



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
Кафедра «Строительная механика и теория сооружений»

Учебно-методическое пособие
для проведения практических занятий на
тему «Расчет элементов конструкций
при циклически меняющихся напряжениях»
по дисциплинам

**«Сопротивление материалов»,
«Техническая механика»,
«Механика»**

Авторы
Маяцкая И. А.,
Языев Б. М.,
Языев С. Б.,
Чепурненко А. С.

Ростов-на-Дону, 2020

Аннотация

Учебно-методическое пособие содержит основные теоретические положения темы «Расчет элементов конструкций при циклически меняющихся напряжениях».

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов всех форм обучения (очной, очно-заочной, заочной) технических направлений подготовки (специальностей), в частности, для студентов, обучающихся по направлению 08.03.01 – Строительство и специальностям 08.05.01 – Строительство уникальных зданий и сооружений; 08.05.02 – Строительство, эксплуатация, восстановление и техническое прикрытие автомобильных дорог, мостов и тоннелей, изучающих курс дисциплин «Сопротивление материалов» и «Специальные вопросы сопротивления материалов».

Авторы

к.т.н., доцент кафедры «Сопротивление материалов»
Маяцкая И.А.

д.т.н., профессор кафедры «Сопротивление материалов»
Языев Б.М.

к.т.н., доцент кафедры «Сопротивление материалов»
Языев С.Б.

к.т.н., доцент кафедры «Сопротивление материалов»
Чепурненко А.С.





Оглавление

1. Расчет элементов конструкций при циклически меняющихся напряжениях.....	4
2. Контрольные вопросы	15

1. РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКИ МЕНЯЮЩИХСЯ НАПРЯЖЕНИЯХ

Детали машин и сооружений в эксплуатационных условиях могут подвергаться действию сил и моментов, меняющихся как по величине, так и по знакам.

В соответствии с этим будут возникать переменные напряжения, которые могут происходить как в установившемся, так и в неустановившемся режиме.

Установившийся режим характеризуется точным повторением его через определенный промежуток времени T , называемый периодом.

Напряжения во времени могут быть периодическими и изменяющиеся от некоторого максимального до минимального значения. Например, при равномерном вращении вала (рис. 1),

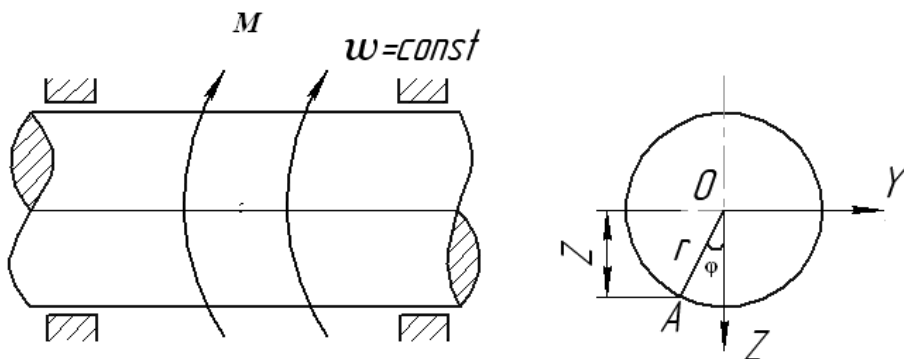


Рис. 1.

находящегося под действием постоянной изгибающей нагрузки P , нормальное напряжение в точке A , лежащей на поверхности рассматриваемого сечения вала, определяется по формуле

$$\sigma_A = \frac{M}{J_y} z = \frac{M}{J_y} r \cos \omega t,$$

где

M – изгибающий момент в рассматриваемом сечении;

J_y – момент инерции поперечного сечения вала относительно нейтральной оси;

z – расстояние от нейтральной оси до исследуемой точки

($z = r \cos \varphi = r \cos \omega t$).

Сопротивление материалов

Если на вал будет дополнительно действовать центральная растягивающая сила P , не зависящая от времени, то напряжение в точке A будет определяться по формуле

$$\sigma_A = \frac{P}{A} + \frac{M}{J_y} r \cos \omega t,$$

где

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \text{ – площадь поперечного сечения вала.}$$

График изменения напряжений в этом случае показан на рис. 2.

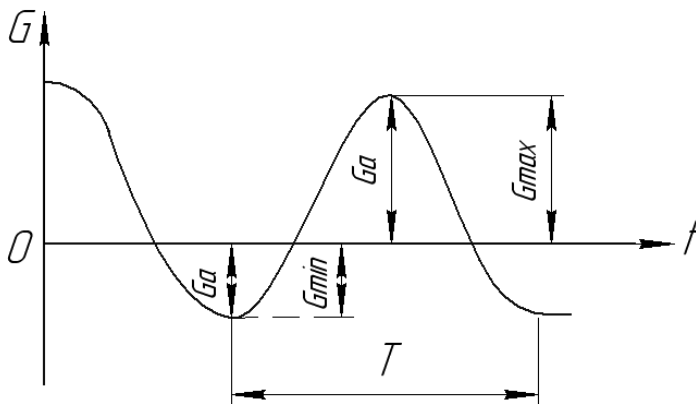


Рис. 2.

Время T , в течение которого протекает один цикл, называется периодом. Если период цикла T , то за промежуток времени t общее число циклов будет равно

$$N = t / T.$$

Опыт показывает, что при переменных напряжениях после некоторого числа циклов нагружения может наступить внезапное разрушение детали.

Разрушение начинается с образования в зоне повышенных напряжений микротрещин, которые, постепенно развиваясь, при работе детали проникают в глубь детали, все более ослабляют ее и могут привести к разрушению.

Явление снижения сопротивляемости материалов многократному воздействию переменных напряжений, называется усталостью материалов.

Способность материала сопротивляться усталостным явле-

ниям, называется выносливостью.

Различают два вида усталости: много цикловое усталостное разрушение, характеризующее повреждением и разрушением материала за большое число циклов нагружения (более 10^5) при напряжениях, меньших предела текучести материала, и малоцикловая усталость, которая наблюдается при относительно малом числе циклов (порядка $10^3 \dots 10^5$), когда действующие напряжения вызывают упругопластические деформации, что характерно для высоконапряженных конструкций.

Различие условий протекания повреждения и разрушения при много цикловой и малоцикловой усталости определяет необходимость раздельного их рассмотрения.

Особенность много цикловой усталости заключается в том, что предшествующие разрушению повреждения происходят в условиях очень малых или в отсутствии циклических макропластических деформаций. Разрушение при этом имеет хрупкий характер. Начальное повреждение и разрушение связано с наличием пластических деформаций в отдельных микрообъемах, что связано с неоднородностью структуры реальных материалов.

Можно выделить три стадии этого процесса:

- накопление микроскопических повреждений до образования первых макротрещин;
- развитие одной или нескольких трещин;
- развитие разрушения с разделением тела на части.

Эти три стадии хорошо отражаются в картине усталостного излома: наличие зоны зарождения трещины, как правило, около концентратора напряжений, зоны ее распространения (гладкая притертая зона) и зоны «долома».

Показателем выносливости материала является предел выносливости (предел усталости) σ_{-1} или τ_{-1} . – это наибольшее значение максимального по величине напряжения цикла, которому материал может сопротивляться без разрушения неограниченно долго при большом числе циклов нагружения.

Число циклов до разрушения зависит от характеристики цикла нагружения. Законы изменения переменных напряжений могут быть различными, но все их можно представить в форме простейших гармоник синусоиды или косинусоиды.

На рис. 3 показано периодическое изменение напряжений во времени от наибольшего σ_{\max} до наименьшего σ_{\min} и обратно.

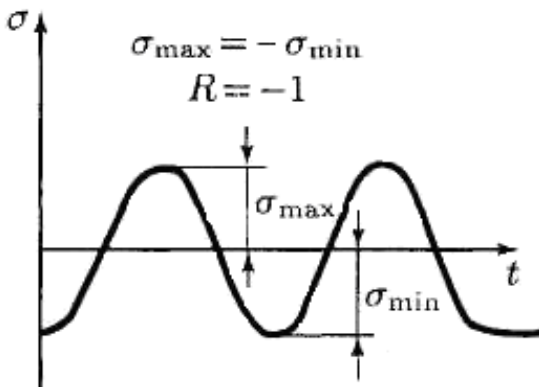


Рис. 3

Параметрами цикла являются:

- σ_{\max} – максимальное (наибольшее по алгебраическому значению) напряжение цикла;
- σ_{\min} – минимальное (наименьшее по алгебраическому значению) напряжение цикла;

$$- \sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \text{ – среднее напряжение или постоянная составляющая цикла;}$$

$$- \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \text{ – амплитудное напряжение или переменная составляющая цикла.}$$

Отношение минимального напряжения цикла к максимальному называют коэффициентом асимметрии цикла напряжений

$$R_\sigma = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}.$$

Выполняется равенство

$$\sigma_{\max} = \sigma_T + \sigma_a.$$

Цикл напряжения полностью определяется любыми двумя его параметрами. В зависимости от величины коэффициента асимметрии циклы напряжений разделяют на симметричные и асимметричные, на знакопостоянные и знакопеременные.

Напряжения σ_{\max} , σ_{\min} и σ_T могут быть положительными, отрицательными и равными нулю. Амплитуда σ_a всегда положительна.

В случае, когда

$$\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}, R_\sigma = -1,$$

цикл напряжений называют симметричным (рис. 4).

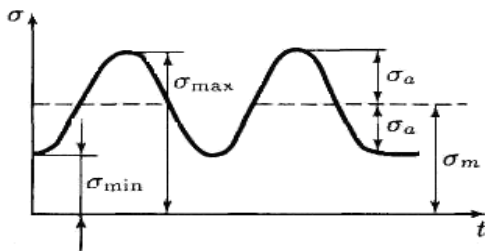


Рис. 4

Циклы, у которых максимальное или минимальное напряжение равно нулю, называются отнулевыми или пульсирующими, если $\sigma_{\min} = 0$, $R_\sigma = 0$ (рис. 5).

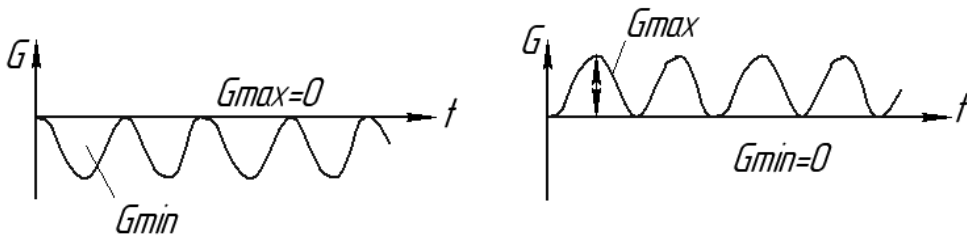


Рис. 5

Циклы, у которых коэффициенты асимметрии R_σ одинаковы, называются подобными. Циклы могут быть симметричными в том случае, когда наибольшее и наименьшее напряжения одинаковы по величине и противоположны по знаку и асимметричными – при неодинаковых по величине наибольшем и наименьшем напряжениях.

Наиболее опасным является симметричный цикл нагружения (рис. 4).

На рис. 6 графически представлены различные случаи изменения напряжений во времени в зависимости от вида функции

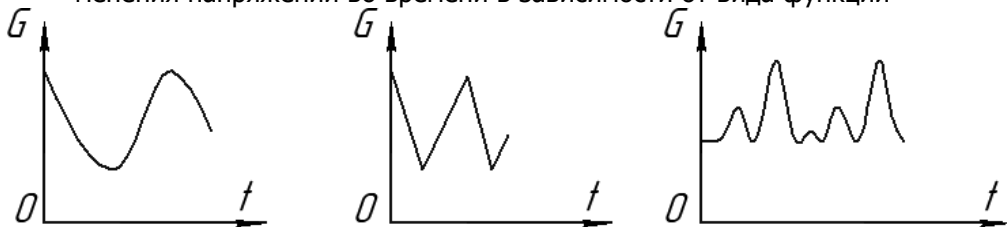


Рис. 6

Закон изменения напряжений во времени, как показывают опыты, не влияет заметно на прочность материала, которая в

Сопротивление материалов

основном зависит от величины и знака максимального σ_{\max} и минимального σ_{\min} напряжений.

Все сказанное для циклов нормальных напряжений справедливо и для циклов касательных напряжений. В этом случае в приведенных соотношениях следует σ заменить на τ .

Для расчетов на прочность при действии повторно-переменных напряжений необходимо знать механические характеристики материала. Они определяются путем испытаний образцов на специальных машинах.

Наиболее простым и распространенным является испытание образцов при симметричном цикле напряжений, когда $R_\sigma = -1$. Такой цикл обозначается R_{-1} .

Симметричный цикл осуществляется, как правило, при нагружении образца по схеме, так называемого, кругового изгиба: цилиндрический образец вращается в плоскости действия постоянной изгибающей нагрузки, прикладываемой по схеме чистого или поперечного изгиба. При этом напряжения в периферийных точках сечения образца изменяются по синусоидальному закону.

Широко используется также пульсирующий, или отнулевой цикл нагружения (рис. 5), легко реализуемый при испытании на пульсаторах.

Результаты испытаний представляются в виде кривых усталости, отражающих зависимость числа циклов до полного разрушения N_k от максимального по модулю напряжения цикла $|\sigma|_{\max}$ при заданном R_σ (рис. 7).

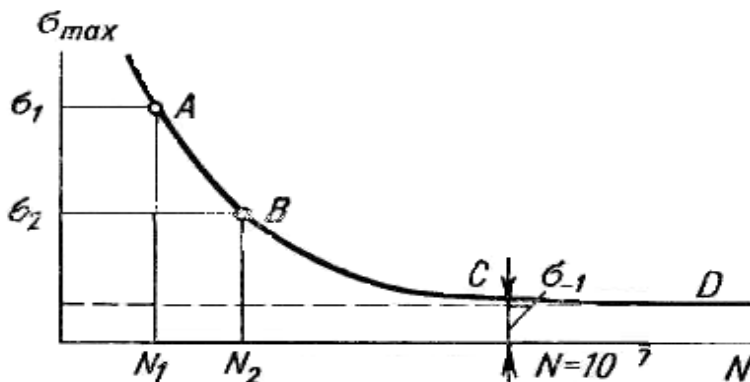


Рис. 7

После испытания первого образца на диаграмме появляется точка A, координаты которой N_1 и $\sigma_{1\max}$ (или просто σ_1).

Соппротивление материалов

Затем испытывают второй образец, создавая в нем несколько меньшее напряжение σ_2 . Естественно, что он разрушится при большем числе циклов N_2 . На диаграмму наносят точку B с координатами N_2 и σ_2 и т. д.

Испытав все образцы и соединив точки A, B, C и т. д. плавной линией, получим некоторую кривую $ABCD$, которая называется *кривой усталости* (или кривой Вёлера).

Эта кривая характерна тем, что, начиная с некоторого напряжения, она идет практически горизонтально (участок CD). Это означает, что при определенном напряжении σ_{-1} образец может, не разрушаясь, выдержать бесконечно большое число циклов.

Как показывает опыт, образец из углеродистой стали, выдержавший 10^7 циклов (это число называется базой испытаний), при дальнейшем нагружении может выдержать неограниченное число циклов. Поэтому после прохождения 10^7 циклов для стальных образцов опыты прекращают.

Напряжение σ_{-1} , соответствующее $N = 10^7$, принимается за предел выносливости.

Для цветных металлов и для закаленных сталей не удастся установить такое число циклов, выдержав которое, образец не разрушился бы в дальнейшем. Для этих случаев введено понятие предела ограниченной выносливости, как наибольшего по величине максимального напряжения цикла, при котором образец способен выдержать определенное число циклов (обычно $N = 10^8$).

В настоящее время для многих материалов пределы выносливости найдены и приводятся в справочниках. Из этих данных видно, что для большинства металлов предел выносливости при симметричном цикле меньше предела текучести.

Обычно, для сталей, предел усталости при изгибе составляет $\sigma_{-1} \approx (0,4 \div 0,5) \sigma_{BP}$. Для высокопрочных сталей $\sigma_{-1} \approx (400 + 0,167 \sigma_{BP})$ МПа. Для цветных металлов $\sigma_{-1} \approx (0,25 \div 0,5) \sigma_{BP}$. При кручении для обычных сталей имеем $\tau_{-1} \approx 0,56 \sigma_{-1}$. Для хрупких металлов $\tau_{-1} \approx 0,8 \sigma_{-1}$.

Естественно, что определить экспериментальным путем предел усталости для каждого из возможных значений коэффициента асимметрии цикла R невозможно. На практике поступают следующим образом: для нескольких характерных значений R находят предел усталости σ_R и строят диаграмму усталостной прочности материала (рис. 7), где по оси абсцисс откладываются значения среднего напряжения σ_m , а по оси ординат -

амплитудного напряжения σ_a , предельных циклов.

Каждая пара значений σ_m и σ_a , характеризующая предельный цикл изображается точкой на этой диаграмме. Совокупность таких точек образует кривую AB (рис. 8), отделяющую безопасную область (содержащую начало координат) от области циклических разрушений.

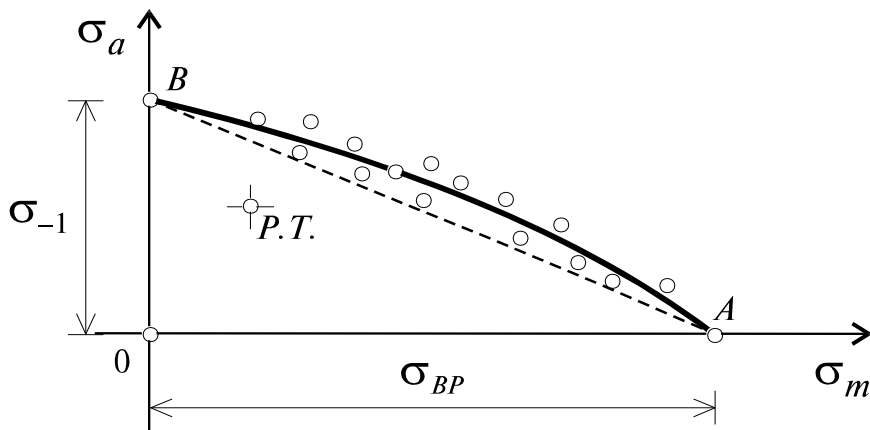


Рис. 8

На рис. 8 точка A диаграммы соответствует пределу прочности при статическом нагружении, а точка B - при симметричном цикле нагружения.

Любой из возможных циклов может быть изображен на этой диаграмме рабочей точкой ($P.T.$) с координатами (σ_m, σ_a) и в зависимости от того, в какую из областей попала эта точка можно судить о безопасности данного цикла.

Определим запас усталостной прочности. Сначала построим диаграмму усталостной прочности (часто, для простоты рассуждений предельную линию представляют в виде прямой) и покажем на ней рабочую точку M цикла (с координатами σ_m и σ_a) в случае, если рассматриваемый элемент испытывает только простое растяжение и сжатие (рис. 9).

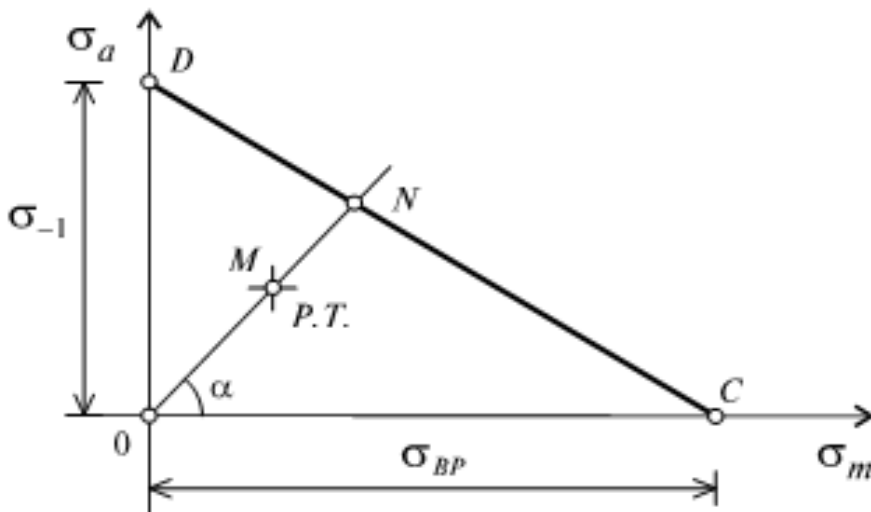


Рис. 9

Рассмотрим все те циклы, рабочие точки которых лежат на одной прямой (рис. 9) и для которых справедливо выражение

$$\sigma_a = \sigma_m \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

В этом случае

$$R = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha}.$$

где

R – коэффициент асимметрии цикла.

Отсюда можно сделать вывод о том, что все подобные циклы лежат на одной прямой. Тогда, под запасом усталостной прочности будем понимать отношение отрезка ON к отрезку OM (рис. 9):

$$n_R = \frac{ON}{OM},$$

где точка M соответствует действующему циклу, а точка N получается вследствие пересечения предельной прямой и продолжения отрезка OM .

Это отношение характеризует степень близости рабочих условий к предельным для данного материала. В частном случае при постоянных статических нагрузках $\sigma_a = 0$, поэтому данное определение запаса прочности совпадает с обычным.

Для определения n_{R_G} (то есть в ситуации, когда действу-

Сопротивление материалов

ют лишь нормальные напряжения) в инженерной практике применяется как графический, так и аналитический способы.

При графическом способе строго по масштабу строится диаграмма предельных напряжений в системе координат σ_a и σ_m . Далее, на этой диаграмме наносится рабочая точка и определяется отношение величин отрезков ON и OM .

Для определения расчетных зависимостей для n_{R_σ} воспользуемся условием подобия треугольников OND и OMK . В этом случае получим

$$n_{R_\sigma} = \frac{ON}{OM} = \frac{OD}{OK} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a + \frac{\sigma_{-1}\sigma_m}{\sigma_{BP}}}$$

Полученный коэффициент запаса соответствует идеальному образцу. Реальная же его величина зависит, как отмечалось выше, от геометрии, размеров и состояния поверхности образца, учитываемых коэффициентами K_{-1} , ε_σ и β , соответственно. Для этого необходимо предел усталости при симметричном нагружении уменьшить в $\frac{\beta \varepsilon_\sigma}{K_{-1}}$ раз, или, что тоже самое, амплитудное

напряжение цикла увеличить в $\frac{K_{-1}}{\beta \varepsilon_\sigma}$ раз.

В результате получаем

$$n_{R_\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{K_m \sigma_a + \frac{\sigma_{-1}\sigma_m}{\sigma_{BP}}}$$

где

$$K_m = \frac{K_{-1}}{\beta \varepsilon_\sigma}$$

Аналогичным образом могут быть получены соотношения усталостной прочности и при чистом сдвиге.

Эксперименты показывают, что диаграмма усталостной прочности для сдвига заметно отличается от прямой линии, свойственной простому растяжению–сжатию, и имеет вид кривой.

В первом приближении эту кривую в координатных осях τ_a , τ_m можно представить в виде двух наклонных, как это изображе-

но на рис. 10.

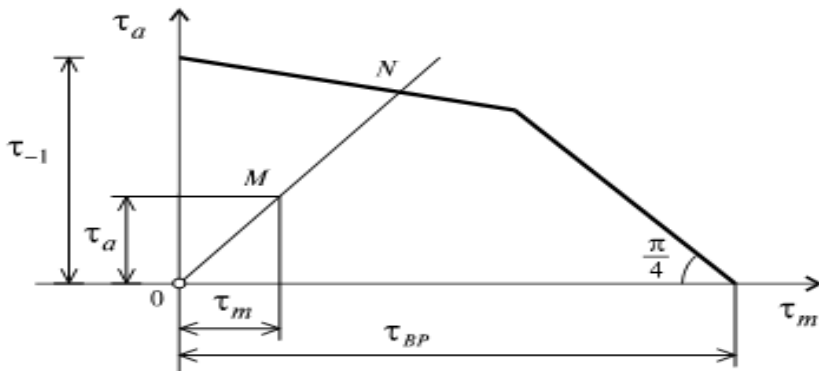


Рис. 10

Причем, если одна из них (ближняя к оси ординат) соответствует разрушению образца вследствие усталостных явлений, то другая – по причине наступления пластического состояния.

В данном случае расчетная формула для n_{R_τ} записывается

$$\text{ся в виде } n_{R_\tau} = \frac{\tau_{-1}}{K_P \tau_a + \psi \tau_m},$$

где

$$\psi = \frac{2\tau_{-1} - \tau_0}{\tau_0} \text{ – эмпирическая величина, определенная}$$

на основе обработки экспериментальных данных.

При сложном напряженном состоянии, то есть если в рабочей точке при действии внешних нагрузок одновременно возникают как нормальные, так и касательные напряжения, для вычисления n_R применяется следующая приближенная формула

$$\frac{1}{n_R^2} = \frac{1}{n_{R_\sigma}^2} + \frac{1}{n_{R_\tau}^2},$$

где

n_R – искомый коэффициент запаса усталостной прочности;

n_{R_σ} – коэффициент запаса усталостной прочности в пред-

положении, что касательные напряжения в рабочей точке отсутствуют;

n_{R_τ} – коэффициент запаса прочности по усталости при

предположении, что в рабочей точке нормальные напряжения отсутствуют.

2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимается под выносливостью?
2. Какими параметрами характеризуется цикл переменных напряжений
3. Какие напряжения называются переменными?
4. Как определяется период цикла?
5. Как определяется общее число циклов?
6. Дайте определение усталости материала.