



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ  
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Сопротивление материалов»

**Практикум**  
«Испытание стержня на продольный  
изгиб»  
по дисциплинам  
**«Сопротивление  
материалов»,  
«Техническая механика»**

Авторы  
Бондаренко В. П.,  
Кадомцева Е. Э.

Ростов-на-Дону, 2019

## Аннотация

Методические рекомендации ставят своей задачей ознакомление студентов, изучающих общий курс дисциплин сопротивление материалов, техническая механика, архитектурно-строительная механика, теоретическая и прикладная механика, строительная механика, с вопросами экспериментального изучения процесса потери устойчивости стержней при осевом сжатии и опытного определения величины критической силы.

В методических рекомендациях изложены основные теоретические положения, необходимые для проведения лабораторной работы, дано описание испытательной установки и образца, изложен порядок проведения и обработки результатов испытаний.

Методические рекомендации предназначены для студентов всех форм обучения (очной, очно-заочной) технических направлений подготовки (специальностей), в частности, для студентов, обучающихся по направлениям 08.03.01 – Строительство; 07.03.02 – РР; 07.03.01 – Архитектура; 07.03.04 – ГР; 23.03.03 – АС; 29.03.04 – ТХОМ и специальностям 08.05.01 – СУЗ; 27.05.01 – ПГ; 23.05.01 – ПТО.

## Авторы

к.т.н., доцент Бондаренко В.П.,

к.т.н., доцент Кадомцева Е.Э



## Оглавление

<b>ИСПЫТАНИЕ СТЕРЖНЯ НА ПРОДОЛЬНЫЙ ИЗГИБ.....</b>	<b>4</b>
Цель работы .....	4
Наименование установки для проведения опыта .....	4
Образец.....	4
<b>Основные теоретические положения .....</b>	<b>5</b>
<b>Порядок проведения работы.....</b>	<b>9</b>
<b>Обработка журнала испытания .....</b>	<b>12</b>
<b>Контрольные вопросы .....</b>	<b>14</b>
<b>ОТЧЁТ.....</b>	<b>15</b>
<b>Рекомендуемая литература.....</b>	<b>18</b>
<b>Приложение .....</b>	<b>18</b>

## ИСПЫТАНИЕ СТЕРЖНЯ НА ПРОДОЛЬНЫЙ ИЗГИБ

### Цель работы

Ознакомление студентов, изучающих общий курс сопротивления материалов, с вопросами экспериментального изучения процесса потери устойчивости стержней при осевом сжатии и опытного определения величины

Настоящая учебно-исследовательская лабораторная работа ставит своей задачей:

1. Изучить процесс потери устойчивости стержней при осевом сжатии.
2. Доказать, что теоретическое определение величины критической силы по формуле Эйлера дает результаты, совпадающие с действительными величинами критической силы, полученными в результате проведения эксперимента.

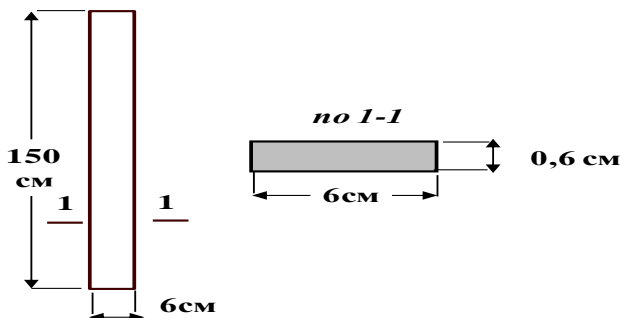
### Наименование установки для проведения опыта

Опыт производится на специальной установке, называемой «Установка для испытания на продольный изгиб стержня».

### Образец

Образец представляет собой гибкий стальной стержень длиной **150 см**, прямоугольного поперечного сечения размерами **6 × 0,6 см**, изготовленный из стали марки 3 (Ст.3). Форма и размеры поперечного сечения приведены на

рис. 1



**Рис. 1.**

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Потеря несущей способности центрально-сжатого стержня может произойти не только потому, что будет нарушена прочность материала, но и потому, что стержень под влиянием внешних сил не может устойчиво сохранить ту форму, которая ему была дана при изготовлении, или, как говорят, потеряет устойчивость.

Поэтому для надежной работы конструкции недостаточно, чтобы ее элементы удовлетворяли условию прочности, необходимо также, чтобы все сжатые элементы удовлетворяли и условию устойчивости, то есть при действии нагрузок могли иметь только одну форму устойчивого равновесия, соответствующую характеру их основной деформации под действием внешних сил.

Например, при осевом сжатии стержня имела бы место только деформация продольного укорочения без изгиба. Опыт показывает, что при центральном сжатии существует такая величина силы, при которой, помимо укорочения стержня, возникает возможность искривления (выпучивание) стержня в плоскости

наименьшей жёсткости. Такое состояние отдельного стержня или конструкции в целом, при котором возможно появление нескольких форм устойчивого равновесия, называется безразличным равновесием, а внешняя сила (нагрузка), соответствующая безразличному равновесию, называется критической.

Переход к критическому значению силы  $P$  происходит внезапно. Потерю устойчивости прямолинейной формы сжатого стержня иногда называют «продольным изгибом», так как искривление (изгиб) стержня возникает под действием продольных сил, а для проверки на устойчивость сохранился термин «проверка на продольный изгиб».

Этот термин условен, так как здесь речь идёт не о проверке на изгиб, а о проверке на устойчивость прямолинейной формы стержня.

Формула для определения критической силы  $P_{кр}$  впервые теоретически получена академиком Петербургской Академии наук Леонардом Эйлером в 1744 году в следующем виде

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{l_0^2}$$

Здесь

$E$  – модуль упругости при растяжении (модуль Юнга);

$J_{min}$  – минимальный момент инерции поперечного сечения;

$l_0$  – приведенная или расчетная длина стержня.

Приведенная длина стержня равна

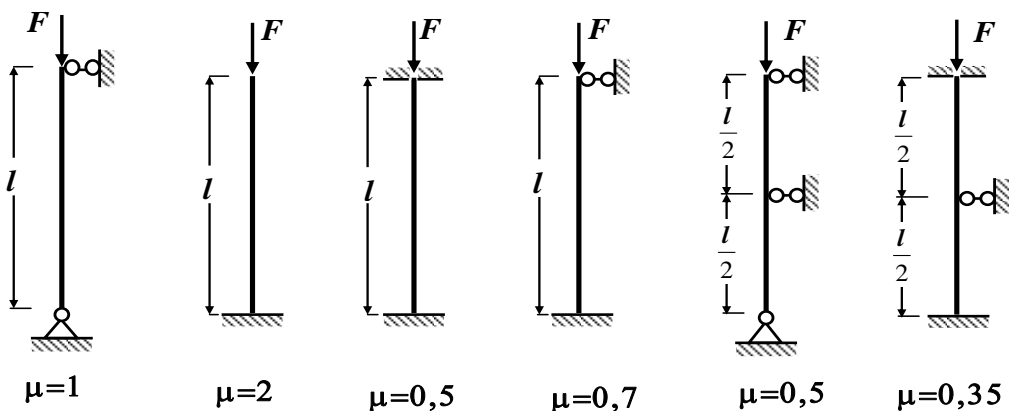
$$l_0 = \mu l,$$

где

$l$  – заданная длина стержня;

$\mu$  – коэффициент приведения длины, зависящий от способа закрепления концов стержня.

Для наиболее распространенных случаев закрепления концов стержней коэффициент  $\mu$  принимает следующие значения (рис. 2)



**Рис. 2**

Формула Эйлера даёт правильные значения критической силы только в пределах пропорциональности, то есть, когда критическое напряжение ( $\sigma_{кр}$ ) не превышает предела пропорциональности

$$\sigma_{кр} \leq \sigma_{пц.},$$

где

$\sigma_{пц.}$  – предел пропорциональности материала стержня.

Это условие можно представить в следующем виде, более удобном для практических расчетов

$$\lambda \geq \lambda_{пр}$$

Где

$\lambda$  – гибкость стержня в плоскости наименьшей жесткости стержня;

$\lambda_{пр}$  – предельная гибкость, зависящая от материала.

Гибкость стержня вычисляется по формуле

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}},$$

а предельная гибкость

$$\lambda_{пред} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{мц}}}.$$

В этих формулах

$i_{min}$  – минимальный радиус поперечного сечения стержня, равный

$$i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}}.$$

Таким образом, величина критической силы  $P_{кр}$  зависит не только от размеров стержня и его материала, но и от условий за-



крепления его на опорах.

В нашем эксперименте концы стержня оперты шарнирно, поэтому  $\mu = 1$ .

Если  $\lambda < \lambda_{пр}$ , то критическая сила вычисляется по формуле Ясинского

$$P_{кр} = (a - b \lambda) A,$$

где

$a, b$  – постоянные величины, называемые коэффициентами Ясинского,

зависящие от материала стержня.

После определения критической силы, критическое напряжение можно вычислить по формуле

$$\sigma_{кр} = P_{кр} / A.$$

## ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

После тщательного измерения длины и поперечного сечения стержня, стержень устанавливается в вертикальном положении в специальных пазах, которые имитируют шарнирное опирание концов стержня.

Нагружение стержня осуществляется через рычаг второго рода с осью вращения в точке  $A$  (рис. 3). Плечи рычага имеют отношения **1:5** и **1:10**, что

позволяет значительно уменьшить нагрузку, требующуюся для создания нужной сжимающей силы. Вес длинного плеча рычага (с

поддоном) уравнивается противовесом. Схема установки для испытания стержня на продольный изгиб приведена на рис. 3.

При проведении опыта на поддон постепенно без толчков укладываются гири, которые через рычаг создают осевую нагрузку стержня. Для каждого этапа нагружения стержень выводится из прямолинейной формы равновесия (то есть искривляется) путём усилия, направленного перпендикулярно оси стержня, создаваемого рукой одного из студентов, выполняющих опыт.

При этом в начале опыта искривлённая форма стержня самостоятельно сохраняться не может, и после удаления дополнительного усилия стержень возвращается к первоначальной прямолинейной форме.

Это явление свидетельствует о том, что прямолинейная форма равновесия стержня является устойчивой, а действующая нагрузка не достигла своего критического значения.



**Рис. 3**

Постепенным увеличением нагрузки достигаем такого её значения, при котором стержень, будучи выведен из прямолинейной формы равновесия, сохранит свою искривленную форму после удаления дополнительной поперечной нагрузки. Следовательно, стержень перейдёт в состояние безразличного равновесия, а наименьшая наблюдаемая при этом нагрузка будет являться критической силой.

Эксперимент проводится дважды:

– 1-й опыт проводится для стержня при соотношении плеч рычага **1:5**, расстоянии между опорами (концами стержня)  $\ell = 150 \text{ см}$  и расчётной длине стержня  $\ell_0 = 150 \text{ см}$ , так как  $\mu = 1$ .

При этом опыте наблюдается искривление стержня по од-

ной полуволне синусоиды.

– 2-й опыт проводится при наличии промежуточной опоры в середине длины стержня при соотношении плеч рычага **1:10**. Расчетная длина испытываемого стержня при этом будет равна  $l_0 = 75 \text{ см}$ .

Полученная при втором опыте критическая сила является не только критической силой для расчётной длины стержня, равной **75 см**, но вместе с тем является второй критической силой для стержня длиной **150 см**.

Соответствующая второй критической силе форма искривления стержня по двум полуволнам синусоиды может быть наблюдаема благодаря наличию промежуточной опоры.

Величины критических сил в обоих опытах получаются путём умножения величины груза на рычаге на соответствующее отношение его плеч (**5** или **10**).

## ОБРАБОТКА ЖУРНАЛА ИСПЫТАНИЯ

1. Записывается наименование установки, на которой проводилось испытание стержня.
2. Зарисовывается схема установки.
3. Записывается характеристика испытываемого стержня: материал, длина, форма и размеры поперечного сечения.
4. Вычисляется площадь поперечного сечения ( **$A$** ) испытываемого стержня.
5. Определяется наименьший момент инерции ( **$J_{min}$** ) испы-

тываемого стержня.

6. Определяется наименьший радиус инерции ( $i_{min}$ ) испытываемого стержня.

7. Определяется наименьшая жесткость ( $E \cdot J_{min}$ ) испытываемого стержня.

Наименьший момент инерции ( $J_{min}$ ) испытываемого стержня вычисляется по соответствующей формуле, а  $E$  берётся из таблиц для стали Ст. 3, обычно принимается  $E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$  ( $2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ), а затем вычисляется жесткость испытываемого стержня  $EJ_{min}$  ( $\text{МНм}^2$ ).

8. Проверяется применимость формулы Эйлера для данного случая. Формула Эйлера, как известно из теории, применима только, если

$$\lambda \geq \lambda_{пр.},$$

где

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}}, \quad \text{а} \quad \lambda_{пред} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{шт}}}$$

Если после вычисления величина  $\lambda$  будет больше  $\lambda_{пр}$  (для стали Ст. 3 принимается  $\lambda_{пр} = 100$ ), то теоретическая величина критической силы вычисляется по формуле Эйлера

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{l_0^2}$$

Величина критической силы  $P_{кр}$  определяется для двух слу-

чаев: при свободной длине испытываемого стержня  $l_0 = 150 \text{ см}$  и при свободной длине испытываемого стержня  $l_0 = 75 \text{ см}$ .

9. Сравниваются значения теоретических критических сил с найденными значениями  $P_{кр}$  из опыта.

10. Записываются в журнал величины критических сил, а также разности между теоретическими и опытными значениями критических сил в процентах.

11. Вычисляются критические напряжения (опытное и теоретическое) по формуле

$$\sigma_{кр} = P_{кр} / A \text{ (МПа) .}$$

12. Сравниваются значения теоретических критических напряжений с найденными значениями  $\sigma_{кр}$  из опыта.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чём заключается явление потери устойчивости сжатого стержня?

2. Что называется критической силой и критическим напряжением?

3. Что называется гибкостью стержня?

4. Как влияют жёсткость  $EJ$  и длина стержня  $l$  на величину критической силы?

5. Какое практическое значение имеет определение критической силы сжатых стержней?

6. Что представляет собой коэффициент приведения длины

и чему он равен при различных условиях закрепления концов сжатых стержней?

7. Как устанавливается предел применимости формулы Эйлера?

8. Если сжатый стержень ошибочно рассчитан по формуле Эйлера в области её применимости, опасна ли эта ошибка или она приведёт к перерасходу материала на изготовление стержня?

9. Во сколько раз изменится величина критической силы стержня, если при его испытании заменить шарнирные опоры на опоры с жёстким защемлением?

10. Чем объяснить несовпадение теоретических результатов с опытными?

## ОТЧЁТ

### по лабораторной работе

### ИСПЫТАНИЕ СТЕРЖНЯ НА ПРОДОЛЬНЫЙ ИЗГИБ

Дата проведения  
работы \_\_\_\_\_

Ф.И.О. студента \_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_

1. Наименование машины: \_\_\_\_\_

2. Характеристика испытываемого стержня:

материал \_\_\_\_\_

длина \_\_\_\_\_

форма и размеры поперечного сечения:

- Площадь поперечного сечения ( $A$ ) \_\_\_\_\_ м<sup>2</sup>;
- Наименьший момент инерции сечения ( $J_{min}$ ) \_\_\_\_\_ м<sup>4</sup>;
- Наименьший радиус инерции ( $i_{min}$ ) \_\_\_\_\_ м;
- Наименьшая жесткость ( $E J_{min}$ ) \_\_\_\_\_ МНм<sup>2</sup>

3. Проверка применимости формулы Эйлера:

Гибкость стержня в плоскости наименьшей жесткости:

а) при свободной длине  $l = 1,5 \text{ м}$  \_\_\_\_\_б) при свободной длине  $l = 0,75 \text{ м}$  \_\_\_\_\_

4. Величины критической силы и критического напряжения, вычисленные по формулам Эйлера:

а) при свободной длине  $l = 1,5 \text{ м}$ б) при свободной длине  $l = 0,75 \text{ м}$ 

5. Величина критического напряжения, вычисленная по опытным данным:

а) при свободной длине  $l = 1,5 \text{ м}$ б) при свободной длине  $l = 0,75 \text{ м}$



## 6. Журнал испытаний

№  п/ п	Наименование условий опыта  и определяемых величин	Раз- мер-  ность	Опыт	
			№ 1	№ 2
1	Способ закрепления кон- цов стержня	-		
2	Фактическая длина стержня	м		
3	Расчетная длина стержня	м		
4	Величина груза на рычаге	кН		
5	Соотношение плеч рычага	-		
6	Величина критической силы, полученная из опы- та	кН		
7	Теоретическая величина критической силы	кН		
8	Разница между этими критическими силами	%		

<b>9</b>	<b>Величина критического напряжения, полученная из опыта</b>	<b>МПа</b>		
<b>10</b>	<b>Теоретическая величина критического напряжения</b>	<b>МПа</b>		
<b>11</b>	<b>Разница между этими критическими напряжениями</b>	<b>%</b>		

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин Сопро-  
тивление материалов. – М.: «Высшая школа», 1995. – 560с.

2. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник  
по сопротивлению материалов. – Киев: Наукова думка, 1988. –  
736с.

3. Андреев В.И., Паушкин А.Г., Леонтьев А.Н. Техническая  
механика (для учащихся строительных вузов и факультетов). –  
М., Издательство АСВ, 2012. – 251с.

4. Варданян Г.С., Андреев В.И., Атаров Н.М., Горшков А.А.  
Сопроотивлению материалов с основами теории упругости и пла-  
стичности. – М., Издательство АСВ, 1995. – 658с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ



\_\_\_\_\_

*Образец оформления*

*титального листа отчета по лабораторной работе*

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное**

**учреждение высшего образования**

**«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Кафедра «Сопротивление материалов»**

**ОТЧЕТ**

**по лабораторной работе**

**«Испытание стержня на продольный изгиб»**

**Выполнил студент группы \_\_\_\_\_**

\_\_\_\_\_  
(Ф.И.О.)

**Принял \_\_\_\_\_**

\_\_\_\_\_  
(Ф.И.О.)

**Ростов-на-Дону**

**201\_ год**