



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
УПРАВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ  
Кафедра «Строительная механика и теория сооружений»

## **Практикум**

по выполнению расчётно-графической работы на тему  
«Расчет на прочность составных тонкостенных оболочек вращения»  
по дисциплине

## **«Теория расчета пластин и оболочек»**

Авторы  
Кадомцева Е. Э.,  
Стрельников Г. П.

Ростов-на-Дону, 2024

## Аннотация

Расчет на прочность составных тонкостенных оболочек вращения: методические указания для самостоятельного выполнения студентами расчетно-графической работы и индивидуальных (домашних) заданий по дисциплине «Теория расчета пластин и оболочек».

Предназначены для обучающихся по специальности 08.05.01 – «Строительство уникальных зданий и сооружений» (очной и заочной форм обучения). Могут быть использованы студентами других направлений подготовки.

Методические указания содержат основные теоретические положения, пример решения типовой задачи и порядок выполнения студентами расчетно-графической работы на тему «Расчет на прочность составных тонкостенных оболочек вращения».

## Авторы

к.т.н., доцент кафедры «Сопротивление материалов»

Кадомцева Е. Э.

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Сопротивление материалов»

Стрельников Г. П.



## Оглавление

<b>1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ОБОЛОЧЕК.....</b>	<b>4</b>
1.1 Основные положения теории оболочек вращения. ....	4
1.2. Тонкостенная осесимметричная оболочка .....	6
<b>2. Пример расчета на прочность составной тонкостенной оболочки вращения, находящегося под действием жидкости и давления газа .....</b>	<b>12</b>
2.1. Построение эпюр меридиальных и тангенциальных нормальных напряжений (вдоль меридиана) ..	14
2.2. Определение толщины стенки оболочки.....	19
2.3. Подбор площади поперечного сечения обечайки.....	19
<b>Литература .....</b>	<b>20</b>

## 1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ОБОЛОЧЕК

### 1.1 Основные положения теории оболочек вращения.

Большинство элементов инженерных конструкций в расчетной схеме, подлежащих расчету на прочность, как это уже было отмечено, связаны с расчетом бруса, пластинок или оболочек.

Под оболочкой понимается тело, одно из измерений которого (толщина) значительно меньше двух других. Геометрическое место точек, равноотстоящих от обеих поверхностей оболочки, носит название **срединной поверхности**.

Если срединная поверхность оболочки является плоскостью, то такую оболочку называют **пластиной**.

Геометрическая форма объектов, которые могут быть причислены к оболочкам или пластинам, чрезвычайно разнообразна: в машиностроении - это корпуса всевозможных машин; в гражданском и промышленном строительстве - покрытия и перекрытия, навесы, карнизы; в кораблестроении - корпуса судов, сухих и плавучих доков; в авиастроении - фюзеляжи и крылья самолетов; в подвижном составе железнодорожного транспорта, кузова вагонов, цистерны, несущие конструкции локомотивов; в атомной энергетике - защитная конструкция атомных станций, корпуса реакторов и т.д.

Если срединная поверхность оболочки образует поверхность вращения в форме цилиндра, то оболочку называют **цилиндрической**.

К схеме **осесимметричной** цилиндрической оболочки сводится очень много инженерных конструкций, в том числе: котлов, баков, нефтепроводов, газопроводов, деталей машин и др.

Задача о расчете тонкостенных оболочек вращения наиболее просто решается в том случае, когда возможно принять, что напряжения, возникающие в оболочке, постоянны по толщине и, следовательно, изгиб оболочки отсутствует.

Теория оболочек, построенная в этом предположении, называется **безмоментной теорией оболочек**.

Если оболочка имеет резкий переход и жесткие защемления и, кроме того, нагружена сосредоточенной силой и моментами, то в местах крепежа оболочки, резких изменений формы, и в местах действия сосредоточенных сил и моментов возникают интенсивные напряжения, обусловленные **изгибным эффектом**. Учет изгибных эффектов можно получить в рамках **моментной теории оболочек**.

Следует отметить, что чем меньше отношение толщины  $h$  оболочки к ее радиусу  $R$ , тем точнее выполняется предположение о постоянстве напряжений по толщине и тем более точнее выполняются расчеты по безмоментной теории.

Отметим, что оболочка считается **тонкой**, если  $t/R \leq 1/20$ .

Следовательно, при расчете на прочность тонких оболочек в зависимости от характера распределения внешних нагрузок, опорных закреплений, применяется или безмоментная или моментная теория. При этом предполагается равномерное распределение напряжений по продольным и поперечным сечениям оболочек (отсутствие в этих сечениях изгибающих, крутящих моментов и поперечных сил).

При осесимметричной нагрузке отсутствуют также сдвигающие силы. Определение усилий по безмоментной теории производится достаточно точно на расстоянии, превышающем величину  $(3 \div 5)\sqrt{Rt}$  от мест скачкообразного изменения формы или площади сечения, жестких контурных закреплений или от места приложения внешних сосредоточенных сил и моментов. Вблизи указанных мест возникают дополнительные напряжения от изгибного эффекта.

В моментной и безмоментной теории тонких оболочек или, так называемой **технической теории оболочек**, состоящей в резком различии их толщины и габаритных размеров, влечет за собой возможность упрощения теории путем некоторой схематизации действительной работы конструкций. Эта схематизация формируется в используемых гипотезах, аналогичных гипотезам в теории стержней, т.е. гипотезам плоских сечений и гипотезам "ненадавливания" слоев оболочки друг на друга.

Эти гипотезы позволяют свести трехмерную задачу механики сплошной среды к двумерной, подобно тому как в теории стержней трехмерная задача сведена к одномерной.

Далее в технической теории тонких оболочек пренебрегают членами  $t/R$  по сравнению с единицей.

Оболочки, к которым применимы упомянутые выше гипотезы, называются **тонкими**, а те, к которым эти гипотезы не применимы, называются **толстыми**.

Граница между тонкими и толстыми оболочками условны и определяются отношением  $t/R \approx 1/20$ .

В тех случаях, когда  $t/R \geq 1/20$  для получения приемлемых результатов по точности применяется аппарат механики сплошной среды, в частности теории упругости или пластичности в зависимости от постановки зада- чи.

## 1.2. Тонкостенная осесимметричная оболочка

**Тонкостенной осесимметричной** называется оболочка, имеющая форму тела вращения толщина, которой мала по сравнению с радиусами кривизны ее поверхности (рис.1).

При расчете тонкостенных оболочек все нагрузки, действующие на них, прикладываются к *срединной поверхности* оболочки.

К тонким оболочкам могут быть отнесены такие часто встречающиеся элементы конструкций как резервуары, цистерны, газовые баллоны, корпуса аппаратов химических агрегатов и др.

При расчете таких элементов конструкций используется **безмоментная теория оболочек**, основные положения которой заключаются в следующем:

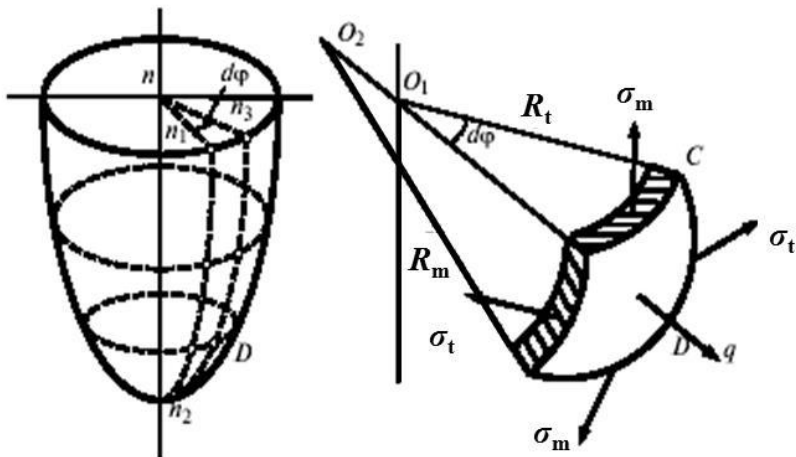
1. нагрузки, действующие на поверхности оболочки, могут считаться перпендикулярными им и симметричными относительно оси вращения оболочки;

2. вследствие малой толщины оболочки сопротивление изгибу отсутствует (изгибающий момент не возникает);

3. напряжения по толщине стенки оболочки распределены равномерно.

Из оболочки, изображенной на рис.1 выделим двумя меридиональными плоскостями  $\pi\pi_1\pi_2$  и  $\pi\pi_3\pi_4$  (т.е. плоскостями проходящими через ось симметрии оболочки), с углом  $d\varphi$  между ними и двумя плоскостями, перпендикулярными оси симметрии оболочки  $BC$  и  $AD$ , элемент  $ABCD$ .

Радиусы кривизны  $O_2A$  и  $O_2B$  элемента  $ABCD$  в меридиональной плоскости обозначим через  $R_m$ , а радиусы кривизны  $O_1B$  и  $O_1C$  в плоскости, перпендикулярной меридиану, обозначим через  $R_t$ . Нормальные напряжения, действующие по боковым граням  $AB$  и  $CD$ , соприкасающимся с меридиональными плоскостями, называются окружными напряжениями  $\sigma_t$ . Нормальные напряжения, действующие по боковым граням  $BC$  и  $AD$ , называются меридиональными напряжениями  $\sigma_m$ . Кроме напряжений  $\sigma_m$  и  $\sigma_t$  на элемент оболочки действует нагрузка в виде давления  $q$ , перпендикулярного поверхности  $ABCD$ .



**Рис.1. Элемент оболочки вращения с радиусами кривизны  $R_m$ ,  $R_t$**

Основным уравнением безмоментной теории оболочек является *уравнение Лапласа*, которое имеет следующий вид

$$\frac{\sigma_t}{R_t} + \frac{\sigma_m}{R_m} = \frac{q}{h'} \quad (1)$$

где  $h$  - толщина оболочки.

Прежде чем перейдем к рассмотрению различных вариантов определения напряжений в оболочках остановимся на некоторых различиях, вызванных наличием газа или жидкости внутри оболочки.

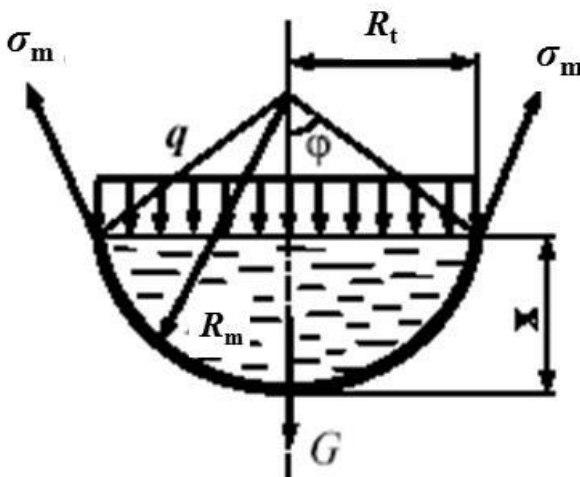
В случае газового давления величина давления  $q$  постоянная во всех точках поверхности оболочки. Для резервуаров, наполненных жидкостью, значение  $q$  по их высоте переменное.

Для случая наполнения резервуара жидкостью необходимо учитывать, что если на какую-либо поверхность действует давление жидкости, то вертикальные составляющие сил давления равны весу жидкости в объеме, расположенном над поверхностью. Поэтому давление жидкости в различных сечениях оболочки будет различным, в отличие от давления газа.

Определим напряжения в сферических и цилиндрических оболочках т.к. они наиболее часто используются в промышленности.

### Сферическая оболочка

Отсечем часть сферической оболочки нормальным коническим сечением с углом  $2\varphi$  при вершине и рассмотрим равновесие этой части оболочки вместе с заключенной в ней жидкостью с удельным весом  $\gamma$ . Сферическую часть отделим от основной оболочки плоскостью, перпендикулярной оси симметрии.



**Рис. 2. Элемент сферической оболочки**

На рис.2 изображена расчетная схема сферической оболочки радиусом  $R_m$ . Высота отсеченной поверхности  $x = R_m(1 - \cos\varphi)$ . Давление  $q$  на отсеченную часть в этом и последующих случаях равно весу жидкости в объеме, расположенном над поверхностью, который равен

$$q = h_{\text{верх}}\gamma \quad (2)$$

где  $h_{\text{верх}}$  - высота столба жидкости выше отсеченной части оболочки.

Уравнение равновесия отсеченной части может быть записано, как сумма проекций всех сил на вертикальную ось

$$\sigma_m 2\pi R_t h \sin\varphi - G - q\pi R_t^2 = 0 \quad (3)$$

В данном уравнении величина  $G$  – вес жидкости, заполняющей отсеченную часть сферической оболочки (см. рис.2).



$$G = V_{\text{ниж}} \gamma \quad (4)$$

где  $V_{\text{ниж}}$  - объем нижней отсеченной части сферической оболочки.

Путем интегрирования объем сферического сегмента может быть определен по формуле

$$V_{\text{ниж}} = \frac{\pi R_m^3}{3} (1 - \cos\varphi)^2 (2 + \cos\varphi) \quad (5)$$

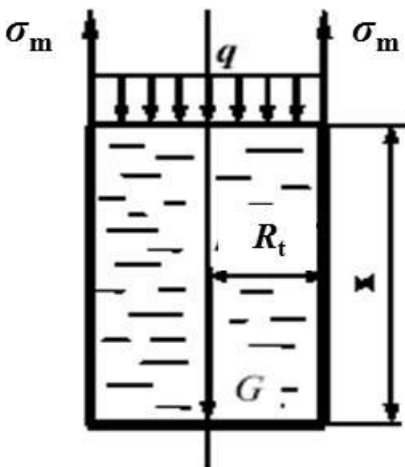
После подстановки уравнения (5) в выражение (4), и затем, в (3), получим конечное уравнение равновесия для сферической части сегмента

$$\sigma_m 2\pi R_t h \sin\varphi - \gamma \frac{\pi R_m^3}{3} (1 - \cos\varphi)^2 (2 + \cos\varphi) - q\pi R_t^2 = 0 \quad (6)$$

Из этого уравнения можно определить величину меридионального напряжения  $\sigma_m$ , и, после подстановки в уравнение Лапласа (1), найти величину окружного напряжения  $\sigma_t$ .

### Цилиндрическая оболочка

Рассмотрим цилиндрическую оболочку радиусом  $R_t$ , заполненную жидкостью с удельным весом  $\gamma$  (см. рис.3).



**Рис.3. Элемент цилиндрической оболочки**

В данном случае цилиндрическая часть отделена от

остальной части оболочки сечением, перпендикулярным оси симметрии.

Уравнение равновесия отсеченной части может быть получено, как сумма проекций всех сил на вертикальную ось.

$$\begin{aligned} \sigma_m 2\pi R_t h - G - q\pi R_t^2 \\ = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

где  $G = \gamma V_{\text{ниж}}$  - вес жидкости, заполняющий отсеченную часть цилиндрической оболочки.

Объем цилиндра с высотой  $x$  и радиусом  $R_t$  может быть определен по формуле

$$\begin{aligned} V \\ = \pi R_t^2 x \end{aligned} \quad (8)$$

С учетом этого уравнение равновесия принимает вид

$$\begin{aligned} \sigma_m 2\pi R_t h - \gamma \pi R_t^2 x - q\pi R_t^2 \\ = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

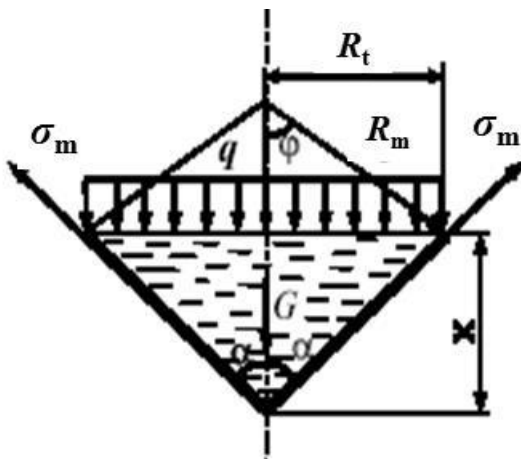
В этом уравнении, также как и в предыдущем случае, одна неизвестная  $\sigma_m$ .

Для случая цилиндрической оболочки при подстановке в уравнение Лапласа необходимо учесть, что величина  $R_m = \infty$ , значит

$$\sigma_m / R_m = 0.$$

### **Коническая оболочка**

Отсечем часть конической оболочки нормальным коническим сечением с углом  $2\varphi$  при вершине и рассмотрим равновесие отсеченной части.



**Рис.4. Элемент конической оболочки**

Как видно из рис.4  $\phi = \pi/2 - \alpha$ . Уравнение равновесия отсеченной части оболочки будет иметь вид

$$\sigma_m 2\pi R_t h \cos\alpha - G - q\pi R_t^2 = 0. \quad (10)$$

где  $G = \gamma V_{\text{ниж}}$  - вес жидкости, заполняющий отсеченную часть конуса.

$$V_{\text{ниж}} = \frac{1}{3} \pi R_t^2 x \quad (11)$$

С учетом (11), выражение (10) имеет следующий вид

$$\sigma_m 2\pi R_t h \cos\alpha - \gamma \frac{1}{3} \pi R_t^2 x - q\pi R_t^2 = 0. \quad (12)$$

Из этого уравнения можно рассчитать величину меридионального напряжения  $\sigma_m$  и, подставив его в уравнение Лапласа, найти величину  $\sigma_t$ .

Возможно отделение сечением не нижней, а верхней части оболочки с последующей записью уравнения равновесия. Это делается для того, чтобы при составлении условий равновесия отсеченного элемента крепление оболочки не попадало в схему отсеченной части. В подобных вариантах во всех рассмотренных случаях изменится знак силы  $G$ , т.к. в этом случае ее направление будет совпадать с направлением вертикальной составляющей

напряжения  $\sigma_m$ .

В этом случае, при расчете величины  $G$ , в качестве объема будет браться объем отсеченной верхней части  $V_{\text{верх}}$ , а при расчете величины  $q$  в формулу (2) во всех случаях войдет величина  $h_{\text{ниж}}$  - высота столба жидкости в отсеченной нижней части оболочки. В остальном порядок расчета останется неизменным.

В случае, если жидкость находится в сосуде под давлением  $P$ , то при расчете величины  $q$  добавляется величина давления  $P$ . Формула (2) будет иметь следующий вид

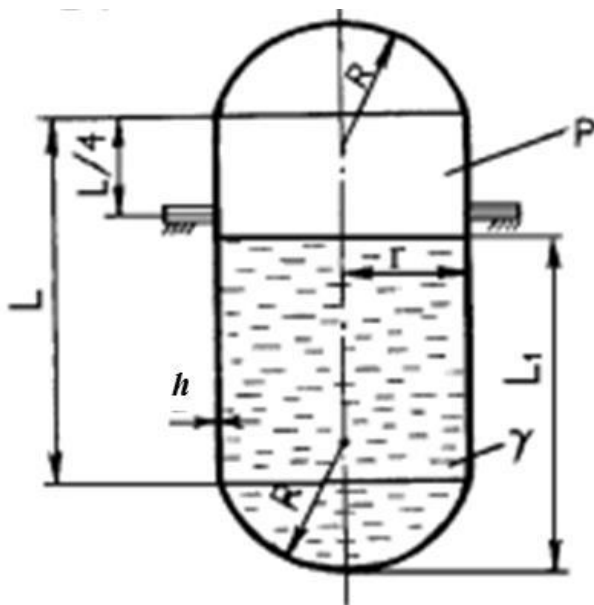
$$q = P + \gamma h_{\text{ниж}} \quad (13)$$

В некоторых задачах отсеченная часть представляет собой не какой-то один элемент, а два или более состыкованных элемента. При этом вид уравнений равновесия остается неизменным, а изменится только величина объема верхней или нижней части сосуда, однако, если известны зависимости, определяющие объемы элементов, то найти суммарный объем не представляет затруднения.

Полученные результаты справедливы для участков, находящихся на некотором удалении от линии закрепления оболочки и точек сопряжения сфера-цилиндр и цилиндр-конус. В точках сопряжения возникают эффекты, которые не могут быть учтены теорией безмоментного напряженного состояния. Все это также относится и к точкам, непосредственно примыкающим к вершине конуса.

## 2. ПРИМЕР РАСЧЕТА НА ПРОЧНОСТЬ СОСТАВНОЙ ТОНКОСТЕННОЙ ОБОЛОЧКИ ВРАЩЕНИЯ, НАХОДЯЩЕГОСЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЖИДКОСТИ И ДАВЛЕНИЯ ГАЗА

Составная тонкостенная оболочка вращения (рис.5)заполнена жидкостью с удельным весом  $\gamma$  и высотой  $L_1$ . Внутри оболочки имеется давление  $P$ .



**Рис.5. Составная тонкостенная оболочка вращения**

Для заданной схемы составной оболочки вращения требуется:

1. На каждом участке найти выражения меридиального и тангенциального нормальных напряжений в общем виде.
2. Выразить выражения меридиального и тангенциального нормальных напряжений через толщину оболочки  $h$ , подставив в формулы все остальные численные характеристики оболочки.
3. Построить эпюры меридиального и тангенциального нормальных напряжений по меридиану оболочки.
4. Определить опасные сечения, в которых возникают максимальные значения меридиального и тангенциального нормальных напряжений и расчётного напряжения по четвёртой теории прочности.
5. Подобрать допускаемую толщину оболочки по четвёртой теории прочности, учитывая, что оболочка имеет постоянную толщину на всех участках.

Подобрать площадь поперечного сечения обечайки.

**Исходные данные:**  $L = L_1 = 6$  м;  $R = r = 0,4$  м;  $P = 0,17$

МПа;

$$\gamma = 0,6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2} = 0,6 \cdot 10^{-2} \frac{\text{МПа}}{\text{М}}; [\sigma] = 160 \text{ МПа.}$$

### Решение

## 2.1. Построение эпюр меридиальных и тангенциальных нормальных напряжений (вдоль меридиана)

Разбиваем оболочку на участки, как показано на рис.6.

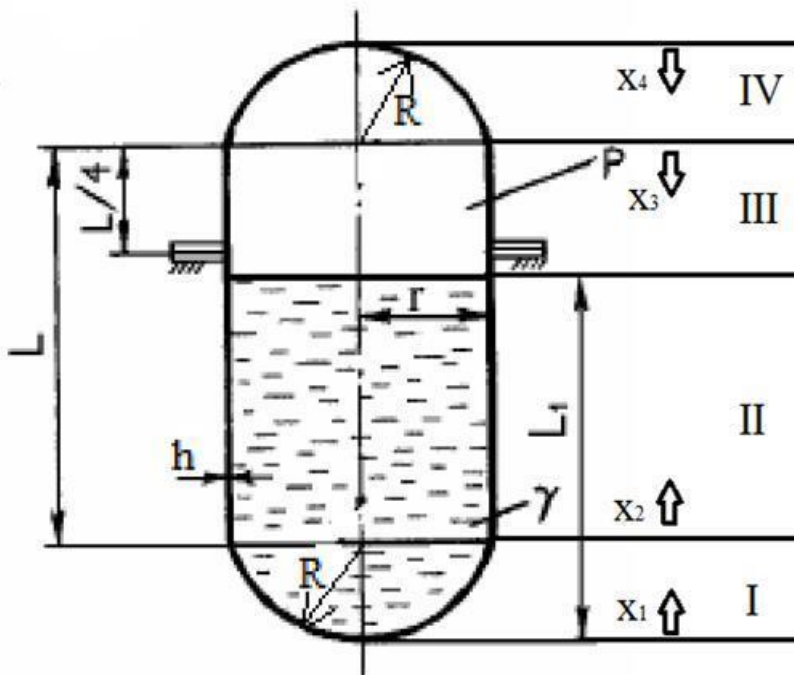
Диапазон:  $0 \leq x_1 \leq R$

Для нижнего полусферического днища уравнение Лапласа будет иметь вид:

$$\sigma_n + \sigma_t = \frac{\bar{P}R}{h}$$

Отсюда выразим тангенциальное напряжение:

$$\sigma_t = \frac{\bar{P}R}{h} - \sigma_n.$$



**Рис.6. Схема разбиения оболочки на участки**

Отсечем нижнюю часть и составим уравнение равновесия на вертикальную ось, направленную вниз:

$$-2\pi R_x h \sigma_n \sin \alpha + \bar{P} \pi R_x^2 + Q = 0,$$

где  $\bar{P}$  – давление в расчётном сечении оболочки:  $\bar{P} = P + \gamma(H + x_1)$ ;  $R_x = R \sin \alpha$ ;  $H = L - R$ ;  $Q$  – вес жидкости в объёме шарового сегмента:

$Q = \gamma V_{ш.с.}$ ;  $V_{ш.с.}$  – объём шарового сегмента:

$$V_{ш.с.} = \frac{2}{3} \pi R_x^3 (1 - \cos \alpha^3)$$

Подставляя значения  $R_x$ ,  $\bar{P}$ ,  $Q$  меридиональное напряжение  $\sigma_m$ :

$$\begin{aligned}
 \sigma_m &= \frac{\bar{P}\pi R_x^2 + Q}{2\pi R_x h \sin\alpha} \\
 &= \frac{[P + \gamma(H + x_1)]\pi R^2 \sin\alpha + \gamma \frac{2}{3} \pi R^3 \sin\alpha^3 (1 - \cos\alpha^3)}{2\pi R^2 \sin\alpha h \sin\alpha} \\
 &= \\
 &= \frac{[P + \gamma(H + x_1)]R + \gamma \frac{2}{3} R^2 \sin\alpha (1 - \cos\alpha^3)}{2h}, \\
 \sigma_t &= \frac{\bar{P}R}{h} - \sigma_{\text{н}} = \frac{[P + \gamma(H + x_1)]R}{h} \\
 &\quad - \frac{[P + \gamma(H + x_1)]R + \gamma \frac{2}{3} R^2 \sin\alpha (1 - \cos\alpha^3)}{2h} \\
 &= \frac{[P + \gamma(H + x_1)]R - \gamma \frac{2}{3} R^2 \sin\alpha (1 - \cos\alpha^3)}{2h}.
 \end{aligned}$$

Значения главных напряжений на  $I$  участке линейно зависят от координаты  $x_1$ , поэтому определяем их значения в двух точках (см. таблицу 1).

Таблица 1

$x_1$	$\sigma_m$ , МПа/м	$\sigma_t$ МПа/м R
0	$\frac{0,0415}{h}$	$\frac{0,0415}{h}$
$R$	$\frac{0,0415}{h}$	$\frac{0,041}{h}$

### **$II$ участок: $0 \leq x_2 \leq H = L_1 - R$**

Для цилиндрического тела, заполненного жидкостью уравнение Лапласа будет иметь вид :

$$\frac{\sigma_{\text{н}}}{\rho_{\text{н}}} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{\bar{P}'R}{h}, \text{ но } \rho_{\text{н}} = \infty; \rho_t = R.$$

Отсюда выразим тангенциальное напряжение:

$$\sigma_t = \frac{\bar{P}'R}{h}.$$



Где  $\bar{P}'$  – давление в расчётном сечении оболочки:

$$\bar{P}' = P + \gamma(L_1 - x_2),$$

Поэтомутангенциальное напряжение

$$\sigma_t = \frac{[P + \gamma(L_1 - x_2)]R}{h}.$$

Отсечем нижнюю часть и составим уравнение равновесия на вертикальную ось, направленную вниз:

$$-2\pi R h \sigma_{\pi} + \bar{P}'\pi R^2 + Q = 0,$$

$Q$  - вес жидкости в объёме цилиндра:  $Q = \gamma V_{\text{ц}}$ ;  $V_{\text{ц}}$  – объём цилиндра:  $V_{\text{ц}} = \pi R^2 x_2$ .

Подставляя значения  $\bar{P}'$ ,  $Q$  в меридиональное напряжение  $\sigma_m$ :

$$\sigma_m = \frac{\bar{P}'\pi R^2 + Q}{2\pi R h} = \frac{[P + \gamma(L_1 - x_2)]\pi R^2 + \gamma\pi R^2 x_2}{2\pi R h} = \frac{R(P + \gamma L_1)}{2h}$$

Значения главных напряжений на **II** участке линейно зависят от координаты  $x_2$ , поэтому определяем их значения в двух точках (см. таблицу 2).

Таблица 2

$x_2$	$\sigma_m$ , МПа/м	$\sigma_t$ , МПа/м
0	$\frac{0,0412}{h}$	$\frac{0,0824}{h}$
$H$	$\frac{0,0412}{h}$	$\frac{0,0689}{h}$

### III участок: $0 \leq x_3 \leq L/4$

Для цилиндрического тела под давлением уравнение Лапласа будет иметь вид:

$$\frac{\sigma_{\pi}}{\rho_{\pi}} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{PR}{h}, \text{ но } \rho_{\pi} = \infty; \rho_t = R.$$

Отсюда выразим тангенциальное напряжение:

$$\sigma_t = \frac{PR}{h} = \frac{0,068}{h} \text{ МПа/м.}$$

Отсечем нижнюю часть и составим уравнение равновесия на вертикальную ось, направленную вниз:

$$2\pi R h \sigma_n + P\pi R^2 = 0.$$

Отсюда выразим меридиональное напряжение:

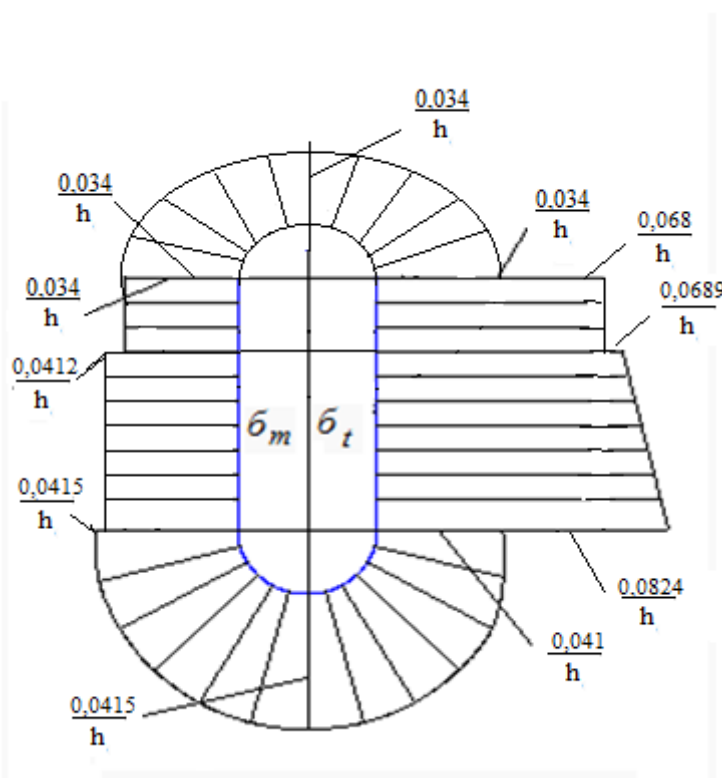
$$\sigma_n = \frac{P\pi R^2}{2\pi R h} = \frac{PR}{2h} = \frac{0,034}{h} \text{ МПа/м.}$$

**IV участок:  $0 \leq x_4 \leq R$**

Для верхнего полусферического купола под давлением главные напряжения будут равны:

$$\sigma_n = \sigma_t = \frac{PR}{2h} = \frac{0,034}{h} \text{ МПа/м.}$$

Полученные значения меридиональных и тангенциальных нормальных напряжений позволяют построить эпюры вдоль меридиана оболочки, как показано на рис.7.



**Рис.7. Эпюры нормальных напряжений**

## 2.2. Определение толщины стенки оболочки

Используя эпюры нормальных напряжений, определяем опасное сечение оболочки (II участок):

$$\sigma_{\text{н}} = \frac{0,041}{h} \text{ МПа/м}; \sigma_{\text{т}} = \frac{0,0824}{h} \text{ МПа/м}$$

По 4-й теории прочности расчетное напряжение:

$$\sigma_{\text{р}} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]},$$

где

$$\sigma_1 = \sigma_{\text{т}} = \frac{0,0824 \text{ МПа}}{h \text{ м}}; \sigma_2 = \sigma_{\text{н}} = \frac{0,041 \text{ МПа}}{h \text{ м}}; \sigma_3 = 0.$$

Поэтому

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{р}} &= \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_{\text{т}} - \sigma_{\text{н}})^2 + \sigma_{\text{т}}^2 + \sigma_{\text{н}}^2]} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{0,0824}{h} - \frac{0,041}{h} \right)^2 + \left( \frac{0,0824}{h} \right)^2 + \left( \frac{0,041}{h} \right)^2 \right]} = \frac{0,071 \text{ МПа}}{h \text{ м}}. \end{aligned}$$

Исходя из условия прочности  $\sigma_{\text{р}} \leq [\sigma] = 160 \text{ МПа}$ , определяем толщину оболочки

$$\frac{0,071 \text{ МПа}}{h \text{ м}} \leq 160 \text{ МПа} \Rightarrow h = \frac{0,071}{160} \text{ м} = 0,45 \text{ мм}.$$

## 2.3. Подбор площади поперечного сечения обечайки

При резком изменении кривизны в месте соединения двух различных по форме оболочек возникают радиальные усилия  $q$ , вызывающие изгибные напряжения. Чтобы уменьшить изгиб, часто в резервуарах устанавливают кольца жёсткости или распорные кольца (обечайки) (Рис.8.), которые и принимают на себя радиальные усилия  $q$



**Рис.8. Распорное кольцо(обечайка)**

Условие прочности для кольца имеет вид:

$$\frac{qR_k}{A_k} \leq [\sigma],$$

где

$R_k$  – радиус кольца,  $A_k$  – площадь поперечного сечения кольца,

$q = \sigma_{m_1} \cdot h_1 \cdot \sin \alpha_1 + \sigma_{m_2} \cdot h_2 \cdot \sin \alpha_2$ , где  $\sigma_{m_1}, \sigma_{m_2}$  – меридиальные напряжения в стыкующихся оболочках,  $h_1, h_2$  – толщины оболочек в месте соединения,

$\alpha_1, \alpha_2$  – углы наклона касательных к оси вращения оболочек.

В нашем примере  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ , поэтому  $q=0$ , т.е. изгибные напряжения не возникают в месте соединения оболочек, поэтому нет смысла ставить распорное кольцо (обечайку).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А.В., Потапов В.Д. Сопротивление материалов. Основы теории упругости и пластичности. М: Высшая школа. 2002, 400 с.
2. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности. М: Высшая школа. 1990, 399 с.
3. Самуль В.И., Основы теории упругости и пластичности. М: Высшая школа. 1982, 288с.
4. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М.: Книжный дом «Либроком», 2009. – 640 с.
5. Огибалов П.М., Колтунов М.А. Оболочки и пластины. М.: Издательство МГУ, 1969. – 695 с.
6. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности. М.: Высшая школа, 1990. – 400 с.
7. Краснобаев И.А., Маяцкая И.А., Смирнов И.И., Языев Б.М. Теория пластин и оболочек. Ростов-на-Дону: Рост. гос. строит. ун-т., 2012. – 114 с.