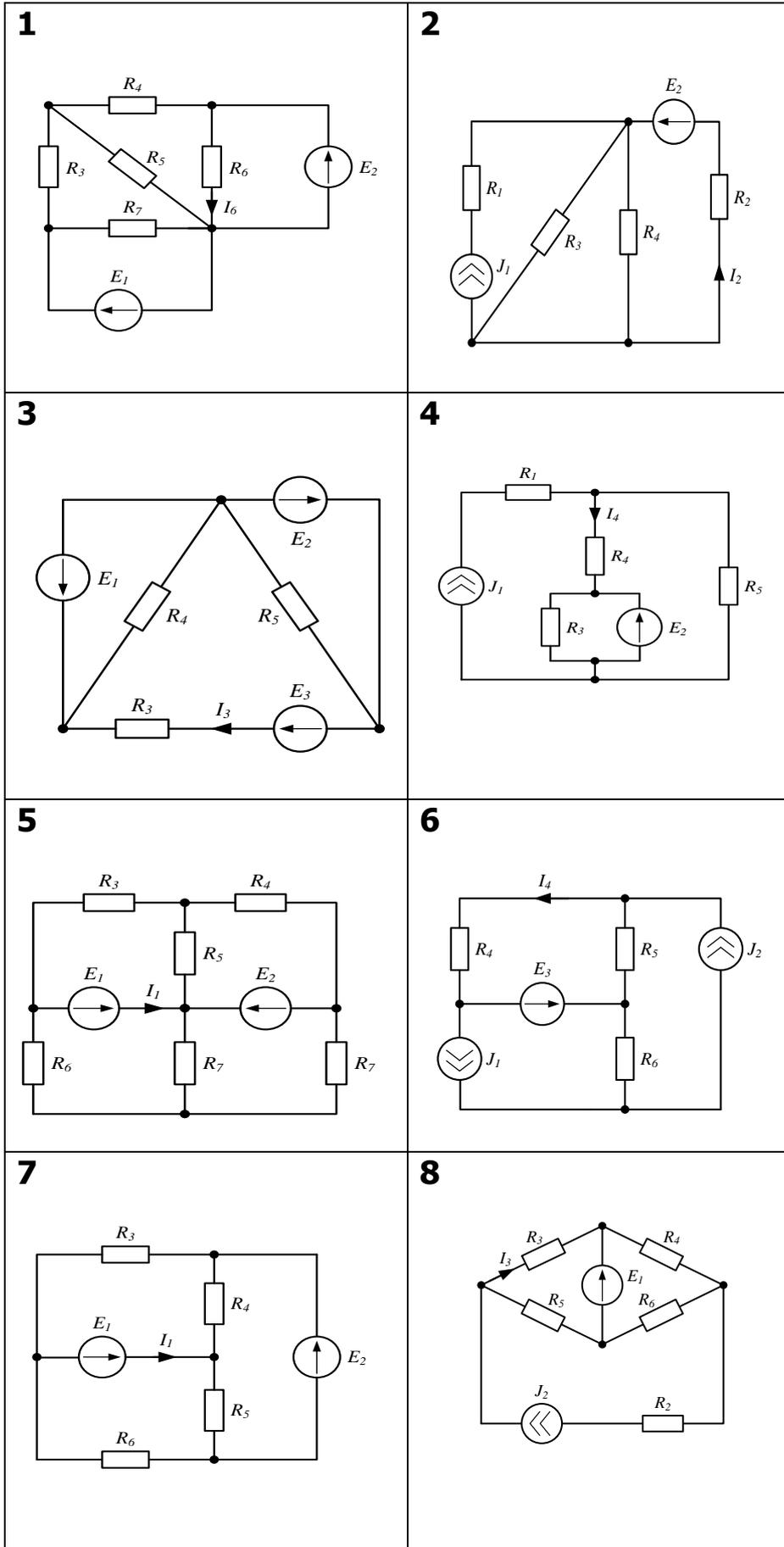
#### Методы расчёта:

- 1 – законы Кирхгофа;
- 2 – метод наложения;
- 3 – метод контурных токов;
- 4 – метод узловых напряжений;
- 5 – метод эквивалентного генератора (определяемый ток указан на схеме).

**Вариант контрольной работы** состоит из двух чисел:

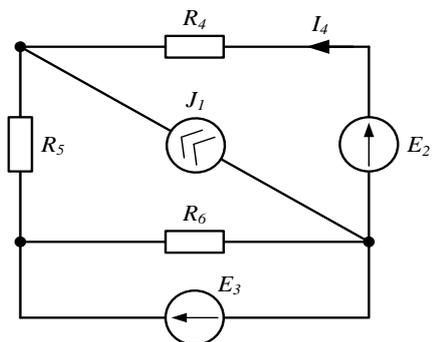
*первое* соответствует методу расчёта

*второе* соответствует номеру схем

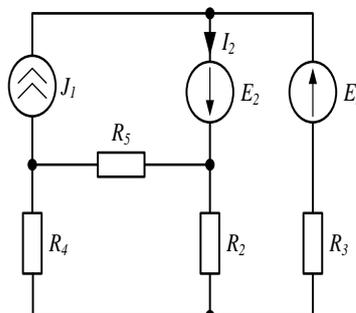




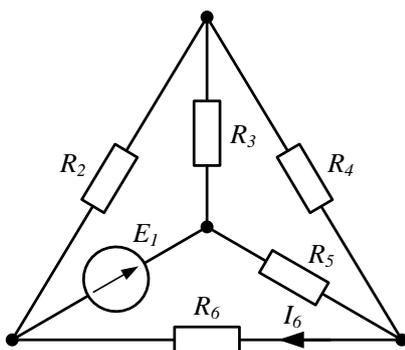
9



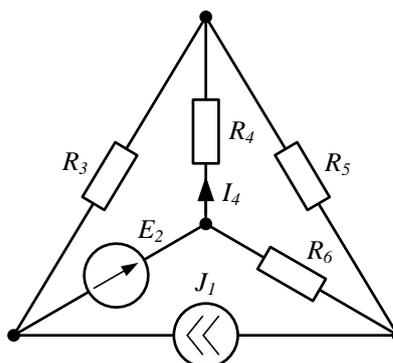
10



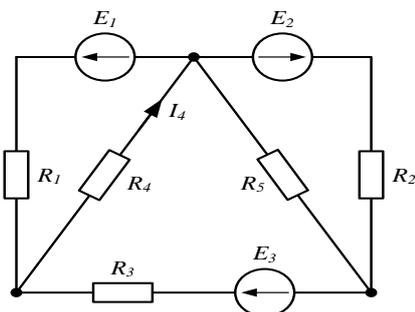
11



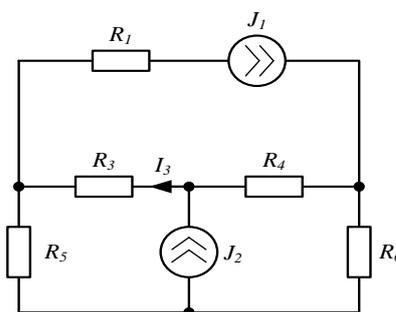
12



13

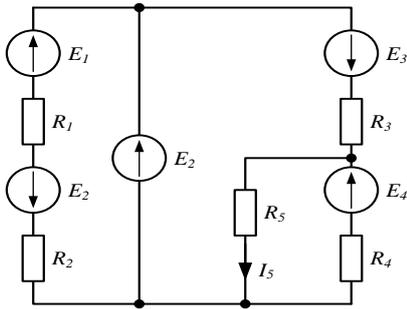


14

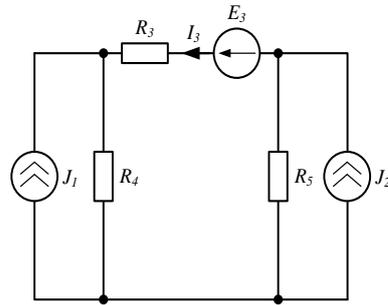




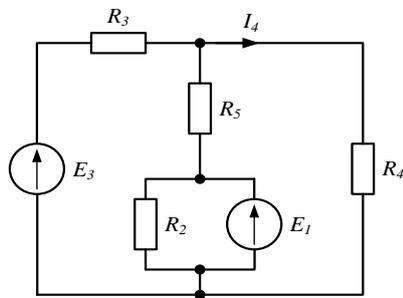
15



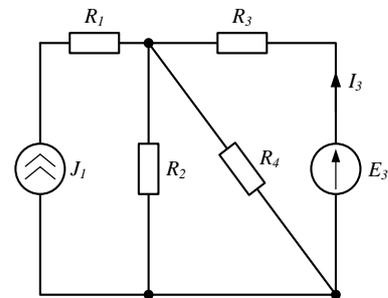
16



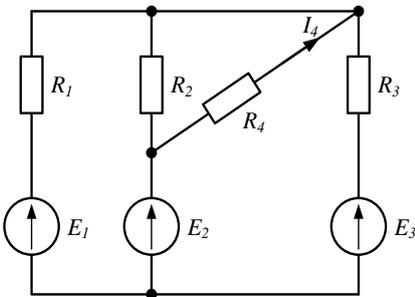
17



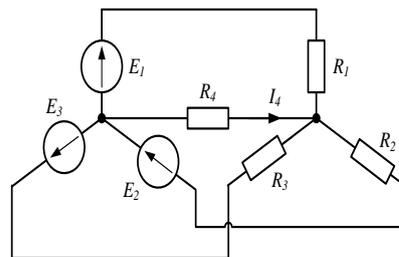
18



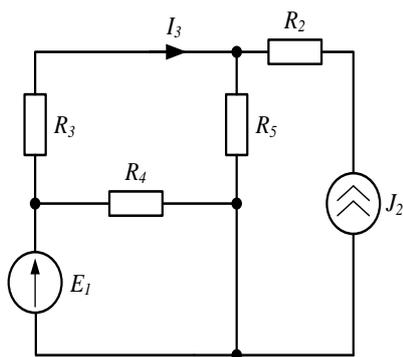
19



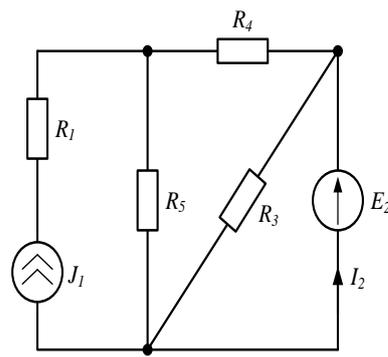
20

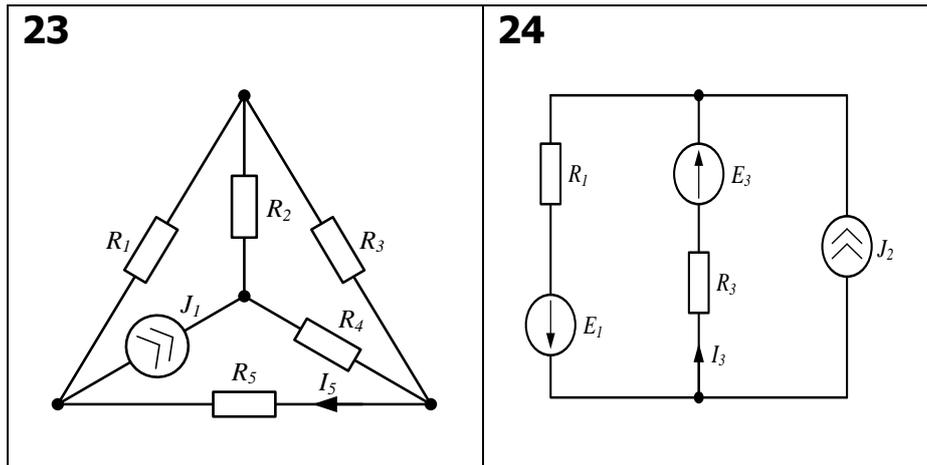


21



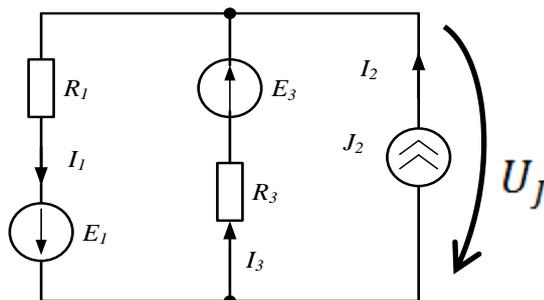
22





## ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА

### Исходная схема



### Задание

1. При помощи **законов Кирхгофа** определить токи в заданной электрической цепи.
2. Составить баланс мощностей.

### Исходные данные:

$E_{1r}$	$E_{3r}$	$J_{2r}$	$R_{1r}$	$R_{3r}$
В	В	А	Ом	Ом
100	100	2	10	50

### Решение



По I закону Кирхгофа следует составить 1 уравнение, так общее количество узлов равно 2.

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (1)$$

С учётом того, что ток  $I_2 = J_2$  получим:

$$I_1 = J_2 + I_3$$

По II закону Кирхгофа следует составить 1 уравнение, так общее количество искоемых токов равно 2.

$$I_1 R_1 + I_3 R_3 = E_1 + E_3 \quad (2)$$

В результате совместного решения уравнений(1) и (2) получим:

$$(J_2 + I_3)R_1 + I_3 R_3 = E_1 + E_3$$

$$J_2 R_1 + I_3 R_1 + I_3 R_3 = E_1 + E_3$$

$$I_3 (R_1 + R_3) = E_1 + E_3 - J_2 R_1$$

$$I_3 = \frac{E_1 + E_3 - J_2 R_1}{R_1 + R_3} = 3 \text{ A}$$

$$I_1 = J_2 + I_3 = 5 \text{ A}$$

$$I_2 = J_2 = 2 \text{ A}$$

### Проверка полученного решения

$$P_{\text{ист}} = E_1 I_1 + E_3 I_3 + U_J J_2$$

$$U_J - I_1 R_1 = -E_1$$

$$U_J = I_1 R_1 - E_1 = -50 \text{ В}$$

$$P_{\text{ист}} = E_1 I_1 + E_3 I_3 + U_J J_2 = 700 \text{ Вт}$$

$$P_{\text{пр}} = I_1^2 R_1 + I_3^2 R_3 = 700 \text{ Вт}$$

$$P_{\text{ист}} = P_{\text{пр}}$$



Баланс мощностей выполняется

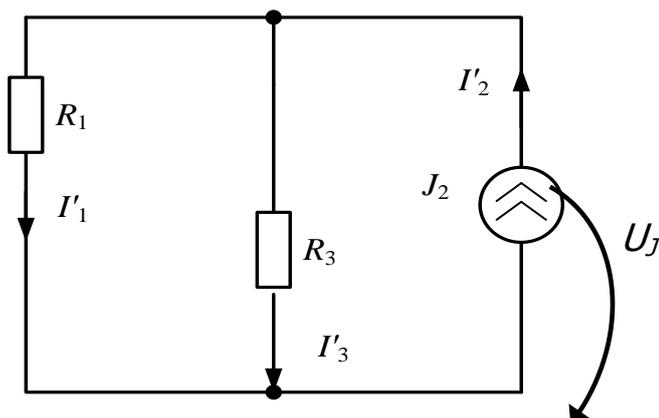
### Задание

При помощи **метода наложения** определить токи в заданной электрической цепи

### Решение

В соответствии с принципом суперпозиции представим заданную электрическую схему совокупностью частичных схем, в каждой из которых действует только один источник Э.Д.С.

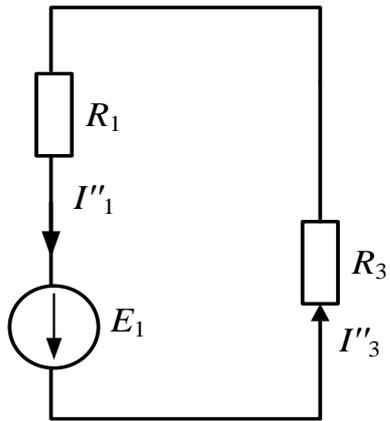
Выполним расчёт частичных токов методом эквивалентных преобразований:



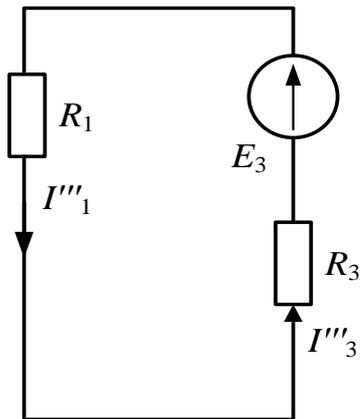
$$R_{\text{ЭКВ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 8,333 \text{ Ом}$$

$$U_J = J_2 \times R_{\text{ЭКВ}} = 16,67 \text{ В}$$

$$I'_1 = \frac{U_J}{R_1} = 1,667 \text{ А}; \quad I'_3 = \frac{U_J}{R_3} = 0,3333 \text{ А}; \quad I'_2 = J_2 = 2 \text{ А}$$



$$I_1'' = I_3'' = \frac{E_1}{(R_1 + R_3)} = 1,667 \text{ A}; I_2'' = 0$$



$$I_1''' = I_3''' = \frac{E_3}{(R_1 + R_3)} = 1,667 \text{ A}; I_2''' = 0$$

Результирующие значения токов исходной схемы определяются путём алгебраического суммирования токов каждой ветви всех частичных схем:

$$I_1 = I_1' + I_1'' + I_1''' = 5 \text{ A}$$

$$I_2 = I_2' + I_2'' + I_2''' = 2 \text{ A}$$

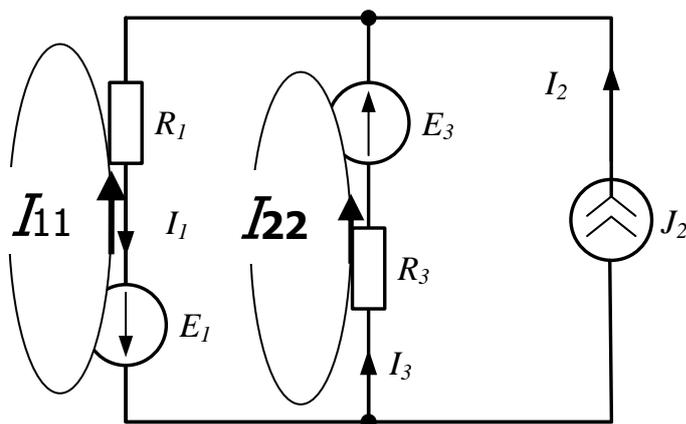
$$I_3 = -I_3' + I_3'' + I_3''' = 3 \text{ A}$$



### Задание

При помощи **метода контурных токов** определить токи в заданной электрической цепи

### Решение



Выбираем контурные токи, протекающие в независимых контурах.

В данном случае, значение контурного тока  $I_{22}$  predetermined, так как этот ток протекает по ветви с источником тока  $J_2$ .

$$I_{22} = J_2$$

Для определения контурного тока  $I_{11}$  достаточно воспользоваться только первым уравнением универсальной системы:

$$I_{11}R_{11} - I_{22}R_{12} = E_{11} \quad (1)$$

Вычисляем коэффициенты и правые части уравнения (1) и разрешаем его относительно искомого контурного тока:

$$R_{11} = R_1 + R_3 = 60$$

$$R_{12} = R_3 = 50$$

$$E_{11} = E_1 + E_3 = 200$$

$$I_{11}R_{11} - I_{22}R_{12} = E_{11}$$

$$60I_{11} - 50 \times 2 = 200$$



$$60I_{11} = 300$$

$$I_{11} = 5$$

Выполняем переход к реальным токам, протекающим в ветвях схемы:

$$I_1 = I_{11} = 5 \text{ A}$$

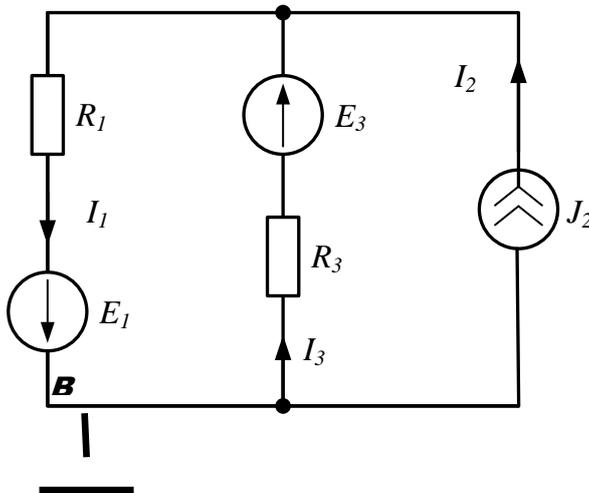
$$I_2 = J_2 = 2 \text{ A}$$

$$I_3 = I_{11} - I_{22} = 3 \text{ A}$$

### Задание

При помощи **метода узловых напряжений** определить токи в заданной электрической цепи

### Решение



В соответствии с методом двух узлов определяется потенциал узла **a**

при условии, что потенциал узла  $\Phi_b = 0 \text{ В}$

$$\varphi_a = \frac{\frac{-E_1}{R_1} + \frac{E_3}{R_3} + J_2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}} = -50 \text{ В}$$

Токи в ветвях определяются при помощи закона Ома для участков цепи с источниками Э.Д.С.:



$$I_1 = \frac{\varphi_a + E_1}{R_1} = 5 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{-\varphi_a + E_3}{R_3} = 3 \text{ A}$$

### Задание

При помощи **метода эквивалентного генератора** определить ток  $I_3$  в заданной электрической цепи

### Решение

Для определения параметров эквивалентного генератора для вычисления указанного тока  $I_3$  достаточно разомкнуть ветвь с данным током и вычислить напряжение холостого хода и сопротивление полученной схемы относительно разомкнутых клемм.

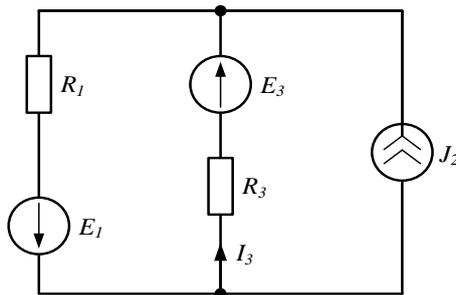
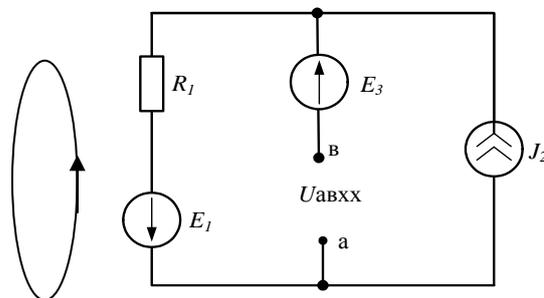


Схема в этом случае приобретает следующий вид:



Для указанного контура составим уравнение по II закону Кирхгофа, при условии, что в данном случае ток, протекающий по элементам этого контура, определяется величиной тока источника тока.

$$U_{авхх} + J_2 R_1 = E_1 + E_3$$



$$U_{авзх} = E_1 + E_2 - J_2 R_1 = 180 \text{ В}$$

$$E_r = U_{авзх} = 180 \text{ В}$$

Сопротивление эквивалентного генератора относительно клемм «ав» определяется только величиной сопротивления резистора  $R_1$ , так как внутреннее сопротивление источника тока равно бесконечности:

$$R_r = R_1 = 10 \text{ Ом}$$

$$I_3 = \frac{E_r}{R_r + R_2} = 3 \text{ А}$$

**Значения токов приведённой схемы, полученные различными методами, оказываются одинаковыми, что указывает на достоверность полученных результатов.**



## 3. Комплексный метод расчёта электрических цепей синусоидального тока

### Задание

1. Произвести расчёт мгновенных токов  $i_1, i_2, i_3$  и мгновенных напряжений  $U_{R1}, U_{L1}, U_{C1}, U_{R2}, U_{C2}, U_{R3}, U_{L3}, U_{C3}, U_{ab}, U_{bc}$  и  $U_{ac}$ .
2. Составить баланс мощностей.

#### Исходные данные:

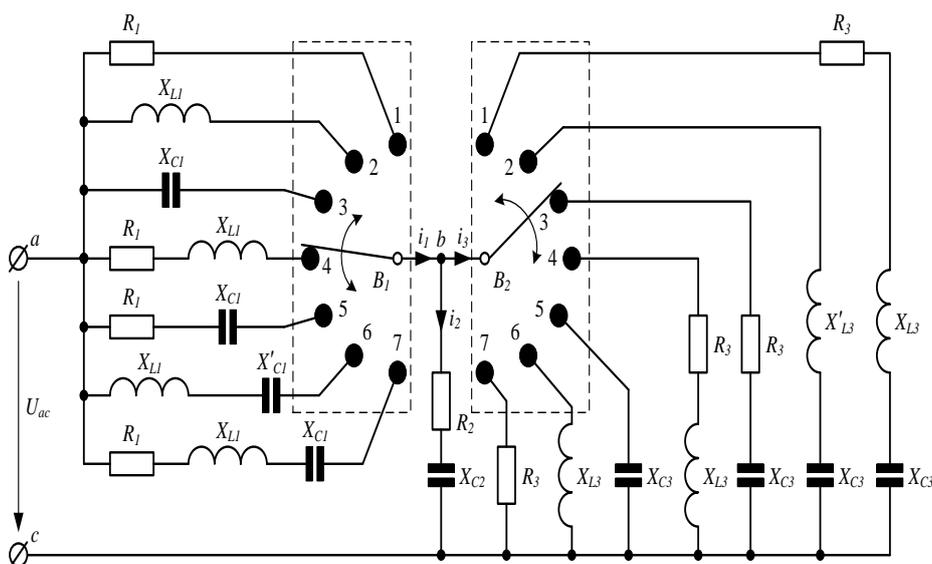
$$R_1 = R_2 = R_3 = X_{L1} = X_{L3} = X_{C1} = X_{C2} = X_{C3} = 10 \text{ Ом}$$

$$X'_{C1} = X'_{L3} = 20 \text{ Ом}$$

**Вариант контрольной работы** состоит из двух чисел:

*первое* соответствует номеру строки из табл.1

*второе* соответствует номеру строки из табл.2





**Таблица 1**

№	Положение переключателя	
	<b>B<sub>1</sub></b>	<b>B<sub>2</sub></b>
<b>1</b>	1	7
<b>2</b>	2	6
<b>3</b>	3	5
<b>4</b>	4	4
<b>5</b>	5	3
<b>6</b>	6	3
<b>7</b>	7	1
<b>8</b>	1	6
<b>9</b>	2	5
<b>10</b>	3	4
<b>11</b>	4	3
<b>12</b>	5	2

№	Положение переключателя	
	<b>B<sub>1</sub></b>	<b>B<sub>2</sub></b>
<b>13</b>	6	1
<b>14</b>	7	7
<b>15</b>	1	5
<b>16</b>	2	4
<b>17</b>	3	3
<b>18</b>	4	2
<b>19</b>	5	1
<b>20</b>	6	7
<b>21</b>	7	6
<b>22</b>	1	4
<b>23</b>	2	3
<b>24</b>	3	2

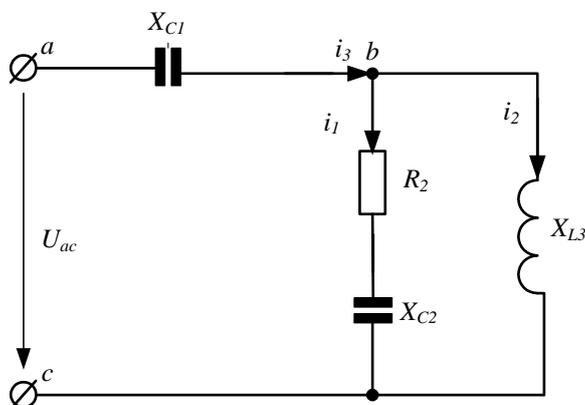


Таблица 2

№	Заданная величина
1	$i_1(t) = 5\sin(\omega t - 90^\circ)$
2	$i_2(t) = 10\sin\omega t$
3	$i_3(t) = 5\sin(\omega t + 45^\circ)$
4	$u_{AB}(t) = 100\sin\omega t$
5	$u_{BC}(t) = 100\sin(\omega t + 90^\circ)$
6	$u_{R2}(t) = 50\sin(\omega t - 90^\circ)$
7	$u_{C2}(t) = 50\sin\omega t$
8	$u_{ac}(t) = 100\sin(\omega t - 45^\circ)$

## ПРИМЕР РАСЧЁТА

### Исходная схема





### Задание

Расчёт мгновенных токов  $i_1, i_2, i_3$  и мгновенных напряжений

$$U_{C1}, U_{R2}, U_{C2}, U_{L3}, U_{ab}, U_{bc} \text{ и } U_{ac}.$$

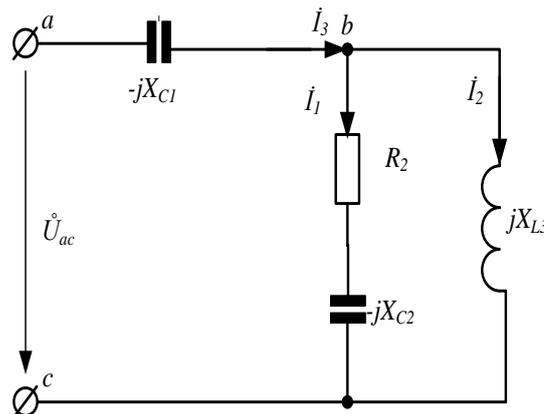
### Исходные данные:

$$R_1 = R_2 = R_3 = X_{L1} = X_{L3} = X_{C1} = X_{C2} = X_{C3} = 10 \text{ Ом}$$

$$u_{R2}(t) = 50 \sin(\omega t - 90^\circ)$$

### Решение

Составляем схему замещения в комплексной форме:



Заменяем заданное напряжение комплексным числом:

$$\dot{U}_{mR_2} = 50 e^{-j90^\circ}$$

Применяем закон Ома в комплексной форме и определяем комплексную амплитуду второго тока:

$$\dot{I}_{m_2} = \frac{\dot{U}_{mR_2}}{R_2} = \frac{50 e^{-j90^\circ}}{10} = 5 e^{-j90^\circ}$$

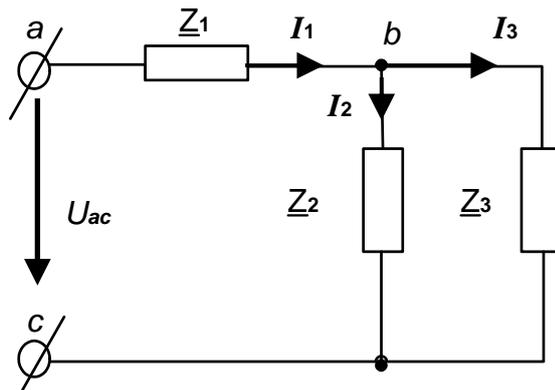
Сопротивления каждого из участков электрической цепи представляем комплексными сопротивлениями:

$$\underline{Z}_1 = R_1 - jX_{C1} = 0 - j10 = 10 e^{-j90^\circ}$$



$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C_2} = 10 - j10 = 14,14e^{-j45^\circ}$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + jX_{L_3} = 0 + j10 = 10e^{j90^\circ}$$



Применяем закон Ома в комплексной форме для каждого из участков электрической цепи и определяем комплексные амплитуды искомых токов и напряжений:

$$\dot{U}_{mbc} = I_{m_2} \times \underline{Z}_2 = 5e^{-j90^\circ} \times 14,14e^{-j45^\circ} = 70,7e^{-j135^\circ}$$

$$I_{m_3} = \frac{\dot{U}_{mbc}}{\underline{Z}_3} = \frac{70,7e^{-j135^\circ}}{10e^{j90^\circ}} = 7,07e^{-j225^\circ}$$

$$\begin{aligned} I_{m_1} &= I_{m_2} + I_{m_3} = 5e^{-j90^\circ} + 7,07e^{-j225^\circ} = \\ &= 0 - j5 - 5 + j5 = -5 + j0 = 5e^{j180^\circ} \end{aligned}$$

$$\dot{U}_{m_{C_2}} = I_{m_2} \times (-jX_{C_2}) = 5e^{-j90^\circ} \times 10e^{-j90^\circ} = 50e^{-j180^\circ}$$

$$\dot{U}_{m_{L_3}} = I_{m_3} \times (jX_{L_3}) = 7,07e^{-j225^\circ} \times 10e^{j90^\circ} = 70,7e^{-j135^\circ}$$

$$\dot{U}_{m_{C_1}} = I_{m_1} \times (-jX_{C_1}) = 5e^{j180^\circ} \times 10e^{-j90^\circ} = 50e^{j90^\circ}$$

$$\dot{U}_{mab} = \dot{U}_{m_{C_1}}$$

$$U_{mac} = \dot{U}_{mab} + \dot{U}_{mbc} = 50e^{j90^\circ} + 70,7e^{-j135^\circ} =$$



$$= 0 + j50 - 50 - j50 = -50 + j0 = 50e^{j180^\circ}$$

Выполняем перевод от комплексных амплитуд найденных токов и напряжений к их мгновенным значениям:

$$i_2(t) = 5\sin(\omega t - 90^\circ)$$

$$i_3(t) = 7,07\sin(\omega t - 225^\circ)$$

$$u_{c_1}(t) = 50\sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$u_{c_2}(t) = 50\sin(\omega t - 180^\circ)$$

$$u_{L_3}(t) = 70,7\sin(\omega t - 135^\circ)$$

$$u_{ab}(t) = 50\sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$u_{bc}(t) = 70,7\sin(\omega t - 135^\circ)$$

$$u_{ac}(t) = 50\sin(\omega t + 180^\circ)$$

### Проверка выполненного решения балансом мощностей

Определяем комплексную мощность источника энергии:

$$\tilde{S}_{\text{ист}} = \dot{U}_{ac} \times \ddot{I}_1 = \frac{50}{\sqrt{2}} e^{j180^\circ} \times \frac{5}{\sqrt{2}} e^{-j180^\circ} = 125 e^{j0^\circ}$$

$$\tilde{S}_{\text{ист}} = P_{\text{ист}} + jQ_{\text{ист}} = 125 + j0$$

$$S_{\text{ист}} = 125 \text{ ВА}; P_{\text{ист}} = 125 \text{ Вт}; Q_{\text{ист}} = 0 \text{ вар}$$

Определяем комплексную мощность приёмников энергии:

$$\tilde{S}_{\text{пр}} = I_1^2 \times \underline{Z}_1 + I_2^2 \times \underline{Z}_2 + I_3^2 \times \underline{Z}_3 = \frac{5^2}{2} (0 - j10) +$$

$$= \frac{5^2}{2} (0 - j10) + \frac{5^2}{2} (10 - j10) + \frac{7,07^2}{2} (0 + j10) =$$

$$= 0 - j125 + 125 - j125 + 0 + j250 = 125 + j0$$

$$\tilde{S}_{\text{пр}} = P_{\text{пр}} + jQ_{\text{пр}} = 125 + j0$$



$$S_{\text{пр}} = 125 \text{ ВА}; P_{\text{пр}} = 125 \text{ Вт};$$

$$P_{\text{ист.}} = P_{\text{пр.}}$$

$$Q_{\text{ист.}} = Q_{\text{пр.}}$$

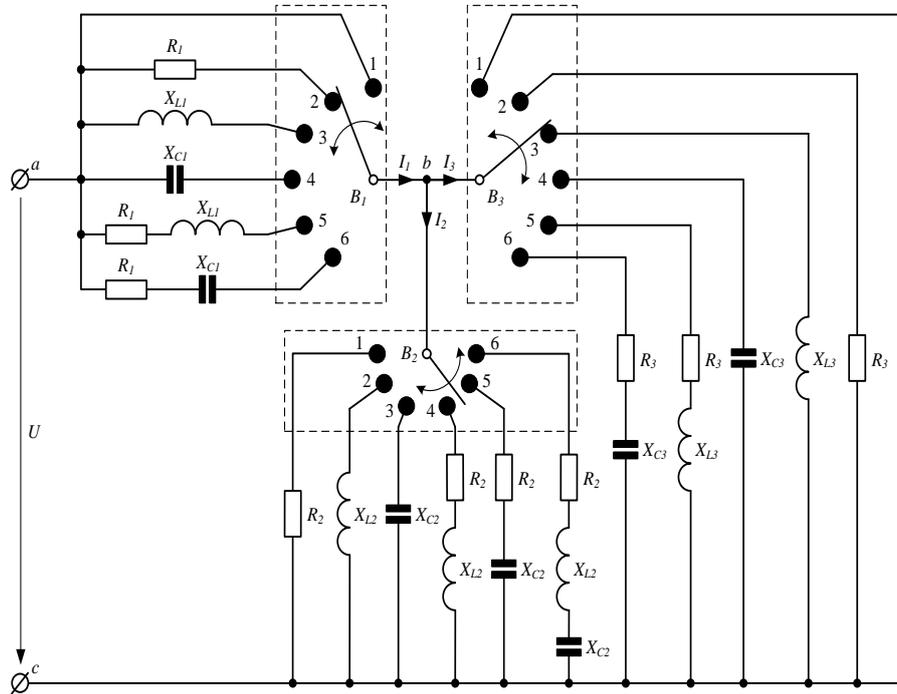
$$S_{\text{ист.}} = S_{\text{пр.}}$$

**Баланс мощностей выполняется**



## 4. Резонансные явления в электрических цепях

Вариант контрольной работы соответствует номеру строки из таблицы





**Таблица**

№	Положение переключателя			Дано	Определишь
	В 1	В 2	В 3		
1	2	5	3	$R_2 = 10\sqrt{2} \text{ Ом}; I_3 = I_1;$ $I_2 = 5\sqrt{2} \text{ А};$ $R_1 = 20 \text{ Ом}$	Составить баланс мощностей
2	5	3	1	$I_{10} = 0,1 \text{ А}; U = 12 \text{ В}; Q = 3$	Напряжения на всех элементах цепи и ток при $\omega = 2\omega_0$
3	1	5	3	$R_2 = X_{C2} = 2 \text{ Ом}; X_{L3} = 4 \text{ Ом}; I_3 = 1 \text{ А}$	$U, I_1$ и $P$
4	3	1	4	$I_3 = 5 \text{ А}; R_2 = X_{C3} = 2 \text{ Ом}$	$I_2, I_1, U, P$
5	4	2	2	$U = 1 \text{ В}; X_{L2} = 2 \text{ Ом}; R_3 = 15,75 \text{ Ом}$	$I_1, I_2, I_3, P$
6	5	3	2	$U = 1 \text{ В}; R_1 = 10 \text{ Ом}; L_1 = 0,1 \text{ мГн};$ $R_3 = 2 \text{ кОм}; C_2 = 100 \text{ пФ}$	$U_{bc}$
7	4	2	2	$X_{L2} = 4 \text{ Ом}; R_3 = 4 \text{ Ом}$	$X_{C1}$
8	2	5	2	$R_2 = X_{C2} = 10 \text{ Ом}; R_3 = 20 \text{ Ом}$	$X_{L1}$
9	6	2	5	$L_2 = L_3 = 0,1 \text{ мГн}; C_1 = 100 \text{ пФ};$ $R_1 = 10 \text{ Ом}; R_3 = 2 \text{ кОм}$	$f_0$



<b>10</b>	1	6	4	$L_2 = 0,1$ мГн; $C_2 = 0,1$ мкФ; $R_2 = 24$ Ом	$f_o$ при резонансе напряжений и $C_2$ при $f_o = 500$ кГц (резонанс токов)
<b>11</b>	2	5	3	$I_3 = 5$ А; $R_1 = 20$ Ом; $U_{R2} = U_{XC2} = 100$ В	Составить баланс мощностей
<b>12</b>	1	3	5	$I_1 = 6$ А; $I_2 = 8$ А; $X_{C2} = 16$ Ом	$R_3$ и $X_{L3}$
<b>13</b>	1	3	5	$I_1 = I_2 = 4$ А; $\omega L_3 = 7$ Ом	$X_{C2}$
<b>14</b>	5	3	6	$L_1 = 0,1$ мГн; $C_2 = 100$ пФ; $R_1 = R_3 = 10$ Ом; $C_3 = 100$ пФ	$Q$
<b>15</b>	1	6	4	$I_3 = 10$ А; $\varphi_2 = 45^\circ$ ; $X_{L2} = 15$ Ом; $X_{C2} = 10$ Ом	$U, I, P$
<b>16</b>	2	4	4	$R_2 = X_{C2}$ ; $U_{C3} = 100\sqrt{2}$ В; $I_1 = 10$ А; $R_1 = 20$ Ом	Составить баланс мощностей
<b>17</b>	1	3	5	$I_1 = I_2 = 4$ А; $X_{L3} = 7$ Ом	Составить баланс мощностей
<b>18</b>	5	3	6	$L_1 = 0,1$ мГн; $C_2 = C_3 = 100$ пФ; $R_1 = R_3 = 10$ Ом	$f_o$
<b>19</b>	5	3	2	$L_1 = 0,1$ мГн; $C_2 = 100$ пФ; $R_1 = 10$ Ом; $R_3 = 2$ кОм	$f_o$
<b>20</b>	3	1	4	$I_2 = I_3$ ; $I_1 = 10\sqrt{2}$ А; $R_2 = 10$ Ом	$U, P$

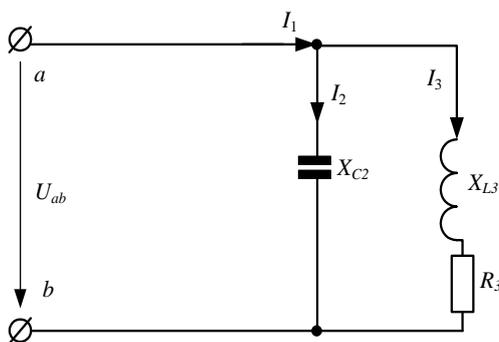


<b>21</b>	4	1	3	$U_{C1} = 100 \text{ В}; R_2 = 20 \text{ Ом};$ $X_{L3} = 10 \text{ Ом}$	$U, I_1, P$
<b>22</b>	1	3	5	$I_1 = 6 \text{ А}; I_3 = 10 \text{ А}; X_{C2} = 16$ $\text{Ом}$	Составить баланс мощностей
<b>23</b>	5	3	2	$L_1 = 0,1 \text{ мГн}; C_2 = 100$ $\text{пФ}; R_1 = 10 \text{ Ом}; R_3 = 2 \text{ кОм}$	$Q$
<b>24</b>	1	3	5	$I_1 = I_2 = 4 \text{ А}; \omega L_3 = 7 \text{ Ом}$	Составить баланс мощностей

## ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА

### ПРИМЕР №1

#### Исходная схема



#### Задание

Составить баланс мощностей

#### Исходные данные:

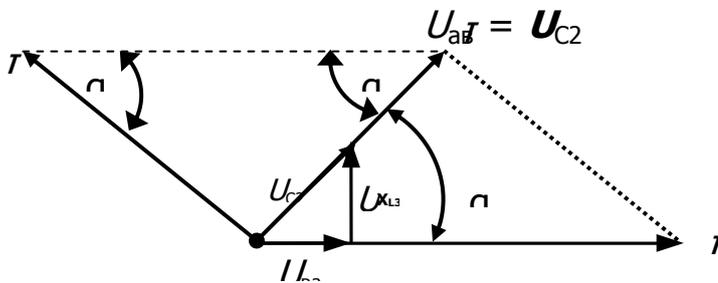
$$I_1 = I_2 = 4 \text{ А}$$

$$\omega L_3 = 7 \text{ Ом}$$



### Решение

Построим векторную диаграмму, принимая во внимание, что ток источника  $I_1$  должен совпадать по фазе со входным напряжением



т. к.  $I_1 = I_2$  получаем равнобедренный  
прямоугольный треугольник.

$$\text{Углы } \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 45^\circ$$

В результате получим:  $U_{R3} = U_{L3}$  (как катеты равнобедренного  
треугольника). По теореме Пифагора получим:

$$I_3 = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 4\sqrt{2} \text{ А}$$

$$U_{L3} = I_3 \times \omega L_3 = 28\sqrt{2} \text{ В}$$

$$U_{L3} = U_{R3} = 28\sqrt{2} \text{ В}$$

$$U_{\text{вх}} = U_{C2} = \sqrt{(28\sqrt{2})^2 + (28\sqrt{2})^2} = 56 \text{ В}$$

$$R_3 = \omega L_3 = 7 \text{ Ом}$$

Баланс мощностей

$$P_{\text{ист}} = U_{\text{вх}} \times I_1 = 56 \times 4 = 224 \text{ Вт}$$

$$P_{\text{пр}} = I_3^2 \times R_3 = 32 \times 7 = 224 \text{ Вт}$$

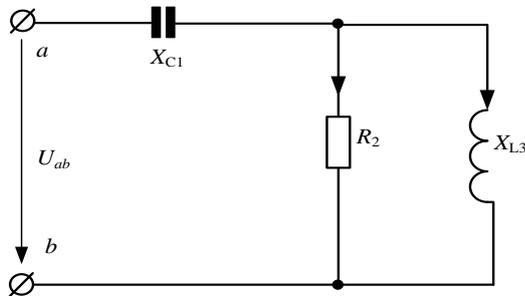
$$P_{\text{ист.}} = P_{\text{пр.}}$$

**Баланс мощностей выполняется**



## ПРИМЕР №2

### Исходная схема



### Задание

Определить значение сопротивления конденсатора, при котором в цепи наблюдается резонанс напряжений.

### Исходные данные:

$$X_{L3} = 4 \text{ Ом}; R_2 = 4 \text{ Ом}$$

### Решение

Определим полное сопротивление цепи в комплексной форме:

$$\underline{Z}_{\text{ЭКВ.}} = \frac{R_2 \times jX_{L3}}{R_2 + jX_{L3}} - jX_{C1} = \frac{j16}{4 + j4} - jX_{C1}$$

$$\underline{Z}_{\text{ЭКВ.}} = \frac{16 e^{j90^\circ}}{5,657 e^{j45^\circ}} - jX_{C1} = 2,828 e^{j45^\circ} - jX_{C1}$$

$$\underline{Z}_{\text{ЭКВ.}} = 2 + j2 - jX_{C1} = 2 + j(2 - X_{C1}) = R_{\text{ЭКВ.}} + jX_{\text{ЭКВ.}}$$

При резонансе напряжений должно выполняться условие:

$$X_{\text{ЭКВ.}} = 0$$

$$2 - X_{C1} = 0$$

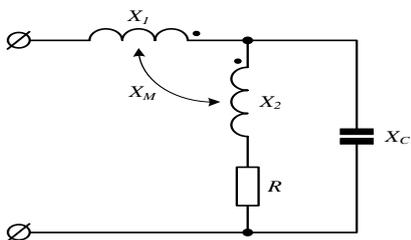
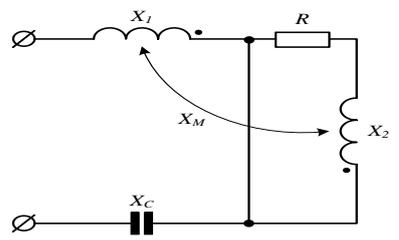
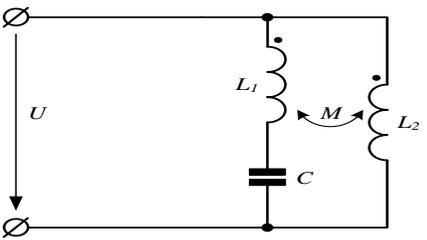
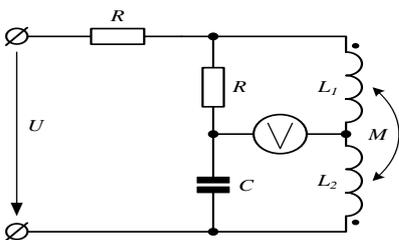
Сопротивление конденсатора в момент резонанса:  $X_{C1} = 2 \text{ Ом}$



## 5. Электрические цепи со взаимной индуктивностью

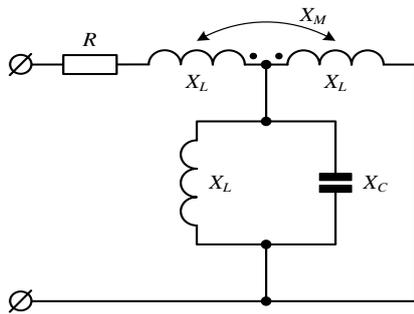
### Задание

Вариант контрольной работы соответствует номеру схем

<p style="text-align: center;"><b>1</b></p>  <p><math>X_C = 40 \text{ Ом}; X_1 = 50 \text{ Ом};</math> <math>X_2 = 40 \text{ Ом};</math> <math>X_M = 10 \text{ Ом}; R = 30 \text{ Ом}.</math></p> <p><b>Определить входное сопротивление цепи</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>2</b></p>  <p><b>Преобразовать данную схему в эквивалентную, не содержащую взаимной индуктивности.</b></p>
<p style="text-align: center;"><b>3</b></p>  <p><math>L_1 = 318 \text{ мкГн}; L_2 = 159 \text{ мкГн};</math> <math>C = 1,59 \text{ мкФ}; f = 10^4 \text{ Гц};</math> <math>U = 40 \text{ мВ}; M = 124 \text{ мкГн}.</math></p> <p><b>Определить все токи схемы</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>4</b></p>  <p><math>U = 100 \text{ В}; R = 10 \text{ Ом}; X_M = 5 \text{ Ом};</math> <math>X_{L1} = X_{L2} = X_C = 10 \text{ Ом}.</math></p> <p><b>Определить показание вольтметра</b></p>



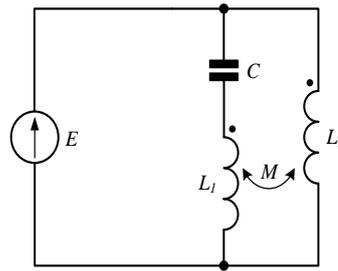
5



$$X_L = X_C = 10 \text{ Ом}; k_M = 1; R = 10 \text{ Ом}.$$

**Определить входное сопротивление цепи.**

6

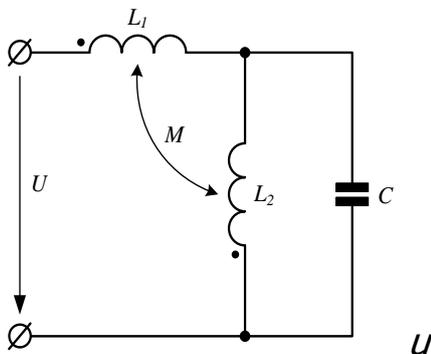


$$L_1 = 20 \text{ мГн}; L_2 = 15 \text{ мГн}; k_M = 0,5;$$

$$\omega_0 = 5 \cdot 10^4 \text{ 1/сек}.$$

**Определить емкость C, при которой наблюдается резонанс токов.**

7

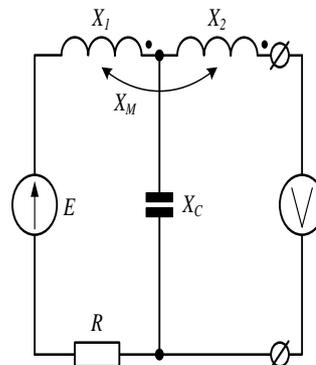


$$U = 100 \sin 1000t; X_{L1} = X_{L2} = 10 \text{ Ом};$$

$$k_M = 0,5; X_C = 10 \text{ Ом}.$$

**Определить все токи схемы.**

8



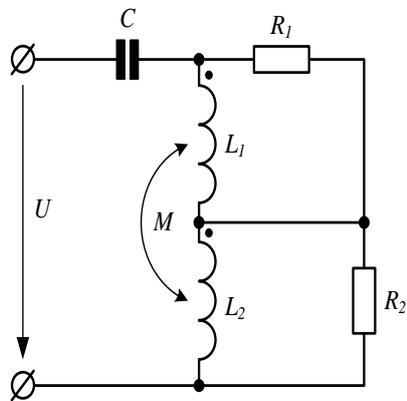
$$X_1 = 20 \text{ Ом}; R = 40 \text{ Ом}; X_C = 10 \text{ Ом}.$$

$$X_2 = X_M = 10 \text{ Ом}; E = 200 \text{ В};$$

**Определить показание вольтметра.**



**9**

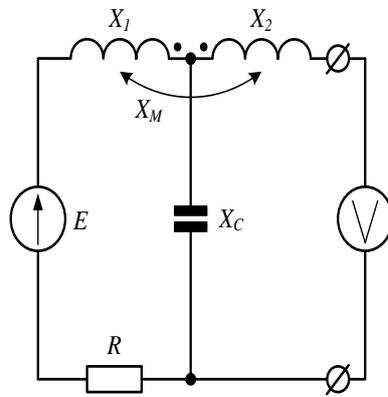


$$U = 100 \text{ В}; X_M = 5 \text{ Ом};$$

$$R_1 = R_2 = X_{L1} = X_{L2} = X_C = 10 \text{ Ом}.$$

**Определить:  $P_{\text{потр}}$  и  $P_{\text{ист}}$**

**10**

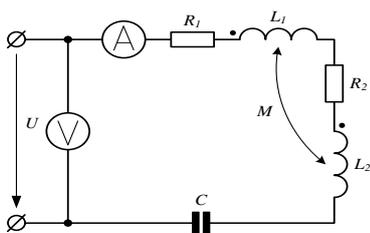


$$X_1 = 20 \text{ Ом}; R = 40 \text{ Ом}; E = 200 \text{ В};$$

$$X_2 = X_C = X_M = 10 \text{ Ом}.$$

**Определить показание вольтметра**

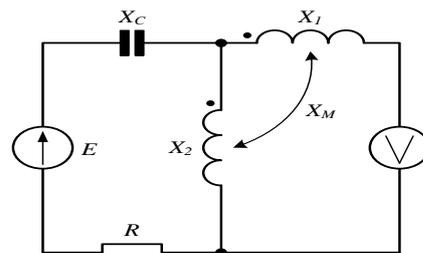
**11**



$$U = 88 \text{ мВ}; I = 2,2 \text{ мА}; R_1 = 9,5 \text{ Ом}; R_2 = 11,6 \text{ Ом}; X_M = 3,2 \text{ Ом}; X_{L1} = 14,6 \text{ Ом}; X_{L2} = 17 \text{ Ом}; f = 50 \text{ кГц}.$$

**Определить величину емкости C.**

**12**



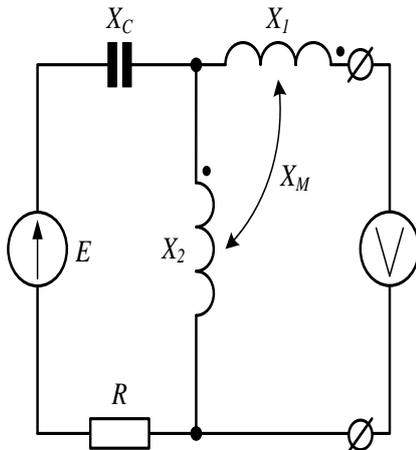
$$X_1 = 20 \text{ Ом}; R = 40 \text{ Ом}; E = 200 \text{ В};$$

$$X_2 = X_C = X_M = 10 \text{ Ом}.$$

**Определить показание вольтметра.**



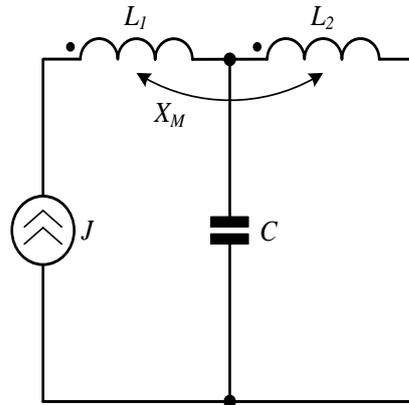
13



$X_1 = 20 \text{ Ом}; R = 40 \text{ Ом}; E = 200 \text{ В}; X_2 = X_C = X_M = 10 \text{ Ом}.$

**Определить показание  
вольтметра.**

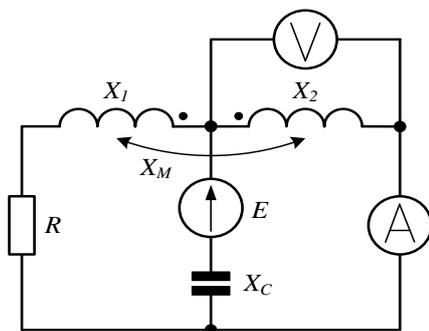
14



$L_1 = 10 \text{ мГн}; L_2 = 20 \text{ мГн}; k_M = 0,5; \omega_0 = 5 \cdot 10^4 \text{ 1/сек}.$

**Определить емкость  
C, при которой  
наблюдается  
резонанс  
напряжений.**

15

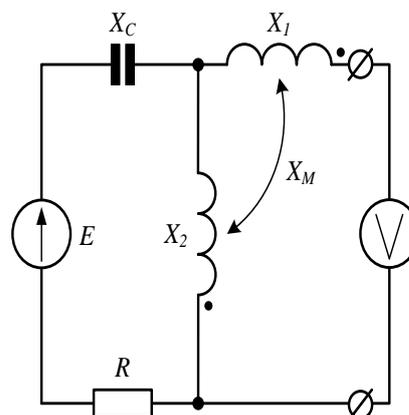


$E = 180 \text{ В}; \psi_e = 90^\circ; R = 15 \text{ Ом};$

$X_1 = X_M = 10 \text{ Ом}; X_2 = X_C = 20 \text{ Ом}.$

**Определить показания  
приборов**

16



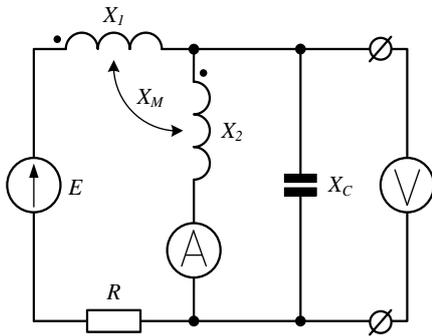
$X_1 = 20 \text{ Ом}; R = 40 \text{ Ом}; E = 200 \text{ В};$

$X_2 = X_C = X_M = 10 \text{ Ом}.$

**Определить  
показание  
вольтметра.**



17

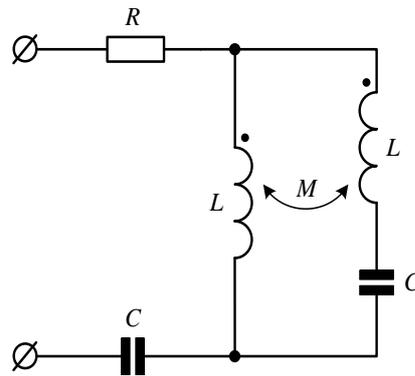


$$E = 180 \text{ В}; \psi_e = 90^\circ; R = 15 \text{ Ом};$$

$$X_1 = X_M = 10 \text{ Ом}; X_2 = X_C = 20 \text{ Ом}.$$

**Определить показания приборов.**

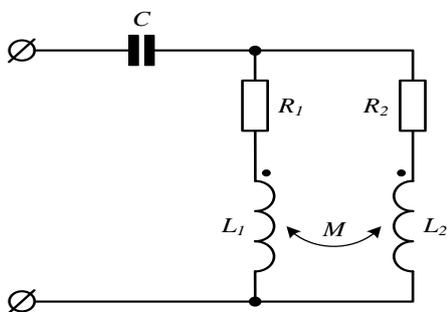
18



$$R = X_L = 2 \text{ кОм}; k_M = 0,5; X_C = 1 \text{ кОм}$$

**Определить входное сопротивление двухполюсника.**

19

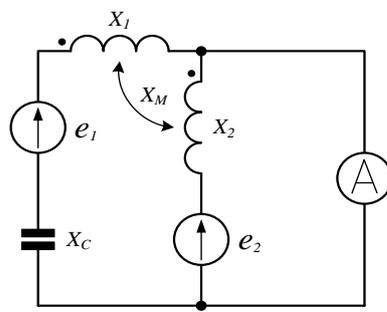


$$R_1 = R_2 = 100 \text{ Ом}; L_2 = 0,2 \text{ мГн};$$

$$L_1 = M = 0,1 \text{ мГн}; \omega_0 = 5 \cdot 10^5 \text{ 1/сек}.$$

**Определить емкость C, при которой наблюдается резонанс напряжений.**

20



$$X_2 = X_C = 40 \text{ Ом}; X_M = 10 \text{ Ом};$$

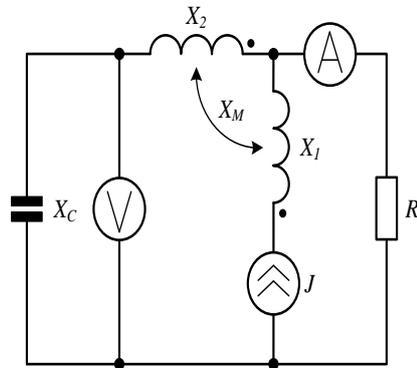
$$X_1 = 50 \text{ Ом}; E_1 = 80 - j60;$$

$$E_2 = 40 + j30.$$

**Определить показание амперметра.**



**21**

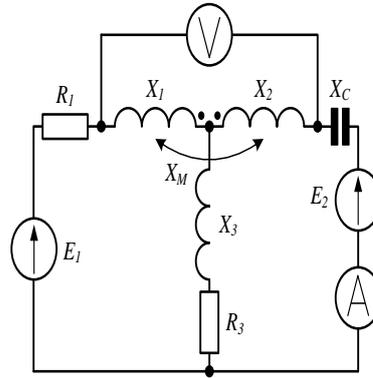


$$J = 15 \text{ A}; \psi_J = 90^\circ; R = 15 \text{ Ом};$$

$$X_1 = X_M = 10 \text{ Ом}; X_2 = X_C = 20 \text{ Ом}.$$

**Определить показания приборов.**

**22**



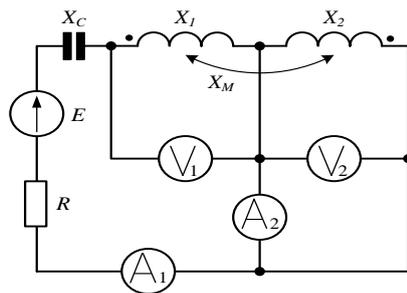
$$E_1 = E_2 = 100 \text{ В}; \psi_{e1} = 90^\circ; \psi_{e2} = 0^\circ;$$

$$R_1 = X_1 = X_M = 20 \text{ Ом}; X_3 = 40 \text{ Ом};$$

$$R_3 = X_C = 30 \text{ Ом}; X_2 = 60 \text{ Ом}.$$

**Определить показания приборов.**

**23**

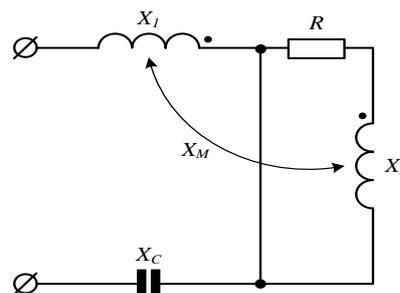


$$E = 180 \text{ В}; \psi_e = 90^\circ; R = 15 \text{ Ом};$$

$$X_1 = X_M = 10 \text{ Ом}; X_2 = X_C = 20 \text{ Ом}.$$

**Определить показания приборов.**

**24**



$$X_2 = X_C = 40 \text{ Ом}; X_M = 10 \text{ Ом};$$

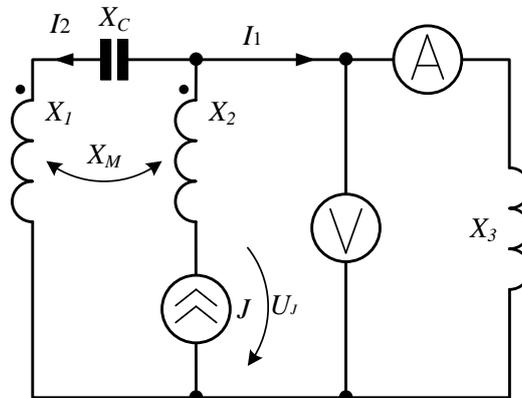
$$X_1 = 50 \text{ Ом}; R = 30 \text{ Ом}.$$

**Определить входное сопротивление цепи.**



## ПРИМЕР РАСЧЁТА

### Исходная схема



### Задание

1. Определить показания приборов.
2. Проверить баланс мощностей.
3. При помощи эквивалентной схемы без магнитных связей определить входное сопротивление схемы.

### Исходные данные:

$$J = 10 \text{ A}; X_1 = X_C = X_3 = 10 \text{ Ом}; X_M = 20 \text{ Ом}; X_2 = 30 \text{ Ом}.$$

### Решение

$$\text{Принимаем } \dot{j} = 10e^{j0^\circ}$$

- 1. Определим показания приборов при помощи законов Кирхгофа в комплексной форме:**

$$\dot{i}_1 + \dot{i}_2 = \dot{j} \quad (1)$$

$$\dot{i}_1 \times jX_3 - \dot{i}_2 \times jX_1 + \dot{i}_2 \times jX_C + \dot{j} \times jX_M = 0 \quad (2)$$

Выразим из уравнения (1)  $\dot{i}_1$  и подставим его в уравнение (2):

$$\dot{i}_1 = \dot{j} - \dot{i}_2$$

$$(\dot{j} - \dot{i}_2) \times jX_3 - \dot{i}_2 \times jX_1 + \dot{i}_2 \times jX_C + \dot{j} \times jX_M = 0 \quad (2)$$



$$j\dot{I}_2 X_3 - j\dot{I}_2 X_3 - j\dot{I}_2 X_1 + j\dot{I}_2 X_C + j\dot{I}_2 X_M = 0$$

$$j\dot{I}_2 (X_3 + X_M) = j\dot{I}_2 (X_1 + X_3 - X_C)$$

$$\dot{I}_2 = \frac{j \times (X_3 + X_M)}{X_1 + X_3 - X_C} = 30e^{j0^\circ}$$

$$\dot{I}_1 = j - \dot{I}_2 = 20e^{-j180^\circ}$$

$$\dot{U}_{X_3} = \dot{I}_1 \times jX_3 = 200e^{-j90^\circ}$$

Показание амперметра -  $I_A = I_1 = 20 \text{ A}$

Показание вольтметра -  $U_V = U_{X_3} = 200 \text{ В}$

## 2. Проверка баланса мощностей.

Определим напряжение на источнике тока при помощи второго закона Кирхгофа:

$$\dot{U}_J - \dot{I}_2 \times jX_1 + \dot{I}_2 \times jX_C + j \times jX_M - j \times jX_2 + \dot{I}_2 \times jX_M = 0$$

$$\dot{U}_J = \dot{I}_2 \times jX_1 - \dot{I}_2 \times jX_C - j \times jX_M + j \times jX_2 - \dot{I}_2 \times jX_M$$

$$\dot{U}_J = \dot{I}_2 \times j(X_1 - X_C - X_M) + j \times j(X_2 - jX_M) = 500e^{-j90^\circ}$$

Определим комплексную мощность источника энергии:

$$\tilde{S}_{\text{ист.}} = \dot{U}_J \times \dot{I}^* = 0 - j5000$$

$$P_{\text{ист.}} = 0 \text{ Вт}; Q_{\text{пр.}} = -5000 \text{ вар}$$

Определим комплексную мощность приёмников энергии:

$$\tilde{S}_{\text{пр.}} = I_1^2 \times jX_3 + I_2^2 \times jX_1 - I_2^2 \times jX_C + j^2 \times jX_2 = 0 + j7000$$

Определим комплексную мощность, обусловленную магнитной связью:

$$\tilde{S}_M = -\dot{U}_{M1} \times \dot{I}_2 - \dot{U}_{M2} \times j$$

$$\dot{U}_{M1} = j \times jX_M = 200e^{j90^\circ}$$



$$\dot{U}_{M2} = \dot{I}_2 \times jX_M = 600e^{j90^\circ}$$

$$\tilde{S}_M = -j200 \times 30 - j600 \times 10 = -j12000$$

Полная комплексная мощность потребителей:

$$\tilde{S}_\Sigma = \tilde{S}_{\text{ПР.}} + \tilde{S}_M = 0 - j5000$$

$$P_{\text{ПР.}} = 0 \text{ Вт}; Q_{\text{ПР.}} = -5000 \text{ вар}$$

Баланс мощностей выполняется

### 3. При помощи эквивалентной схемы без магнитных связей определяем входное сопротивление схемы

Для выполнения магнитной развязки преобразуем уравнения, описывающие энергетическое состояние электрической цепи:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = j \quad (1)$$

$$\dot{I}_1 \times jX_3 - \dot{I}_2 \times jX_1 + \dot{I}_2 \times jX_C + j \times jX_M = 0 \quad (2)$$

$$\dot{U}_j - \dot{I}_1 \times jX_3 - j \times jX_2 + \dot{I}_2 \times jX_M = 0 \quad (3)$$

В уравнение (2) подставим уравнение (1):

$$\dot{I}_1 \times jX_3 - \dot{I}_2 \times jX_1 + \dot{I}_2 \times jX_C + (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) \times jX_M = 0$$

$$\dot{I}_1 \times jX_3 - \dot{I}_2 \times jX_1 + \dot{I}_2 \times jX_C + \dot{I}_1 \times jX_M + \dot{I}_2 \times jX_M = 0$$

$$\dot{I}_1 \times j(X_3 + X_M) - \dot{I}_2 \times j(X_1 - X_C - X_M) = 0 \quad (4)$$

В уравнение (3) подставим  $\dot{I}_2$  из уравнение (1):

$$\dot{I}_2 = j - \dot{I}_1$$

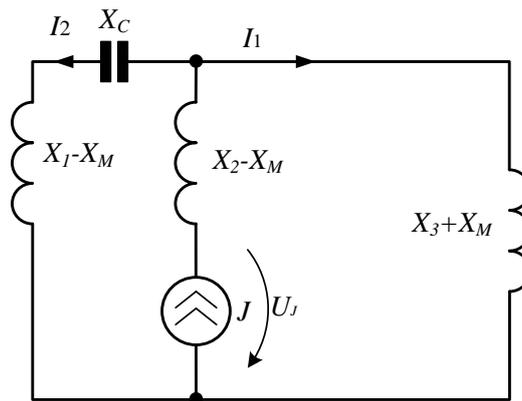


$$\dot{U}_J - \dot{I}_1 \times jX_3 - \dot{J} \times jX_2 + (\dot{J} - \dot{I}_1) \times jX_M = 0$$

$$\dot{U}_J - \dot{I}_1 \times jX_3 - \dot{J} \times jX_2 + \dot{J} \times jX_M - \dot{I}_1 \times jX_M = 0$$

$$\dot{U}_J - \dot{I}_1 \times j(X_3 + X_M) - \dot{J} \times j(X_2 - X_M) = 0 \quad (5)$$

Уравнениям (4) и (5) соответствует следующая схема замещения без магнитной связи:



Входное сопротивление схемы определяется методом эквивалентных преобразований:

$$\underline{Z}_{\text{ЭКВ.}} = \frac{j[(X_1 - X_M) - jX_C] \times j(X_3 + X_M)}{j[(X_1 - X_M) - jX_C] + j(X_3 + X_M)} + j(X_2 - X_M) = -j50$$

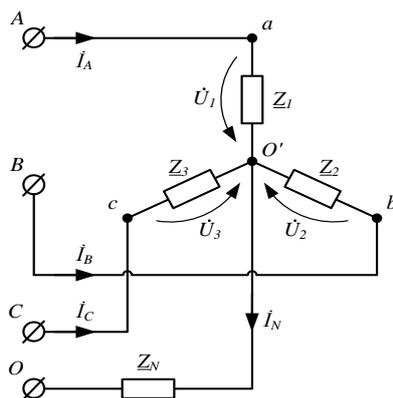


## 6. Трехфазные электрические цепи

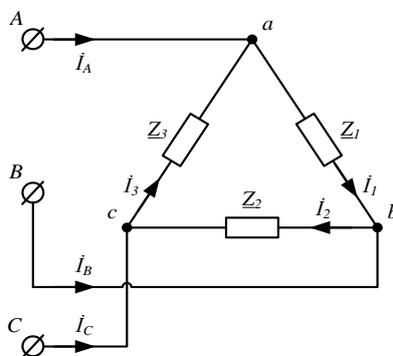
### Задание

1. Рассчитать действующие значения фазных и линейных токов и напряжений на нагрузке.
2. Проверить баланс активных и реактивных мощностей.

**Вариант контрольной работы** соответствует номеру строки из таблицы



**Рис. 1**



**Рис. 2**



**Таблица**

<b>№</b>	<b>№ рис</b>	<b>Исходные данные</b>
<b>1</b>	1	$U_{\phi}=100 \text{ В}; \underline{Z}_1=10+j0; \underline{Z}_2=0+j10; \underline{Z}_3=0-j10;$ $\underline{Z}_N=\infty$
<b>2</b>	2	$\dot{U}_{ab}=100+j200; U_{bc}=-300; \underline{Y}_3=0,4-j0,3; \dot{I}_2= \dot{I}_1 e^{-j120^\circ}; \dot{I}_3= \dot{I}_2 e^{-j120^\circ}$
<b>3</b>	1	$U_{\phi}=100 \text{ В}; \underline{Z}_1=10+j0; \underline{Z}_2=0+j10; \underline{Z}_3=0; \underline{Z}_N=\infty$
<b>4</b>	2	$U_{\text{л}}=220 \text{ В}; \underline{Z}_1=22+j0; \underline{Z}_2=19-j11; \underline{Z}_3=19+j11$
<b>5</b>	1	$\dot{U}_1=100; \dot{U}_2=-50+j100; \dot{U}_3=50+j100; \underline{Y}_1=0,1-j0,4;$ $\dot{I}_B = \dot{I}_A e^{-j120^\circ}; \dot{I}_C = \dot{I}_B e^{-j120^\circ}; \underline{Z}_N=\infty;$ $\dot{U}_{O'O}=100+j0$
<b>6</b>	2	$P_{\Sigma}=50 \text{ кВт}; U_{\text{л}}=220 \text{ В}; \cos\varphi=0,8;$ $\underline{Z}_1=\underline{Z}_2=\underline{Z}_3=R+jX_1$
<b>7</b>	1	$P_{\Sigma}=50 \text{ кВт}; U_{\text{л}}=380 \text{ В}; \cos\varphi=0,7575;$ $\underline{Z}_1=\underline{Z}_2=\underline{Z}_3=R+jX_1$
<b>8</b>	2	$U_{\phi}=220 \text{ В}; \underline{Z}_1=38+j0; \underline{Z}_2=0+j38; \underline{Z}_3=38+j0$
<b>9</b>	1	$\dot{U}_1=100; \dot{U}_2=100e^{-j90^\circ}; \dot{U}_3=150e^{j135^\circ}; \underline{Z}_N=\infty;$ $\underline{Z}_2=8-j6$ $\dot{I}_B = \dot{I}_A e^{-j120^\circ}; \dot{I}_C = \dot{I}_B e^{-j120^\circ}; \dot{U}_{O'O}=0-j100$
<b>10</b>	2	$U_{\phi}=220 \text{ В}; \underline{Z}_1=\infty; \underline{Z}_2=0+j38; \underline{Z}_3=38+j0$



<b>1 1</b>	1	$U_{\phi}=100 \text{ В}; \underline{Z}_1=10+j0; \underline{Z}_2=0+j10; \underline{Z}_3=0-j10;$ $\underline{Z}_N=0$
<b>1 2</b>	2	$U_{\text{л}}=220 \text{ В}; \underline{Z}_1=\underline{Z}_2=\underline{Z}_3=16+j12$
<b>1 3</b>	1	$U_{\text{л}}=380 \text{ В}; \underline{Z}_1=76+j0; \underline{Z}_2=0+j76; \underline{Z}_3=0-j76;$ $\underline{Z}_N=\infty$
<b>1 4</b>	2	$U_{\text{л}}=100 \text{ В}; \underline{Z}_1=\underline{Z}_2=\underline{Z}_3=50+j0$
<b>1 5</b>	1	$U_{\text{л}}=100 \text{ В}; I_A=4 \text{ А}; I_B=5 \text{ А}; I_C=3 \text{ А}; \underline{Z}_N=0;$ $\underline{Z}_1=R_1; \underline{Z}_2=-jX_2; \underline{Z}_3=jX_3$
<b>1 6</b>	2	$U_{\text{л}}=220 \text{ В}; \underline{Z}_1=R_1+j0; \underline{Z}_2=R_2+j0; \underline{Z}_3=R_3+j0;$ $P_1=440 \text{ Вт}; P_2=1100 \text{ Вт}; P_3=2200 \text{ Вт}$
<b>1 7</b>	1	$U_{\text{л}}=220 \text{ В}; \cos\varphi=0,8(\varphi>0); \underline{Z}_1=\underline{Z}_2=\underline{Z}_3=100+j0$
<b>1 8</b>	2	$U_{\text{л}}=380 \text{ В}; \underline{Z}_1=\underline{Z}_2=\underline{Z}_3=10+j10;$ обрыв линейного провода А
<b>1 9</b>	1	$U_{\text{л}}=100 \text{ В}; \underline{Z}_1=0; \underline{Z}_2=\underline{Z}_3=10-j10; \underline{Z}_N=\infty$
<b>2 0</b>	2	$U_{\text{л}}=220 \text{ В}; \underline{Z}_2=\infty; \underline{Z}_1=\underline{Z}_3=10-j10$
<b>2 1</b>	1	$U_{\phi}=380 \text{ В}; \underline{Z}_1=\underline{Z}_2=\underline{Z}_3; I_1=10 \text{ А}; P_{\Sigma}=9120 \text{ Вт}$
<b>2 2</b>	2	$U_{\text{л}}=380 \text{ В}; \underline{Z}_1=10; \underline{Z}_2=10+j10; \underline{Z}_3=10-j10;$ обрыв линейного провода В
<b>2 3</b>	1	$U_{\text{л}}=200 \text{ В}; I_1=4 \text{ А}; I_2=5 \text{ А}; \underline{Z}_N=\infty; \underline{Z}_1=R_1; \underline{Z}_2=-$ $jX_2; \underline{Z}_3=0$
<b>2 4</b>	2	$U_{\text{л}}=200 \text{ В}; \underline{Z}_1=j10; \underline{Z}_2=j10; \underline{Z}_3=-j10;$ обрыв фазного провода са

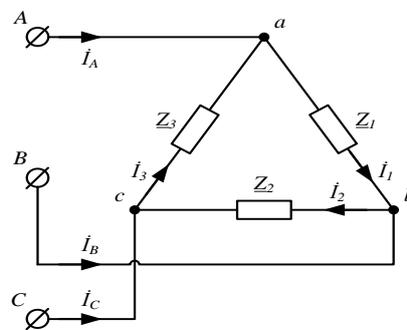


2 5	1	$U_{\text{л}}=300 \text{ В}; Z_1=10-j10; Z_2=10; Z_3=-j10; Z_N=0$
--------	---	---

## ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА

### ПРИМЕР №1

#### Исходная схема



#### Задание

1. Рассчитать действующие значения фазных и линейных токов и напряжений на нагрузке.
2. Проверить баланс активных и реактивных мощностей.

#### Исходные данные:

$U_{\text{л}}=380 \text{ В}; Z_1=j10; Z_2=-j10; Z_3=j10$ ; обрыв фазного провода ab

#### Решение

##### 1. Расчёт действующих значений фазных и линейных токов и напряжений на нагрузке

При данном виде соединения  $U_{\phi} = U_{\text{л}}$ .

Определим комплексные значения данных напряжений:

$$\dot{U}_{\text{ab}} = 380e^{j30^\circ}; \dot{U}_{\text{bc}} = 380e^{-j90^\circ}; \dot{U}_{\text{ca}} = 380e^{j150^\circ}$$



При обрыве фазного провода ав  $\underline{Z}_1 = \infty$

Определяем значения фазных токов нагрузки:

$$i_1 = i_{ав} = \frac{\dot{U}_{ав}}{\underline{Z}_1} = \frac{380e^{j30^\circ}}{\infty} = 0 = 0 + j0;$$

$$i_2 = i_{вс} = \frac{\dot{U}_{вс}}{\underline{Z}_2} = \frac{380e^{-j90^\circ}}{10e^{-j90^\circ}} = 38e^{j0^\circ} = 38 + j0;$$

$$i_3 = i_{са} = \frac{\dot{U}_{са}}{\underline{Z}_3} = \frac{380e^{j150^\circ}}{10e^{j90^\circ}} = 38e^{j60^\circ} = 19 + j32,91$$

Определяем значения линейных токов:

$$i_A = i_{ав} - i_{са} = -19 - j32,91 = 38e^{-j120^\circ};$$

$$i_B = i_{вс} - i_{ав} = 38 + j0 = 38e^{j0^\circ};$$

$$i_C = i_{са} - i_{вс} = -19 + j32,91 = 38e^{j120^\circ}$$

Действующие значения токов схемы:

$$I_1 = 0 \text{ A}; I_2 = 38 \text{ A}; I_3 = 38 \text{ A};$$

$$I_A = 38 \text{ A}; I_B = 38 \text{ A}; I_C = 38 \text{ A}$$

Действующие значения линейных и фазных напряжений на нагрузке:

$$U_{ав} = 380 \text{ В}; U_{вс} = 380 \text{ В}; U_{са} = 380 \text{ В};$$

## 2. Проверка баланса активных и реактивных мощностей

Определяем комплексную мощность источников Э.Д.С.:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\text{ист.}} &= \dot{E}_A \times \ddot{I}_A + \dot{E}_B \times \ddot{I}_B + \dot{E}_C \times \ddot{I}_C = \\ &= 220e^{j0^\circ} \times 38e^{j120^\circ} + 220e^{-j120^\circ} \times 38e^{j0^\circ} + 220e^{j120^\circ} \\ &\quad \times 38e^{-j120^\circ} = \\ &= 8360e^{j120^\circ} + 8360e^{-j120^\circ} + 8360e^{j0^\circ} = 0 + j0 \end{aligned}$$

Определяем комплексную мощность приёмников энергии:



$$\begin{aligned}\tilde{S}_{\text{пр.}} &= I_1^2 \times \underline{Z}_1 + I_2^2 \times \underline{Z}_2 + I_3^2 \times \underline{Z}_3 = \\ &= 0 \times \infty + 38^2 \times (-j10) + 38^2 \times (j10) = 0 + j0\end{aligned}$$

$$P_{\text{ист.}} = P_{\text{пр.}}$$

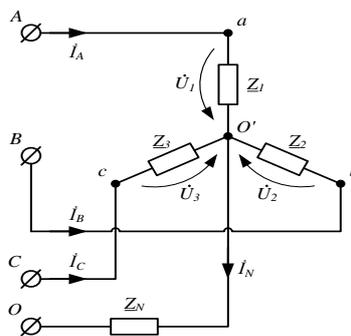
$$Q_{\text{ист.}} = Q_{\text{пр.}}$$

$$S_{\text{ист.}} = S_{\text{пр.}}$$

**Баланс мощностей выполняется**

## ПРИМЕР №2

### Исходная схема



### Задание

1. Рассчитать фазные и линейные токи и напряжения на нагрузке.
2. Проверить баланс активных и реактивных мощностей.

### Исходные данные:

$$U_{\text{л}} = 380 \text{ В}; \underline{Z}_1 = 10 - j10; \underline{Z}_2 = 2\underline{Z}_1; \underline{Z}_3 = 0,5\underline{Z}_1; \underline{Z}_N = 0$$

### Решение

#### 1. Расчёт фазных и линейных токов и напряжений на нагрузке

Определим комплексные значения фазных напряжений:

$$\dot{U}_A = \dot{U}_1 = 220e^{j0^\circ}; \dot{U}_B = \dot{U}_2 = 220e^{-j120^\circ}; \dot{U}_C = \dot{U}_3 = 220e^{j120^\circ}$$

Определим комплексные значения линейных напряжений:



$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B = 380e^{j30^\circ}; \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C = 380e^{-j90^\circ}; \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A = 380e^{j150^\circ}$$

Определим комплексные значения фазных токов:

$$\dot{i}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_1} = \frac{220e^{j0^\circ}}{10 - j10} = \frac{220e^{j0^\circ}}{14,14e^{-j45^\circ}} = 15,56e^{j45^\circ} = 11 + j11;$$

$$\dot{i}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_2} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{20 - j20} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{28,28e^{-j45^\circ}} = 7,779e^{-j75^\circ} = 2,013 - j7,514;$$

$$\dot{i}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_3} = \frac{220e^{j120^\circ}}{5 - j5} = \frac{220e^{j120^\circ}}{7,071e^{-j45^\circ}} = 31,11e^{j165^\circ} = -30,05 + j8,052$$

Определим комплексное значение тока в нейтральном проводе:

$$\dot{i}_N = \dot{i}_A + \dot{i}_B + \dot{i}_C = -17,04 + j11,54 = 20,58e^{j145,9^\circ}$$

Действующие значения токов схемы:

$$I_A = 15,56 \text{ А}; I_B = 7,779 \text{ А}; I_C = 31,11 \text{ А}; I_N = 20,58 \text{ А}$$

Действующие значения фазных напряжений на нагрузке:

$$U_a = 220 \text{ В}; U_b = 220 \text{ В}; U_c = 220 \text{ В}$$

Действующие значения линейных напряжений на нагрузке:

$$U_{ab} = 380 \text{ В}; U_{bc} = 380 \text{ В}; U_{ca} = 380 \text{ В}$$

## 2. Проверка баланса активных и реактивных мощностей

Определяем комплексную мощность источников Э.Д.С.

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\text{ист.}} &= \dot{E}_A \times \dot{I}_A + \dot{E}_B \times \dot{I}_B + \dot{E}_C \times \dot{I}_C = \\ &= 220e^{j0^\circ} \times 15,56e^{-j45^\circ} + 220e^{-j120^\circ} \times 7,779e^{j75^\circ} + 220e^{j120^\circ} \\ &\quad \times 31,11e^{-j165^\circ} = \\ &= 3423,2e^{-j45^\circ} + 1711,4e^{-j45^\circ} + 6844,2e^{-j45^\circ} = \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &= 2420,6 - j2420,6 + 1210,1 - j1210,1 + 4839,6 - j4839,6 \\ &= 8470,3 - j8470,3 = 11978,8e^{-j45^\circ} \end{aligned}$$

$$P_{\text{ист}} = 8470,3 \text{ Вт}; \quad Q_{\text{ист}} = -j8470,3 \text{ Вар}; \quad S_{\text{ист}} = 11978,8 \text{ ВА}$$

Определяем комплексную мощность приёмников энергии:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\text{пр.}} &= I_A^2 \times \underline{Z}_1 + I_B^2 \times \underline{Z}_2 + I_C^2 \times \underline{Z}_3 = \\ &= 15,56^2 \times (10 - j10) + 7,779^2 \times (20 - j20) + 31,11^2 \times (5 - j5) \\ &= \\ &= 2421,1 - j2421,1 + 1210,3 - j1210,3 + 4839,2 - j4839,2 \\ &= 8470,3 - j8470,3 = 11978,8e^{-j45^\circ} \end{aligned}$$

$$P_{\text{пр.}} = 8470,3 \text{ Вт}; \quad Q_{\text{пр.}} = -j8470,3 \text{ Вар}; \quad S_{\text{пр.}} = 11978,8 \text{ ВА}$$

$$P_{\text{ист.}} = P_{\text{пр.}}$$

$$Q_{\text{ист.}} = Q_{\text{пр.}}$$

$$S_{\text{ист.}} = S_{\text{пр.}}$$

**Баланс мощностей выполняется**

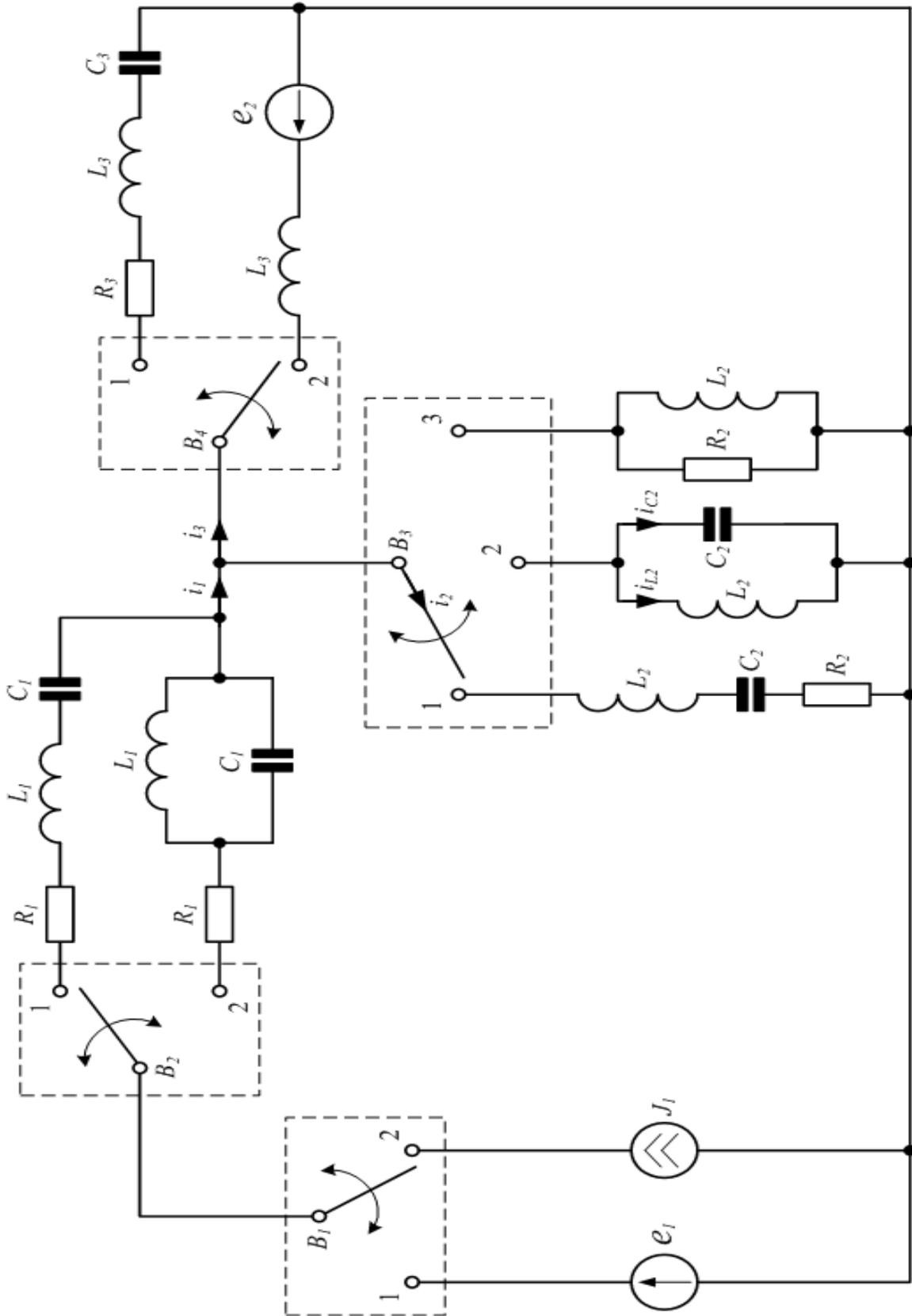


## 7. Расчёт электрических цепей при несинусоидальных источниках энергии

### Задание

1. Составить баланс активных и реактивных мощностей;
2. Определить мощность искажения

**Вариант контрольной работы** соответствует номеру строки из  
таблицы





№	Положение переключателей				Источники энергии	R <sub>1</sub> Ом	ωL Ом	1/ωC Ом	R <sub>2</sub> Ом	ωL <sub>2</sub> Ом	1/ωC <sub>2</sub> Ом	R <sub>3</sub> Ом	ωL Ом	1/ωC <sub>3</sub> Ом
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>										
1	2	2	1	1	$J_1(t) = 10 + 5\sin 2\omega t - 2\sin(4\omega t + 90^\circ)$	0	10	40	0	2	32	5	0	0
2	2	1	2	1	$J_1(t) = 10 + 5\sin 2\omega t - 2\sin 3\omega t$	10	0	0	0	5	45	10	5	20
3	1	1	2	1	$e_1(t) = 10 + 10\sqrt{2}\sin(\omega t + 45^\circ) - 100\sqrt{2}\sin(3\omega t - 30^\circ)$	10	0	0	0	10	90	∞	0	0
4	1	1	2	1	$e_1(t) = 50 + 20\sqrt{2}\sin 3\omega t$	100	0	0	0	40	360	∞	0	0
5	1	1	2	1	$e_1(t) = 20 + 10\sqrt{2}\sin \omega t$	10	0	0	0	10	10	∞	0	0
6	1	1	1	1	$e_1(t) = 100\sin(\omega t - 45^\circ) - 50\sin(3\omega t + 90^\circ)$	50	10	90	0	30	30	50	0	0
7	1	1	2	1	$e_1(t) = 100 + 200\sin(\omega t - 45^\circ) - 100\sin 3\omega t$	50	0	0	0	10	90	50	0	0
8	1	1	1	1	$e_1(t) = 50 - 100\sqrt{2}\sin(\omega t - 30^\circ) + 50\sqrt{2}\sin 2\omega t$	10	0	0	0	10	10	∞	0	0
9	1	1	2	1	$e_1(t) = 100 + 75\sin \omega t - 50\sin(2\omega t - 60^\circ)$	10	10	0	0	10	40	0	0	10
10	1	1	1	1	$e_1(t) = 100 + 30\sin(\omega t + 30^\circ) - 60\sin(2\omega t - 90^\circ)$	6	0	0	0	1	4	0	3	0



<b>11</b>	1	1	2	1	10	10	33,33	0	20	40	$\infty$	0	0
					$e_i(t) = 100 + 75\sin(\omega t - 45^\circ) + 50\sin 2\omega t$								
<b>12</b>	1	2	1	1	20	10	90	0	0	30	20	0	0
					$e_i(t) = 10 + 10\sqrt{2}\sin(\omega t + 45^\circ) - 10\sqrt{2}\sin 3\omega t$								
<b>13</b>	1	1	1	1	15	0	0	0	20	0	0	20	0
					$e_i(t) = 75\sin \omega t - 50\sin 2\omega t$								
<b>14</b>	1	1	3	1	0	2	18	5	3	0	$\infty$	0	0
					$e_i(t) = 100\sin \omega t - 50\sin(3\omega t + 90^\circ) + 20\sin(5\omega t - 90^\circ)$								
<b>15</b>	1	1	1	1	10	0	0	0	20	0	10	0	20
					$e_i(t) = 100 + 75\sin \omega t - 50\sin 2\omega t$								
<b>16</b>	1	1	1	1	100	0	0	0	30	30	0	20	180
					$e_i(t) = 200\sin \omega t + 150\sin 2\omega t + 100\sin 3\omega t$								
<b>17</b>	1	2	1	1	1000	$L_1 = 10$ мГн	-	0	$L_2 = 10$ мГн	-	8	0	0
					$e_i(t) = 120\sin \omega t + 60\sin 3\omega t + 30\sin 5\omega t$ ; $f = 2$ кГц; $i_L(5\omega t) = 0$ ; $Z_{bc}(3\omega t) = 0$								
<b>18</b>	1	1	2	1	100	0	-	0	$L_2 = 2,5$ мГн	-	8	0	0
					$e_i(t) = 100\sin \omega t + 50\sin 3\omega t$ ; $U_{RL}(t) = 100\sin \omega t$ ; $f = 50$ Гц								
<b>19</b>	1	2	2	1	100	-	$C_1 = 10$ мкФ	0	-	$C_2 = 10$ мкФ	8	0	0
					$e_i(t) = 5 + 3\sin(1000t + 30^\circ) + 2\sin 5000t$ ; участок <i>ab</i> – резонанс 1 гармоника участок <i>bc</i> – резонанс 5 гармоника								

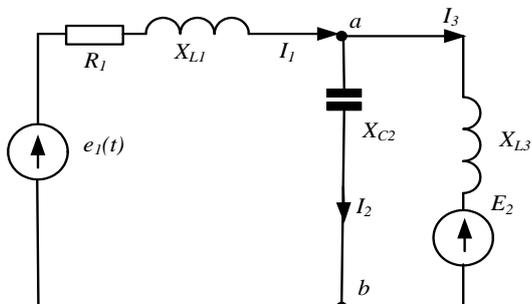


<b>20</b>	2	1	1	2	1	1	10	2	0	0	0	0	6	0	0	6	0
							$J_1(t)=10+6\sin(\omega t+30^\circ)$ $e_2(t)=20+20\sin(2\omega t+45^\circ)$										0
<b>21</b>	2	1	3	1	3	1	10	0	0	10	30	0	0	0	0	0	30
							$J_1(t)=5+10\sin(1000t+30^\circ)$										
<b>22</b>	1	1	3	1	3	1	10	0	0	10	30	0	0	0	0	0	120
							$e_1(t)=50+100\sin(2\omega t-45^\circ)$										
<b>23</b>	2	1	3	1	3	1	6	0	0	6	3	0	0	0	0	0	4
							$J_1(t)=10+6\sin(\omega t+30^\circ)+$ $+3\sin(2\omega t+90^\circ)$										
<b>24</b>	1	1	3	1	3	1	10	0	0	10	3	0	0	0	0	0	4
							$e_1(t)=100+60\sin(\omega t+30^\circ)+$ $+30\sin(2\omega t+90^\circ)$										
<b>25</b>	2	1	3	1	3	1	10	0	0	10	3	0	0	0	0	0	4
							$J_1(t)=10+6\sin(\omega t+30^\circ)+$ $+3\sin(2\omega t+90^\circ)$										
<b>26</b>	1	1	3	1	3	1	10	0	0	10	3	0	0	0	0	0	4
							$e_1(t)=100+30\sin(2\omega t+90^\circ)$										
<b>27</b>	1	1	1	2	1	2	10	2	0	0	0	6	0	0	0	0	0
							$e_1(t)=100+60\sin(\omega t-30^\circ);$ $e_2(t)=10\text{ В}$										
<b>28</b>	1	1	1	2	1	2	6	0	0	0	1	4	0	0	0	3	0
							$e_1(t)=100+60\sin(\omega t+30^\circ);$ $e_2(t)=-20-30\sin(2\omega t+90^\circ)$										



## ПРИМЕР РАСЧЁТА

### Исходная схема



### Задание

1. Составить баланс активных и реактивных мощностей;
2. Определить мощность искажения

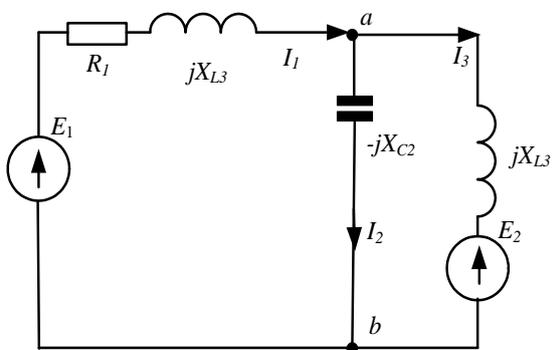
### Исходные данные:

$$R_1 = 10 \text{ Ом}; X_{L1}^{(1)} = 2 \text{ Ом}; X_{C2}^{(1)} = 6 \text{ Ом}; X_{L3}^{(1)} = 6 \text{ Ом}$$

$$e_1(t) = 30 \sin(\omega t - 15^\circ) + 20 \sin(2\omega t + 45^\circ); E_2 = 10 \text{ В}$$

### Решение

Схема замещения в комплексной форме

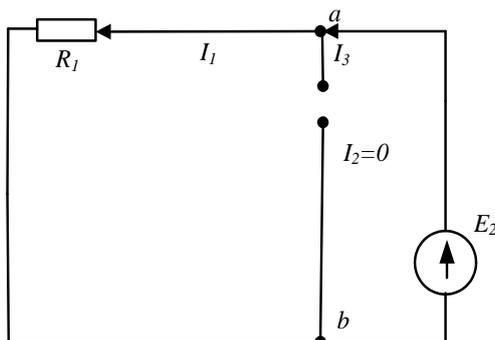




Расчёт выполняется для каждой составляющей источников энергии в отдельности.

Полное решение задачи выполняется методом наложения.

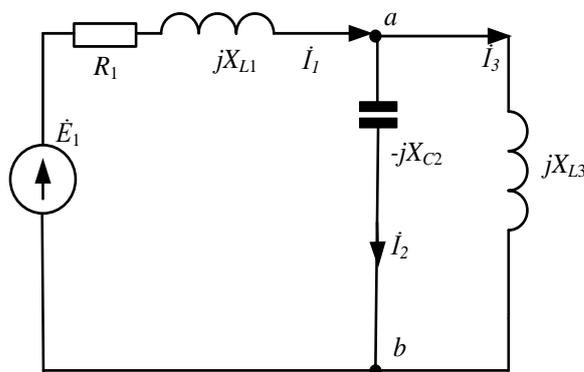
Для расчёта от действия постоянной составляющей источника ЭДС  $E_2$  исходная электрическая цепь преобразуется к виду:



$$I_1 = I_3 = -\frac{E_2}{R_1} = -\frac{10}{10} = -1 \text{ A}$$

$$I_2 = 0$$

Для расчёта электрической цепи от действия каждой гармоники источника ЭДС электрическая цепь преобразуется к виду:



Комплексные сопротивления электрической цепи и источник ЭДС при действии основной (первой) гармоники ( $k=1$ ) равны:

$$Z_1^{(1)} = R_1 + jX_{L1}^{(1)} = 10 + j2 = 10,2e^{j11,3^\circ}$$



$$Z_2^{(1)} = 0 - jX_{C_2}^{(1)} = 0 - j6 = 6e^{-j90^\circ}$$

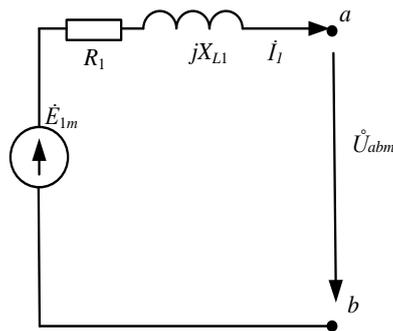
$$Z_3^{(1)} = 0 + jX_{L_3}^{(1)} = 0 + j6 = 6e^{j90^\circ}$$

$$\dot{E}_{1m}^{(1)} = 30e^{-j15^\circ}$$

В результате преобразования электрической цепи получим эквивалентное сопротивление относительно источника ЭДС:

$$Z_{\text{ЭКВ}}^{(1)} = Z_1^{(1)} + Z_{23}^{(1)} = Z_1^{(1)} + \frac{Z_2^{(1)} \times Z_3^{(1)}}{Z_2^{(1)} + Z_3^{(1)}} = 10 + j2 + \frac{6e^{-j90^\circ} \times 6e^{j90^\circ}}{0 - j6 + 0 + j6} = \infty$$

На участке  $ab$  наблюдается резонанс токов, в результате чего на данном участке возникает разрыв цепи и схема приобретает следующий вид:



$$I_{m_1}^{(1)} = \frac{\dot{E}_{1m}^{(1)}}{Z_{\text{ЭКВ}}^{(1)}} = 0$$

$$U_{abm}^{(1)} = \dot{E}_{1m}^{(1)}$$

$$I_{m_2}^{(1)} = \frac{U_{abm}^{(1)}}{Z_2^{(1)}} = \frac{30e^{-j15^\circ}}{6e^{-j90^\circ}} = 5e^{j75^\circ}$$

$$I_{m_3}^{(1)} = \frac{U_{abm}^{(1)}}{Z_3^{(1)}} = \frac{30e^{-j15^\circ}}{6e^{j90^\circ}} = 5e^{-j105^\circ}$$

Комплексные сопротивления электрической цепи и источник ЭДС при действии второй гармоники ( $k=2$ ) равны:

$$Z_1^{(2)} = R_1 + jX_{L_1}^{(2)} = 10 + j4 = 10,77e^{j21,8^\circ}$$



$$\underline{Z}_2^{(2)} = 0 - jX_{C_2}^{(1)} = 0 - j3 = 3e^{-j90^\circ}$$

$$\underline{Z}_3^{(2)} = 0 + jX_{L_3}^{(1)} = 0 + j12 = 12e^{j90^\circ}$$

$$\underline{E}_{1m}^{(2)} = 20e^{j45^\circ}$$

В результате преобразования электрической цепи получим эквивалентное сопротивление относительно источника ЭДС:

$$\begin{aligned} Z_{\text{ЭКВ}}^{(2)} &= Z_1^{(2)} + Z_{23}^{(2)} = Z_1^{(2)} + \frac{Z_2^{(2)} \times Z_3^{(2)}}{Z_2^{(2)} + Z_3^{(2)}} = 10 + j4 + \frac{3e^{-j90^\circ} \times 12e^{j90^\circ}}{0 - j3 + 0 + j12} \\ &= 10 + j4 + \frac{36e^{j0^\circ}}{0 + j9} = \\ &= 10 + j4 + \frac{36e^{j0^\circ}}{0 + j9} = 10 + j4 + \frac{36e^{j0^\circ}}{9e^{j90^\circ}} = 10 + j4 + 4e^{-j90^\circ} = 10 + j4 - j4 \\ &= 10 \text{ Ом} \end{aligned}$$

Комплексные значения токов в каждой ветви схемы определяются:

$$I_{m_1}^{(2)} = \frac{\underline{E}_{1m}^{(2)}}{\underline{Z}_{\text{ЭКВ}}^{(2)}} = \frac{20e^{j45^\circ}}{10} = 2e^{j45^\circ}$$

$$U_{abm}^{(2)} = I_{m_1}^{(2)} \times \underline{Z}_{23}^{(2)} = 2e^{j45^\circ} \times 4e^{-j90^\circ} = 8e^{-j45^\circ}$$

$$I_{m_2}^{(2)} = \frac{U_{abm}^{(2)}}{\underline{Z}_2^{(1)}} = \frac{8e^{-j45^\circ}}{3e^{-j90^\circ}} = 2,667e^{j45^\circ}$$

$$I_{m_3}^{(2)} = \frac{U_{abm}^{(2)}}{\underline{Z}_3^{(1)}} = \frac{8e^{-j45^\circ}}{12e^{j90^\circ}} = 0,6667e^{-j135^\circ}$$

Применяем метод наложения и определяем результирующие значения мгновенных токов в ветвях электрической цепи:

$$i_1(t) = I_1^{(0)} + i_1^{(1)}(t) + i_1^{(2)}(t)$$

$$i_1(t) = -1 + 2\sin(2\omega t + 45^\circ)$$

$$i_2(t) = i_2^{(1)}(t) + i_2^{(2)}(t)$$



$$i_2(t) = 5 \sin(\omega t + 75^\circ) + 2,667 \sin(2\omega t + 45^\circ)$$

$$i_3(t) = I_3^{(0)} + i_3^{(1)}(t) + i_3^{(2)}(t)$$

$$i_3(t) = -1 + 5 \sin(\omega t - 105^\circ) + 0,6667 \sin(2\omega t - 135^\circ)$$

Составляем баланс активных и реактивных мощностей.

Активная и реактивная мощности источников энергии от каждой из гармоник:

$$P_{ист}^{(0)} = E_2 \times I_3^{(0)} = 10 \times 1 = 10 \text{ Вт}$$

$$\tilde{S}_{ист}^{(1)} = \dot{E}_1^{(1)} \times \dot{I}_1^{(1)} = \frac{30}{\sqrt{2}} e^{-j15^\circ} \times 0 = 0 + j0$$

$$\tilde{S}_{ист}^{(2)} = \dot{E}_1^{(2)} \times \dot{I}_1^{(2)} = \frac{20}{\sqrt{2}} e^{j45^\circ} \times \frac{2}{\sqrt{2}} e^{-j45^\circ} 1 = 20 e^{j0^\circ} = 20 + j0$$

$$P_{ист} = P_{ист}^{(0)} + P_{ист}^{(1)} + P_{ист}^{(2)} = 30 \text{ Вт}$$

$$Q_{ист} = Q_{ист}^{(1)} + Q_{ист}^{(2)} = 0 \text{ Вар}$$

Активная и реактивная мощности приёмников энергии от каждой из гармоник:

$$P_{пр}^{(0)} = [I_1^{(0)}]^2 \times R_1 = 1 \times 10 = 10 \text{ Вт}$$

$$\tilde{S}_{пр}^{(1)} = [I_1^{(1)}]^2 \times \underline{Z}_1^{(1)} + [I_2^{(1)}]^2 \times \underline{Z}_2^{(1)} + [I_3^{(1)}]^2 \times \underline{Z}_3^{(1)} =$$

$$\tilde{S}_{пр}^{(1)} = [0]^2 \times (10 + j2) + \left[\frac{5}{\sqrt{2}}\right]^2 \times (0 - j6) + \left[\frac{5}{\sqrt{2}}\right]^2 \times (0 + j6) =$$

$$\tilde{S}_{пр}^{(1)} = 0 + (0 - j75) + (0 + j75) = 0 + j0$$

$$\tilde{S}_{пр}^{(2)} = [I_1^{(2)}]^2 \times \underline{Z}_1^{(2)} + [I_2^{(2)}]^2 \times \underline{Z}_2^{(2)} + [I_3^{(2)}]^2 \times \underline{Z}_3^{(2)} =$$

$$\tilde{S}_{пр}^{(2)} = \left[\frac{2}{\sqrt{2}}\right]^2 \times (10 + j4) + \left[\frac{2,667}{\sqrt{2}}\right]^2 \times (0 - j3) + \left[\frac{0,6667}{\sqrt{2}}\right]^2 \times (0 + j12) =$$



$$\tilde{S}_{\text{пр}}^{(2)} = (20 + j8) + (0 - j10,67) + (0 + j2,667) = 20 + j0$$

$$P_{\text{пр}} = P_{\text{пр}}^{(0)} + P_{\text{пр}}^{(1)} + P_{\text{пр}}^{(2)} = 30 \text{ Вт}$$

$$Q_{\text{пр}} = Q_{\text{пр}}^{(1)} + Q_{\text{пр}}^{(2)} = 0 \text{ Вар}$$

$$P_{\text{ист}} = P_{\text{пр}}; Q_{\text{ист}} = Q_{\text{пр}}$$



## 8. Аналитическое определение первичных параметров четырехполюсников

### Задание

1. Произвести расчёт входных сопротивлений заданного четырехполюсника в режимах х.х., о.х.х., к.з., о.к.з.
2. Произвести расчёт коэффициента  $\underline{A}$  по формулам:

$$\underline{A} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1к} \times \underline{Z}_{1х}}{\underline{Z}_{2к} \cdot \underline{Z}_{1х} - \underline{Z}_{1к} \cdot \underline{Z}_{2х}}}$$

$$\underline{A} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1х}}{\underline{Z}_{2х} - \underline{Z}_{2к}}}$$

3. Произвести расчёт остальных коэффициентов по формулам:

$$\underline{B} = \underline{A} \cdot \underline{Z}_{2к} \quad \underline{C} = \underline{A} / \underline{Z}_{1х}$$

$$\underline{D} = \underline{A} \cdot \frac{\underline{Z}_{2к}}{\underline{Z}_{1к}} = \underline{A} \cdot \frac{\underline{Z}_{2х}}{\underline{Z}_{1х}}$$

4. Произвести проверку выполненных расчётов по формуле:

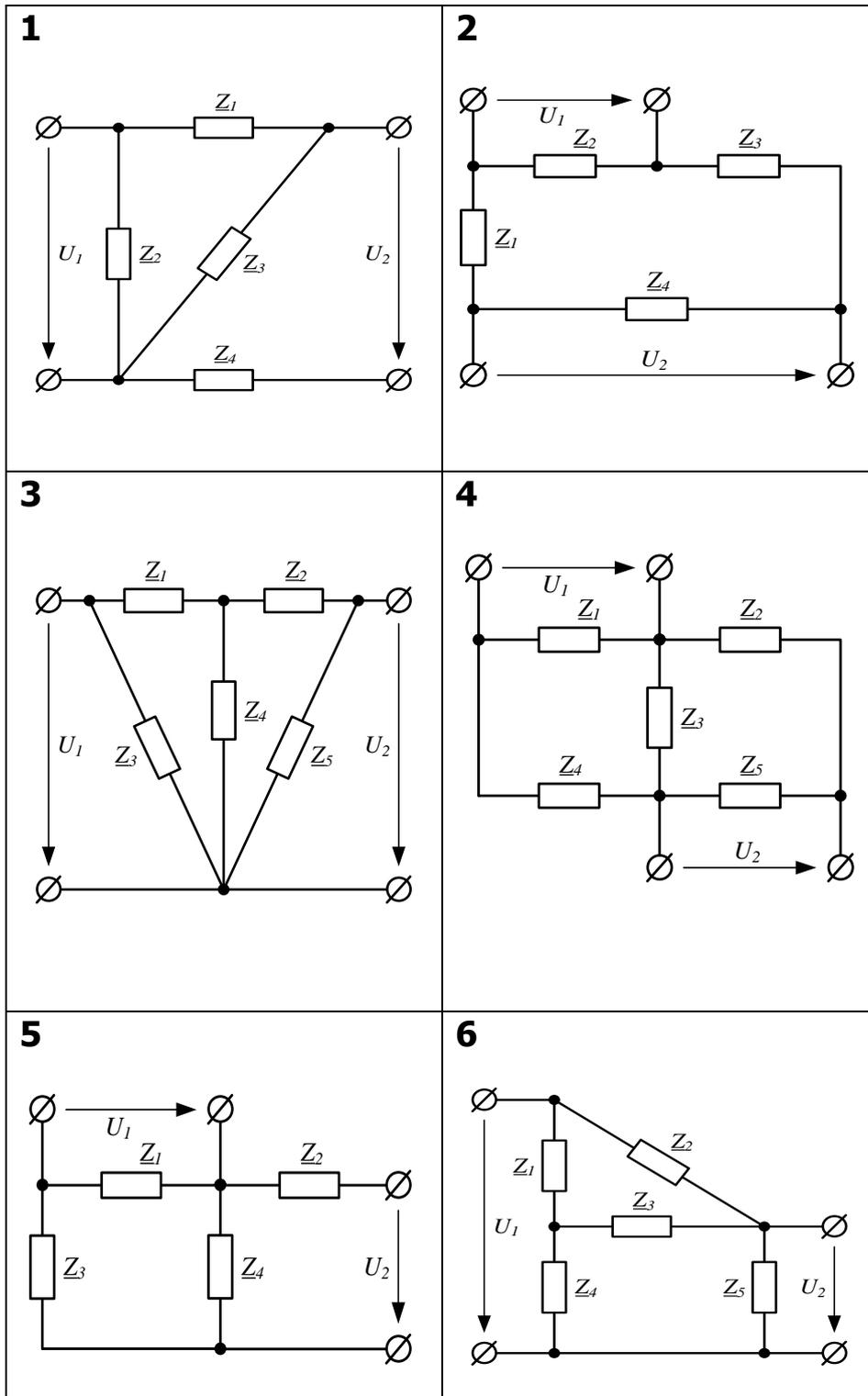
$$\underline{A} \cdot \underline{D} - \underline{B} \cdot \underline{C} = 1$$

### Исходные данные:

$\underline{Z}_1$	$\underline{Z}_2$	$\underline{Z}_3$	$\underline{Z}_4$	$\underline{Z}_5$	$\underline{Z}_6$
$10 + j0$	$0 - j10$	$0 + j20$	$10 - j10$	$20 + j20$	$20 + j0$

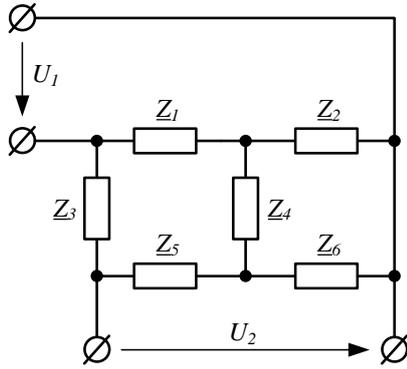


**Вариант контрольной работы** соответствует номеру схемы

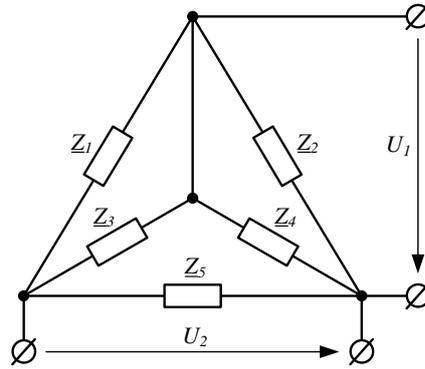




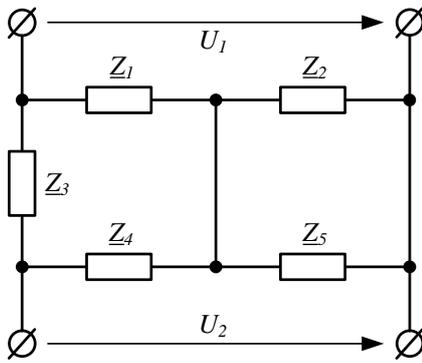
**7**



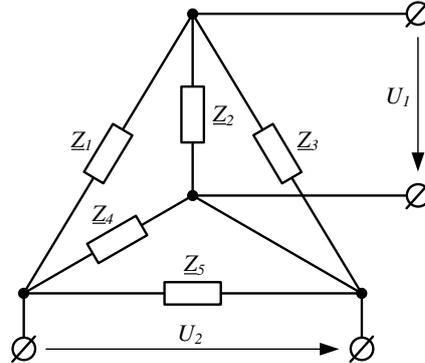
**8**



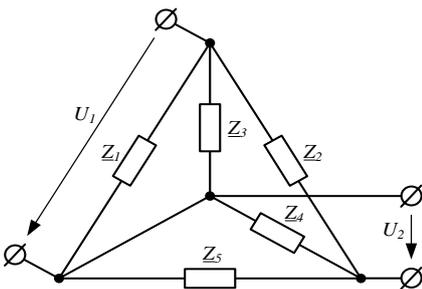
**9**



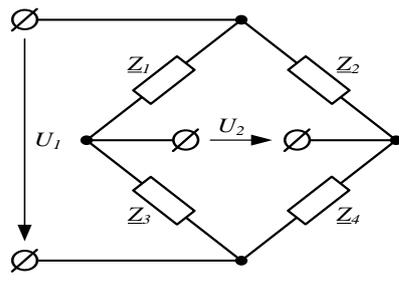
**10**

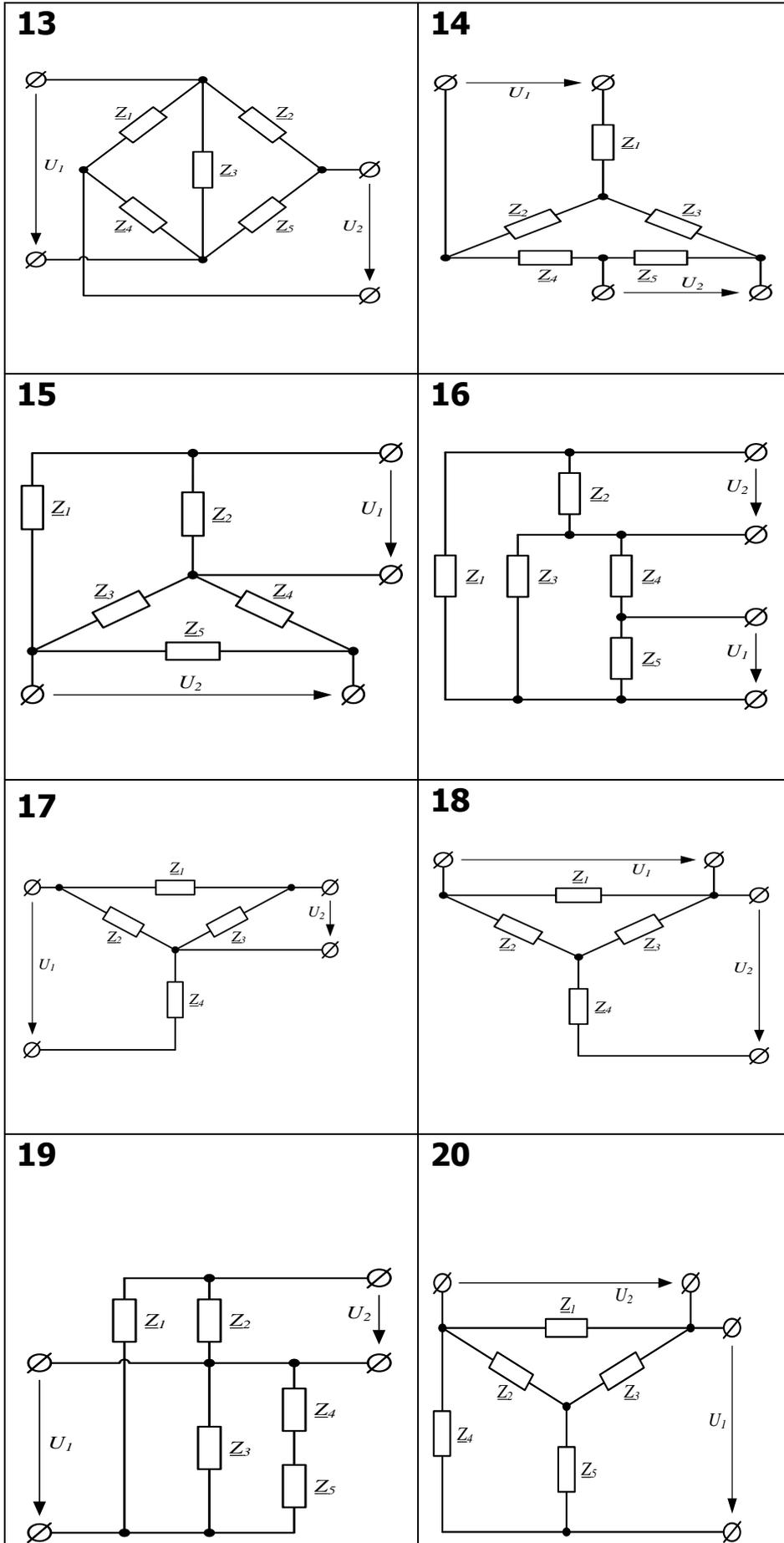


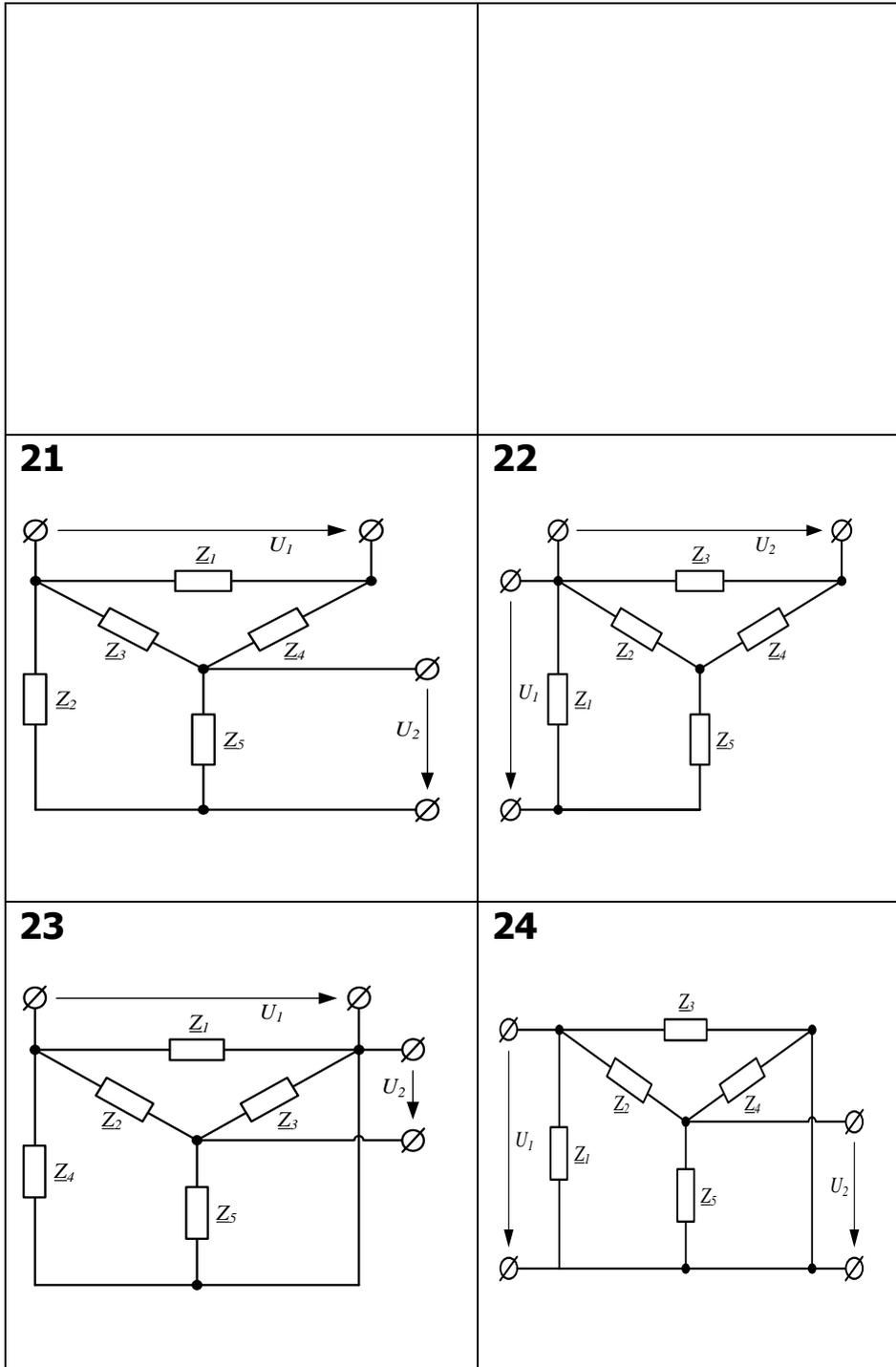
**11**



**12**





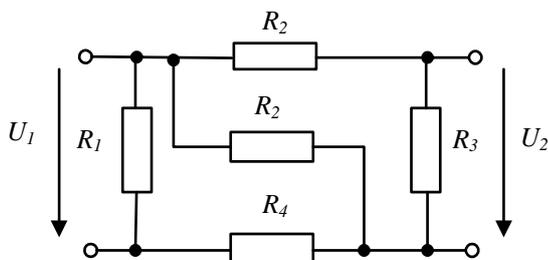




## ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА

### Пример №1

#### Исходная схема



#### Задание

1. Произвести расчёт входных сопротивлений заданного четырёх-полюсника в режимах: х.х.(1х), к.з.(1к), о.к.з.(2х)
2. Произвести расчёт коэффициентов  $A, B, C$  и  $D$  по соответствующим формулам.
3. Проверить выполненные расчёты по формуле:  $A \times D - B \times C = 1$

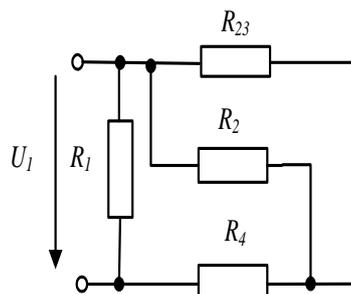
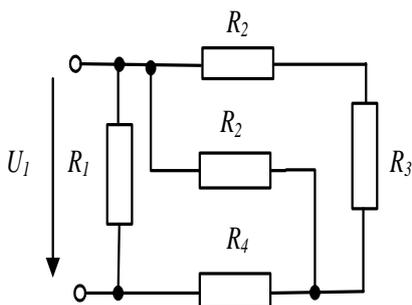
#### Исходные данные:

$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$
200	100	300	500

#### Решение

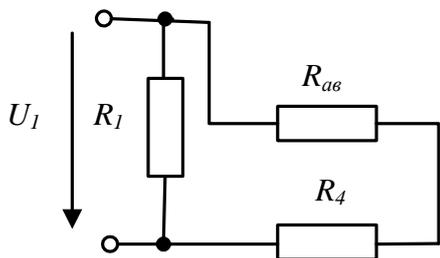
#### Применим метод эквивалентных преобразований

#### Режим холостого хода

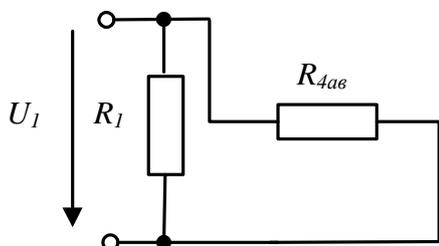




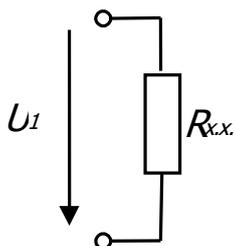
$$R_{23} = R_2 + R_3 = 400 \text{ Ом}$$



$$R_{23} = \frac{R_{23} \times R_2}{R_{23} + R_2} = 80 \text{ Ом}$$

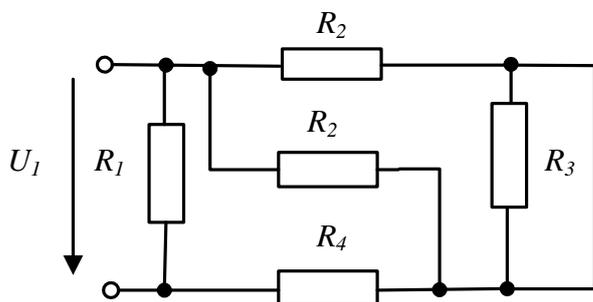


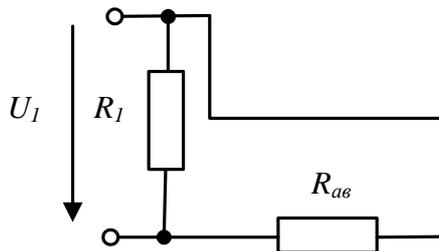
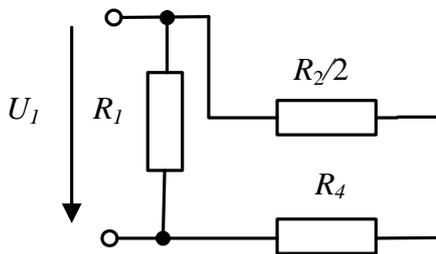
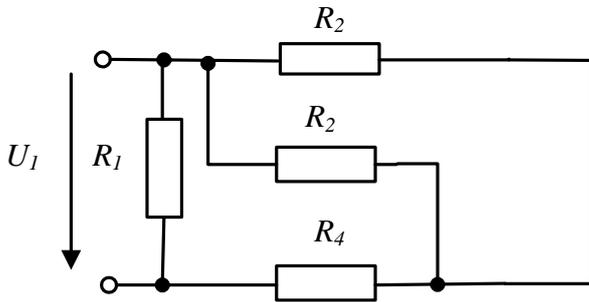
$$R_{423} = R_{23} + R_4 = 580 \text{ Ом}$$



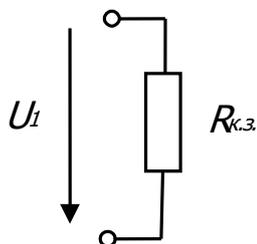
$$R_{xx} = R_{1x} = \frac{R_{423} \times R_1}{R_{423} + R_1} = 148,7 \text{ Ом}$$

### Режим короткого замыкания





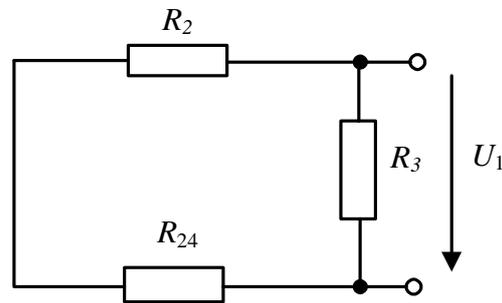
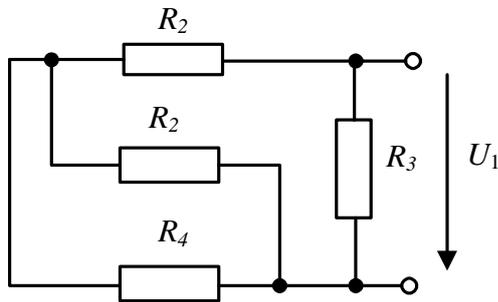
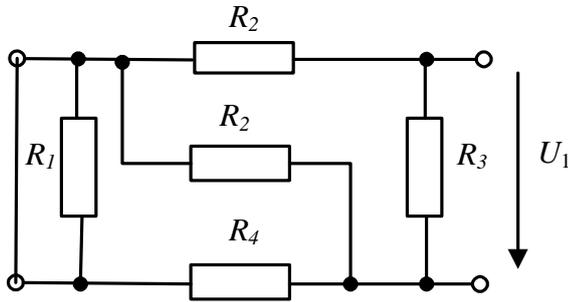
$$R_{аб} = R_2/2 + R_4 = 550 \text{ Ом}$$



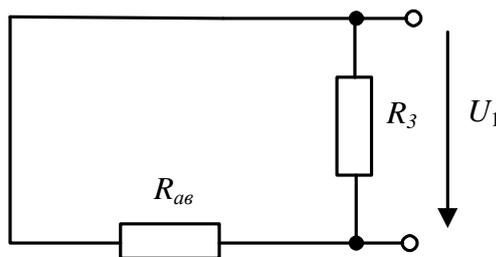
$$R_{кз.} = R_{1к} = \frac{R_{аб} \times R_1}{R_{аб} + R_1} = 146,7 \text{ Ом}$$



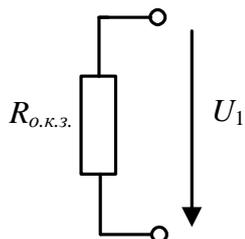
### Режим обратного короткого замыкания



$$R_{24} = \frac{R_2 \times R_4}{R_2 + R_4} = 83,33 \text{ Ом}$$



$$R_{аб} = R_{24} + R_2 = 183,3 \text{ Ом}$$



$$R_{o.к.з.} = R_{2к} = \frac{R_{аб} \times R_2}{R_{аб} + R_2} = 113,8 \text{ Ом}$$

$$A = \sqrt{\frac{R_{1к} \times R_{2х}}{R_{2к} (R_{1х} - R_{1к})}}$$

$$A = 9,667; \quad B = A \times R_{o.к.з.} = 1100;$$

$$C = A / R_{x.x.} = 0,06500; \quad D = A \times \frac{R_{o.к.з.}}{R_{к.з.}} = 7,5$$

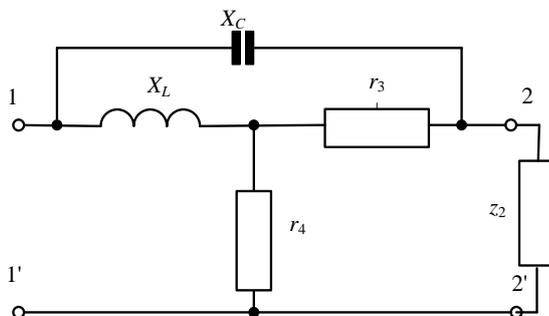
Проверка выполненных расчётов по формуле:

$$A \times D - B \times C = 1$$

$$9,667 \times 7,5 - 1100 \times 0,065 = 1$$

## Пример №2

### Исходная схема





### Задание

Используя основные уравнения четырёхполюсника, рассчитать ток нагрузки  $I_2$ , если сопротивление нагрузки  $\underline{Z}_2 = 60 + j30$  Ом, а напряжение на входе  $U_1 = 220$  В.

Определить коэффициенты А, В, С, D несимметричного четырёхполюсника.

### Исходные данные:

$$x_L = 80 \text{ Ом}, x_C = 40 \text{ Ом}, r_3 = r_4 = 40 \text{ Ом}.$$

### Решение

Расчёт коэффициентов выполним с помощью входных сопротивлений

$$\underline{Z}_{1x} = r_4 + \frac{jx_L(r_3 - jx_C)}{jx_L + r_3 - jx_C} = 40 + \frac{j80(40 - j40)}{j80 + 40 - j40} = 40 + 80 = 120 \text{ Ом}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{1x} &= \frac{\left(\frac{r_3 \times r_4}{r_3 + r_4} + jX_L\right) \times (-jX_C)}{\frac{r_3 \times r_4}{r_3 + r_4} + jX_L - jX_C} = \frac{\left(\frac{40 \times 40}{40 + 40} + j80\right) \times (-j40)}{\frac{40 \times 40}{40 + 40} + j80 - j40} = \\ &= \frac{(20 + j80) \times (-j40)}{20 + j80 - j40} = \frac{(20 + j80) \times (-j40)}{20 + j40} = \frac{82,46e^{j76^\circ} \times 40e^{-j90^\circ}}{44,72e^{j63,4^\circ}} = \\ &= \frac{3298,4e^{-j14^\circ}}{44,72e^{j63,4^\circ}} = 73,76e^{-j77,4^\circ} = 16,09 - j71,98 \end{aligned}$$

$$\underline{Z}_{2x} = r_4 + \frac{r_3(jx_L - jx_C)}{r_3 + jx_L - jx_C} = 40 + \frac{40(j80 - j40)}{40 + j80 - j40} = 60 + j20 = 63,25e^{j18,44^\circ} \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_{2x} = \frac{-jx_C \cdot \left(r_3 + \frac{r_4 jx_L}{r_4 + jx_L}\right)}{-jx_C + r_3 + \frac{r_4 jx_L}{r_4 + jx_L}} = \frac{-j40 \left(40 + \frac{40 \cdot j80}{40 + j80}\right)}{-j40 + 40 + \frac{40 \cdot j80}{40 + j80}} = 20 - j33,33 = 38,87e^{-j59,04^\circ}$$



$$\underline{A} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1X}}{\underline{Z}_{2X} \cdot \underline{A} = 1,2 - j0,6}} = \sqrt{\frac{120}{j20 - 20 + j33,33}} = 1,342e^{-j26,57^\circ}$$

$$\underline{B} = \underline{Z}_{2K} \cdot \underline{A} = 38,87 \cdot e^{-j59,04^\circ} \cdot 1,342 \cdot e^{-j26,57^\circ} = 52,16 e^{-j85,6^\circ} = 4 - j52$$

$$\underline{C} = \frac{1}{\underline{Z}_{1X}} \cdot \underline{A} = \frac{1,342e^{-j56,57^\circ}}{120} = 0,0112e^{-j26,57^\circ} = 0,01 - j0,005 \text{ См}$$

$$\underline{D} = \frac{\underline{Z}_{2X}}{\underline{Z}_{1X}} \cdot \underline{A} = \frac{63,25e^{j18,44^\circ}}{120} \cdot 1,342e^{-j26,57^\circ} = 0,707e^{-j8,13^\circ} = 0,7 - j0,1$$

Первое основное уравнение

$$\underline{U}_1 = \underline{A} \cdot \underline{U}_2 + \underline{B} \cdot \underline{I}_2 = \underline{A} \cdot \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2 + \underline{B} \cdot \underline{I}_2, \text{ откуда}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_2 &= \frac{\underline{U}_1}{\underline{AZ}_2 + \underline{B}} = \frac{220}{(1,2 - j0,6)(60 + j30) + 4 - j52} = \\ &= 2,05e^{j29^\circ} \text{ А} \end{aligned}$$

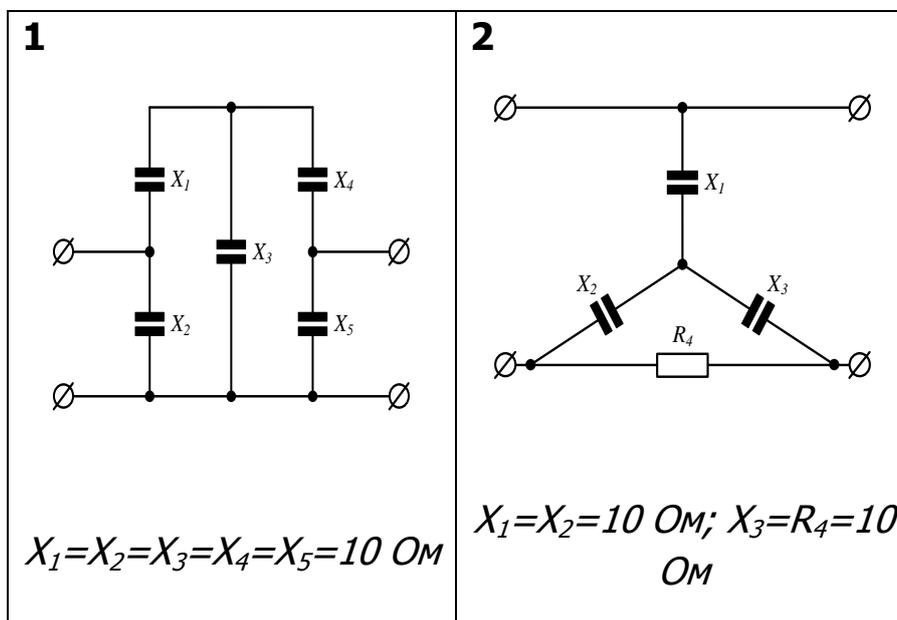


## 9. Вторичные параметры четырехполюсников

### Задание

1. Рассчитать параметры четырехполюсника:  $Z_{C1}$ ,  $Z_{C2}$  и  $\gamma$ .
2. Рассчитать мгновенные значения входных напряжения и тока при  $Z_H = Z_{C2}$ ;  $u_2 = 200 \sin(\omega t + 30^\circ)$ .
3. Определить входное сопротивление четырехполюсника через входные напряжение и ток

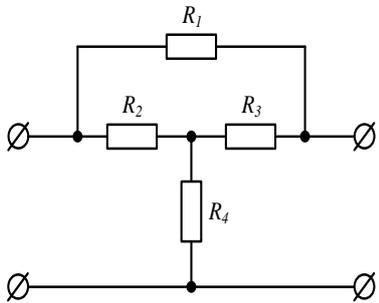
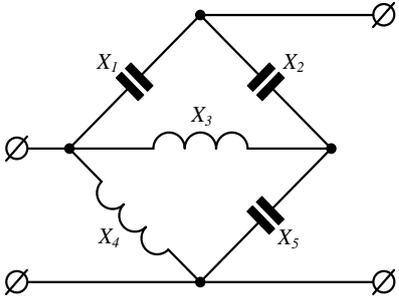
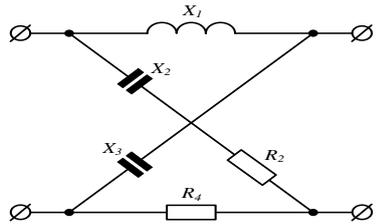
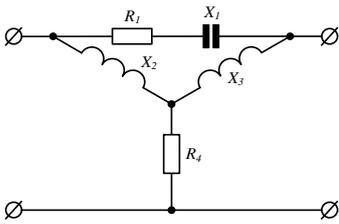
**Вариант контрольной работы** соответствует номеру схемы





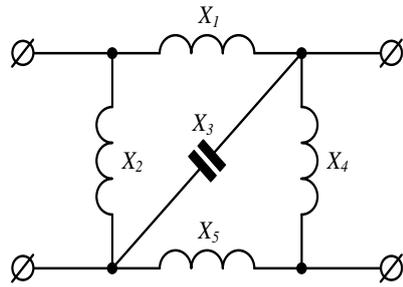
<p><b>3</b></p> <p><math>X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = 10 \text{ Ом}</math></p>	<p><b>4</b></p> <p><math>X_1 = X_2 = 10 \text{ Ом}; X_3 = X_4 = 10 \text{ Ом}</math></p>
<p><b>5</b></p> <p><math>X_1 = X_3 = 10 \text{ Ом};</math> <math>X_5 = X_4 = 10 \text{ Ом}; R_2 = 10 \text{ Ом}</math></p>	<p><b>6</b></p> <p><math>X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = X_5 = 10 \text{ Ом}</math></p>
<p><b>7</b></p> <p><math>X_1 = X_2 = 10 \text{ Ом}; R_4 = 10 \text{ Ом};</math></p>	<p><b>8</b></p> <p><math>X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = X_5 = 10 \text{ Ом}</math></p>



<p style="text-align: center;"><math>X_3=20 \text{ Ом}</math></p>	
<p><b>9</b></p>  <p style="text-align: center;"><math>R_1=R_2=10 \text{ Ом};</math>  <math>R_3=R_4=10 \text{ Ом}</math></p>	<p><b>10</b></p>  <p style="text-align: center;"><math>X_1=X_2=10 \text{ Ом}; X_3=20</math>  <math>\text{Ом};</math>  <math>X_4=30 \text{ Ом}; X_5=40 \text{ Ом}</math></p>
<p><b>11</b></p>  <p style="text-align: center;"><math>X_1=X_2=10 \text{ Ом};</math>  <math>R_2=R_4=10 \text{ Ом}; X_3=30</math>  <math>\text{Ом}</math></p>	<p><b>12</b></p>  <p style="text-align: center;"><math>R_1=R_4=10 \text{ Ом}; X_1=X_2=10</math>  <math>\text{Ом}; X_3=20 \text{ Ом}</math></p>



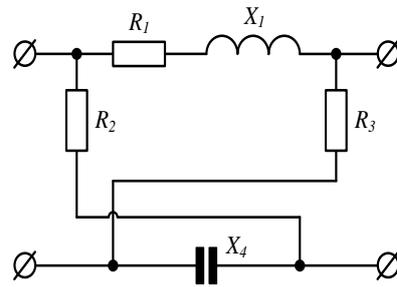
**13**



$$X_1=40 \text{ Ом}; X_2=X_3=10 \text{ Ом};$$

$$X_4=20 \text{ Ом}; X_5=30 \text{ Ом}$$

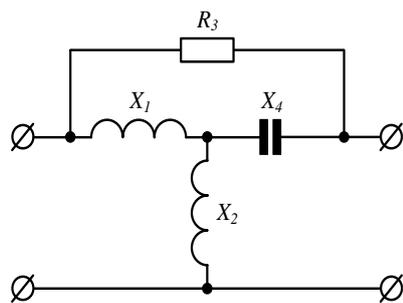
**14**



$$X_1=X_4=10 \text{ Ом}; R_1=R_2=$$

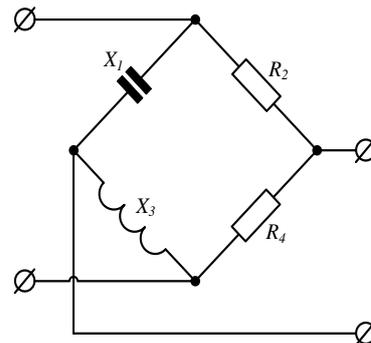
$$R_3=10 \text{ Ом}$$

**15**



$$X_1=X_2=2 \text{ Ом}; X_4=R_3=2 \text{ Ом}$$

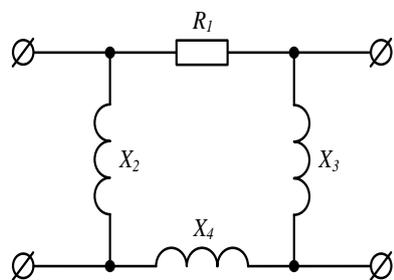
**16**



$$X_1=2 \text{ Ом}; X_3=4 \text{ Ом};$$

$$R_2=R_4=2 \text{ Ом}$$

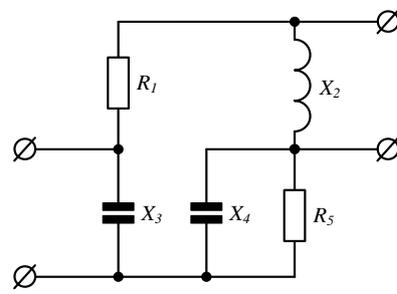
**17**



$$R_1=10 \text{ Ом}; X_2=X_3=10 \text{ Ом};$$

$$X_4=5 \text{ Ом}$$

**18**

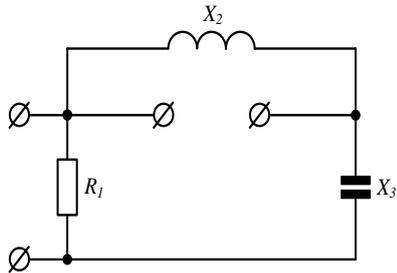


$$R_1=R_5=10 \text{ Ом}; X_2=X_3=10 \text{ Ом};$$

$$X_4=20 \text{ Ом}$$

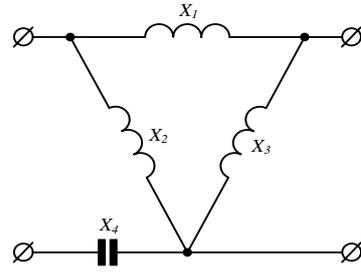


**19**



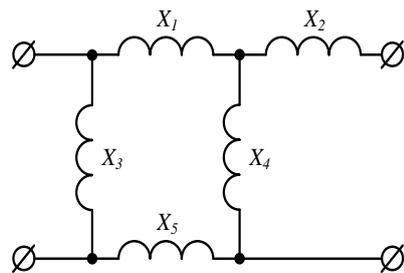
$$R_1 = 10 \text{ Ом}; X_2 = 20 \text{ Ом}; \\ X_3 = 10 \text{ Ом}$$

**20**



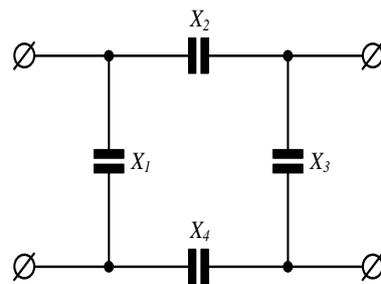
$$X_1 = X_2 = 10 \text{ Ом}; X_3 = X_4 = 20 \\ \text{Ом}$$

**21**



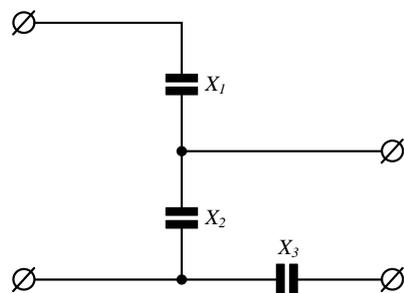
$$X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = 10 \text{ Ом}; \\ X_5 = 20 \text{ Ом}$$

**22**



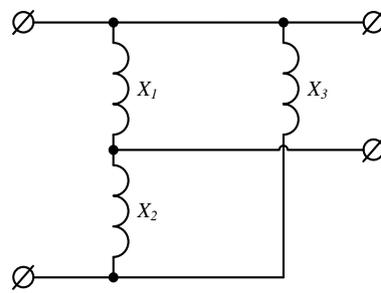
$$X_1 = X_2 = 10 \text{ Ом}; X_3 = X_4 = 10 \\ \text{Ом}$$

**23**

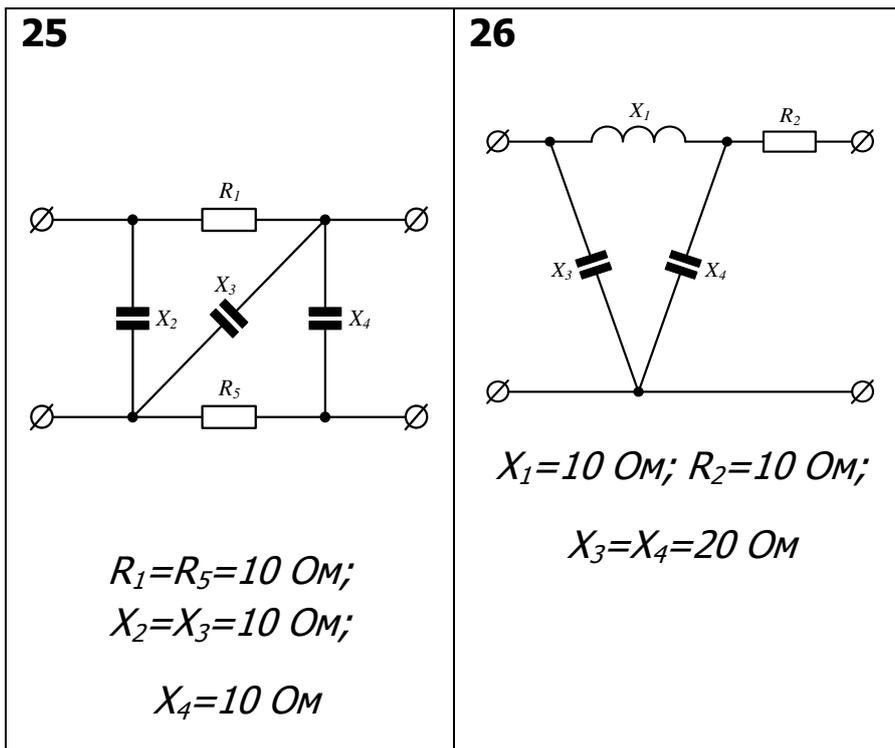


$$X_1 = 10 \text{ Ом}; X_2 = 20 \text{ Ом}; \\ X_3 = 40 \text{ Ом}$$

**24**

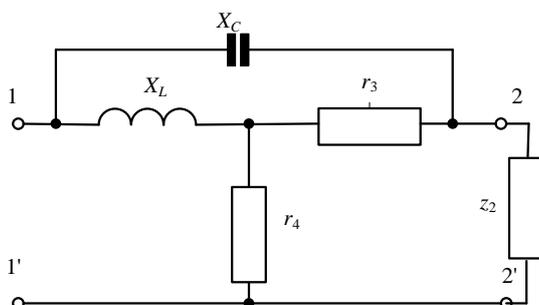


$$X_1 = X_2 = 10 \text{ Ом}; X_3 = 30 \text{ Ом}$$



## ПРИМЕР РАСЧЁТА

### Исходная схема



### Задание

Для приведённой схемы определить:

- параметры четырехполюсника:  $Z_{C1}$ ,  $Z_{C2}$  и  $\gamma$ ;
- мгновенные значения входных напряжения и тока при  $Z_H=Z_{C2}$ ;  $u_2=200\sin(\omega t+30^\circ)$ ;



- входное сопротивление четырехполюсника через входные и напряжение и ток

### Исходные данные:

$$x_L = 80 \text{ Ом}, x_C = 40 \text{ Ом}, r_3 = r_4 = 40 \text{ Ом}.$$

### Решение

Для данного четырехполюсника в примере №2 раздела 8.2 определены сопротивления в режимах холостого хода и короткого замыкания:

$$\underline{Z}_{1K} = 73,76 e^{-j77,4^\circ} = 16,09 - j71,98$$

$$\underline{Z}_{1X} = 120 e^{j0^\circ} = 120 + j0$$

$$\underline{Z}_{2K} = 38,87 e^{-j59^\circ} = 20 - j33,33$$

$$\underline{Z}_{2X} = 63,25 e^{j18,4^\circ} = 60 + j20$$

Определим вторичные параметры четырёхполюсника по соотношениям:

✓ характеристические сопротивления

$$\underline{Z}_{1c} = \sqrt{\underline{Z}_{1X} \times \underline{Z}_{1K}}; \underline{Z}_{2c} = \sqrt{\underline{Z}_{2X} \times \underline{Z}_{2K}}$$

✓ коэффициент распространения

$$\gamma = \frac{\ln \left( \frac{1 + th\gamma}{1 - th\gamma} \right)}{2}$$

$$th\gamma = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1K}}{\underline{Z}_{1X}}} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{2K}}{\underline{Z}_{2X}}} \text{ где}$$

$$\underline{Z}_{1c} = \sqrt{120 e^{j0^\circ} \times 73,76 e^{-j77,4^\circ}} = \sqrt{8851,2 e^{-j77,4^\circ}} = 94,08 e^{-j38,7^\circ} \\ = 73,42 - j58,82$$

$$\underline{Z}_{2c} = \sqrt{63,25 e^{j18,4^\circ} \times 38,87 e^{-j59^\circ}} = \sqrt{2458,5 e^{-j40,6^\circ}} = 49,58 e^{-j20,3^\circ} \\ = 46,5 - j17,2$$



$$th\gamma = \sqrt{\frac{73,76 e^{-j77,4^\circ}}{120 e^{j0^\circ}}} = \sqrt{0,615 e^{-j77,4^\circ}} = 0,784 e^{-j39,7^\circ} = 0,612 - j0,49$$

$$\gamma = \frac{\ln \frac{1 + 0,612 - j0,49}{1 - 0,612 + j0,49}}{2} = \frac{\ln \frac{1,612 - j0,49}{0,388 + j0,49}}{2} = \frac{\ln \frac{1,685 e^{-j16,9^\circ}}{0,625 e^{j51,6^\circ}}}{2} =$$

$$\frac{\ln 2,696 e^{-j68,5^\circ}}{2} = \frac{\ln 2,696 + \ln e^{-j68,5^\circ}}{2} = \frac{0,9918 - j68,5^\circ}{2} \\ = \frac{0,9918 - j1,195(\text{рад})}{2}$$

$$\gamma = 0,4959 - j0,5975$$

Для определения мгновенных значений входных напряжения и тока при  $Z_H = Z_{C2}$  и  $u_2 = 200 \sin(\omega t + 30^\circ)$  следует воспользоваться системой уравнений вида:

$$U_{1m} = \sqrt{\frac{Z_{1c}}{Z_{2c}}} U_{2m} e^{\gamma}; I_{1m} = \sqrt{\frac{Z_{2c}}{Z_{1c}}} I_{2m} e^{\gamma}$$

$$U_{2m} = 200 e^{j30^\circ};$$

$$I_{2m} = \frac{U_{2m}}{Z_H} = \frac{U_{2m}}{Z_{2c}} = \frac{200 e^{j30^\circ}}{49,58 e^{-j20,3^\circ}} = 4,034 e^{j50,3^\circ}$$

$$U_{1m} = \sqrt{\frac{94,08 e^{-j39,7^\circ}}{49,58 e^{-j20,3^\circ}}} 200 e^{j30^\circ} e^{(0,4959 - j0,5975)} =$$

$$= 1,378 e^{-j9,2^\circ} \times 200 e^{j30^\circ} e^{0,4959} e^{-j34,3^\circ} =$$

$$= 452,5 e^{-j13,5^\circ}; u_1(t) = 452,5 \sin(\omega t - 13,5^\circ)$$

$$I_{1m} = \sqrt{\frac{49,58 e^{-j20,3^\circ}}{94,08 e^{-j39,7^\circ}}} 4,034 e^{j50,3^\circ} e^{(0,4959 - j0,5975)} =$$

$$= 0,7257 e^{j9,2^\circ} \times 4,034 e^{j50,3^\circ} e^{0,4959} e^{-j34,3^\circ} =$$

$$= 4,807 e^{j25,2^\circ}; i_1(t) = 4,807 \sin(\omega t + 25,2^\circ)$$



Определим входное сопротивление четырехполюсника и коэффициент распространения через входные и выходные напряжения и токи при помощи соотношений:

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_{1m}}{I_{1m}} = \frac{452,5e^{-j13,5^\circ}}{4,807e^{j25,2^\circ}} = 94,1e^{-j38,7^\circ} = \underline{Z}_{1c}$$

**Выполнение равенства  $\underline{Z}_{\text{вх}} = \underline{Z}_{1c}$  свидетельствует о достоверности полученных результатов расчётов**



## 10. Переходные процессы в электрических цепях с одним накопителем энергии

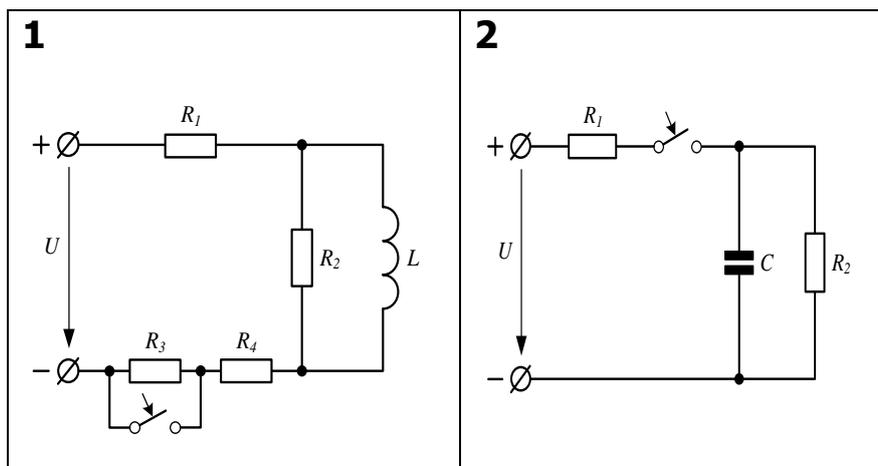
### Задание

1. Произвести расчёт всех переходных токов и напряжений на реактивных элементах заданной электрической цепи для следующих моментов времени: а)  $t=0_-$ ; б)  $t=0$ ; в)  $t=\infty$ .
2. Качественно построить графики изменения найденных в п.1 токов и напряжений в функции времени.

### Исходные данные:

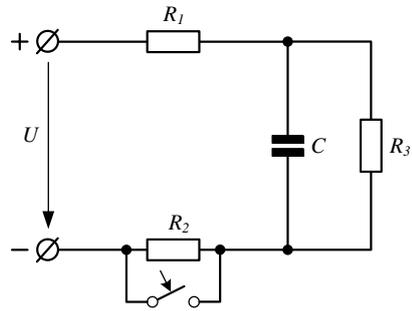
$U, \text{В}$	$R_1, \text{Ом}$	$R_2, \text{Ом}$	$R_3, \text{Ом}$	$R_4, \text{Ом}$	$J, \text{А}$
300	10	20	30	40	1

**Вариант контрольной работы** соответствует номеру схемы

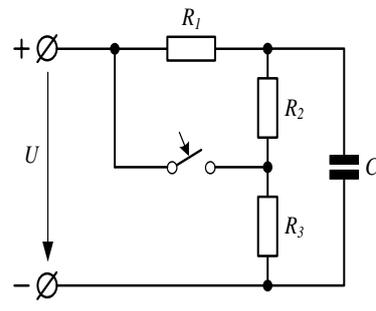




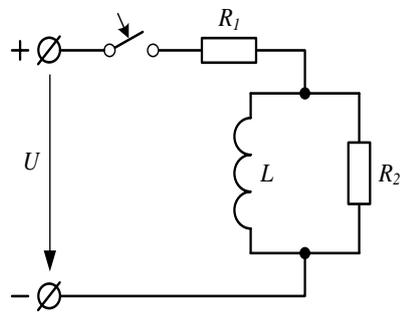
**3**



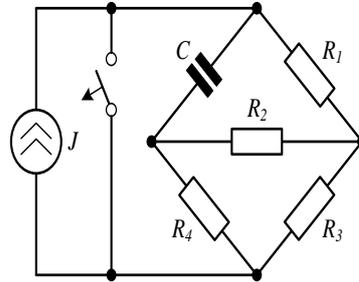
**4**



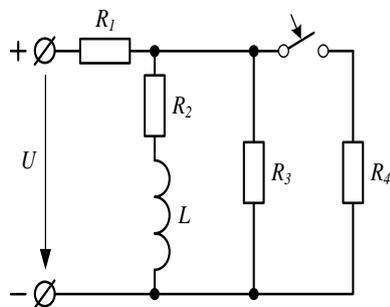
**5**



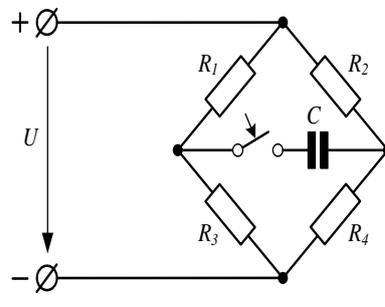
**6**



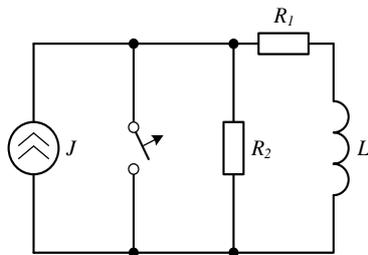
**7**



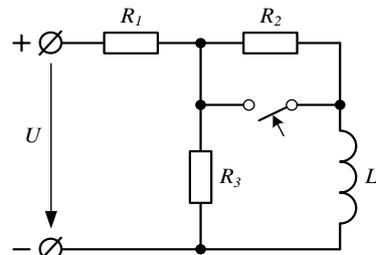
**8**



**9**

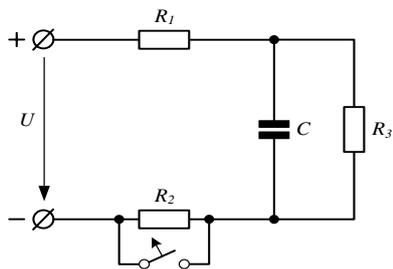


**10**

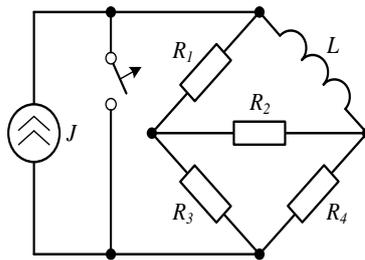




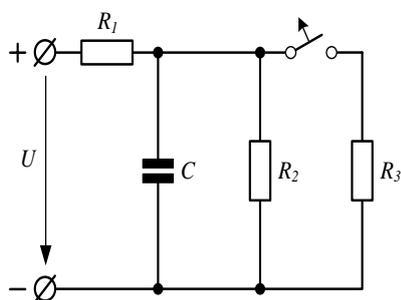
**11**



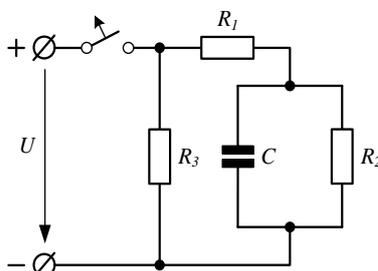
**12**



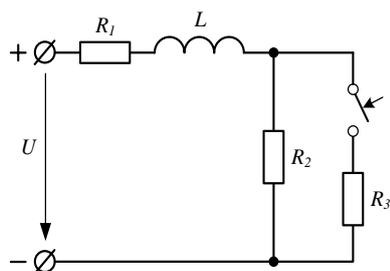
**13**



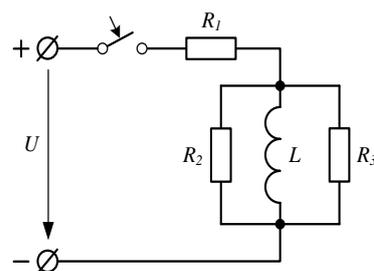
**14**



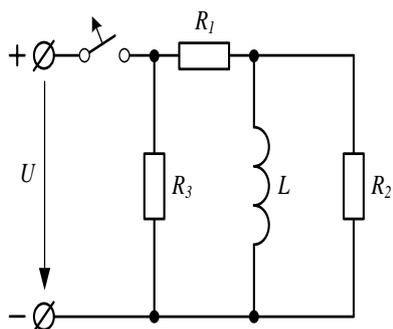
**15**



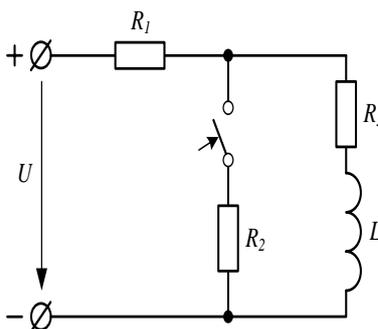
**16**



**17**

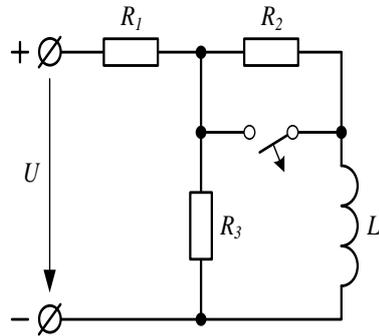


**18**

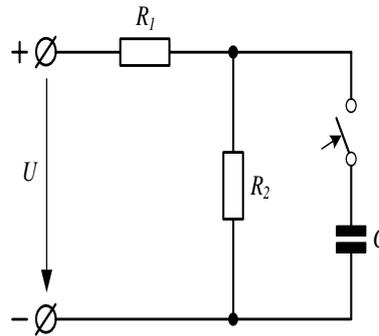




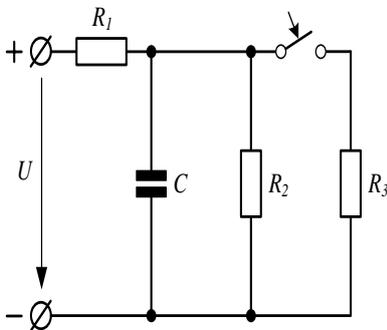
**19**



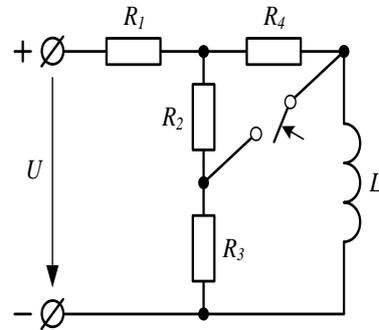
**20**



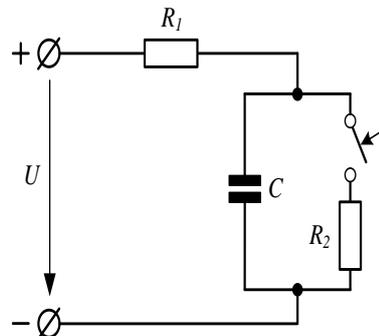
**21**



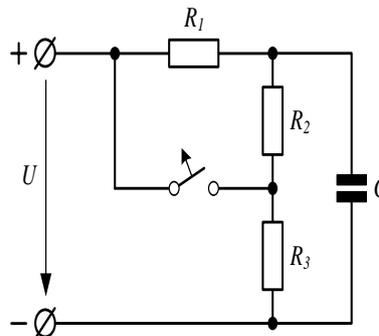
**22**



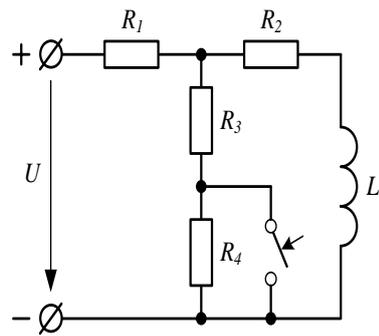
**23**



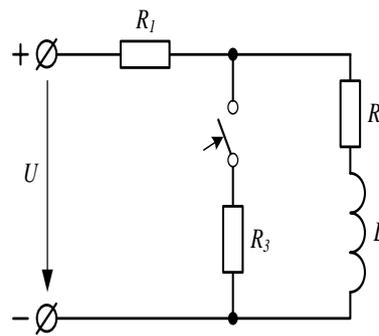
**24**



**25**



**26**

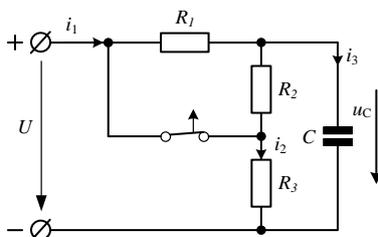




## ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА

### ПРИМЕР №1

#### Исходная схема



#### Задание

1. Рассчитать значения всех переходных токов и напряжение на реактивном элементе для моментов времени:  
а)  $t=0_-$ ; б)  $t=0$ ; в)  $t=\infty$ .
2. Качественно построить графики изменения найденных в п.1 токов и напряжения в функции времени

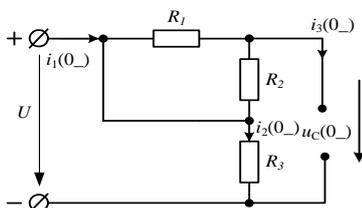
#### Исходные данные:

$U, \text{В}$	$R_1, \text{Ом}$	$R_2, \text{Ом}$	$R_3, \text{Ом}$
300	10	20	30

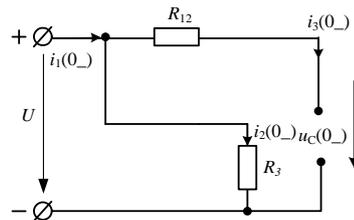
#### Решение

Рассмотрим заданную схему для момента времени  $t=0_-$ . Этот момент времени соответствует докоммутационному установившемуся режиму.

Электрическая цепь может быть преобразована к виду:



ИЛИ



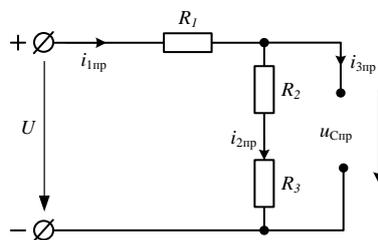
$$R_{12} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = 6,667 \text{ Ом}$$

В результате анализа полученной схемы определяем:

$$i_1(0_-) = i_2(0_-) = \frac{U}{R_3} = 10 \text{ А}; i_3(0_-) = 0$$

$$u_C(0_-) = U = 300 \text{ В}$$

Рассмотрим заданную схему для момента времени  $t = \infty$ . Этот момент времени соответствует послекоммутационному установившемуся режиму. Электрическая цепь может быть преобразована к виду:



В результате анализа полученной схемы определяем принуждённые составляющие токов и напряжения:

$$i_{1\text{пр}} = i_{2\text{пр}} = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3} = 5 \text{ А}; i_{3\text{пр}} = 0$$

$$u_{C\text{пр}} = i_{2\text{пр}} \times (R_2 + R_3) = 250 \text{ В}$$

Рассмотрим заданную схему для момента времени  $t = 0$ .

Составим систему уравнений переходного процесса для мгновенных значений токов и напряжения на конденсаторе.

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (1)$$

$$i_1 R_1 + i_2 (R_2 + R_3) = U \quad (2)$$



$$u_C - i_2(R_2 + R_3) = 0 \quad (3)$$

Из уравнения (3) выразим  $i_2$ :

$$i_2 = \frac{u_C}{(R_2 + R_3)}$$

Для  $t=0$  получим:

$$i_2(0) = \frac{u_C(0)}{(R_2 + R_3)}$$

С учётом II закона коммутации  $u_C(0) = u_C(0_-) = 300$  В

$$i_2(0) = 6 \text{ А}$$

Из уравнения (2) выразим  $i_1(0)$ :

$$i_1(0) = \frac{U - i_2(0) \times (R_2 + R_3)}{R_1} = 0 \text{ А}$$

Из уравнения (1) выразим  $i_3(0)$ :

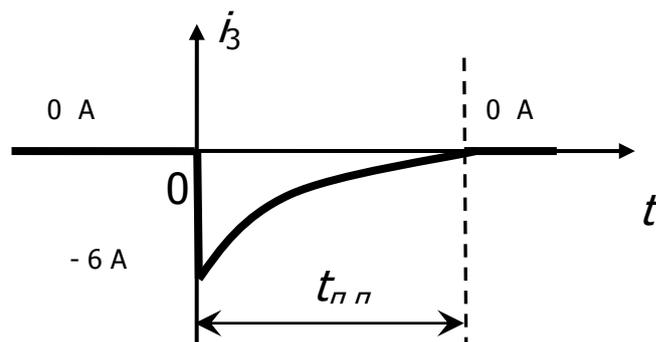
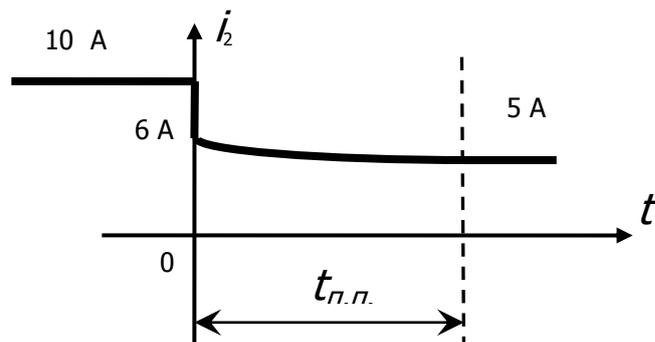
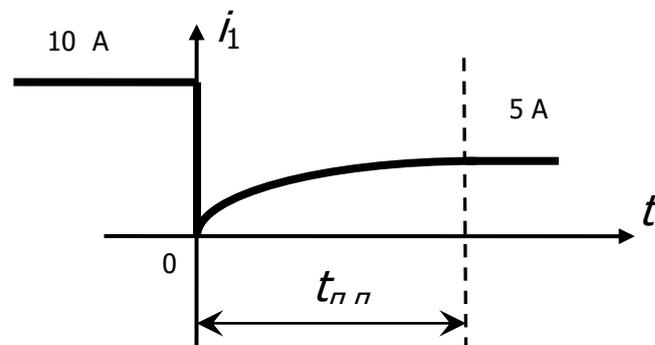
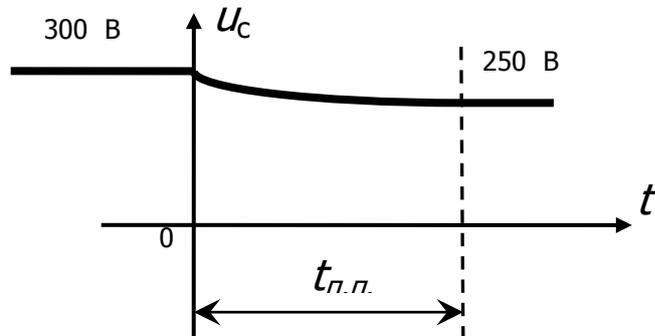
$$i_3(0) = i_1(0) - i_2(0) = -6 \text{ А}$$

### Итоговая таблица результатов

	$t=0_-$	$t=0$	$t=\infty$
$i_1, \text{А}$	10	0	5
$i_2, \text{А}$	10	6	5
$i_3, \text{А}$	0	-6	0
$u_C, \text{В}$	300	300	250



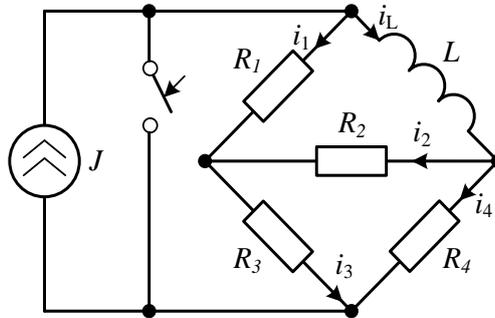
Качественно графики изменения найденных токов и напряжения в функции времени могут быть представлены следующим образом:





## ПРИМЕР №2

### Исходная схема



### Задание

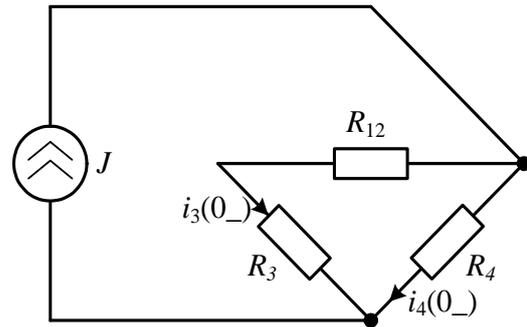
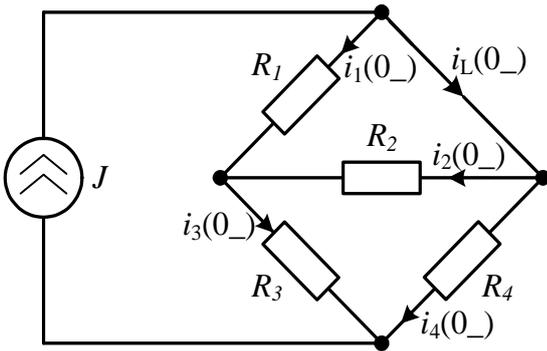
1. Рассчитать значения всех переходных токов и напряжение на реактивном элементе для моментов времени:  
а)  $t=0_-$ ; б)  $t=0$ ; в)  $t=\infty$ .
2. Качественно построить графики изменения найденных в п.1 токов и напряжения в функции времени

### Исходные данные:

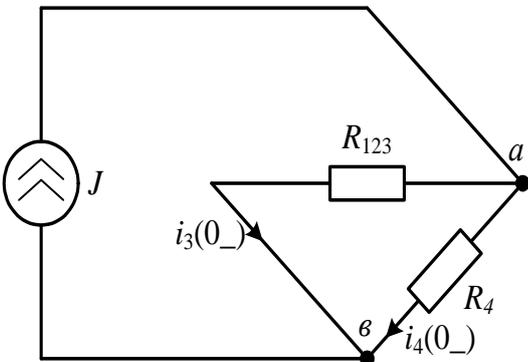
$J, A$	$R_1, \text{ Ом}$	$R_2, \text{ Ом}$	$R_3, \text{ Ом}$	$R_4, \text{ Ом}$
1	10	20	30	40

### Решение

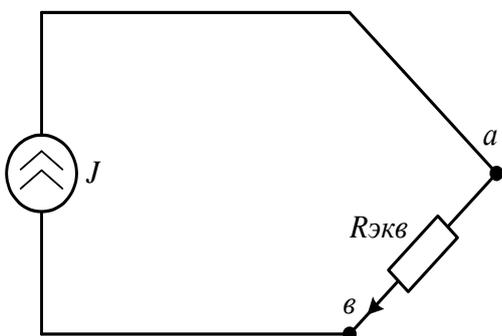
Рассмотрим заданную схему для момента времени  $t=0_-$ . Этот момент времени соответствует докоммутационному установившемуся режиму. Электрическая цепь может быть преобразована к виду:



$$R_{12} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = 6,667 \text{ Ом}$$

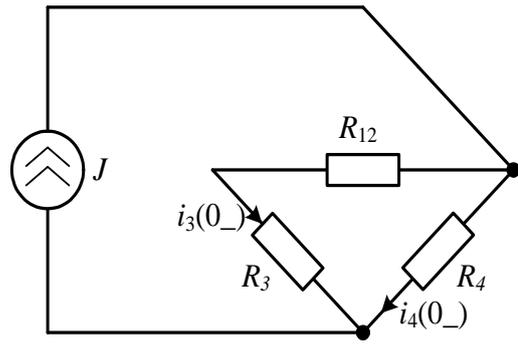
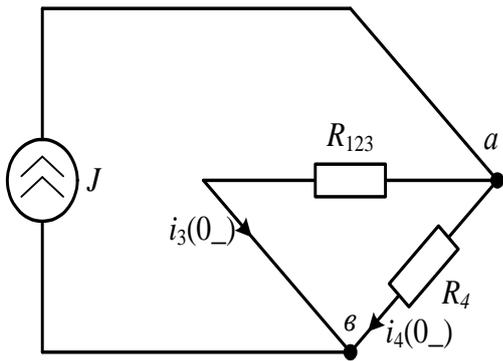


$$R_{123} = R_{12} + R_3 = 36,67 \text{ Ом}$$

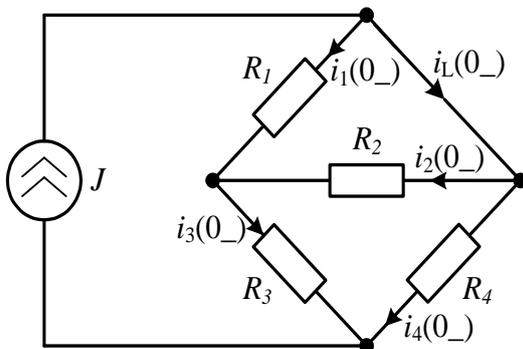


$$R_{\text{ЭКВ}} = \frac{R_{123} \times R_4}{R_{123} + R_4} = 19,13 \text{ Ом}$$

$$U_{\text{аб}} = J \times R_{\text{ЭКВ}} = 19,13 \text{ В}$$



$$i_3(0_-) = \frac{U_{ab}}{R_{123}} = 0,522 \text{ A}$$



$$i_4(0_-) = \frac{U_{ab}}{R_4} = 0,478 \text{ A}$$

$$U_{12} = i_3(0_-) \times R_{12} = 3,48 \text{ В}$$

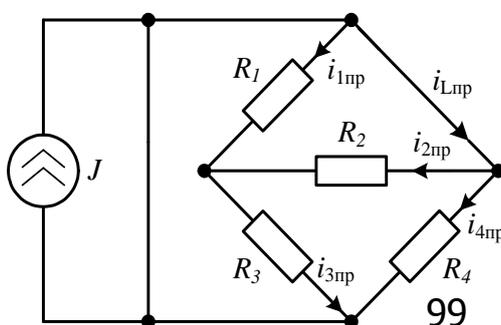
$$i_1(0_-) = \frac{U_{12}}{R_1} = 0,348 \text{ A}$$

$$i_2(0_-) = \frac{U_{12}}{R_2} = 0,174 \text{ A}$$

$$i_L(0_-) = J - i_1(0_-) = 0,652 \text{ A}$$

$$u_L(0_-) = 0 \text{ В}$$

Рассмотрим заданную схему для момента времени  $t = \infty$ . Этот момент времени соответствует послекоммутационному установившемуся режиму. Электрическая цепь может быть преобразована к виду:





В результате анализа полученной схемы определяем принуждённые составляющие токов и напряжения. Так как переключатель зашунтировал источник тока, то все токи и напряжение на катушке имеют следующие значения:

$$\begin{aligned}i_{1\text{пр}} &= 0; i_{2\text{пр}} = 0; \\i_{3\text{пр}} &= 0; i_{4\text{пр}} = 0; u_{L\text{пр}} = 0\end{aligned}$$

Рассмотрим заданную схему для момента времени  $t=0$ .

Составим систему уравнений переходного процесса для мгновенных значений токов и напряжения на катушке.

$$J = i_1 + i_L \quad (1)$$

$$i_L = i_4 + i_2 \quad (2)$$

$$J = i_3 + i_4 \quad (3)$$

$$u_L + i_2 R_2 - i_1 R_1 = 0 \quad (4)$$

$$i_4 R_4 - i_3 R_3 - i_2 R_2 = 0 \quad (5)$$

Из уравнения (1) получим значение тока  $i_1$ :

$$i_1(0) = J - i_L(0)$$

С учётом I закона коммутации  $i_L(0) = i_L(0_-) = 0,652 \text{ A}$

$$i_1(0) = 0,348 \text{ A}$$

Выразим из уравнения (2) ток  $i_4$ :

$$i_4 = i_L - i_2 \quad (6)$$

Выразим из уравнения (3) ток  $i_3$  и подставим в него уравнение (6):



$$i_3 = J - i_4 = J - i_L + i_2 \quad (7)$$

Уравнения (6) и (7) подставим в уравнение (5):

$$(i_L - i_2)R_4 - (J - i_L + i_2)R_3 - i_2R_2 = 0$$

$$i_LR_4 - i_2R_4 - JR_3 + i_LR_3 - i_2R_3 - i_2R_2 = 0$$

$$i_L(R_4 + R_3) - i_2(R_2 + R_3 + R_4) - JR_3 = 0$$

$$i_L(R_4 + R_3) - JR_3 = i_2(R_2 + R_3 + R_4)$$

$$i_2(0) = \frac{i_L(0)(R_4 + R_3) - JR_3}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$i_2(0) = 0,174 \text{ A}$$

При помощи уравнения (2) определим значение  $i_4(0)$ :

$$i_4(0) = i_L(0) - i_2(0) = 0,478 \text{ A}$$

При помощи уравнения (3) определим значение  $i_3(0)$ :

$$i_3(0) = J - i_4(0) = 0,522 \text{ A}$$

При помощи уравнения (4) определим значение  $u_L(0)$ :

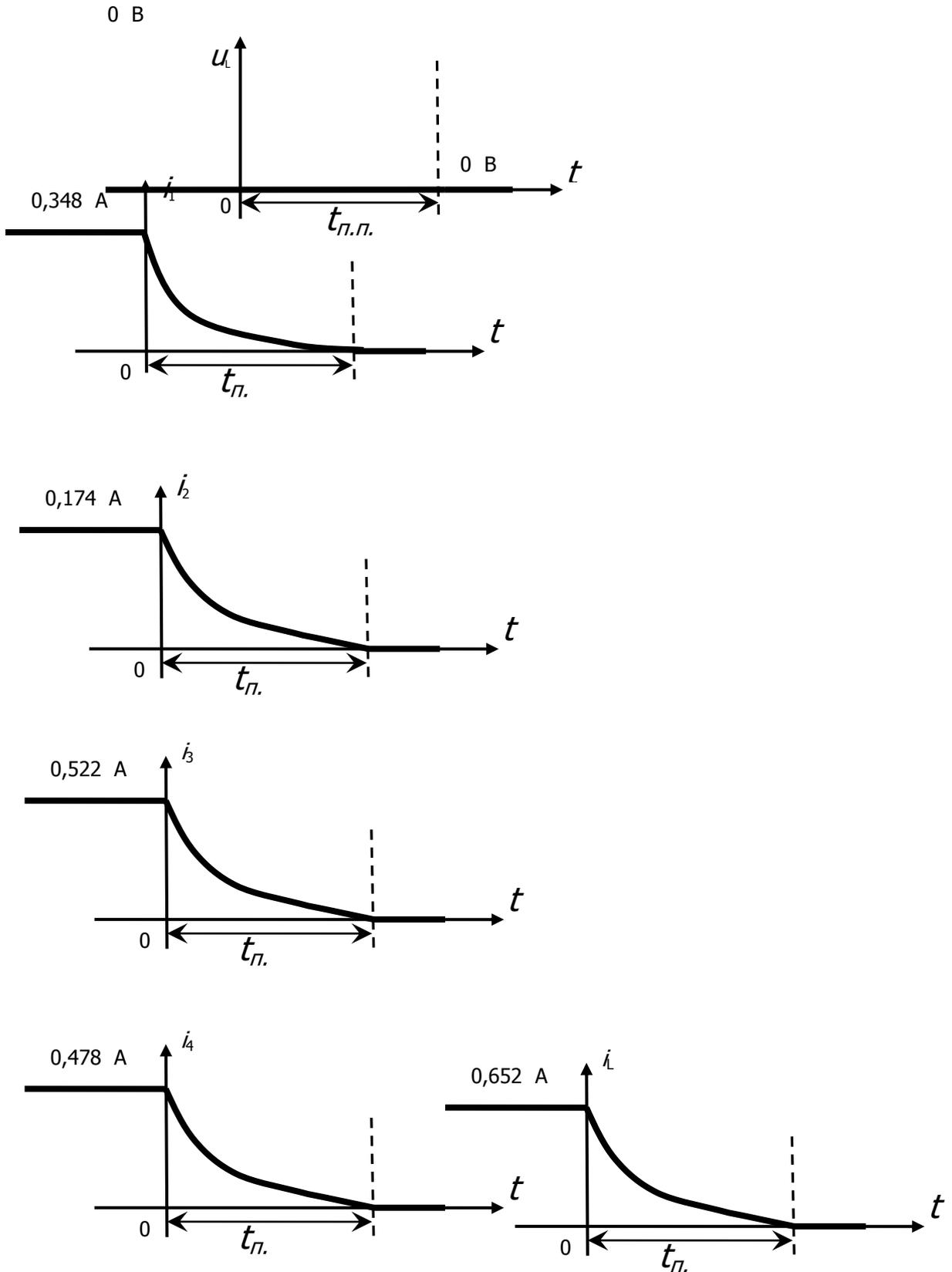
$$u_L(0) = i_1(0)R_1 - i_2(0)R_2 = 0 \text{ B}$$

### Итоговая таблица результатов

	$t=0_-$	$t=0$	$t=\infty$
$i_1, \text{A}$	0,348	0,348	0
$i_2, \text{A}$	0,174	0,174	0
$i_3, \text{A}$	0,522	0,522	0
$i_4, \text{A}$	0,478	0,478	0
$i_L, \text{A}$	0,652	0,652	0
$u_L, \text{B}$	0	0	0



Качественно графики изменения найденных токов и напряжения в функции времени могут быть представлены следующим образом:





## 11. Переходные процессы в электрических цепях с двумя накопителями энергии

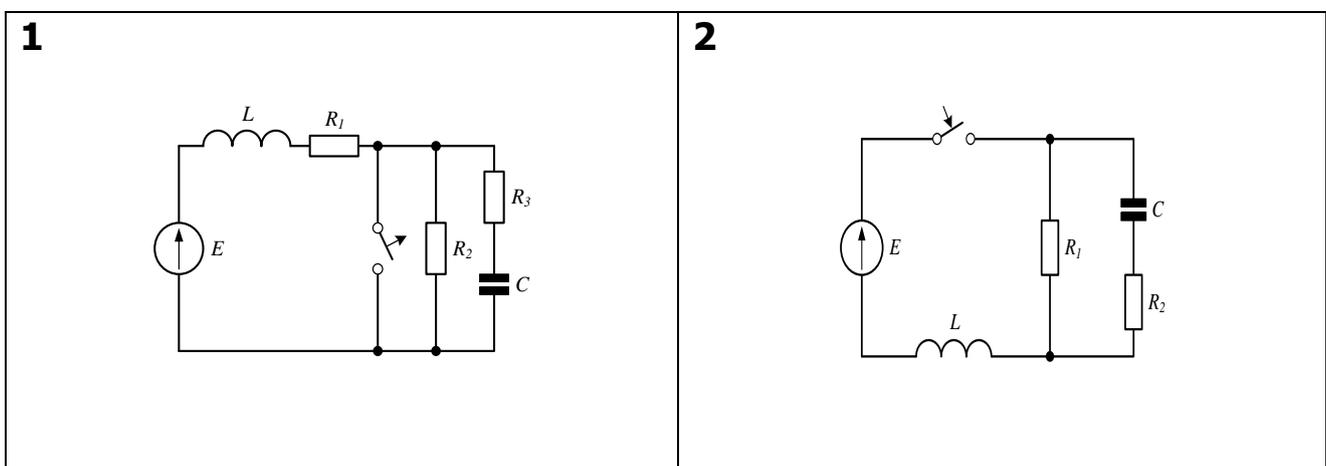
### Задание

1. Получить в общем виде неоднородное дифференциальное уравнение относительно напряжения на конденсаторе.
2. Произвести расчёт всех переходных токов и напряжений на реактивных элементах заданной электрической цепи для следующих моментов времени: а)  $t = 0_-$ ; б)  $t = 0$ ; в)  $t = \infty$

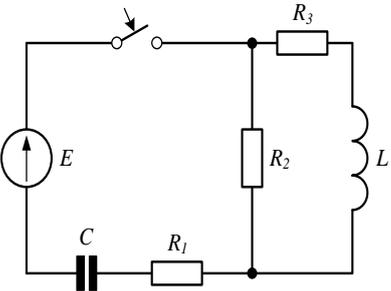
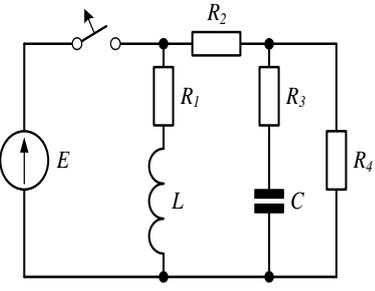
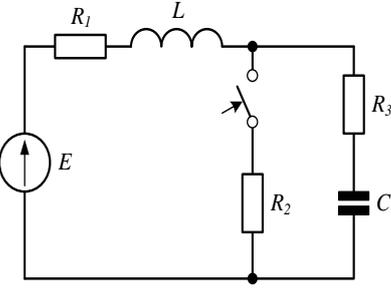
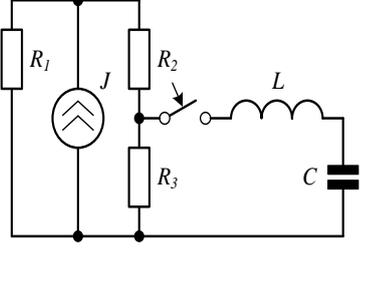
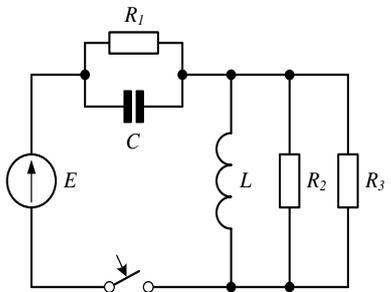
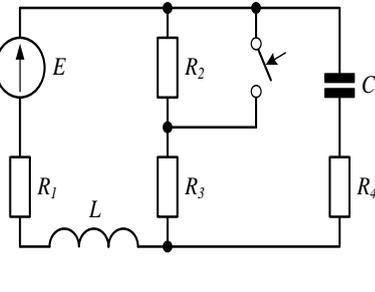
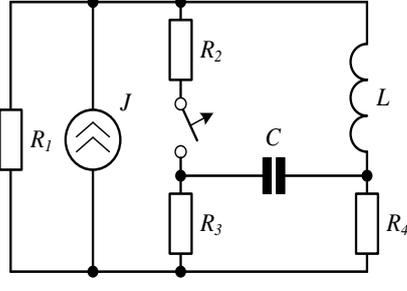
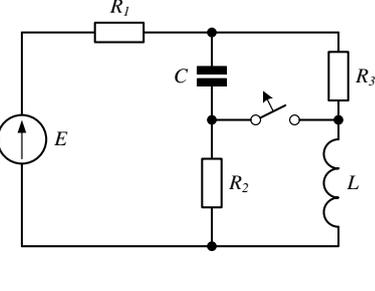
### Исходные данные:

$U, \text{В}$	$R_1, \text{Ом}$	$R_2, \text{Ом}$	$R_3, \text{Ом}$	$R_4, \text{Ом}$	$J, \text{А}$
300	10	20	30	40	1

**Вариант контрольной работы** соответствует номеру схемы

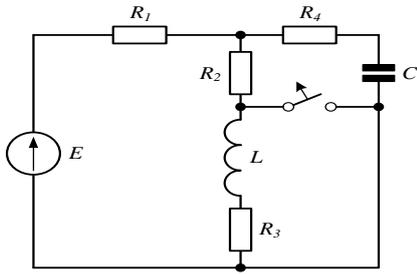




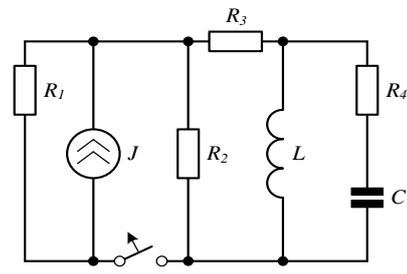
<p><b>3</b></p> 	<p><b>4</b></p> 
<p><b>5</b></p> 	<p><b>6</b></p> 
<p><b>7</b></p> 	<p><b>8</b></p> 
<p><b>9</b></p> 	<p><b>10</b></p> 



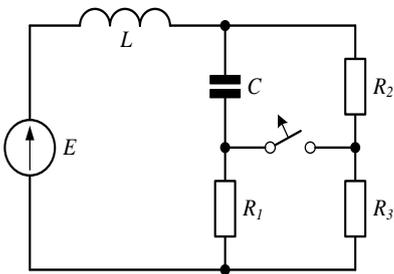
11



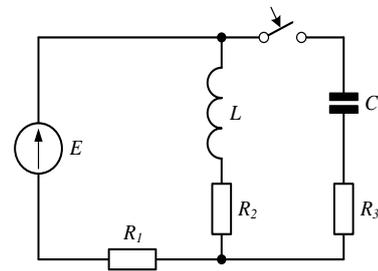
12



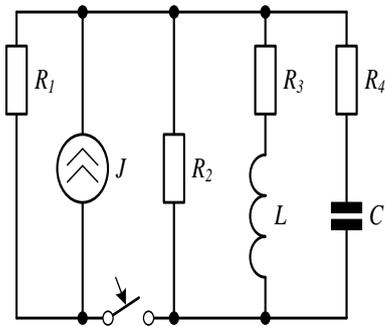
13



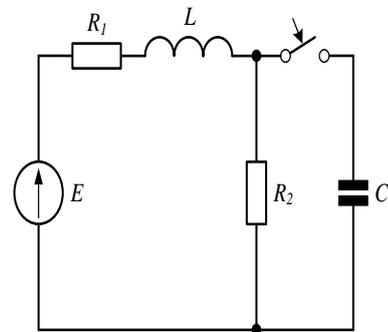
14



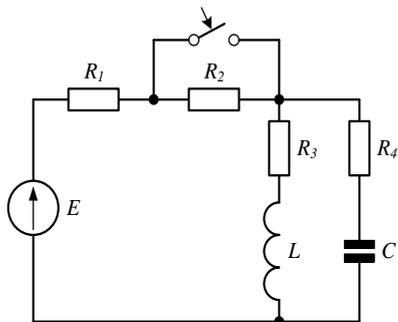
15



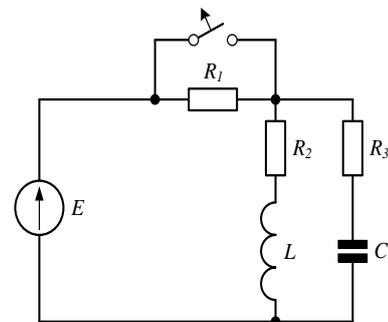
16



17

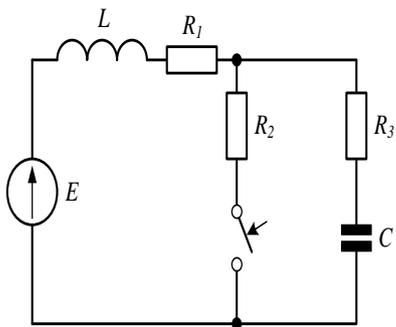


18

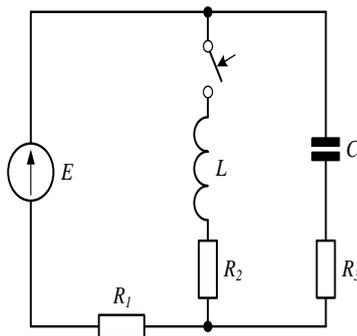




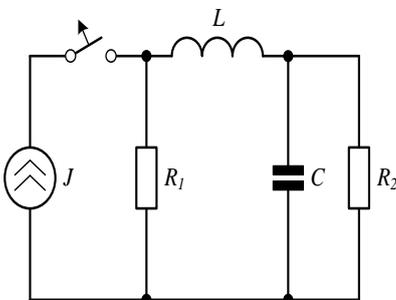
19



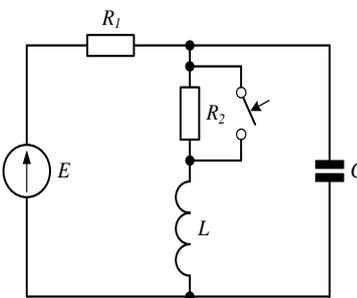
20



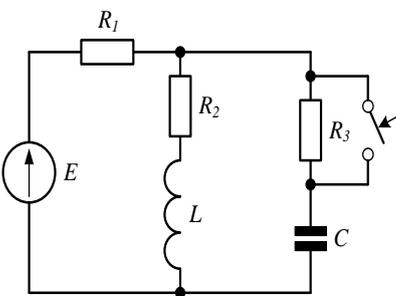
21



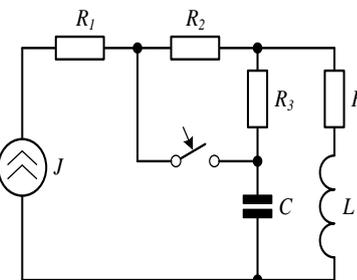
22



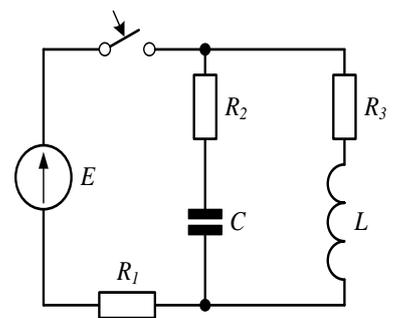
23



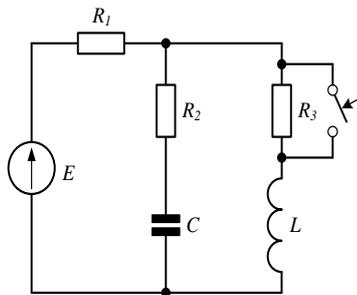
24



25



26

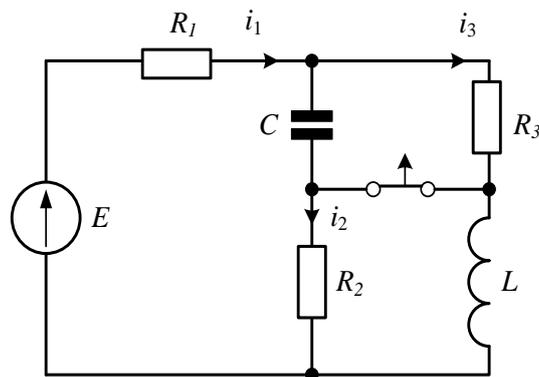




## ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА

### ПРИМЕР №1

#### Исходная схема



#### Задание

1. Получить в общем виде неоднородное дифференциальное уравнение относительно напряжения на конденсаторе.
2. Произвести расчёт всех переходных токов и напряжений на реактивных элементах заданной электрической цепи для следующих моментов времени: а)  $t = 0_-$ ; б)  $t = 0$ ; в)  $t = \infty$

#### Исходные данные:

$E, \text{В}$	$R_1, \text{Ом}$	$R_2, \text{Ом}$	$R_3, \text{Ом}$
300	10	20	30

#### Решение

1. Составим систему уравнений переходного процесса для мгновенных значений токов и напряжений.

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (1)$$

$$i_1 R_1 + u_C + i_2 R_2 = E \quad (2)$$

$$i_3 R_3 + L \frac{di_3}{dt} - i_2 R_2 - u_C = 0 \quad (3)$$



Уравнение (3) принимаем за базовое и при помощи остальных уравнений сформируем неоднородное дифференциальное уравнение относительно напряжения на конденсаторе. Известно, что

$$i_2 = C \frac{du_C}{dt} \quad (4)$$

Из уравнения (2) выразим  $i_1$  :

$$i_1 = \frac{E}{R_1} - i_2 \frac{R_2}{R_1} - u_C \frac{1}{R_1} \quad \text{или}$$

$$i_1 = \frac{E}{R_1} - \frac{CR_2 du_C}{R_1 dt} - u_C \frac{1}{R_1}$$

Из уравнения (1) выразим  $i_3$  :

$$i_3 = i_1 - i_2$$

Подставим в данное уравнение выражения, полученные для токов

$i_1$  и  $i_2$  :

$$i_3 = \frac{E}{R_1} - \frac{CR_2 du_C}{R_1 dt} - u_C \frac{1}{R_1} - C \frac{du_C}{dt} \quad (5)$$

Подставим уравнения (4) и (5) в уравнение (3) и преобразуем полученное уравнение:

$$\left( \frac{E}{R_1} - \frac{CR_2 du_C}{R_1 dt} - u_C \frac{1}{R_1} - C \frac{du_C}{dt} \right) R_3 + L \frac{d}{dt} \left( \frac{E}{R_1} - \frac{CR_2 du_C}{R_1 dt} - u_C \frac{1}{R_1} - C \frac{du_C}{dt} \right) - CR_2 \frac{du_C}{dt} - u_C = 0$$

$$\frac{ER_3}{R_1} - \frac{CR_2 R_3 du_C}{R_1 dt} - u_C \frac{R_3}{R_1} - CR_3 \frac{du_C}{dt} - \frac{LCR_2 d^2 u_C}{R_1 dt^2} - \frac{L du_C}{R_1 dt} - LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} - CR_2 \frac{du_C}{dt} - u_C = 0$$

$$-\frac{ER_3}{R_1} + \frac{CR_2 R_3 du_C}{R_1 dt} + u_C \frac{R_3}{R_1} + CR_3 \frac{du_C}{dt} + \frac{LCR_2 d^2 u_C}{R_1 dt^2} + \frac{L du_C}{R_1 dt} + LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + CR_2 \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$



$$\left(\frac{LCR_2}{R_1} + LC\right) \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \left(\frac{CR_2 R_3}{R_1} + CR_3 + \frac{L}{R_1} + CR_2\right) \frac{du_C}{dt} + \left(\frac{R_3}{R_1} + 1\right) u_C = \frac{ER_3}{R_1}$$

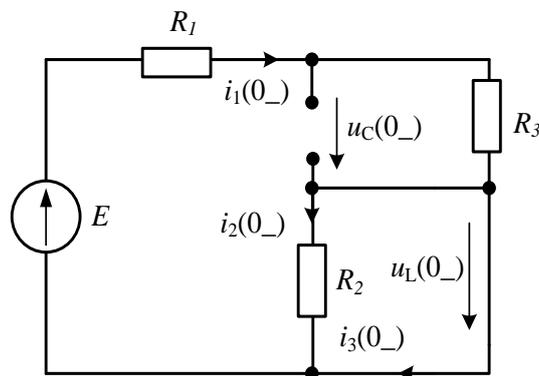
**Последнее уравнение соответствует общему виду неоднородного дифференциального уравнения относительно напряжения на конденсаторе.**

2. Расчёт всех переходных токов и напряжений на реактивных элементах заданной электрической цепи для следующих моментов времени:

а)  $t = 0_-$ ; б)  $t = 0$ ; в)  $t = \infty$

Рассмотрим заданную схему для момента времени  $t = 0_-$ . Этот момент времени соответствует докоммутационному установившемуся режиму.

Электрическая цепь может быть преобразована к виду:



В результате анализа полученной схемы определяем:

$$i_1(0_-) = i_3(0_-) = \frac{U}{R_1 + R_3} = 7,5 \text{ A}$$

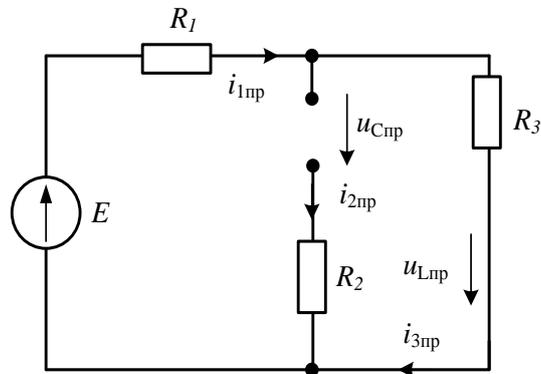
$$i_2(0_-) = 0$$

$$u_C(0_-) = i_1(0_-) R_3 = 225 \text{ В}$$

$$u_L(0_-) = 0 \text{ В}$$



Рассмотрим заданную схему для момента времени  $t = \infty$ . Этот момент времени соответствует послекоммутационному установившемуся режиму. Электрическая цепь может быть преобразована к виду:



В результате анализа полученной схемы определяем:

$$i_{1пр} = i_{3пр} = \frac{U}{R_1 + R_3} = 7,5 \text{ A}$$

$$i_{2пр} = 0$$

$$u_{Cпр} = i_{1пр} R_3 = 225 \text{ В}$$

$$u_{Lпр} = 0 \text{ В}$$

Рассмотрим заданную схему для момента времени  $t = 0$ .

Составим систему уравнений переходного процесса для мгновенных значений токов и напряжений.

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (1)$$

$$i_1 R_1 + u_C + i_2 R_2 = E \quad (2)$$

$$i_3 R_3 + u_L - i_2 R_2 - u_C = 0 \quad (3)$$

В соответствии с законами коммутации:

$$i_3(0) = i_3(0_-) = 7,5 \text{ A}$$

$$u_C(0) = u_C(0_-) = 225 \text{ В}$$



Уравнение (1) подставим в уравнение (2):

$$(i_2 + i_3)R_1 + u_C + i_2R_2 = E$$

$$i_2R_1 + i_3R_1 + u_C + i_2R_2 = E$$

$$i_2(R_1 + R_2) + i_3R_1 + u_C = E$$

$$i_2(0) = \frac{E - u_C(0) - i_3(0)R_1}{R_1 + R_2} = 0 \text{ A}$$

Из уравнения (1):

$$i_1(0) = i_2(0) + i_3(0) = 7,5 \text{ A}$$

Из уравнения (3):

$$u_L(0) = i_2(0)R_2 + u_C(0) - i_3(0)R_3 = -225 \text{ В}$$

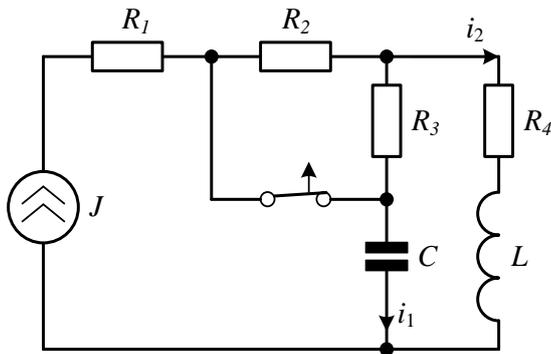
### Итоговая таблица результатов

	$t=0_-$	$t=0$	$t=\infty$
$i_1, \text{ A}$	7,5	7,5	7,5
$i_2, \text{ A}$	0	0	0
$i_3, \text{ A}$	7,5	7,5	7,5
$u_C, \text{ В}$	225	225	225
$u_L, \text{ В}$	0	-225	0



## ПРИМЕР №2

### Исходная схема



### Задание

1. Получить в общем виде неоднородное дифференциальное уравнение относительно напряжения на конденсаторе.
2. Произвести расчёт всех переходных токов и напряжений на реактивных элементах заданной электрической цепи для следующих моментов времени: а)  $t = 0_-$ ; б)  $t = 0$ ; в)  $t = \infty$

### Исходные данные:

$J, A$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$R_4, Ом$
1	10	20	30	40

### Решение

Составим систему уравнений переходного процесса для мгновенных значений токов и напряжений.

$$J = i_1 + i_2 \quad (1)$$

$$u_C + i_1 R_3 - i_2 R_4 - L \frac{di_2}{dt} = 0 \quad (2)$$



Уравнение (2) принимаем за базовое и сформируем неоднородное дифференциальное уравнение относительно напряжения на конденсаторе. Известно, что

$$i_1 = C \frac{du_C}{dt} \quad (4)$$

Из уравнения (1) выразим  $i_2$  :

$$i_2 = J - i_1 = J - C \frac{du_C}{dt} \quad (5)$$

Подставим уравнения (4) и (5) в базовое уравнение и преобразуем его:

$$u_C + R_3 C \frac{du_C}{dt} - (J - C \frac{du_C}{dt}) R_4 - L \frac{d}{dt} (J - C \frac{du_C}{dt}) = 0$$

$$u_C + R_3 C \frac{du_C}{dt} - J R_4 + C R_4 \frac{du_C}{dt} + LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} = 0$$

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + (R_3 C + C R_4) \frac{du_C}{dt} + u_C = J R_4$$

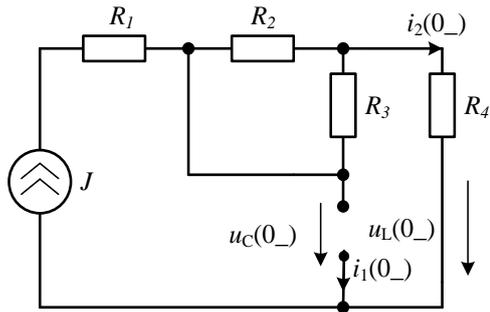
**Последнее уравнение соответствует общему виду неоднородного дифференциального уравнения относительно напряжения на конденсаторе.**

2. Расчёт всех переходных токов и напряжений на реактивных элементах заданной электрической цепи для следующих моментов времени:

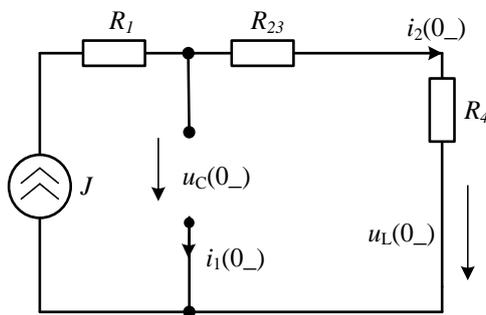
а)  $t = 0_-$ ; б)  $t = 0$ ; в)  $t = \infty$

Рассмотрим заданную схему для момента времени  $t = 0_-$ . Этот момент времени соответствует докоммутационному установившемуся режиму.

Электрическая цепь может быть преобразована к виду:



ИЛИ



$$R_{23} = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3} = 12 \text{ Ом}$$

В результате анализа полученной схемы определяем:

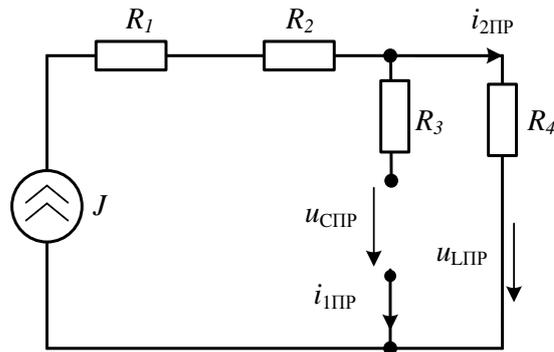
$$i_1(0_-) = 0 \text{ А}$$

$$i_2(0_-) = J = 1 \text{ А}$$

$$u_C(0_-) = i_2(0_-)(R_{23} + R_4) = 52 \text{ В}$$

$$u_L(0_-) = 0 \text{ В}$$

Рассмотрим заданную схему для момента времени  $t = \infty$ . Этот момент времени соответствует послекоммутационному установившемуся режиму. Электрическая цепь может быть преобразована к виду:



В результате анализа полученной схемы определяем:

$$i_{1\text{пр}} = 0 \text{ A}$$

$$i_{2\text{пр}} = J = 1 \text{ A}$$

$$u_{C\text{пр}} = i_{2\text{пр}} R_4 = 40 \text{ В}$$

$$u_{L\text{пр}} = 0 \text{ В}$$

Рассмотрим заданную схему для момента времени  $t = 0$ .

Составим систему уравнений переходного процесса для мгновенных значений токов и напряжений.

$$J = i_1 + i_2 \quad (1)$$

$$u_C + i_1 R_3 - i_2 R_4 - u_L = 0 \quad (2)$$

В соответствии с законами коммутации:

$$i_2(0) = i_2(0_-) = 1 \text{ A}$$

$$u_C(0) = u_C(0_-) = 52 \text{ В}$$

Тогда в соответствии с уравнением (1):

$$i_1(0) = J - i_2(0) = 0 \text{ A}$$

в соответствии с уравнением (2):

$$u_L(0) = u_C(0) + i_1(0) R_3 - i_2(0) R_4 = 12 \text{ В}$$



### Итоговая таблица результатов

	$t=0_-$	$t=0$	$t=\infty$
$i_1, A$	0	0	0
$i_2, A$	1	1	1
$u_C, B$	52	52	40
$u_L, B$	0	12	0



## 12. Расчёт переходных процессов с помощью интеграла Дюамеля

### Задание

1. Рассчитать переходную проводимость для указанной электрической схемы операторным методом.
2. Определить закон изменения входного тока при действии указанного входного напряжения.

#### Исходные данные:

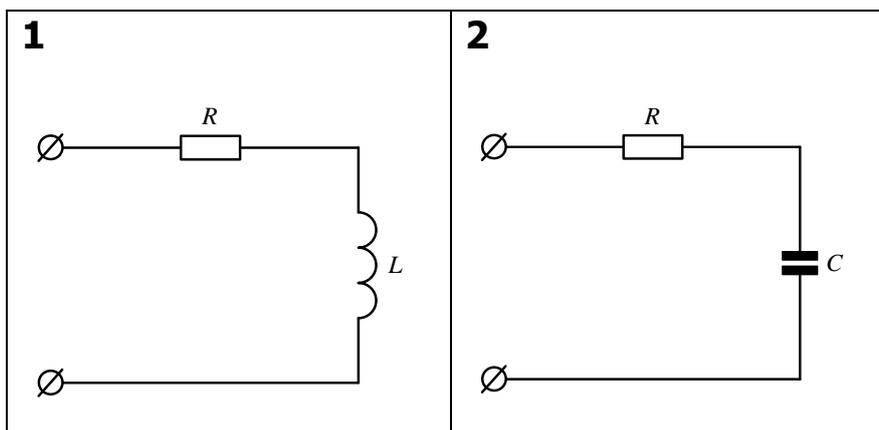
$U, В$	$T, сек$	$R, Ом$	$C, мкФ$	$L, мГн$
100	0,01	30	10	100

**Вариант контрольной работы** состоит из двух чисел:

*первое* соответствует номеру схемы из табл. 1

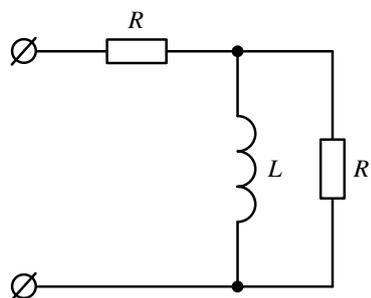
*второе* соответствует форме входного напряжения из табл. 2

**Таблица 1**

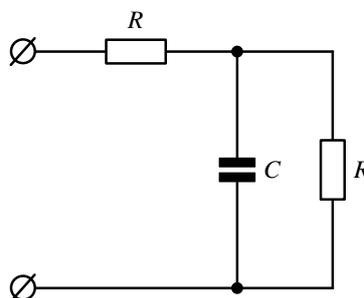




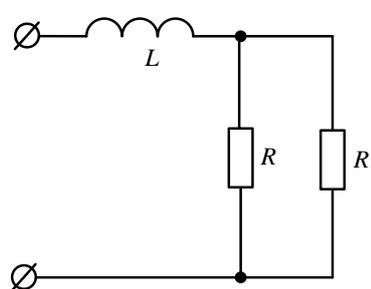
**3**



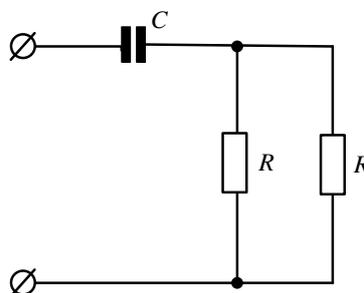
**4**



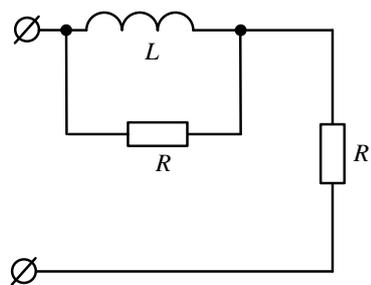
**5**



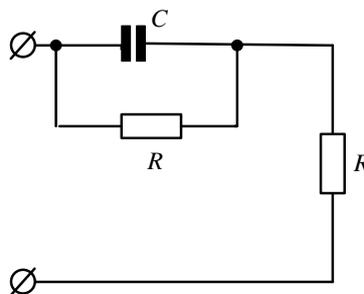
**6**



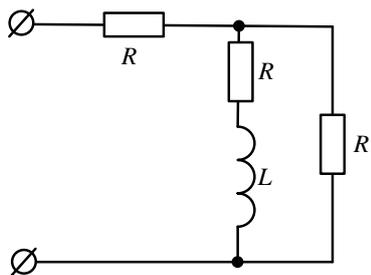
**7**



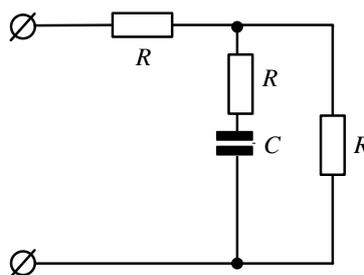
**8**



**9**



**10**



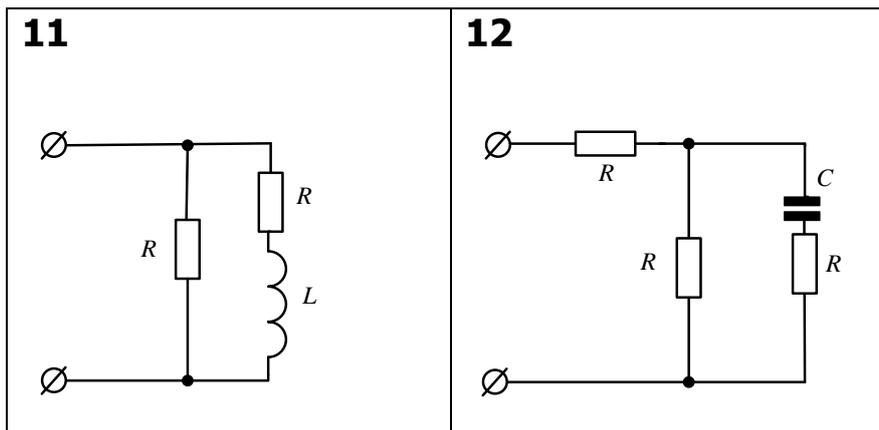
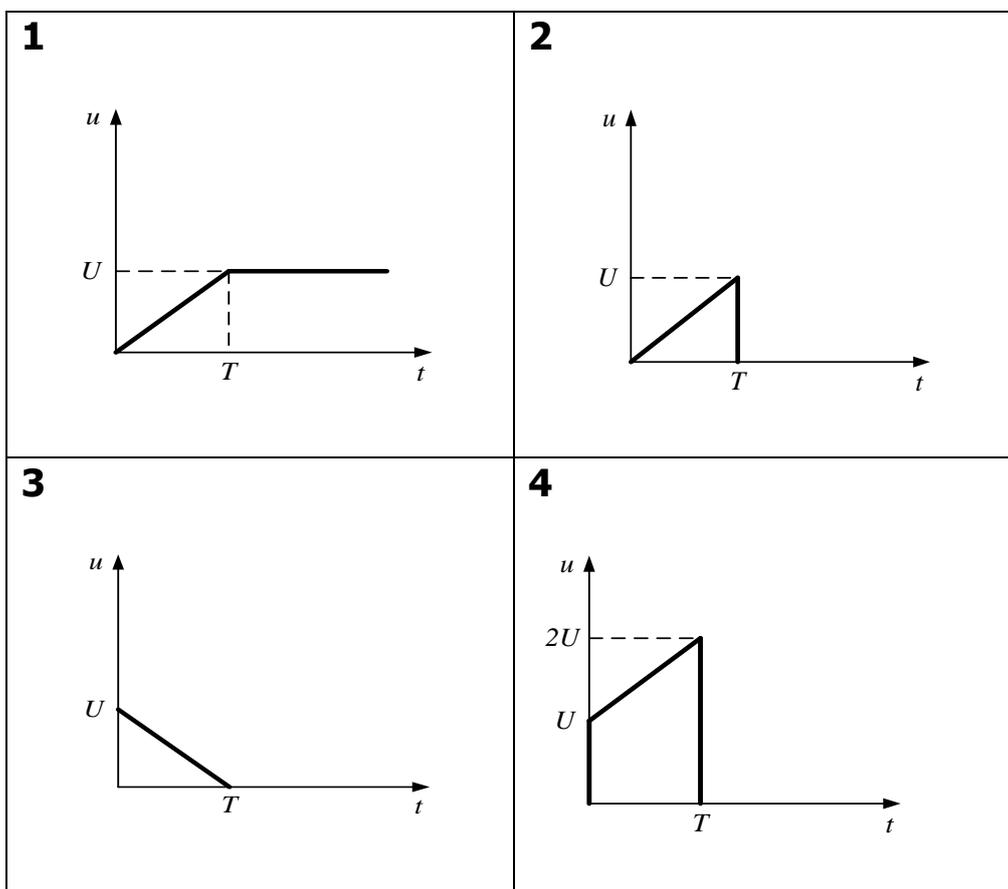
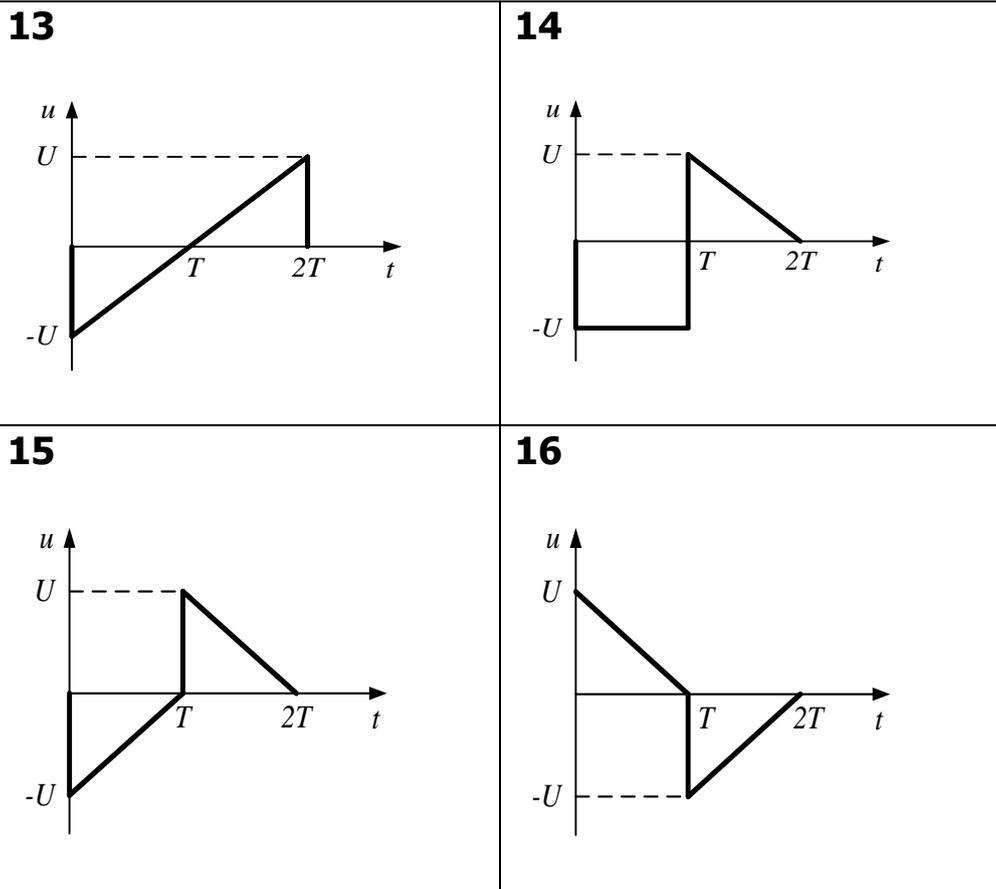


Таблица 2





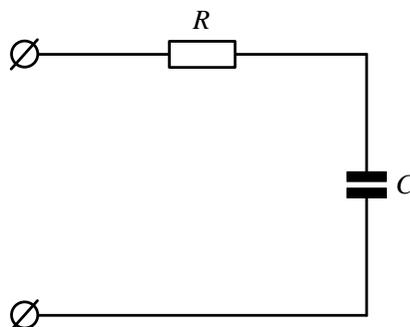
<p><b>5</b></p> <p>Graph 5: Voltage <math>u</math> vs time <math>t</math>. The signal starts at <math>U</math>, rises linearly to <math>2U</math> at time <math>T</math>, then drops to <math>U</math> and remains constant.</p>	<p><b>6</b></p> <p>Graph 6: Voltage <math>u</math> vs time <math>t</math>. The signal rises linearly to <math>U</math> at time <math>T</math>, then jumps to <math>2U</math> and remains constant.</p>
<p><b>7</b></p> <p>Graph 7: Voltage <math>u</math> vs time <math>t</math>. The signal is <math>U</math> from <math>0</math> to <math>T</math>, <math>-U</math> from <math>T</math> to <math>2T</math>, and <math>0</math> after <math>2T</math>.</p>	<p><b>8</b></p> <p>Graph 8: Voltage <math>u</math> vs time <math>t</math>. The signal is <math>U</math> from <math>0</math> to <math>T</math>, <math>0</math> from <math>T</math> to <math>2T</math>, and <math>U</math> from <math>2T</math> to <math>3T</math>.</p>
<p><b>9</b></p> <p>Graph 9: Voltage <math>u</math> vs time <math>t</math>. The signal is <math>U</math> from <math>0</math> to <math>T</math>, and <math>0</math> after <math>T</math>.</p>	<p><b>10</b></p> <p>Graph 10: Voltage <math>u</math> vs time <math>t</math>. The signal rises linearly to <math>U</math> at time <math>T</math>, then falls linearly to <math>0</math> at time <math>2T</math>.</p>
<p><b>11</b></p> <p>Graph 11: Voltage <math>u</math> vs time <math>t</math>. The signal is <math>U</math> from <math>0</math> to <math>T</math>, then falls linearly to <math>0</math> at time <math>2T</math>.</p>	<p><b>12</b></p> <p>Graph 12: Voltage <math>u</math> vs time <math>t</math>. The signal rises linearly to <math>U</math> at time <math>T</math>, remains constant until <math>2T</math>, then drops to <math>0</math>.</p>



## ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА

### ПРИМЕР №1

#### Исходная схема



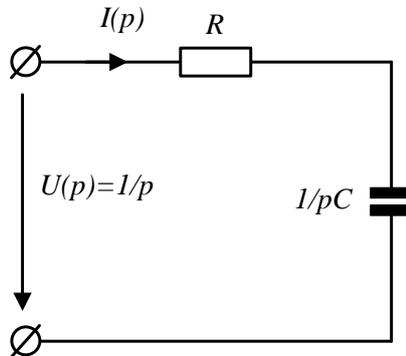
#### Задание

1. Рассчитать переходную проводимость для указанной электрической схемы операторным методом.



## Решение

Схема замещения в операторной форме



Входное сопротивление в операторной форме:

$$Z(p) = \frac{1}{pC} + R = \frac{1 + pRC}{pC}$$

Закон Ома в операторной форме:

$$I(p) = \frac{\frac{U}{p}}{Z(p)} = \frac{\frac{1}{p}}{Z(p)} = \frac{pC}{p(1 + pRC)} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{C}{1 + pRC} = G(p)$$

Переход к оригиналу при помощи теоремы разложения:

$$g(t) = \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} e^{p_1 t}$$

$$F_1(p) = C = 10 \cdot 10^{-6}$$

$$F_2(p) = 1 + pRC$$

Определяем корни уравнения:

$$F_2(p) = 0$$

$$pRC + 1 = 0$$

$$p_2 = -\frac{1}{RC} = -3333,3$$

$$F_1(p_1) = C = 10 \cdot 10^{-6}$$

$$F_2'(p) = (1 + pRC)' = RC$$



$$F_2'(p_1) = RC = 300 \cdot 10^{-6}$$

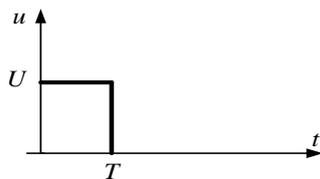
$$g(t) = \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} e^{p_1 t}$$

$$g(t) = \frac{10 \cdot 10^{-6}}{300 \cdot 10^{-6}} e^{-3333,3t}$$

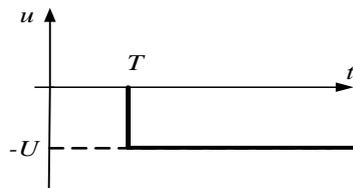
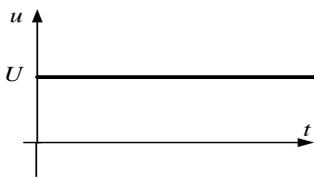
$$g(t) = 0,03333 e^{-3333,3t}$$

2. Определить закон изменения входного тока при действии указанного входного напряжения.

### Решение



Представим заданное напряжение совокупностью двух ступенчатых воздействий, при наложении которых обеспечивается форма заданного входного напряжения:



В интервале от 0 до T:

$$i(t) = U g(t)$$

$$g(t) = 0,03333 e^{-3333,3t}$$

$$i(t) = 3,333 e^{-3333,3t}$$

В интервале от T до  $\infty$ :

$$i(t) = U g(t) - U g(t - T)$$

$$T = 0,0001 \text{ сек}$$



$$\begin{aligned}g(t - T) &= 0,03333 e^{-3333,3(t-T)} = \\&= 0,03333 e^{-3333,3t} e^{-3333,3 \times T} = 0,02388 e^{-3333,3t} \\i(t) &= 3,333 e^{-3333,3t} - 2,388 e^{-3333,3t} \\i(t) &= 0,945 e^{-3333,3t}\end{aligned}$$

## ПРИМЕР №2

### Исходная схема

#### Задание

1. Рассчитать переходную проводимость для указанной электрической схемы операторным методом.

#### Решение

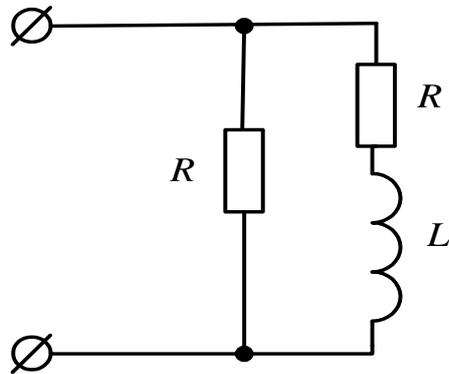
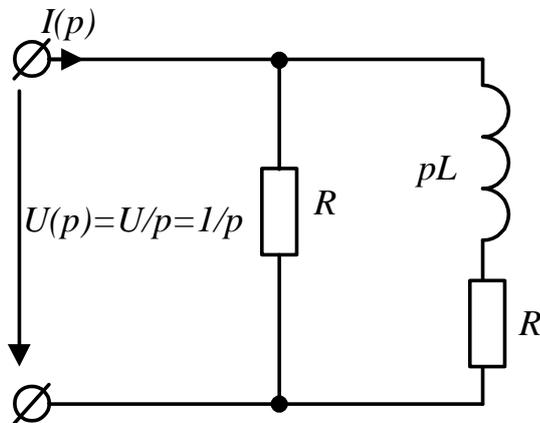




Схема замещения в операторной форме



Входное сопротивление в операторной форме:

$$Z(p) = \frac{(pL + R) \times R}{(pL + R) + R} = \frac{pRL + R^2}{pL + 2R}$$

Закон Ома в операторной форме:

$$I(p) = \frac{\frac{U}{p}}{Z(p)} = \frac{\frac{1}{p}}{Z(p)} = \frac{pL + 2R}{p(pRL + R^2)} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = G(p)$$

Переход к оригиналу при помощи теоремы разложения:

$$g(t) = \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)} e^{p_2 t}$$

$$F_1(p) = pL + 2R$$

$$F_2(p) = p(pRL + R^2)$$

Определяем корни уравнения:

$$F_2(p) = 0 \quad p_1 = 0$$

$$pRL + R^2 = 0$$

$$p_2 = -\frac{R^2}{RL} = -\frac{R}{L} = -300$$



$$F_1(p_1) = 2R = 60$$

$$F_1(p_2) = pL + 2R = (-300) \times 0,1 + 60 = 30$$

$$F_2'(p) = [p(pRL + R^2)]' = (p^2RL + pR^2) \cdot$$

$$F_2'(p) = 2pRL + R^2$$

$$F_2'(p_1) = R^2 = 900$$

$$F_2'(p_2) = 2pRL + R^2 = 2 \times (-300) \times 30 \times 0,1 + 900 = -900$$

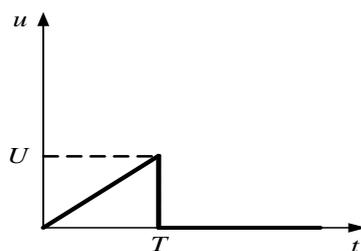
$$g(t) = \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)} e^{p_2 t}$$

$$g(t) = \frac{60}{900} e^{0t} + \frac{30}{-900} e^{-300t}$$

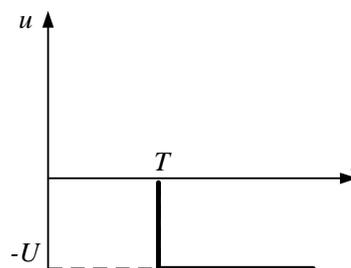
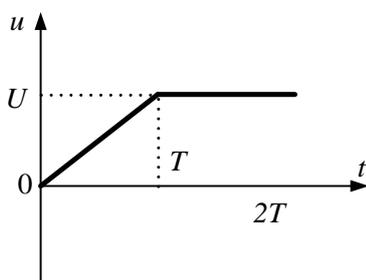
$$g(t) = 0,06667 - 0,03333 e^{-300t}$$

2. Определить закон изменения входного тока при действии указанного входного напряжения.

### Решение



Представим заданное напряжение совокупностью двух ступенчатых воздействий, при наложении которых обеспечивается форма заданного входного напряжения:



В интервале от 0 до  
T:



$$\begin{aligned}i(t) &= \int_0^T u'(\tau)g(t-\tau)d\tau = \\&= \int_0^T (666,7 - 333,3e^{-300\tau} e^{300\tau})d\tau = \\&= \int_0^T 666,7d\tau - 333,3e^{-300t} \int_0^T e^{300\tau} d\tau = \\&= 666,7(T-0) - 333,3e^{-300t} \frac{1}{300} (e^{300T} - e^{300 \times 0}) = \\&= 6,667 - 1,111e^{-300t} (e^{300T} - 1) = \\&= 6,667 - 22,32e^{-300t} + 1,111e^{-300t} \\i(t) &= 6,667 - 21,21e^{-300t} \\i(t) &= \int_0^T u'(\tau)g(t-\tau)d\tau - Ug(t-T)\end{aligned}$$

В интервале от  $T$  до  $\infty$ :

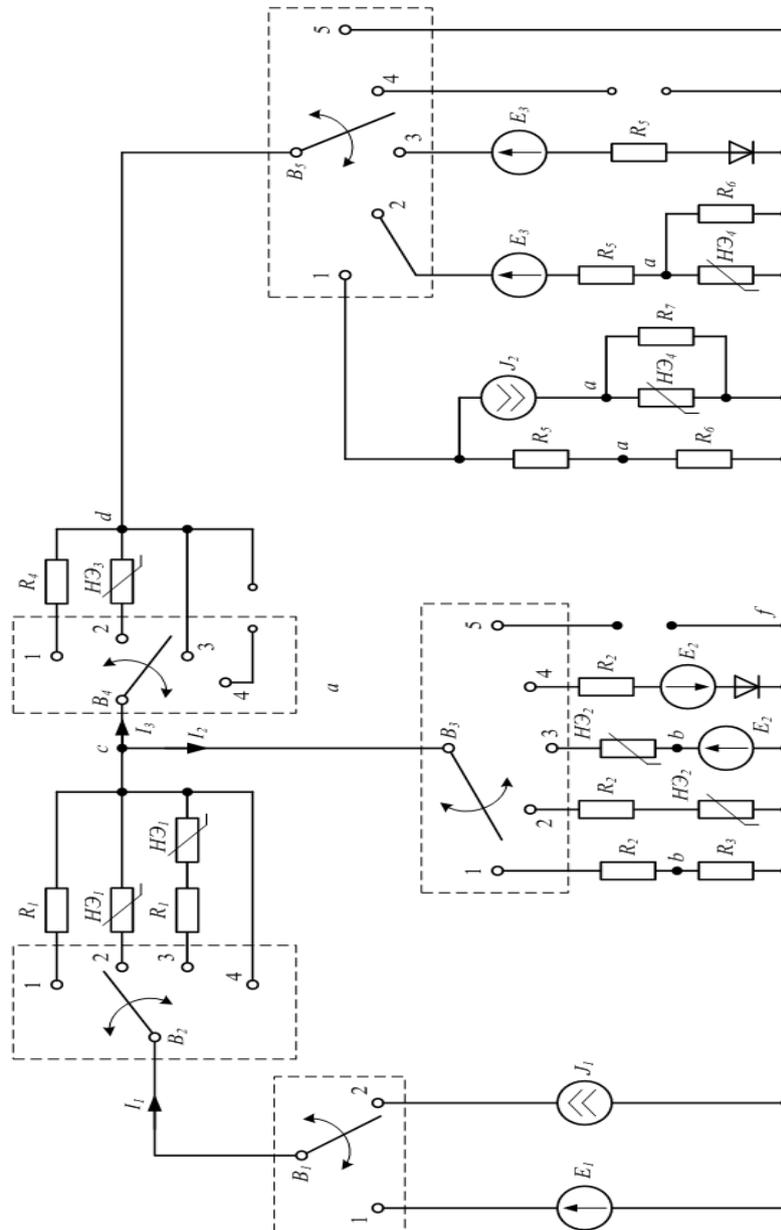
$$\begin{aligned}g(t) &= 0,06667 - 0,03333e^{-300t} \\g(t-T) &= 0,06667 - 0,03333e^{-300(t-T)} \\g(t-T) &= 0,06667 - 0,03333e^{-300t} e^{300 \times T} \\g(t-T) &= 0,06667 - 0,6695e^{-300t} \\i(t) &= \int_0^T u'(\tau)g(t-\tau)d\tau - Ug(t-T) = \\&= 6,667 - 21,21e^{-300t} - 6,667 + 66,95e^{-300t} \\i(t) &= 45,74e^{-300t}\end{aligned}$$

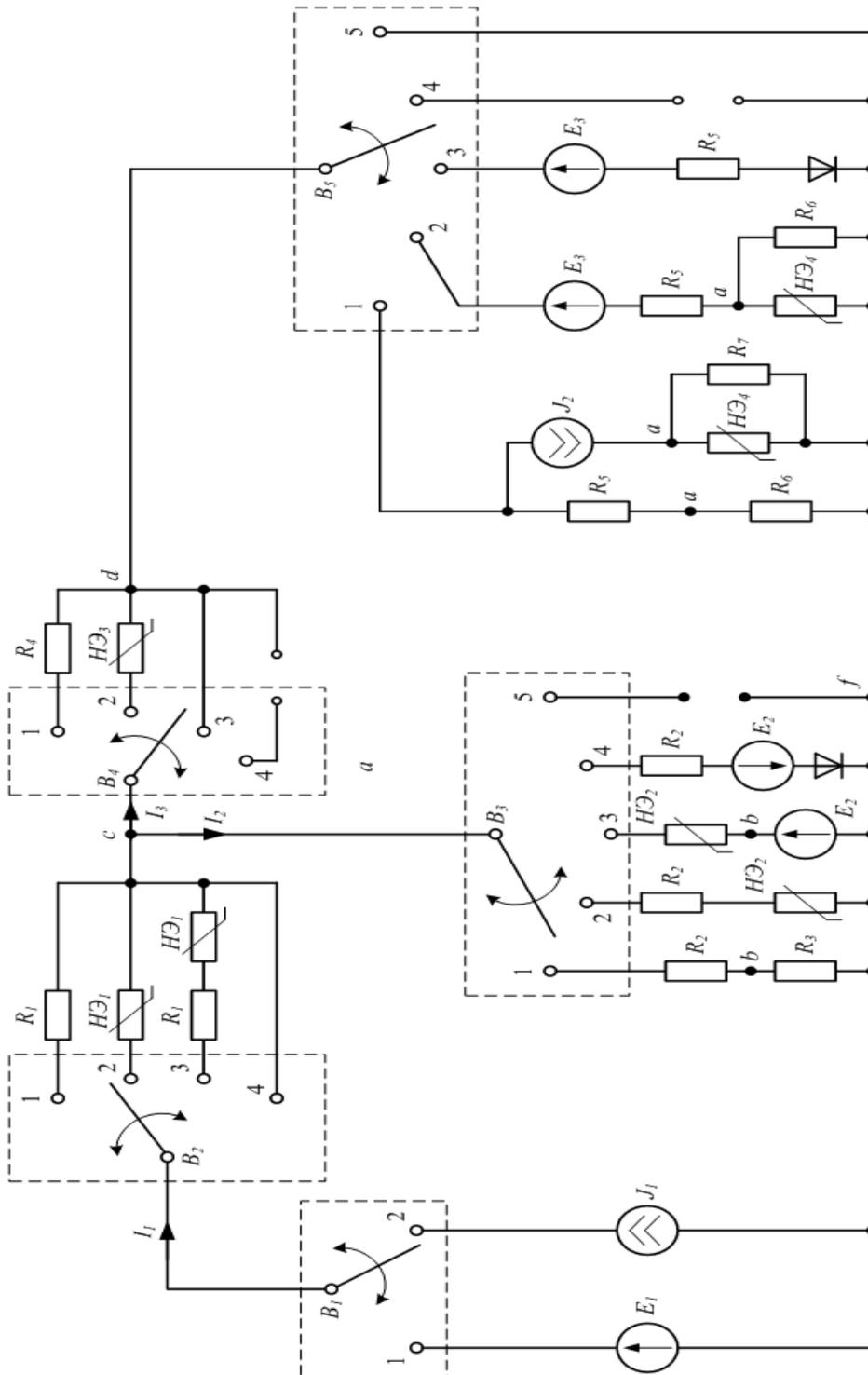


## 13. Нелинейные электрические цепи ПОСТОЯННОГО ТОКА

### Задание

**Вариант контрольной работы** соответствует номеру строки из  
таблицы







Определить	Вариант В.А.Х. НЭ	№	Положение переключателей					Дано	Определить	В.А.Х. НЭ
			В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	В <sub>3</sub>	В <sub>4</sub>	В <sub>5</sub>			
нелинейного элемента	№8	1	1	1	4	3	3	$E_2=0; R_5=0; R_1=10 \text{ Ом}; E_3=10 \text{ В}; R_2=10 \text{ Ом}$	Построить ВАХ $U_{BX}=f(I_1)$	-
			1	4	4	3	1			
этиими точками включен НЭ	№9	2	1	4	4	3	1	$J_2=0; R_6=0; R_2=10 \text{ Ом}; R_5=20 \text{ Ом}; E_2=10 \text{ В}$	Построить ВАХ $U_{BX}=f(I_1)$	-
			1	2	1	3	2			
$I_1, I_2, I_3, U_{ab}$	№10	3	1	2	1	3	2	$R_3=0; E_1=50 \text{ В}; I_1=0,3 \text{ А}; E_3=0; R_6=0; R_5=200 \text{ Ом}$ (стабилизатор тока)	Пределы изменения сопротивления $R_2$	№1
			1	2	1	3	1			
включенном между т. а и b	№2	4	1	2	1	3	1	$R_3=10 \text{ Ом}; I_1=0,3 \text{ А}; R_2=20 \text{ Ом}; J_2=0; R_6=0; R_5=30 \text{ Ом}$ (стабилизатор тока)	напряжения источника $E_1$	№1
			2	4	3	3	1			
$I_1$ и построить ВАХ участка cf	№4-№12	5	1	2	3	3	1	$J_2=0; J_1=1 \text{ А}; E_2=40 \text{ В}; R_5=R_6=5 \text{ Ом}$	элементов цепи, если между т. а и b включено $R_4=5 \text{ Ом}$ и I на всех элементах цепи	№2
			1	1	1	2	1			
$I_1, I_2, I_3, U_{cf}$	№2-№2	6	1	1	1	2	1	$R_3=0; R_6=0; R_7=0; E_1=200 \text{ В}; J_2=5 \text{ А}; R_1=R_2=40 \text{ Ом}; R_5=10 \text{ Ом}$		№3
			1	2	3	1	1			
Построить ВАХ $U_{BX}=f(I_1)$ , найти $U_{BX}$	-	7	1	2	3	1	1	$R_5=R_6=0; E_2=0; R_4=30 \text{ Ом}; I_1=0,4 \text{ А};$ ВАХ динамика	$E_1, I_2, I_3$	№4
			1	1	2	2	1			
Все токи	№13	8	1	1	2	2	1	$R_2=R_6=0; R_3=2 \text{ Ом}; I_3=5 \text{ А}; R_1=2 \text{ Ом};$ ВАХ динамика	$E_1, I_1, I_2$	№5
			1	1	2	3	2			
Все токи	№13	9	1	1	2	3	2	$R_2=0; R_6=0; R_1=4 \text{ Ом}; R_5=20 \text{ Ом}; E_1=24 \text{ В}; E_3=60 \text{ В}$	Все токи схемы	№6
			1	1	2	2	1			
Все токи	№13	10	1	1	2	2	1	$R_5=R_6=0; R_2=1 \text{ Ом}; I_2=5 \text{ А}; R_1=2 \text{ Ом};$ ВАХ динамика	Мощность источника	№5
			2	1	4	3	1			
Все токи	№9	11	1	1	4	3	1	$J_1=2 \text{ А}; R_1=10 \text{ Ом}; R_2=5 \text{ Ом}; E_2=10 \text{ В}; R_5=\infty;$ $J_2=1 \text{ А}; R_7=10 \text{ Ом}$	Построить ВАХ $U_{BX}=f(I_1)$	№5
			1	3	1	1	5			
Построить ВАХ $U_{BX}=f(I_1)$ , найти $I_1$	-	12	1	3	1	1	5	$R_3=0; E_1=24 \text{ В}; R_2=40 \text{ Ом}; I_3=0,55 \text{ А}; U_{cd}=12 \text{ В}$	$R_1$	№7





			0,5	0,2						
$U$ , В	- 40	- 30	-20	-10	0	10	20	25	30	40

**Вариант №4**

$I$ , А	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8
$U$ , В	0	10	18	25	28	30	32	35	36	38

**Вариант №5**

$I$ , А	0	2,5	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	22,5
$U$ , В	0	4,5	7	9	10	11	11,5	11,7	11,8	12

**Вариант №6**

$I$ , А	0	2	3	4	5	6	8	9	10	11
$U$ , В	0	16	20	22	23	26	28	30	33	40

**Вариант №7**

$I$ , А	0	0,6	0,65	0,7	0,8	0,82	0,85	0,87	0,9	1
$U$ , В	0	2	3	4	5	6	8,5	10	12	14

**Вариант №8**

$I$ , А	0	0,3	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$U$ , В	0	10	15	20	25	30	35	40	45	50

**Вариант №9**

$I$ , А	0	0, 5	0,7 0	1, 0	1, 5	2, 0	2, 6	3, 5	4, 2	5, 2	6, 2
---------	---	---------	----------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------



$U,$ $B$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
-------------	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----

**Вариант №10**

$I,$ A	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	4,5	5,0
$U,$ B	0	2,0	3,0	5,0	9,0	15,0	25,0	37,0	39,0	40,0

**Вариант №11**

$I,$ A	0	2,5	5,0	10	15	20	25	30	40
$U,$ $B$	0	5,0	10	15	18	20	22	25	28

**Вариант №12**

$I,$ A	0	2,5	5,0	10	15	20	25	30	40
$U,$ B	0	2,0	5,0	8,0	10,0	12,0	13,0	14,0	15,0

**Вариант №13**

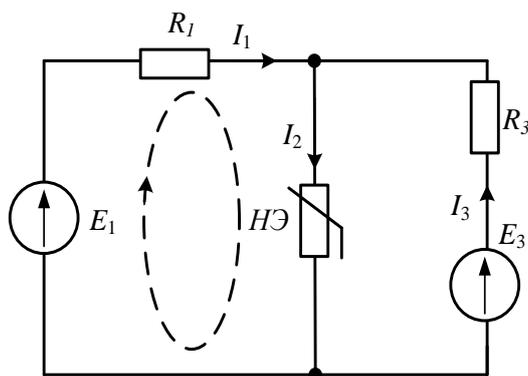
$I,$ A	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	3,8	4,0
$U,$ B	0	0,2	0,5	0,7	1,0	1,5	2,0	3,0	3,8	4,0



## ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА

### ПРИМЕР №1

#### Исходная схема



#### Задание

Определить все токи и проверить баланс мощностей

#### Исходные данные:

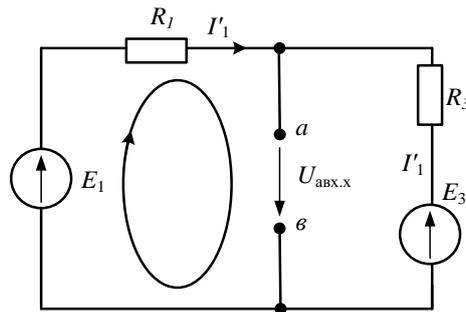
$E_1, B$	$E_3, B$	$R_1, \text{Ом}$	$R_3, \text{Ом}$
10	6	4	4

Характеристика нелинейного элемента

$I, A$	0	2,5	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	22,5
$U, B$	0	4,5	7	9	10	11	11,5	11,7	11,8	12

#### Решение

Для решения задачи применяем метод эквивалентного генератора



Для режима холостого хода составим уравнение по 2 закону Кирхгофа для указанного контура:

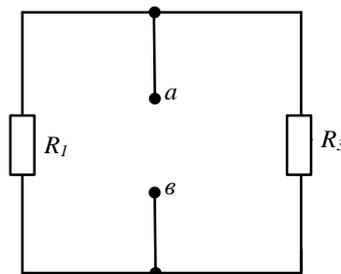
$$U_{\text{авх.х.}} + I_1' R_1 = E_1$$

$$E_{\text{Э.Г.}} = U_{\text{авх.х.}} = E_1 - I_1' R_1$$

$$I_1' = \frac{E_1 - E_3}{R_1 + R_3} = 0,5 \text{ A}$$

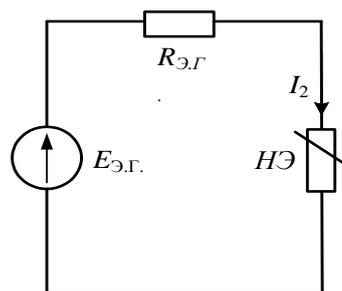
$$E_{\text{Э.Г.}} = E_1 - I_1' R_1 = 8 \text{ В}$$

Определяем внутреннее сопротивление эквивалентного генератора



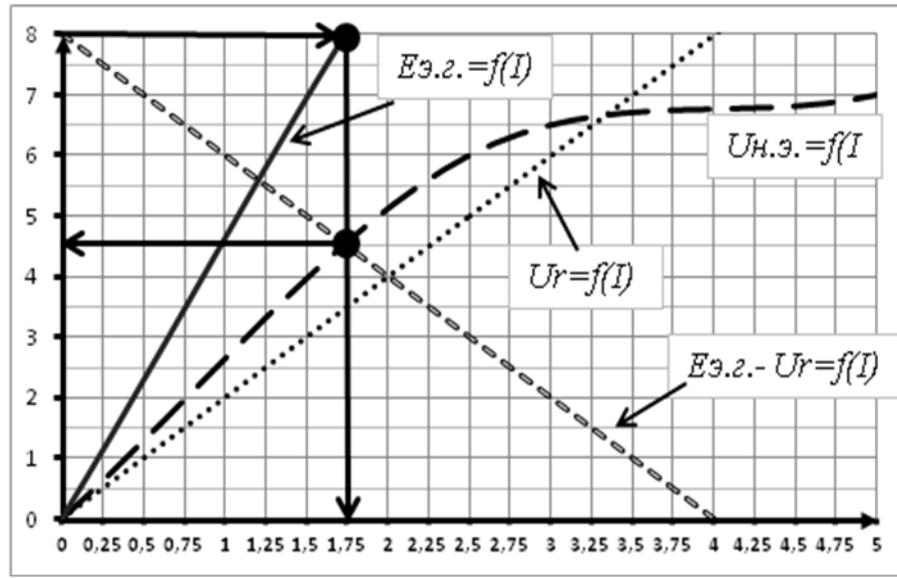
$$R_{\text{Э.Г.}} = \frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_3} = 2 \text{ Ом}$$

Заданная схема преобразуется к виду:





Дальнейший путь расчёта сводится к графическому решению, представленному следующим семейством кривых.



$$U_{\text{н.э.}} = f(I)$$

Зависимость  
задана по условию задачи.

$$U_r = f(I)$$

Зависимость получена по результатам расчёта

сопротивления эквивалентного генератора. При этом достаточно задаться одним значением тока цепи и рассчитать значение напряжения на данном резисторе по закону Ома:

$$U_r = I \times R_{\text{э.г.}}$$

Данная зависимость представляет собой прямую, проходящую через начало координат.

В соответствии со II законом Кирхгофа:

$$E_{\text{э.г.}} = U_r + U_{\text{н.э.}} = U_r(I) + U_{\text{н.э.}}(I) = E_{\text{э.г.}}(I)$$



Для реализации данного уравнения графически достаточно просуммировать предыдущие графические зависимости по оси ординат (при неизменных значениях тока)

Полученная графическая зависимость позволяет определить значение  $I_2$ , как проекция на ось абсцисс точки пересечения значения  $E_{\text{Э.Г.}}$  на данной графической зависимости. В результате получим:

$$I_2 = 1,75 \text{ A.}$$

Напряжение на нелинейном элементе получаем по соответствующей вольт-амперной характеристике:

$$U_{\text{н.э.}} = 4,5 \text{ В.}$$

Эти же результаты могут быть получены точкой пересечения заданной нелинейной зависимости с представленной зависимостью

$$E_{\text{Э.Г.}} - U_{\text{н.э.}} = f(I)$$

Для определения  $I_1$  воспользуемся II законом Кирхгофа для контура, показанного пунктиром на исходной схеме.

$$U_{\text{н.э.}} + I_1 R_1 = E_1$$

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{\text{н.э.}}}{R_1} = 1,375 \text{ A}$$

В соответствии с I законом Кирхгофа:

$$I_1 + I_3 = I_2$$

$$I_3 = I_2 - I_1 = 0,375 \text{ A}$$

### Проверка баланса мощностей

$$P_{\text{ист.}} = E_1 I_1 + E_3 I_3 = 16 \text{ Вт}$$

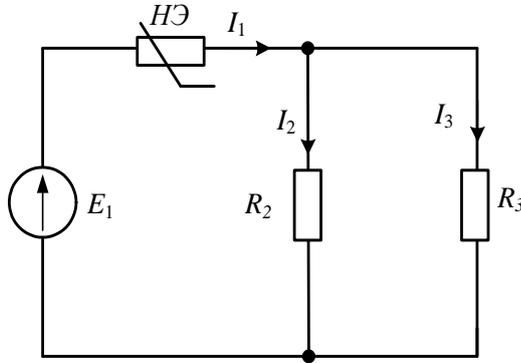
$$P_{\text{пр.}} = I_1^2 \times R_1 + I_3^2 \times R_3 + I_2 \times U_{\text{н.э.}} = 16 \text{ Вт}$$

$$P_{\text{ист.}} = P_{\text{пр.}}$$



## ПРИМЕР №2

### Исходная схема



### Задание

Определить все токи и проверить баланс мощностей

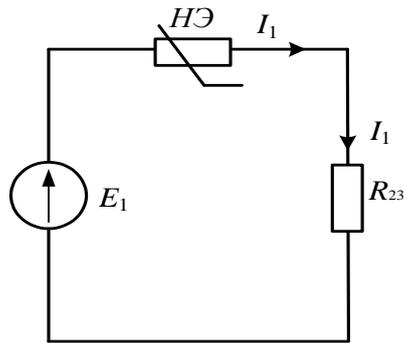
### Исходные данные:

$E1, В$	$R2, Ом$	$R3, Ом$
24	3	6

Входная характеристика электрической цепи

$I, А$	0	0,5	7	1	1.5	2	2.6	3.5	4.2	5.2	6.2
$U, В$	0	3	4	6	10	18	25	33	35	35	35

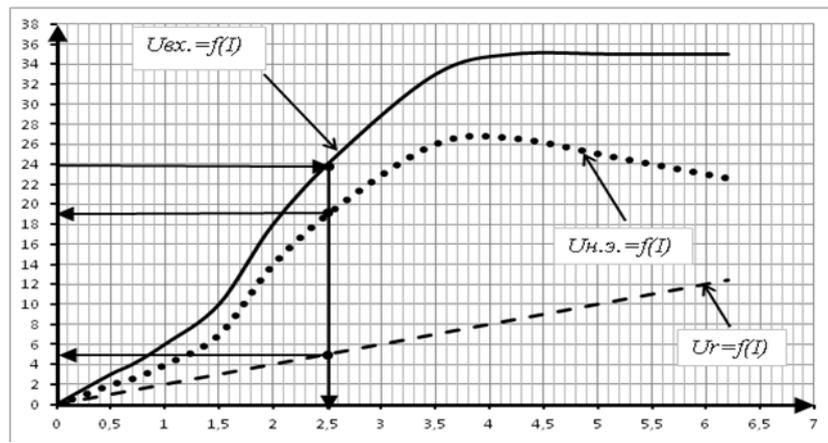
### Решение



Эквивалентная схема замещения

$$R_{23} = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3} = 2 \text{ Ом}$$

Дальнейший путь расчёта сводится к графическому решению, представленному следующим семейством кривых.



Зависимость  $U_r(I)$  представляет собой линейную зависимость, которая может быть построена при задании одного значения тока цепи и расчете значения напряжения на резисторе  $R_{23}$  по закону Ома:

$$U_r = I \times R_{23}$$

Данная зависимость представляет собой прямую, проходящую через начало координат.



Для получения зависимости  $U_{н.э.}(I)$  достаточно осуществить вычитание из графической зависимости  $U_{вх.}(I)$  графической зависимости  $U_r(I)$  по оси ординат (при неизменных значениях тока).

Для определения значения тока  $I_1$  достаточно отложить заданное значение входного напряжения на соответствующей графической зависимости. В результате получим:  $I_1 = 2,5$  А.

По зависимостям  $U_{н.э.}(I)$  и  $U_r(I)$  соответственно получим:

$$U_{н.э.} = 19 \text{ В}; U_r = 5 \text{ В}$$

Токи в параллельных ветвях определяются по закону Ома:

$$I_2 = \frac{U_r}{R_2} = 1,667 \text{ А} \quad I_3 = \frac{U_r}{R_3} = 0,8333 \text{ А}$$

### Проверка баланса мощностей

$$P_{ист.} = E_1 I_1 = 60 \text{ Вт}$$

$$P_{пр.} = U_{н.э.} \times I_1 + I_2^2 \times R_2 + I_3^2 \times R_3 = 60 \text{ Вт}$$

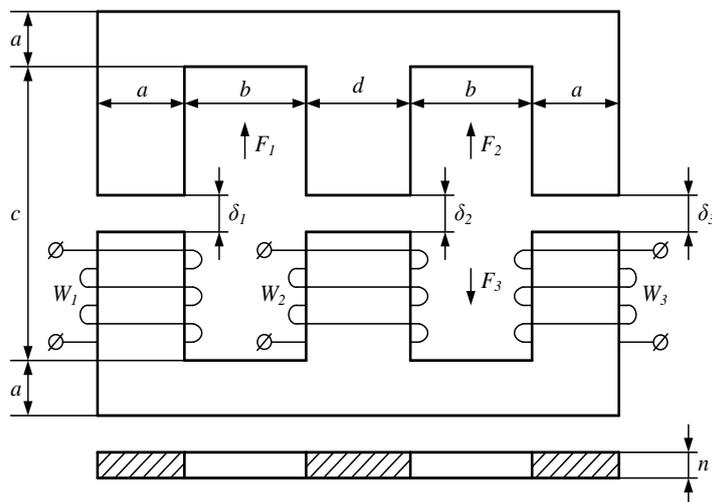
$$P_{ист.} = P_{пр.}$$



## 14. Расчёт магнитных цепей постоянного тока

### Задание

1. Определить магнитный поток, индукцию и напряженность магнитного поля во всех участках магнитопровода, пренебрегая потоками рассеяния.
2. По полученным результатам найти магнитное напряжение между двумя любыми точками магнитной цепи.
3. Проверить результат, полученный в п. 2, определив магнитное напряжение между теми же точками по другому пути



**Вариант контрольной работы** соответствует номеру строки из таблицы



**Таблица**

№	Исходные данные магнитной цепи													
	a,	b,	c,	d,	n,	W <sub>1</sub>	W <sub>2</sub>	W <sub>3</sub>	I <sub>k</sub>		δ <sub>k</sub>		Φ, мкВб В, Тл	μ <sub>r</sub>
	см	см	см	см	см				k	A	k	мм		
<b>1</b>	3	6	9	8	3	200	-	-	1	1	1	0,5	-	500
<b>2</b>	4	8	12	10	4	-	-	150	3	3	2	0,8	-	720
<b>3</b>	7	14	21	18	7	-	250	-	2	-	3	0,7	B <sub>δ3</sub> =0,3	800
<b>4</b>	3,5	7	10,5	9	4	200	-	-	1	2,5	2	0,6	-	700
<b>5</b>	4	8	12	10	5	-	200	-	2	1	1	0,5	-	600
<b>6</b>	5	10	15	17	3	300	-	-	1	-	3	0,9	Φ <sub>2</sub> =23	750
<b>7</b>	3	6	9	7	4	200	-	-	1	1,5	2	0,6	-	550
<b>8</b>	4	8	12	10	5	250	-	-	1	2,5	1	0,4	-	600
<b>9</b>	5	10	15	12	8	-	200	-	2	-	2	0,8	Φ <sub>3</sub> =8	750
<b>10</b>	7	14	21	16	4	-	350	-	2	1	3	0,5	-	700
<b>11</b>	3,5	7	10,5	9	5	-	100	-	2	1,5	2	0,7	-	720
<b>12</b>	4,5	9	13,5	11	7	100	-	-	1	3	1	0,8	-	600
<b>13</b>	6	12	18	15	4	250	-	-	1	-	2	0,9	B <sub>δ2</sub> =0,1	600
<b>14</b>	3	6	9	7,5	3	-	-	300	3	-	3	0,5	Φ <sub>1</sub> =0,9	800
<b>15</b>	5	10	15	12	8	-	-	250	3	2	2	0,8	-	500
<b>16</b>	4	8	12	10	6	250	-	-	2	2	1	0,7	-	700
<b>17</b>	6	12	18	14	7	-	300	-	2	-	2	0,6	Φ <sub>1</sub> =9	750

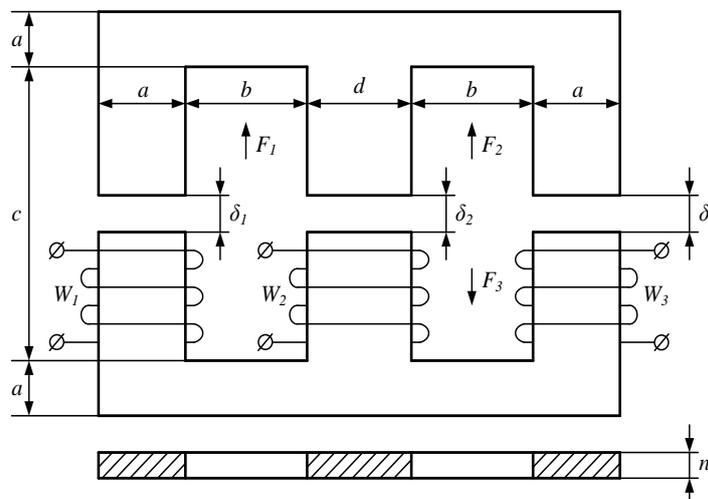


<b>18</b>	3	6	9	8	5	200	-	-	1	-	3	0,6	$\Phi_3=0,4$	680
<b>19</b>	5	10	15	13	4	300	-	-	1	1	2	0,7	-	720
<b>20</b>	3,5	6	10	8	9	150	-	-	1	1,5	1	0,5	-	800
<b>21</b>	4	8	12	11	7	200	-	-	1	-	2	0,5	$B_{\delta 2}=0,2$ 5	500
<b>22</b>	6	12	18	16	3	-	-	400	3	-	3	0,6	$\Phi_2=10$	600
<b>23</b>	3	6	9	8	6	-	-	100	3	3	2	0,7	-	550
<b>24</b>	7	14	21	17	5	-	150	-	2	3	1	0,8	-	650
<b>25</b>	5	11	16	13	4	-	-	250	3	-	2	0,7	$\Phi_2=7$	800

## ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА

### ПРИМЕР №1

#### Исходная схема





### Задание

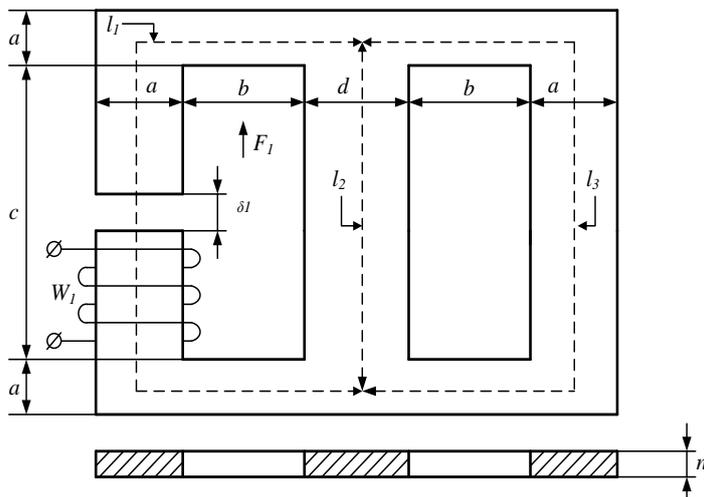
1. Определить магнитный поток, индукцию и напряженность магнитного поля во всех участках магнитопровода, пренебрегая потоками рассеяния.
2. По полученным результатам найти магнитное напряжение между двумя узловыми точками магнитной цепи.
3. Проверить результат, полученный в п. 2, определив магнитное напряжение между теми же точками по другому пути.

### Исходные данные:

Исходные данные магнитной цепи													
a, с м	b, см	c, см	d, n, см см	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$I_k$		$\delta_k$		$\Phi$ , мкВ б В, Тл	$\mu_r$	
							к	А	к	м м			
3	6	9	8 3	20 0	-	-	1	1	1	0, 5	-	500	

### Решение

Заданная магнитная цепь





Определим параметры магнитной цепи

$$l_1 = 2a + 2b + d + c - \delta_1 = 34,95 \times 10^{-2} \text{ м}$$

$$l_2 = a + c = 12 \times 10^{-2} \text{ м}$$

$$l_3 = 2a + 2b + d + c = 35 \times 10^{-2} \text{ м}$$

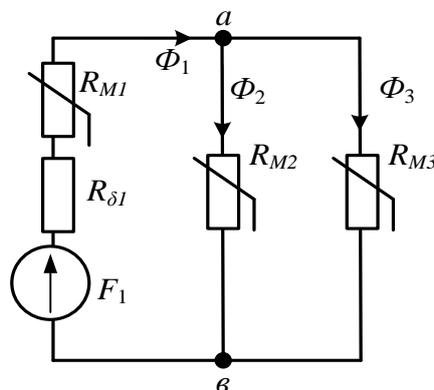
$$S_1 = S_3 = a \times n = 9 \times 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$S_2 = d \times n = 24 \times 10^{-4} \text{ м}^2$$

**Определяем магнитные потоки, индукцию и напряженность магнитного поля**

**во всех участках магнитопровода**

Эквивалентная схема замещения заданной магнитной цепи

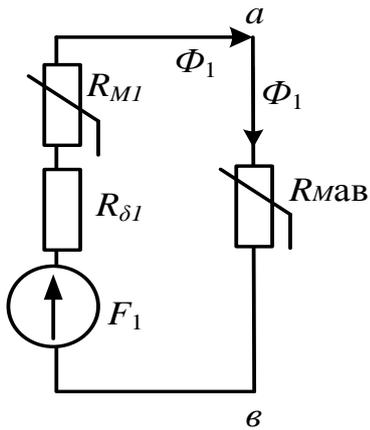


Рассчитаем магнитные сопротивления участков магнитной цепи

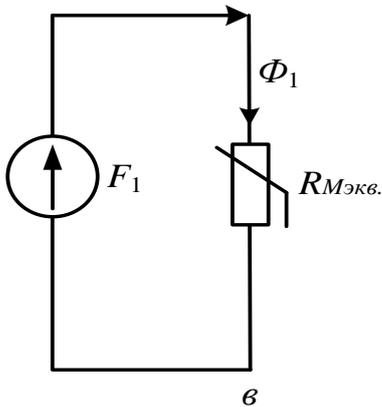
$$R_{M1} = \frac{l_1}{\mu_0 \mu_r S_1} = 618052 \frac{1}{\text{Гн}}; \quad R_{M2} = \frac{l_2}{\mu_0 \mu_r S_2} \\ = 79577 \frac{1}{\text{Гн}}$$

$$R_{M3} = \frac{l_3}{\mu_0 \mu_r S_3} = 618936 \frac{1}{\text{Гн}}; \quad R_{\delta 1} = \frac{\delta_1}{\mu_0 S_1} \\ = 442097 \frac{1}{\text{Гн}}$$

Применяем метод эквивалентных преобразований



$$R_{Mав} = \frac{R_{M2} \times R_{M3}}{R_{M2} + R_{M3}} = 70511 \frac{1}{\text{Гн}}$$



$$R_{Mэкв.} = R_{M1} + R_{\delta1} + R_{Mав} = 1130660 \frac{1}{\text{Гн}}$$

Определяем магнитный поток  $\Phi_1$ :

$$\Phi_1 = \frac{F_1}{R_{Mэкв.}} = \frac{I_1 \times W_1}{R_{Mэкв.}} = 176,9 \times 10^{-6} \text{ Вб}$$

Определяем магнитное напряжение на участке «ав»:

$$U_{Mав} = \Phi_1 \times R_{Mав} = 12,47 \text{ А}$$

Определяем магнитный поток  $\Phi_2$ :

$$\Phi_2 = \frac{U_{Mав}}{R_{M2}} = 156,7 \times 10^{-6} \text{ Вб}$$



Определяем магнитный поток  $\Phi_3$ :

$$\Phi_3 = \frac{U_{M_{\text{ав}}}}{R_{M3}} = 20,2 \times 10^{-6} \text{ Вб}$$

Определяем магнитную индукцию на каждом участке магнитной цепи

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = 19,66 \times 10^{-2} \text{ Тл}; B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2} = 6,529 \times 10^{-2} \text{ Тл}$$

$$B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3} = 2,244 \times 10^{-2} \text{ Тл}$$

Определяем напряжённость магнитного поля на каждом участке магнитной цепи

$$H_1 = \frac{B_1}{\mu_0 \mu_r} = 312 \frac{\text{А}}{\text{м}}; H_{\delta 1} = \frac{B_1}{\mu_0} = 156449 \frac{\text{А}}{\text{м}}$$

$$H_2 = \frac{B_2}{\mu_0 \mu_r} = 103,9 \frac{\text{А}}{\text{м}}; H_3 = \frac{B_3}{\mu_0 \mu_r} = 35,71 \frac{\text{А}}{\text{м}}$$

Определяем магнитное напряжение между двумя узловыми точками магнитной цепи

На первом участке магнитной цепи:

$$U_{M_{\text{ав}}}(1) = F_1 - U_{M1} - U_{M\delta 1} = F_1 - H_1 \times l_1 - H_{\delta 1} \times \delta$$

$$U_{M_{\text{ав}}}(1) = 12,73 \text{ А}$$

На втором участке магнитной цепи:

$$U_{M_{\text{ав}}}(2) = H_2 \times l_2 = 12,47 \text{ А}$$

На третьем участке магнитной цепи:

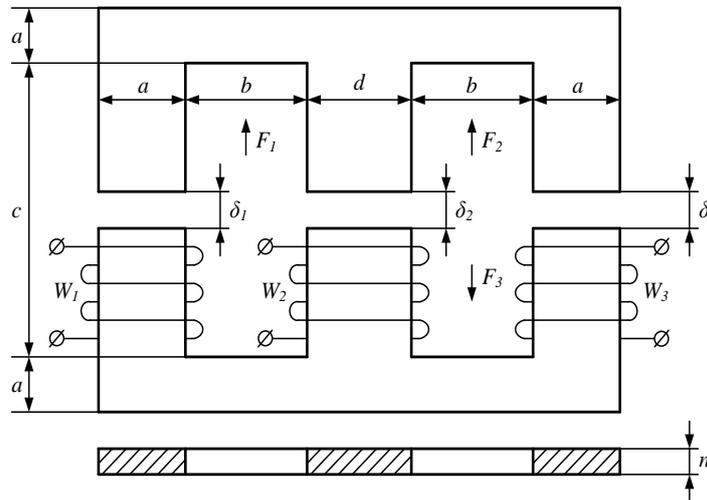
$$U_{M_{\text{ав}}}(3) = H_3 \times l_3 = 12,5 \text{ А}$$

Расхождение полученных результатов в пределах допустимой точности.



## ПРИМЕР №2

### Исходная схема



### Задание

1. Определить магнитный поток, индукцию и напряженность магнитного поля во всех участках магнитопровода, пренебрегая потоками рассеяния.
2. По полученным результатам найти магнитное напряжение между двумя узловыми точками магнитной цепи.
3. Проверить результат, полученный в п. 2, определив магнитное напряжение между теми же точками по другому пути.

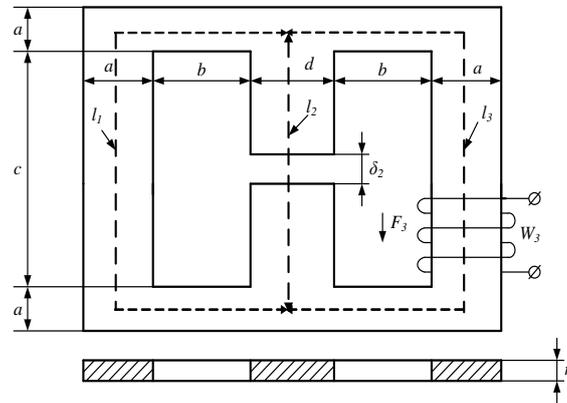
### Исходные данные:

Исходные данные магнитной цепи													
a, с м	b, см	c, см	d, см	n, см	W <sub>1</sub>	W <sub>2</sub>	W <sub>3</sub>	I <sub>к</sub>		δ <sub>к</sub>		Φ, мкВ б В, Тл	μ <sub>г</sub>
								к	А	к	м м		
5	1 1	16	1 3	4	-	-	25 0	3	-	2	0, 7	Φ <sub>2</sub> =7	800



## Решение

### Заданная магнитная цепь



Определим параметры магнитной цепи

$$l_1 = 2a + 2b + d + c = 61 \times 10^{-2} \text{ м}$$

$$l_2 = a + c - \delta_2 = 20,93 \times 10^{-2} \text{ м}$$

$$l_3 = 2a + 2b + d + c = 61 \times 10^{-2} \text{ м}$$

$$S_1 = S_3 = a \times n = 20 \times 10^{-4} \text{ м}^2$$

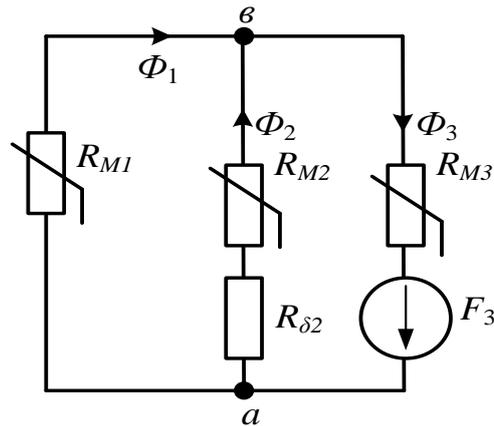
$$S_2 = d \times n = 52 \times 10^{-4} \text{ м}^2$$

Определяем магнитные потоки, индукцию и напряженность

магнитного поля во всех участках

магнитопровода

Эквивалентная схема замещения заданной магнитной цепи



Рассчитаем магнитные сопротивления участков магнитной цепи

$$R_{M1} = \frac{l_1}{\mu_0 \mu_r S_1} = 303389 \frac{1}{\text{Гн}}; \quad R_{M2} = \frac{l_2}{\mu_0 \mu_r S_2} \\ = 40037 \frac{1}{\text{Гн}} \\ R_{M3} = \frac{l_3}{\mu_0 \mu_r S_3} = 303389 \frac{1}{\text{Гн}}; \quad R_{\delta 2} = \frac{\delta_2}{\mu_0 S_2} \\ = 107124 \frac{1}{\text{Гн}}$$

При заданном магнитном потоке  $\Phi_2$  определим магнитное напряжение на участке «ав»

$$U_{M_{ав}} = \Phi_2 \times R_{M2} + \Phi_2 \times R_{\delta 2} = 1,03 \text{ А}$$

Определим магнитный поток  $\Phi_1$  по закону Ома для магнитных цепей:

$$\Phi_1 = \frac{U_{M_{ав}}}{R_{M1}} = 3,395 \times 10^{-6} \text{ Вб}$$

Определим магнитный поток  $\Phi_3$  по I закону Кирхгофа для магнитных цепей:

$$\Phi_3 = \Phi_1 + \Phi_2 = 10,395 \times 10^{-6} \text{ Вб}$$

При помощи II закона Кирхгофа определим значение м.д.с.

$$F_3 = \Phi_3 \times R_{M3} + U_{M_{ав}} = 4,184 \text{ А}$$

$$I_3 = \frac{F_3}{W_3} = 0,01674 \text{ А} = 167,4 \text{ мА}$$



Определяем магнитную индукцию на каждом участке магнитной цепи

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = 0,16975 \times 10^{-2} \text{ Тл}; B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2} = 0,1346 \times 10^{-2} \text{ Тл}$$

$$B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3} = 0,5198 \times 10^{-2} \text{ Тл}$$

Определяем напряжённость магнитного поля на каждом участке магнитной цепи

$$H_1 = \frac{B_1}{\mu_0 \mu_r} = 1,689 \frac{\text{А}}{\text{м}}; \quad H_{\delta 2} = \frac{B_2}{\mu_0} = 1071,1 \frac{\text{А}}{\text{м}}$$

$$H_2 = \frac{B_2}{\mu_0 \mu_r} = 1,339 \frac{\text{А}}{\text{м}}; \quad H_3 = \frac{B_3}{\mu_0 \mu_r} = 5,171 \frac{\text{А}}{\text{м}}$$

Определяем магнитное напряжение между двумя узловыми точками магнитной цепи

На первом участке магнитной цепи:

$$U_{M_{\text{зв}}}(1) = U_{M1} = H_1 \times l_1 = 1,03 \text{ А}$$

На втором участке магнитной цепи:

$$U_{M_{\text{зв}}}(2) = H_2 \times l_2 + H_{\delta 2} \times \delta 2 = 1,03 \text{ А}$$

На третьем участке магнитной цепи:

$$U_{M_{\text{зв}}}(3) = F_3 - H_3 \times l_3 = 1,03 \text{ А}$$

Расхождение полученных результатов в пределах допустимой точности.