



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ  
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Сопротивление материалов»

## **Практикум**

по проведению учебно-исследовательской  
лабораторной работы

# **«Исследование явления потери устойчивости при сжатии стержня большой гибкости»**

Автор  
Стрельников Г. П.

Ростов-на-Дону, 2018

## Аннотация

Практикум ставит своей задачей ознакомление студентов, изучающих общий курс дисциплин сопротивление материалов, техническая механика, архитектурно-строительная механика, теоретическая и прикладная механика, строительная механика, с вопросами экспериментального определения величины критической силы и сравнение ее с теоретическим значением, вычисленным по формуле Эйлера.

В практикуме приведено описание обучающего программного комплекса виртуальной лабораторной работы «Исследование явления потери устойчивости при сжатии стержня большой гибкости», изложены основные теоретические положения, необходимые для проведения лабораторной работы, дано описание образца и эксперимента, изложен порядок проведения и обработки результатов испытаний.

Практикум предназначен для студентов всех форм обучения (очной, очно-заочной, заочной) технических направлений подготовки (специальностей), в частности, для студентов, обучающихся по направлениям 08.03.01 – Строительство; 07.03.02 – Реконструкция и реставрация архитектурного наследия; 07.03.01 – Архитектура; 07.03.04 – Градостроительство; 23.03.03 – Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов; 29.03.04 – Технология художественной обработки материалов и специальностям 08.05.01 – Строительство уникальных зданий и сооружений; 27.05.01 – Прикладная геодезия;



23.05.01 – Наземные транспортно-технологические средства.

### **Автор**

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Сопротивление материалов»  
Стрельников Г.П.



## Оглавление

<b>ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА «ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ ПРИ СЖАТИИ СТЕРЖНЯ БОЛЬШОЙ ГИБКОСТИ» .....</b>	<b>5</b>
1.    Цель работы.....	5
2.    Испытуемый образец.....	5
3.    Испытательная установка.....	6
4.    Основные теоретические положения.....	6
5.    Общий порядок работы на ПЭВМ.....	11
6.    Последовательность проведения работы.....	12
7.    Контрольные вопросы .....	13
<b>Приложение 1 .....</b>	<b>14</b>
<b>Приложение 2.....</b>	<b>16</b>

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА «ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ ПРИ СЖАТИИ СТЕРЖНЯ БОЛЬШОЙ ГИБКОСТИ»

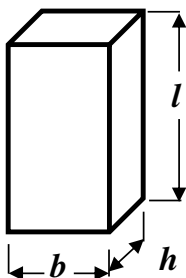
### 1. Цель работы

Ознакомление студентов, изучающих общий курс сопротивления материалов, с вопросами экспериментального определения величины критической силы и сравнение ее с теоретическим значением, вычисленным по формуле Эйлера.

Настоящая учебно-исследовательская лабораторная работа ставит своей задачей:

1. Изучить явление продольного изгиба стержня в пределах упругих деформаций.
2. Получить представление о характере потери устойчивости при сжатии стержня большой гибкости.
3. Изучить вопросы экспериментального определения величины критической силы.
4. Доказать, что теоретическое определение величины критической силы по формуле Эйлера дает результаты, совпадающие с опытными значениями критической силы при продольном изгибе стержня в пределах упругих деформаций.

### 2. Испытуемый образец



При испытании стержня на продольный изгиб используется **стальная полоса** длиной  $l = 53$  см. Поперечное сечение полосы прямоугольное со сторонами  $h = 0,4$  см;  $b = 2,2$  см (рис. 1).

**Рис. 1. Образец**

### 3. Испытательная установка

Лабораторная работа проводится на компьютере с помощью обучающего программного комплекса виртуальных лабораторных работ **COLUMBUS -10**.

Испытания проводятся с помощью **установки для испытания на продольный изгиб**. Вид экрана компьютера с установкой показан на рис. 2.



**Рис. 2. Вид экрана компьютера с установкой**

### 4. Основные теоретические положения

Теоретически, при центральном сжатии в сечении стержня должны появиться нормальные сжимающие напряжения, равномерно распределенные по площади сечения. Это будет иметь место в идеальном случае: ось стержня идеально прямая, сила приложена точно в центре тяжести сечения и направлена по оси, отсутствуют воздействия, направленные поперек оси стержня.

На практике идеального нагружения достичь невозможно – всегда будут иметь место **малые возмущения**, изгибающие стержень с самого начала. Это могут быть малые отклонения оси от идеальной прямой, воздействие температуры, поперечное воздействие ветра или их сочетания, предусмотреть которые заранее невозможно.

Проектировщик должен быть убежден, что состояние сжатия от малых возмущений резко не изменится – оно будет **устойчиво** к этим возмущениям.

Упругое равновесие **устойчиво**, если деформированное тело при любом малом отклонении от состояния равновесия стремится возвратиться к первоначальному состоянию и возвращается к нему после удаления внешнего воздействия, которое нарушило первоначальное равновесное состояние.

Упругое равновесие **неустойчиво**, если деформированное тело, будучи выведенное из него каким-либо воздействием, продолжает деформироваться в направлении вызванного отклонения и после прекращения воздействия в исходное состояние не возвращается.

Между этими двумя состояниями равновесия находится переходное состояние, которое называется **критическим**.

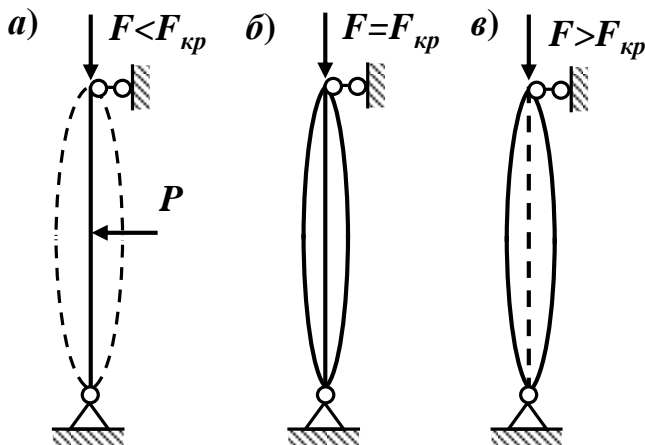
При критическом состоянии деформированное тело находится в **безразличном** равновесии: оно может сохранять первоначально приданную ему форму, но может и потерять её от самого незначительного воздействия.

Устойчивость формы равновесия деформированного тела зависит от величины приложенной к нему нагрузки.

Нагрузка, превышение которой вызывает потерю устойчивости первоначальной формы равновесия тела, называется **критической** и обозначается  $F_{кр}$ .

На рис. 3 показаны возможные случаи деформирования стержня в зависимости от сжимающей нагрузки.

*Величина сжимающей силы меньше критической ( $F < F_{кр}$ ).* Если стержень отклонить от прямолинейного состояния равновесия какой-либо поперечной нагрузкой ( $P$ ), то после прекращения её действия, стержень под действием сил упругости вернется в исходное состояние равновесия, то есть прямолинейная форма равновесия в этом случае является устойчивой (рис. 3, а).



**Рис. 3. Формы равновесия стержня**

Величина сжимающей силы равна критической силе ( $F = F_{кр}$ ). В идеальном случае стержень может сохранять прямолинейную форму равновесия, но при отклонении его дополнительной поперечной нагрузкой, он остается в изогнутом положении после прекращения действия этой нагрузки.

Таким образом, прямолинейная форма равновесия становится неустойчивой и стержень легко может перейти в другую, криволинейную форму равновесия (рис. 3, б).

Величина сжимающей силы больше критической ( $F > F_{кр}$ ). Стержень искривляется без какого-либо дополнительного воздействия на него.

Прямолинейная форма устойчивого равновесия сменяется криволинейной, то есть стержень теряет устойчивость исходной (первоначально заданной) формы равновесия (рис. 3, в). При этом происходит резкое нарастание прогибов и возникают значительные дополнительные деформации и напряжения изгиба.

*Потеря устойчивости прямолинейной формы равновесия центрально сжатого прямого стержня называется **продольным изгибом**.*

Величина критической силы в стержнях, материал которых работает в пределах пропорциональности, то есть подчиняется закону Гука, определяется по формуле Эйлера



$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{l_0^2} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{(\mu l)^2},$$

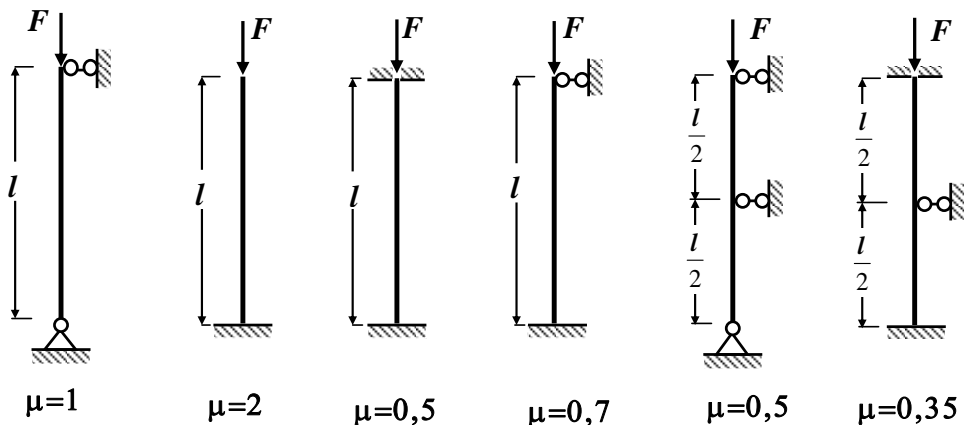
где

$E$  – модуль продольной упругости;

$J_{min}$  – минимальный момент инерции поперечного сечения испытываемого стержня;

$l_0 = \mu l$  – приведенная длина стержня;

$\mu$  – коэффициент приведения длины, величина которого зависит от типа и расположения опор (рис. 4).



**Рис. 4. Коэффициенты приведения длины**

При одинаковом способе закрепления концов стержня в главных плоскостях инерции и неодинаковых значениях моментов инерции относительно главных центральных осей, стержень теряет устойчивость в плоскости наименьшей жесткости.

Нормальные напряжения, возникающие в поперечных сечениях стержня от действия критической силы, также называются **критическими**. Величина критического напряжения, материал которого работает в пределах упругости (подчиняется закону Гука), определяется по формуле



$$\sigma_{кр} = \frac{F_{кр}}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2},$$

называемой формулой Эйлера для определения критического напряжения.

Здесь

$A$  – площадь поперечного сечения стержня.

Величина  $\lambda$  называется **гибкостью** стержня и для стержней, имеющих одинаковый способ закрепления концов в главных плоскостях инерции, определяется по формуле

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}},$$

где

$i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}}$  – минимальный радиус инерции поперечного сечения стержня.

Формулы Эйлера для определения критической силы и критического напряжения применимы при условии  $\sigma_{кр} < \sigma_{нц}$ , (критическое напряжение не превышает предела пропорциональности), что эквивалентно условию

$\lambda > \lambda_{пред}$ , где

$$\lambda_{пред} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{нц}}} \text{ – предельная гибкость материала.}$$

Если при потере устойчивости материал стержня работает за пределом упругости ( $\sigma_{кр} \geq \sigma_{нц}$ ), то есть  $\lambda \leq \lambda_{пред}$ , то величина критического напряжения и критической силы определяется по эмпирической формуле Ф.С. Ясинского

$$\sigma_{кр} = a - b \lambda; \quad F_{кр} = A(a - b \lambda),$$

где

$a$  и  $b$  – коэффициенты Ясинского, значения которых для различных материалов определяются опытным путем. Так, для низкоуглеродистой стали с пределом пропорциональности  $\sigma_{\text{мн}} = 200 \text{ МПа}$  –  $a = 310 \text{ МПа}$ ,  $b = 1,14 \text{ МПа}$ ; а для дерева –  $a = 40 \text{ МПа}$ ,  $b = 0, 203 \text{ МПа}$ .

В данной лабораторной работе используются стержни большой гибкости.

Увеличивая сжимающую силу, отмечают момент начала заметного выпучивания и фиксируют экспериментальное значение критической силы.

## 5. Общий порядок работы на ПЭВМ


1. Открывается папка **COLUMBUS-10**. На экране появляются иконки одиннадцати исполняемых модулей. Для запуска программы лабораторной работы нужно щелкнуть мышью на месте иконки «**Устойчивость**».


2. При выполнении каждой лабораторной работы верхняя строка экрана содержит **Главное меню** и **Панель инструментов** лабораторной работы (рис. 5).




**Рис.5. Главное меню и основные кнопки Панели инструментов**

## 6. Последовательность проведения работы


1. Щелкнуть мышью по кнопке **«Настройки»** () , выбрать тип закреплений концов стержня, затем кнопка **«ОК»**.


2. Запустить насос. Нажимается кнопка () – в динамиках включается характерный звук.

3. Нажимается кнопка **«НАГРУЗИТЬ»** () . На экране компьютера наблюдаем процесс роста нагрузки на образец на диаграмме и изменения показаний динамометра. При достижении критической силы увеличение сжимающей нагрузки на графике прекращается – устанавливается безразличное равновесие. Дополнительное нажатие кнопки **«НАГРУЗИТЬ»** приводит к потере устойчивости – выпучиванию образца.

4. Для определения величины критической силы по результатам опыта, необходимо открыть книгу Excel нажатием кнопки



5. Последовательным нажатием кнопок () дважды (сле-

дите за процессом разгрузки образца на диаграмме), () и



переходим к новому эксперименту. Повторяем выполнение пунктов 1,2, 3, 4.

## 7. Контрольные вопросы

1. Какая цель лабораторной работы?
2. В чем заключается явление потери устойчивости центрально сжатого стержня?
3. Какое равновесное состояние гибкого центрально сжатого стержня является устойчивым, безразличным или неустойчивым?
4. Какая сила называется критической?
5. Запишите формулу Эйлера для определения критической силы.
6. Как определяется приведенная длина центрально сжатого стержня?
7. Запишите формулу Эйлера с учетом условий закрепления центрально сжатого стержня.
8. Что называется гибкостью стержня?
9. Что такое предельная гибкость центрально сжатого стержня?
10. Условия применимости формулы Эйлера?
11. Формула Ясинского. Условия её применимости?

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

/Образец/

### ОТЧЕТ

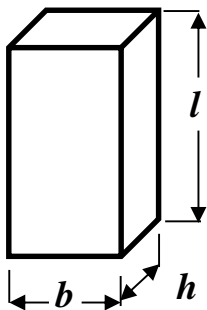
по лабораторной работе № \_\_\_\_\_

### «Исследование явления потери устойчивости при сжатии стержня большой гибкости»

Дата проведения работы \_\_\_\_\_

I. **Наименование машины – Установка для испытания на продольный изгиб**

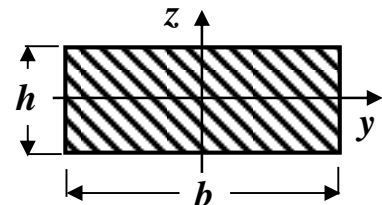
II. **Эскиз испытываемого образца:**



Длина  $l =$       см.

Размеры поперечного сечения:

$b =$       см;       $h =$       см.



III. **Материал стержня: Сталь – Ст 3.**

Предел пропорциональности –  $\sigma_{пц} = 200$  МПа.

Модуль упругости материала –  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа.

### ТАБЛИЦА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ КРИТИЧЕСКОЙ СИЛЫ

$\mu$	$F_{кр}$ (кН)	Условия закрепления концов стержня
1		Шарниры по концам
2		Жесткое защемление одного при свободном другом
0,7		Жесткое защемление одного и шарнир на другом
0,5		Жесткое защемление по концам

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

### Теоретическое определение критической силы

1.	Площадь поперечного сечения стержня-полосы (м <sup>2</sup> )	$A =$
2.	Минимальный момент инерции (м <sup>4</sup> )	$J_{min} =$
3.	Минимальный радиус инерции (м)	$i_{min} =$
4.	Предельная гибкость стержня	$\lambda_{пред} =$

Таблица вычислений критической силы и напряжения

$\mu$	Гибкость $\lambda = \frac{\mu l}{i}$	$F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{(\mu l)^2},$	$\sigma_{кр} = \frac{F_{кр}}{A},$
1			
2			
0,7			
0,5			

**ВЫВОДЫ:**



## **ПРИЛОЖЕНИЕ 2**

*/Образец оформления  
титального листа лабораторной работы/*

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Кафедра «Сопротивление материалов»**

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА**

**на тему**

**«Исследование явления потери устойчивости при сжатии стержня  
большой гибкости»**

**Выполнил студент группы \_\_\_\_\_**

\_\_\_\_\_  
(Ф.И.О.)

**Принял \_\_\_\_\_**

\_\_\_\_\_  
(Ф.И.О.)

**Ростов-на-Дону  
2018**