



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Техническая механика»

Учебное пособие

«ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЛЕКСА ANSYS ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ»

Автор
Гайджуров П. П.

Ростов-на-Дону, 2018



Аннотация

В первой части пособия приведены основные сведения о способах интерполяции и аппроксимации, широко применяемых при конечно-элементном моделировании, кратко рассмотрены методы численного решения нелинейных уравнений и систем, приведены алгоритмы метода переменных параметров и метода Ньютона-Рафсона в формулировке метода конечных элементов в форме метода перемещений.

Во второй части пособия представлены примеры решения нелинейных задач строительной механики с использованием комплекса ANSYS. Диапазон рассмотренных учебных примеров включает практически все виды нелинейностей, изучаемых в курсе «Нелинейные задачи строительной механики».

Пособие предназначено для студентов специалитета, обучающихся по специальности «Строительство уникальных зданий и сооружений».

Автор

профессор, к.т.н., доцент кафедры
«Техническая механика» Гайджуров П.П.

Оглавление

1. Виды нелинейностей в строительной механике	4
1.1. Интерполяционные полиномы и функции формы различных порядков.....	4
1.2. Численные методы решения нелинейных уравнений и систем...	12
1.3. Виды нелинейностей в теории расчета сооружений.....	16
1.4. Идеализация диаграммы деформирования материала	22
1.5. Реализация метода конечных элементов с учетом физической нелинейности материала	27
2. Использование комплекса ANSYS для решения нелинейных задач строительной механики	33
2.1. Анализ закритического деформирования цилиндрической панели под действием сосредоточенной силы	33
2.2. Расчет плоских стержневых систем с учетом изменения геометрии расчетной схемы в процессе последовательного нагружения.....	40
2.3. Моделирование динамического отклика ферменно-вантовой конструкции при отключении одного ванта	60
2.4. Расчет плоской рамы с учетом последовательности монтажа.....	67
2.5. Упругопластический расчет плоской статически неопределимой рамы.....	88
Библиографический список	94

«Жизнь, в действительности, нелинейна...»

Из книги James M. Ortega and William G. Poole.

1. ВИДЫ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ В СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ

1.1. Интерполяционные полиномы и функции формы различных порядков

При решении двумерных задач строительной механики и теории упругости методом конечных элементов (МКЭ) в форме метода перемещений используются степенные полиномы вида:

полилинейный полином

$$f_1(x_1, x_2) = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_1 x_2,$$

поликвадратичный полином

$$f_2(x_1, x_2) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1 x_2 + \beta_4 x_1^2 + \beta_5 x_2^2 + \beta_6 x_1^2 x_2 + \beta_7 x_2^2 x_1 + \beta_8 x_1^2 x_2^2,$$

где $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ и $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots$ – фиксированные коэффициенты; x_1, x_2 – переменные.

На основании полиномиальных функций $f_1(x_1, x_2)$ и $f_2(x_1, x_2)$ осуществляют аппроксимацию полей перемещений в глобальных, как правило декартовых осях. Причем функция $f_1(x_1, x_2)$ применяется для построения матрицы жесткости 4-х узлового конечного элемента (КЭ) (рис. 1.1), а функция $f_2(x_1, x_2)$ для построения матрицы жесткости 9-ти узлового КЭ (рис. 1.2). На рис. 1.1 и 1.2 пронумерованными точками обозначены узлы КЭ, глобальные декартовые оси координат обозначены символами Z_1 и Z_2 , местные или локальные оси координат – символами x_1 и x_2 . В рассматриваемом частном случае направление осей Z_1, Z_2 и x_1, x_2 совпадает.

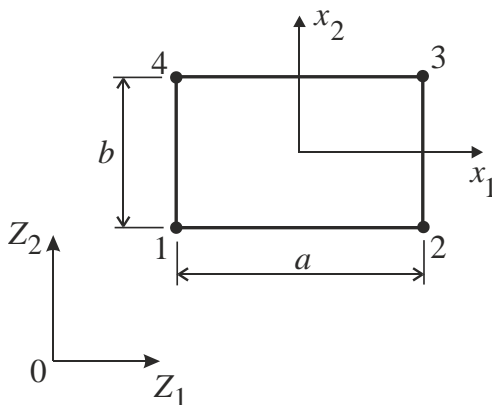


Рис. 1.1

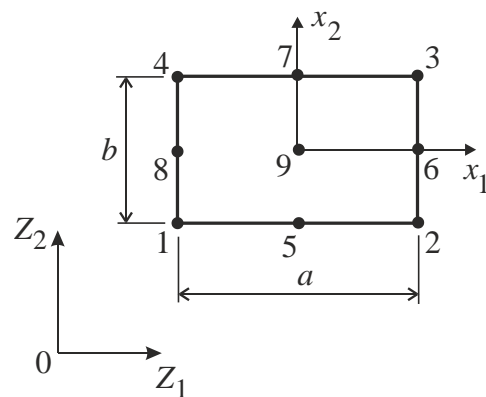


Рис. 1.2

Для дальнейших математических выкладок обычно вводят безразмерные локальные координаты:

$$\xi_1 = \frac{2x_1}{a} - 1, \quad \xi_2 = \frac{2x_2}{b} - 1,$$

которые в узлах и на сторонах КЭ принимают значения ± 1 .

Тогда поле перемещений 4-х узлового КЭ в глобальных осях можно выразить через безразмерные переменные ξ_1, ξ_2 :

$$\begin{aligned} u_1(\xi_1, \xi_2) &= \alpha_0 + \alpha_1 \xi_1 + \alpha_2 \xi_2 + \alpha_3 \xi_1 \xi_2, \\ u_2(\xi_1, \xi_2) &= \alpha_4 + \alpha_5 \xi_1 + \alpha_6 \xi_2 + \alpha_7 \xi_1 \xi_2. \end{aligned} \tag{1.1}$$

В обозначениях компонент u_1 и u_2 нижний индекс соответствует направлениям осей Z_1 и Z_2 .

На основании (1.1) можно установить связь между узловыми перемещениями КЭ $u_m^{(k)}$, ($m = 1, 2$; $k = 1, 2, 3, 4$) и коэффициентами $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_3, \dots, \alpha_7$ в матричной форме:

$$\{u\} = [L]\{\alpha\},$$

где векторы-столбцы

$$\{u\} = \{u_1^{(1)} \quad u_2^{(1)} \mid u_1^{(2)} \quad u_2^{(2)} \mid u_1^{(3)} \quad u_2^{(3)} \mid u_1^{(4)} \quad u_2^{(4)}\}^T;$$

$$\{\alpha\} = \{\alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3 \quad \alpha_4 \quad \alpha_5 \quad \alpha_6 \quad \alpha_7\}^T;$$

матрица связности

$$[L] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

В обозначении $u_m^{(k)}$ верхний индекс k соответствует номеру узла (рис. 1.1), верхний индекс T матричной операции транспонирования.

Отсюда получаем выражение для определения коэффициентов $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_3, \dots, \alpha_7$

$$\{ \alpha \} = [L]^{-1} \{ u \},$$

где обратная матрица

$$[L]^{-1} = \begin{bmatrix} 1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 \\ -1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 & -1/4 & 0 \\ -1/4 & 0 & -1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 \\ 1/4 & 0 & -1/4 & 0 & 1/4 & 0 & -1/4 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 \\ 0 & -1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 & -1/4 \\ 0 & -1/4 & 0 & -1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 \\ 0 & 1/4 & 0 & -1/4 & 0 & 1/4 & 0 & -1/4 \end{bmatrix}.$$

Аналогично можно получить зависимость, связывающую узловые перемещения и коэффициенты $\beta_0, \beta_1, \beta_3, \dots$ 9-ти узлового КЭ. (рис. 1.2).

Рассмотрим построение функций формы плоского 4-х узлового КЭ на базе одномерного интерполяционного полинома Лагранжа первой степени. Поставим задачу построить систему аппроксимирующих функций $\varphi_k(\xi_1, \xi_2)$, $k = 1, 2, 3, 4$, позволяющих

по заданным узловым значениям некоторой функции $\psi(z_1^{(k)}, z_2^{(k)})$ вычислять ее значение в любой точке данного КЭ. Для этого отобразим рассматриваемый 4-х узловой КЭ на квадрат со стороной равной 2 (рис. 1.3). Нумерацию узлов КЭ связываем с местной (локальной) системой координат ξ_1, ξ_2 , которые на сторонах и в узлах квадрата принимают значения ± 1 .

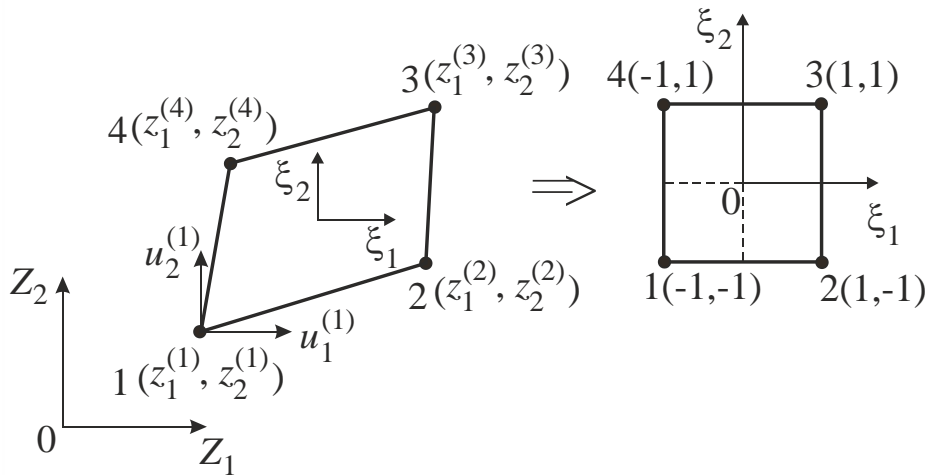


Рис. 1.3

Одномерный интерполяционный полином Лагранжа первой степени имеет вид (рис. 1.4):

$$f(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} f_0 + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} f_1$$

здесь f_0, f_1 – значения функции $f(x)$ в узлах интерполяции x_0, x_1 .

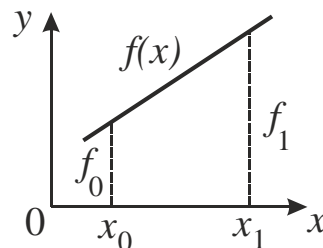


Рис. 1.4

Перемножая одномерные полиномы Лагранжа с учетом принятой локальной нумерации узлов, получим следующие полилинейные аппроксимирующие функции (функции формы) для плоского 4-х узлового КЭ:

$$\begin{aligned} \varphi_1(\xi_1, \xi_2) &= \frac{1}{4}(1 - \xi_1)(1 - \xi_2); & \varphi_2(\xi_1, \xi_2) &= \frac{1}{4}(1 + \xi_1)(1 - \xi_2); \\ \varphi_3(\xi_1, \xi_2) &= \frac{1}{4}(1 + \xi_1)(1 + \xi_2); & \varphi_4(\xi_1, \xi_2) &= \frac{1}{4}(1 - \xi_1)(1 + \xi_2). \end{aligned} \quad (1.2)$$

Графики функций (1.2) приведены на рис. 1.5.

Таким образом, значение функции $\Psi(z_1, z_2)$ в любой точке рассматриваемого КЭ можно вычислить с помощью выражения

$$\Psi(z_1, z_2) = \varphi_1 \Psi(z_1^{(1)}, z_2^{(1)}) + \varphi_2 \Psi(z_1^{(2)}, z_2^{(2)}) + \varphi_3 \Psi(z_1^{(3)}, z_2^{(3)}) + \varphi_4 \Psi(z_1^{(4)}, z_2^{(4)})$$

Аппроксимирующие функции (1.2) удовлетворяют условию C^0 непрерывности на гранях смежных КЭ, а также так называемому «условию полноты»:

$$\sum_{k=1}^4 \varphi_k(\xi_1, \xi_2) = 1$$

«Полные» аппроксимирующие функции при уменьшении шага дискретизации обеспечивают монотонную сходимость численного решения.

Для удобства программирования функции (1.2) обычно записывают в компактном виде

$$\varphi_k(\xi_1, \xi_2) = \frac{1}{2} \prod_{r=1}^2 (1 + p_{rk} \xi_r), \quad k=1, 2, 3, 4,$$

где компоненты p_{rk} образуют матрицу локальных координат узлов КЭ (рис. 1.3)

$$p_{rk} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Геометрию z_m и перемещения u_m произвольной точки 4-х узлового КЭ в декартовых координатах Z_m аппроксимируем с помощью одних и тех же функций $\varphi_k(\xi_1, \xi_2)$:

$$z_m = \sum_{k=1}^4 z_m^{(k)} \varphi_k(\xi_1, \xi_2), \quad u_m = \sum_{k=1}^4 u_m^{(k)} \varphi_k(\xi_1, \xi_2)$$

где индекс $m=1, 2$; верхний индекс k соответствует номеру узла; $z_m^{(k)}$ – координаты узловых точек КЭ в глобальном базисе.

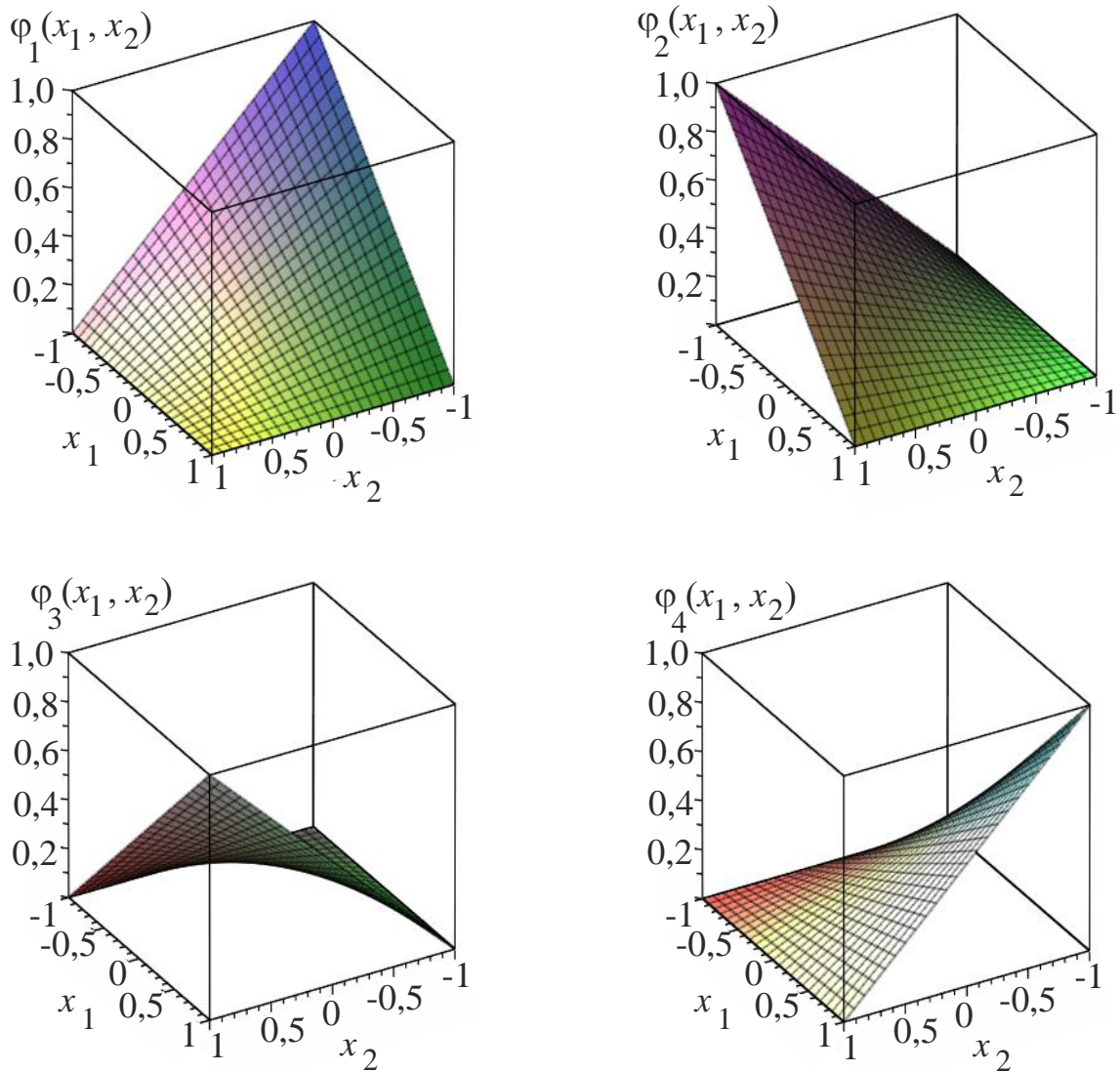


Рис. 1.5

Для улучшения жесткостных характеристик 4-х узлового КЭ вводят дополнительные внутренние степени свободы. Для этого к аппроксимирующим функциям $\varphi_k(\xi_1, \xi_2)$ добавляют еще две функции $\bar{\varphi}_5(\xi_1, \xi_2)$ и $\bar{\varphi}_6(\xi_1, \xi_2)$. В результате выражение для компонент вектора перемещения в произвольной точке КЭ принимает вид

$$u_m = \sum_{k=1}^4 u_m^{(k)} \varphi_k(\xi_1, \xi_2) + \sum_{l=5}^6 \bar{u}_m^l \bar{\varphi}_l(\xi_1, \xi_2),$$

где \bar{u}_m^l – компоненты узловых перемещений КЭ; дополнительные функции формы

$$\bar{\varphi}_5(\xi_1, \xi_2) = 1 - \xi_1^2; \quad \bar{\varphi}_6(\xi_1, \xi_2) = 1 - \xi_2^2.$$

Компоненты \bar{u}_m^5 и \bar{u}_m^6 рассматриваемого КЭ после формирования матрицы жесткости исключаем с помощью процедуры статической «конденсации» строк и столбцов соответствующих внутренним степеням свободы. Такие КЭ называют несовместными, т. к. для не выполняется условие «полноты».

КЭ, у которого для описания геометрии и поля перемещений используется одинаковое количество совпадающих узлов, называют *изопараметрическим*.

На практике при дискретизации расчетной области часто приходится использовать плоские 3-х узловые КЭ. Для этого в технологии изопараметрических КЭ применяют способ вырождения, позволяющий на базе функций формы базового 4-х узлового КЭ построить функции формы для 3-х узлового КЭ. В частности для 3-х узлового КЭ, показанного на рис. 1.6, используем следующие выражения:

$$\begin{aligned} \varphi_1^*(\xi_1, \xi_2) &= \varphi_1(\xi_1, \xi_2) + \varphi_2(\xi_1, \xi_2); & \varphi_2^*(\xi_1, \xi_2) &= \varphi_3(\xi_1, \xi_2); \\ \varphi_3^*(\xi_1, \xi_2) &= \varphi_4(\xi_1, \xi_2). \end{aligned}$$

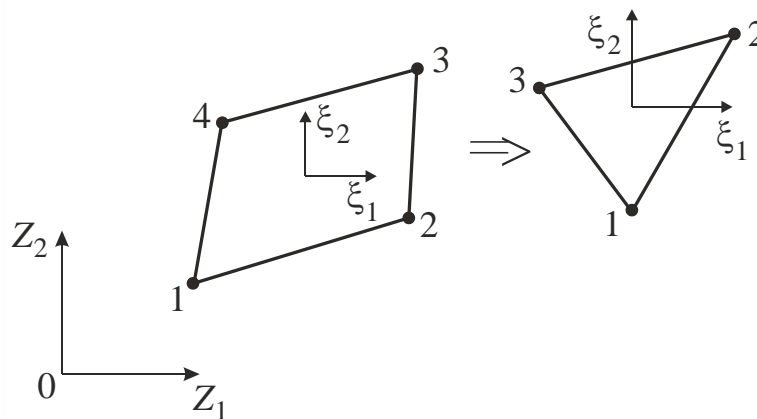


Рис. 1.6

Распространяя технологию изопараметричности на квадратичный 8-ми узловой КЭ (рис. 1.7), получим следующее выражение для аппроксимации геометрии и перемещений:

$$\begin{aligned} \varphi_k(\xi_1, \xi_2) &= \frac{1}{4} (3p_{1k}^2 p_{2k}^2 - 2) [p_{1k}^2 p_{2k}^2 (1 + p_{1k} \xi_1) (1 + p_{2k} \xi_2) - \\ &- p_{2k}^2 (1 - \xi_1^2) (1 + p_{2k} \xi_2) - p_{1k}^2 (1 - \xi_2^2) (1 + p_{1k} \xi_1)], \quad k=1,2,3,\dots,8, \end{aligned}$$

где матрица локальных координат

$$[p]_{(2 \times 8)} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Для данного квадратичного КЭ также можно ввести дополнительные внутренние степени свободы, добавив следующие четыре функции:

$$\bar{\varphi}_9(\xi_1, \xi_2) = \xi_1(1 - \xi_1^2), \quad \bar{\varphi}_{10}(\xi_1, \xi_2) = \xi_2(1 - \xi_2^2),$$

$$\bar{\varphi}_{11}(\xi_1, \xi_2) = \xi_1 \xi_2(1 - \xi_1^2), \quad \bar{\varphi}_{12}(\xi_1, \xi_2) = \xi_1 \xi_2(1 - \xi_2^2).$$

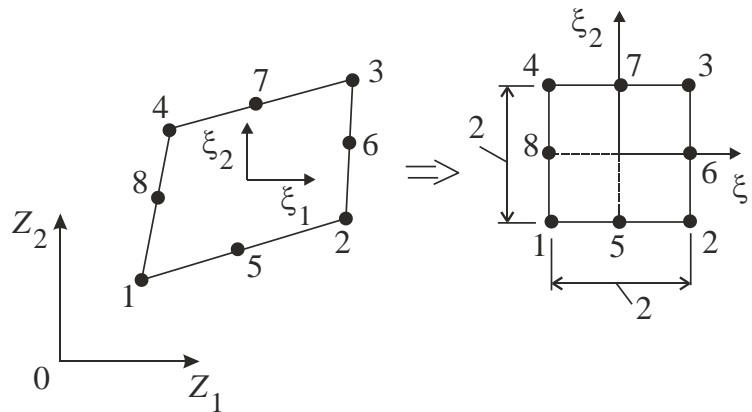


Рис. 1.7

Для аппроксимации узловых перемещений 2-х узлового балочного конечного элемента (КЭ), показанного на рис. 1.8, применяются, так называемые функции формы, в виде следующих полиномов:

$$\psi_1(x) = 1 - 3\frac{x^2}{l^2} + 2\frac{x^3}{l^3}, \quad \psi_2(x) = -x + 2\frac{x^2}{l} - \frac{x^3}{l^2},$$

$$\psi_3(x) = 3\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x^3}{l^3}, \quad \psi_4(x) = \frac{x^2}{l} - \frac{x^3}{l^2}.$$

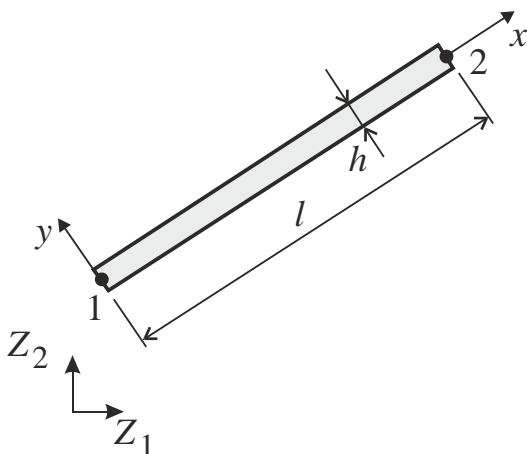


Рис. 1.8

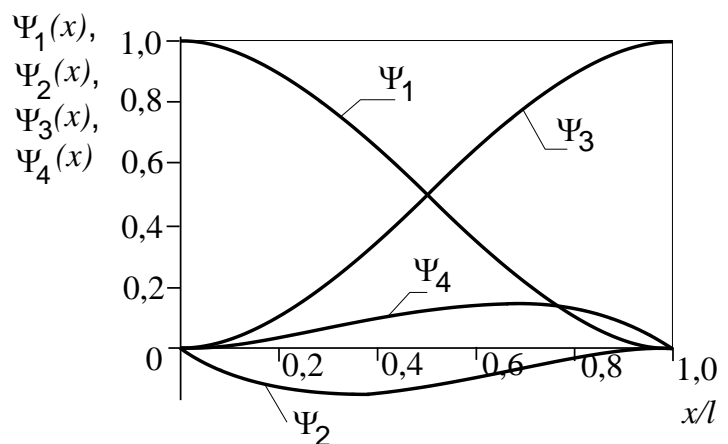


Рис. 1.9

Функции формы $\psi_i(x), i=1,2,\dots,4$ представляют собой кубические полиномы Эрмита. Графики функций $\psi_i(x), i=1,2,\dots,4$ представлены на рис. 1.9.

1.2. Численные методы решения нелинейных уравнений и систем

Одной из практически важных задач прикладной математики является задача определения корней нелинейных алгебраических или трансцендентных уравнений. Рассмотрим наиболее используемые в инженерных расчетах численные методы решения нелинейных уравнений.

Метод Ньютона или метод касательных. Пусть дважды непрерывно дифференцируемая функция $y = f(x)$ на интервале $x \in [a, b]$ в некоторой точке $x = \xi$ один раз пересекает ось абсцисс (рис. 1.10). Данная точка является корнем уравнения $f(x) = 0$.

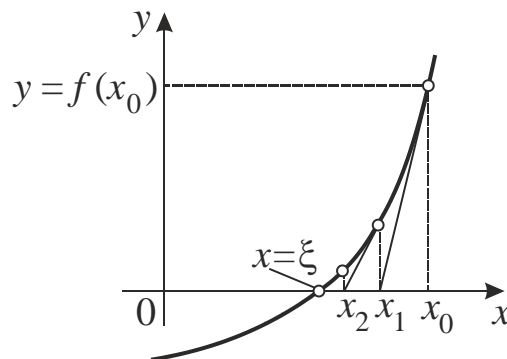


Рис.1.10

Корень уравнения $f(x) = 0$ можно вычислить с наперед заданной точностью с помощью итерационной формулы Ньютона:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

В качестве критерия завершения итерационного процесса уточнения принято использовать условие

$$\frac{|x_n - x_{n-1}|}{|x_n|} < \delta,$$

где δ – положительное малое число, например, $\delta = 1 \cdot 10^{-5}$.

Введем вектор-функцию

$$f(x) = \{ f_1(x) \quad f_2(x) \quad \dots \quad f_n(x) \}^T,$$

где $f_i(x) = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – дважды непрерывно дифференцируемая в окрестности решения

функция.

$$x^* = \{ x_1^* \quad x_2^* \quad \dots \quad x_n^* \}^T$$

Здесь и далее верхний символ « T » обозначает матричную операцию транспонирования.

Для численного решения системы нелинейных уравнений

$$f(x) = 0$$

используем метод Ньютона в форме:

$$x^0 = x^{k-1} - \frac{[F(x^{k-1})]^{-1} f(x^{k-1})}{f'(x^{k-1})}, \quad k=1, 2, \dots$$

где матрица Якоби

$$[F(x)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

Если $\det [F(x)] \neq 0$ и начальное приближение $x^0 = \{x_1^0 \quad x_2^0 \quad \dots \quad x_n^0\}^T$

взято достаточно близко к вектору x^* , то метод Ньютона сходится достаточно быстро.

Основным недостатком метода Ньютона является необходимость знания выражений для первых производных функций $f_1(x)$, $f_2(x)$, ..., $f_n(x)$, что в задачах строительной механики проблематично.

Наибольшее распространение в строительной механике получил *метод итераций* или *метод последовательных приближений*. Рассмотрим суть данного метода на примере нелинейного уравнения с одной переменной. Приведем нелинейное алгебраическое уравнение $f(x) = 0$ к виду

$$x = \varphi(x)$$

Например, уравнения $\cos x - \frac{1}{x} \sin x = 0$ и $2x + e^x = 0$ можно представить тожде-

ственно в виде $x = \operatorname{tg} x$ и $x = -\frac{1}{2} e^x$.

Возьмем приближенное значение корня x_0 и найдем более точный результат по формуле $x_1 = \varphi(x_0)$ или в более общем виде:

$$x_{n+1} = \varphi(x_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Повторяя процесс последовательных приближений можно получить значение корня с требуемой точностью.

Однако, не смотря на простоту применять метод итераций на практике нужно осторожно, т. к. в ряде случаев он может «расходиться».

Графическая интерпретация различных вариантов реализации метода итераций показана на рис. 1.11.

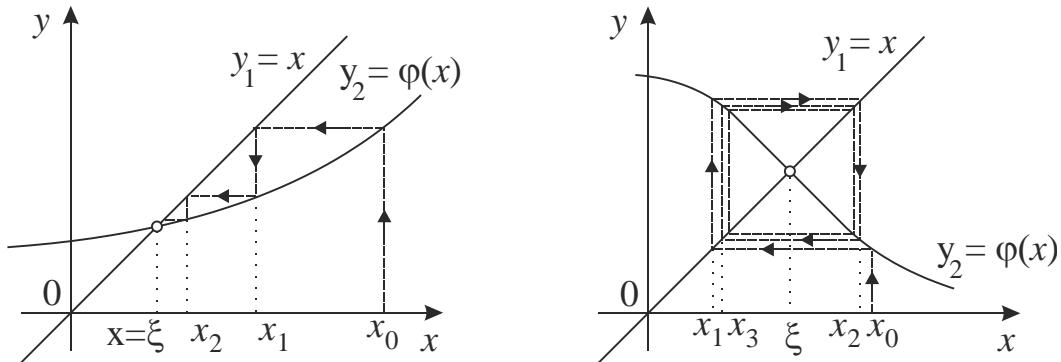


Рис. 1.11

На рис. 1.11 показаны сходящийся (слева) и «зацикливающийся» (справа) итерационные процессы.

Рассмотрим алгоритм метода итераций в сочетании с процедурой предикции. Этот алгоритм обеспечивает сходимость независимо от вида функции $x = \varphi(x)$. Сначала к начальному x_0 однократно применяется обычная итерация. После первого шага, вслед за использованием выражения

$$x_{n+1} = \varphi(x_n)$$

для нахождения «наилучшего» следующего приближения применяется процедура предикции

$$\bar{x}_{n+1} = \frac{x_{n+1} \bar{x}_{n-1} - \bar{x}_n x_n}{x_{n+1} - \bar{x}_n + \bar{x}_{n-1} - x_n}, \quad n = 1, 2, \dots, n_{max},$$

где n_{max} – заданное максимальное число итераций. Критерием сходимости итерационного процесса может служить норма невязки, вычисляемая по формуле

$$\delta = \|\bar{x}_{n+1} - \bar{x}_n\|^2.$$

Вычислительный эксперимент показал, что приемлемая точность достигается при $\delta = 10^{-3}$. «Платой за улучшение» решения является необходимость хранения в памяти ПК рабочих переменных $\bar{x}_{n-1}, x_n, \bar{x}_n, x_{n+1}$.

Графическая интерпретация метода итераций с предикцией показана на рис. 1.12.

Рассмотренные варианты алгоритма метода последовательных приближений можно распространить на решение системы нелинейных уравнений:

$$\mathbf{x} = \Phi(\mathbf{x}),$$

где $\Phi(\mathbf{x}) = \{\varphi_1(\mathbf{x}) \quad \varphi_2(\mathbf{x}) \quad \dots \quad \varphi_n(\mathbf{x})\}^T$ – заданная вектор-функция; неизвестный вектор-столбец переменных $\mathbf{x} = \{x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n\}^T$.

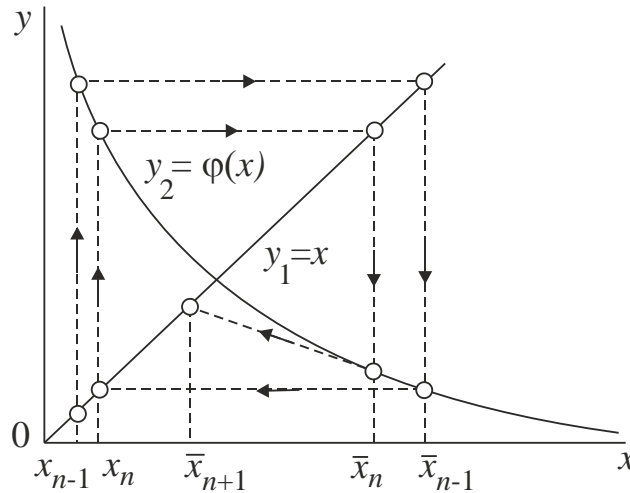


Рис. 1.12

При решении учебных задач, связанных с определением критической нагрузки, обуславливающей потерю устойчивости плоской стержневой системы, приходится решать трансцендентное уравнение типа

$$\det [R(\mathbf{v})] = 0,$$

где $[R(\mathbf{v})]$ – матрица упругих реакций; $\mathbf{v} = l \sqrt{\frac{N}{EJ}}$ – неизвестный безразмерный параметр продольной нагрузки.

«Вручную» уравнение устойчивости решается методом хорд в следующей последовательности:

- а) способом «пристрелки» задаются значениями \mathbf{v}_0 и \mathbf{v}_1 таким образом, чтобы величины $\det [R(\mathbf{v}_0)]$ и $\det [R(\mathbf{v}_1)]$ имели разные знаки;
- б) по итерационной формуле

$$\mathbf{v}_{i+1} = \mathbf{v}_0 - \frac{\det [R(\mathbf{v}_0)]}{\det [R(\mathbf{v}_i)] - \det [R(\mathbf{v}_0)]} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_0), \quad i = 1, 2, \dots, n_{max},$$

вычисляется величина \mathbf{v}_{i+1} (n_{max} – формально назначаемое максимальное число итераций);

в) начиная со второй итерации ($i = 2$) выполняется оценка сходимости итерационного процесса

$$\det [R(\mathbf{v}_{i+1})] \leq \delta,$$

здесь $\delta = 0,001$ – положительная малая величина. При выполнении условия вычисления прекращаются и принимается $\mathbf{v}_{i+1} = \mathbf{v}_{кр}$.

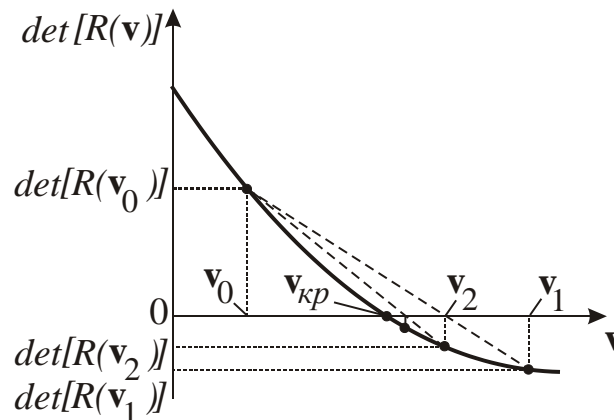


Рис. 1.13

Графическая интерпретация метода хорд представлена на рис. 1.13.

1.3. Виды нелинейностей в теории расчета сооружений

В первой четверти XIX в. французский ученый-механик Навье выдвинул идею, согласно которой задача расчета конструкций формулировалась как задача определения напряженно-деформированного состояния, вызванного действием эксплуатационных нагрузок. До этого в механике бытовал принцип Галилея, в соответствии с которым основной задачей прочностного расчета являлось определение разрушающей нагрузки. Одновременно Навье предложил принцип расчета по недеформированной схеме. Согласно этому принципу перемещения по сравнению с характерными размерами конструкции считаются малыми величинами, т. е. форма конструкции до и после деформации остается неизменной. В сочетании с законом Гука принцип малости перемещений Навье лег в основу современных методов линейной строительной механики.

Применяемые в настоящее время строительные материалы, уникальные формы и размеры зданий и сооружений, а также запроектные режимы эксплуатации несущих конструкций требуют учета большого количества факторов, не вписывающихся в рамки

физических и математических моделей линейной строительной механики. Это обусловило создание более общей *нелинейной строительной механики*.

Во многих конструкциях, особенно в так называемых гибких, даже при работе материала в упругой стадии нагружение приводит к большим перемещениям и изменению формы и размеров. В этом случае соотношение между деформациями и перемещениями оказываются нелинейными. Подобного рода нелинейность называется *геометрической*.

При расчете с учетом геометрической нелинейности в теорию вводят нелинейные соотношения между деформациями и перемещениями. Так при больших прогибах стержня кривизна $1/\rho$ изогнутой оси определяется по формуле, известной из курса высшей математики:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 v}{d z^2} \left[1 + \left(\frac{d v}{d z} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}},$$

где ρ – радиус кривизны упругой линии стержня, совпадающей с осью z в недеформированном состоянии; v – прогиб. Тогда изгибающий момент в произвольном сечении стержня определяется с помощью следующего нелинейного уравнения:

$$M(z) = E J \frac{d^2 v}{d z^2} \left[1 + \left(\frac{d v}{d z} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}},$$

где $E J$ – изгибная жесткость стержня. Для случаев малых перемещений, когда $\frac{d v}{d z} \ll 1$, формула для изгибающего момента принимает вид

$$M(z) = E J \frac{d^2 v}{d z^2}.$$

На рис. 1.14 показаны деформированные состояния гибкого стержня, жестко защемленного одним концом, при двух значениях сосредоточенной силы P . Как видно при увеличении силы в десять раз для расчета прогиба стержня следует учитывать вклад величины $(d v / d z)^2$

На рис. 1.15 представлен график равновесных состояний для пологой тонкостенной арки при закритическом деформировании под действием сосредоточенной силы P . Как видно из приведенного графика при увеличении силы до некоторого критического

значения $P_{кр}$ происходит резкий переход к новой более устойчивой конфигурации арки.

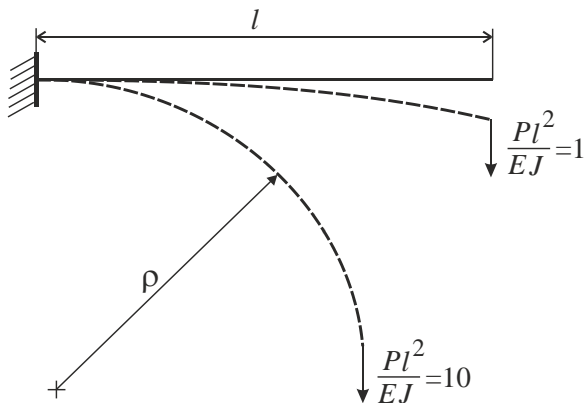


Рис. 1.14

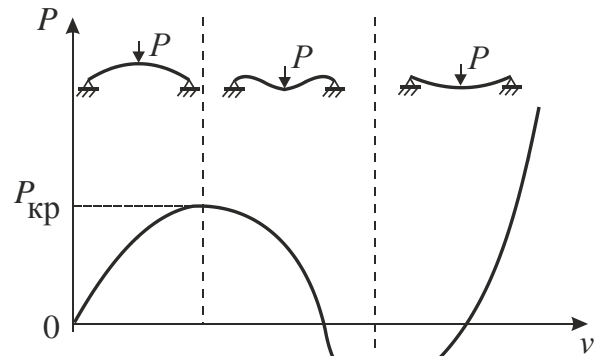
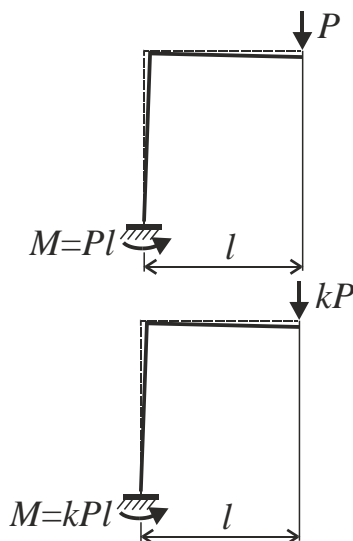


Рис. 1.15

Сравнение результатов расчетов для плоской статически определимой рамы, полученных по недеформированной схеме и с учетом конечных деформаций, представлено на рис. 1.16.

Важной особенностью строительных материалов, таких как сталь и бетон является, наблюдаемая экспериментально, нелинейная зависимость между напряжениями и деформациями при различных уровнях нагружения. На замену закона Гука нелинейными соотношениями, связывающими напряжения и деформации, основана так называемая *физическая* нелинейность. Наиболее распространенные в расчетной практике физически нелинейные модели материала показаны на рис. 1.17.

Расчет по недеформированной схеме



Расчет по деформированной схеме

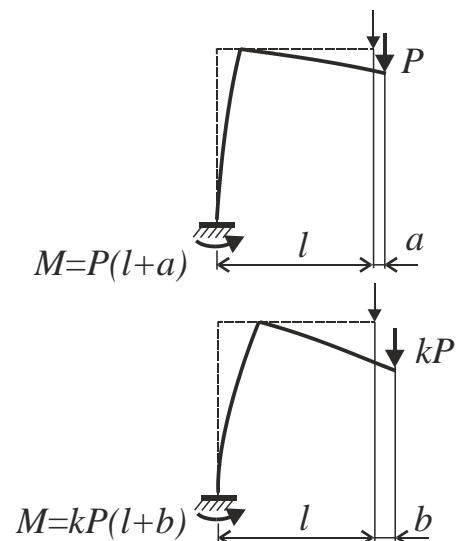
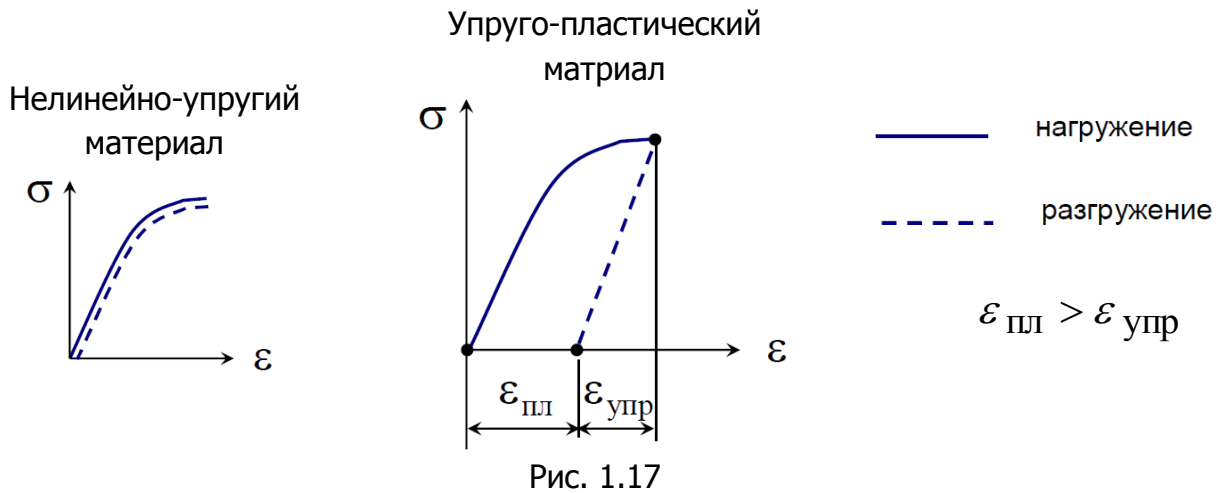


Рис. 1.16



Физическая нелинейность наблюдается также при деформировании грунтовых оснований. На рис. 1.18 приведен график зависимости величины осадки штампа s от прикладываемого давления P . При изменении давления от 0 до некоторой величины P_1 осадка штампа будет близка к линейной (участок Oa). Дальнейшее увеличение давления $P_1 < P_2 < P_3$ приводит к увеличению осадки, и зависимость $s = f(p)$ становится существенно нелинейной (участок ab). При значении $P = P_3$ наблюдается резкое увеличение осадки («вертикальный срыв» кривой осадки), что свидетельствует об исчерпании несущей способности грунта.

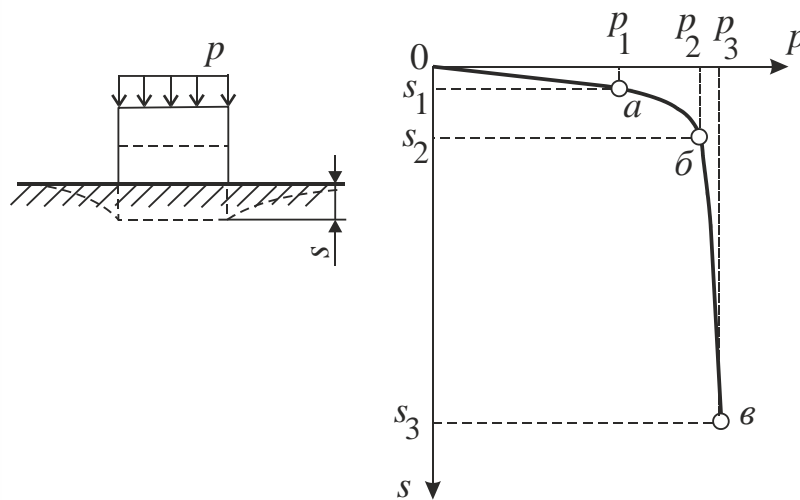


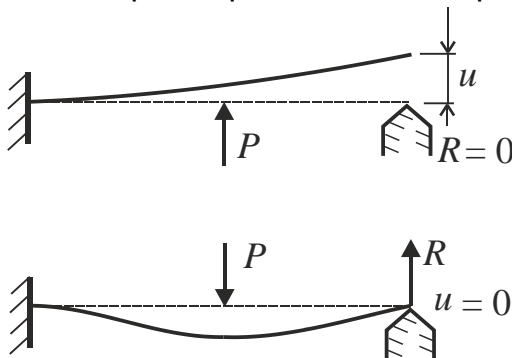
Рис. 1.18

Нелинейность, связанная с возможным изменением в процессе нагружения расчетной схемы, называется *конструктивной* нелинейностью. Примеры конструктивной нелинейности, в которых при достижении определенного прогиба u появляются новые односторонние связи, показаны на рис. 1.19. Подобного рода задачи возникают в строительной практике при монтаже и демонтаже конструкций. В частности, при раскруживании большепролетных железобетонных балочных конструкций и пространственно-арочных сводов, поддерживаемых системой тросовых растяжек. На рис. 1.20 показана

расчетная схема балки с двумя односторонними связями, которые могут поочередно «включаться» и «выключаться» в процессе нагружения. Из этого примера видно, что значения реакций R_A , R_B изменяются в зависимости от величины прикладываемой силы.

Еще с одной разновидностью нелинейностей, приходится сталкиваться при анализе напряженно-деформированного состояния структурно изменяемой в процессе нагружения механической системы. Данный вид нелинейности называется *генетической* нелинейностью. В частном случае понятие генетической нелинейности можно распространить на процесс управления несущей способностью предварительно напрягаемой конструкции. Термин *генетическая* нелинейность взят из теории оптимизации конструкций, в частности он связан с построением генетических алгоритмов, базирующихся на природных принципах эволюции и генетики.

Односторонне работающая опора



Гибкая нить, работающая только на растяжение

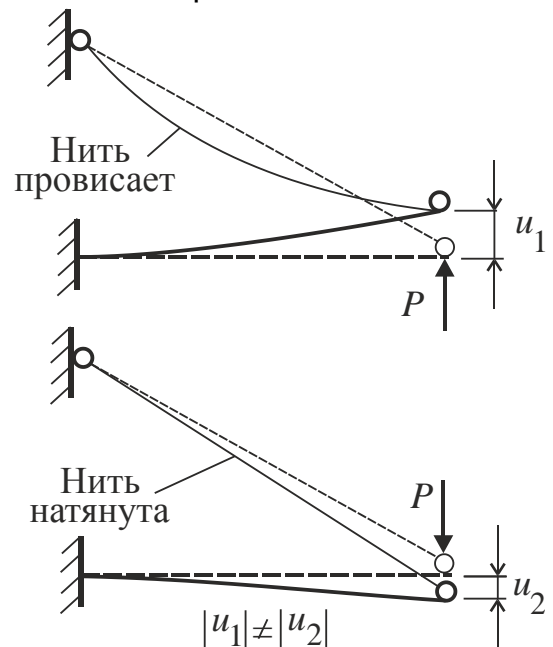


Рис. 1.19

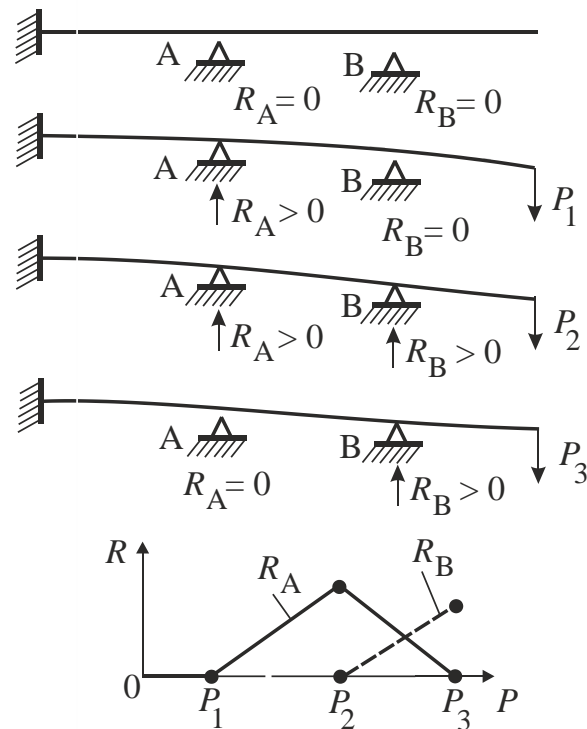


Рис. 1.20

Если нагрузка к сооружению прикладывается в процессе возведения, его напряжённно-деформированное состояние может отличаться от случая, когда нагрузка прикладывается по окончании возведения. Это происходит за счёт изменения расчётной схемы сооружения (её геометрии) при его деформировании в ходе возведения. Если эти изменения нельзя считать несущественными, задача оказывается *генетически* нелинейной.

Пусть нагрузка к балке, изображённой на рис. 1.21, частично прикладывается до установки правой опоры («Задача 1»). В результате положение опоры, подводимой под нагруженную балку, будет иным, нежели в «Задаче 2» (рис. 1.21), где нагрузка прикладывается после установки опоры. Это и вызовет отличие в решениях задач. Например, если снять нагрузку (изменить её в $k=0$ раз), деформации балки и реакции её опор в «Задаче 2» станут нулевыми, а в «Задаче 1» - нет.

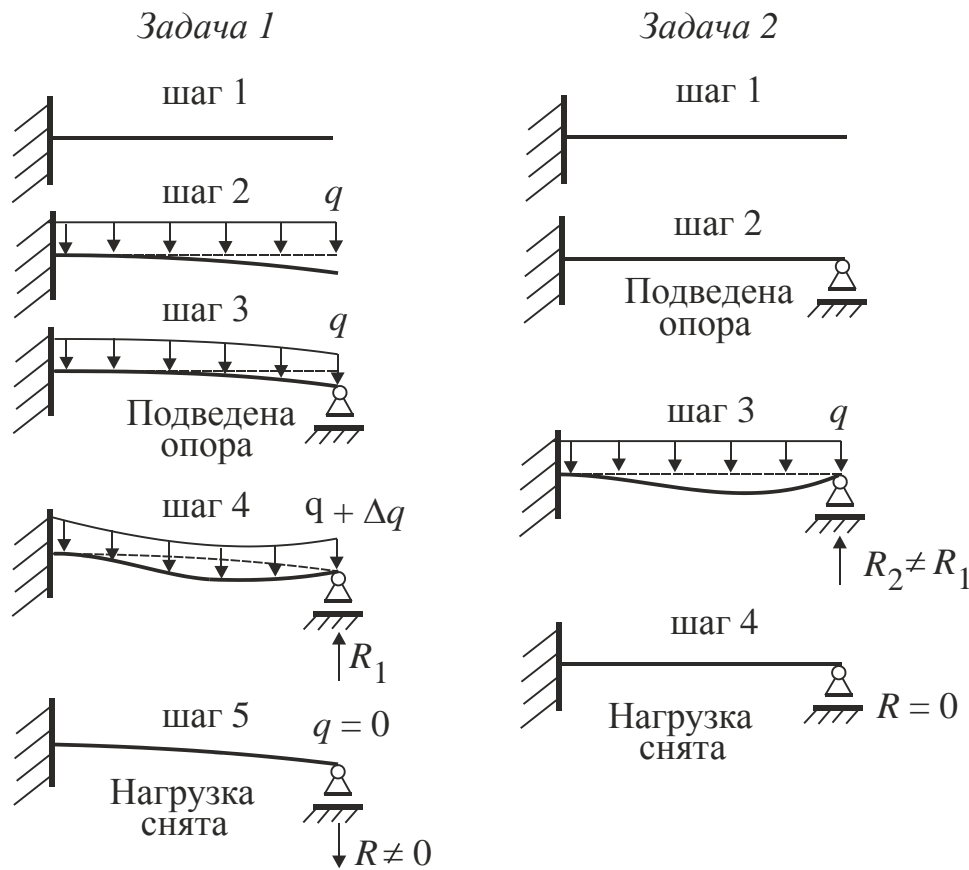


Рис. 1.21

Расчеты реальных строительных конструкций с учетом нелинейного поведения стали возможны лишь в связи с интенсивным развитием вычислительной техники и разработкой проблемно-ориентированных численных методов строительной механики. Современные вычислительные платформы и программное обеспечение позволяют выполнять математическое моделирование при одновременном учете геометрической и физической нелинейностей. Такой подход дает наиболее полную и достоверную информацию о поведении конструкции на любом этапе ее жизненного цикла.

1.4. Идеализация диаграммы деформирования материала

Для понимания физической картины работы строительной конструкции при постепенном (квазистатическом) увеличении нагрузки от нуля вплоть до разрушения рассмотрим классическую диаграмму одноосного центрального (без эксцентриситета) растяжения образца $\sigma = f(\varepsilon)$, выполненного из малоуглеродистой стали (рис. 1.21, а). Характерные участки на этой диаграмме связаны со следующими свойствами материала. Начальный участок, расположенный в диапазоне напряжений от 0 до $\sigma_{\text{пц}}$, соответствует линейно упругому деформированию образца. Напряжение $\sigma_{\text{пц}}$ называют пределом пропорциональности или пределом упругости. На этом участке при растяжении образца выполняется закон Гука и после разгрузки в образце отсутствуют остаточные деформации.

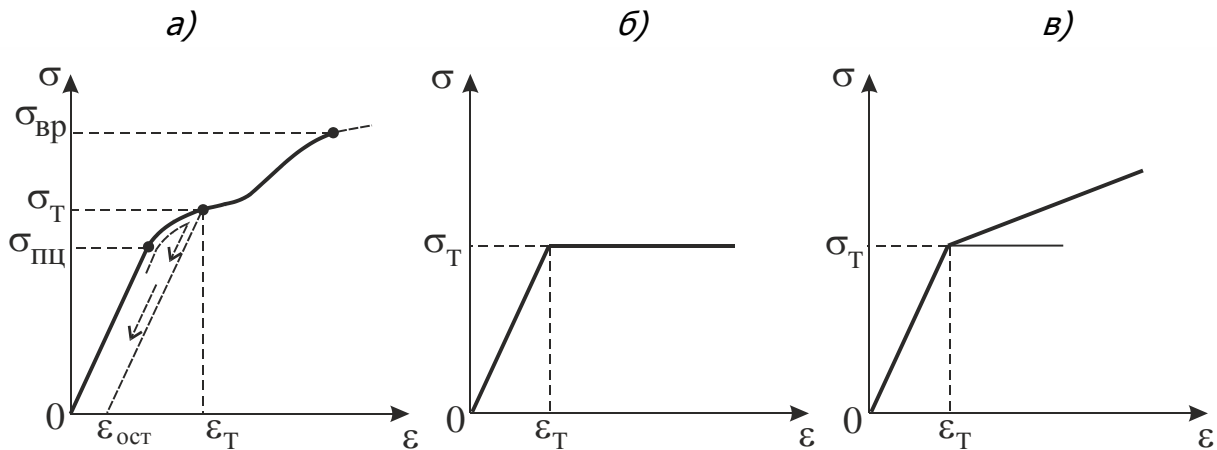


Рис. 1.21

На следующем участке, расположенном в диапазоне напряжений от $\sigma_{ПЦ}$ до σ_T , связь между напряжением σ и деформацией становится нелинейной. Напряжение σ_T называют пределом текучести материала. Значению σ_T соответствует деформация ε_T . Для рассматриваемого материала на соответствующем участке диаграммы $\sigma = f(\varepsilon)$ наблюдается так называемая площадка текучести. При нагружении образца до уровня σ_T и последующей полной разгрузки в нем сохраняется остаточная деформация $\varepsilon_{ост}$.

Завершается процесс испытания образца его разрушением (разрывом) после достижения напряжения $\sigma_{Вр}$, которое называют временным сопротивлением или пределом прочности материала. У образца из малоуглеродистой стали на этом участке деформирования наблюдается появление так называемая «шейки» (локального уменьшения размеров сечения).

Для выполнения расчетов с учетом пластического отклика материала (с учетом физической нелинейности) принято идеализировать диаграмму одноосного испытания, представляя ее графиком линейно ломаной линии. Для упрощения идеализации принято совмещать точку предела текучести σ_T с точкой предела упругости $\sigma_{ПЦ}$.

Рассмотрим наиболее распространенные в инженерной практике схемы идеализации диаграммы $\sigma = f(\varepsilon)$. Наиболее простой с вычислительной точки зрения является модель идеально упругопластического материала (модель Прандтля). Диаграмма состояния материала в данном случае представляет собой билинейный график (рис. 1.21, б). В этом случае имеем:

$$\sigma = E\varepsilon \quad \text{для} \quad \varepsilon < \varepsilon_T; \quad \sigma = \sigma_T \quad \text{для} \quad \varepsilon \geq \varepsilon_T.$$

На рис. 1.21, в приведена диаграмма состояния для упругопластического материала с линейным упрочнением. Данная модель более реалистично описывает работу стальных стержневых конструкций в области пластического деформирования, т. к. учитывает упрочнение материала. Физическая зависимость между напряжениями и деформациями для этой модели имеет вид:

$$\sigma = \begin{cases} E \varepsilon, & \text{для } \varepsilon < \varepsilon_T; \\ \sigma_T + E_k (\varepsilon - \varepsilon_T), & \text{для } \varepsilon \geq \varepsilon_T, \end{cases}$$

где E_k – модуль упругопластической деформации материала (модуль упрочнения). Величина E_k для стали составляет порядка 0,01...0,05 от значения E . Значение ε_T для малоуглеродистой стали не превышает 0,002.

При расчете металлических конструкций на предельную нагрузку, как правило, полагают, что материал одинаково сопротивляется растяжению и сжатию (рис. 1.22).

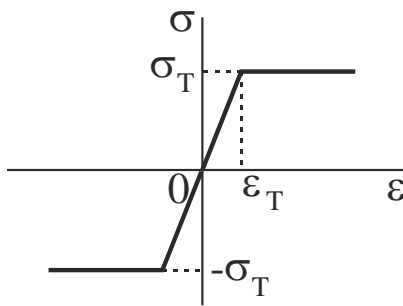


Рис. 1.22

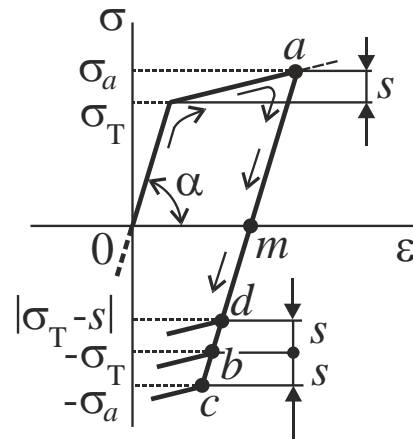


Рис. 1.23

Определенный практический интерес представляет случай знакопеременного нагружения, когда, например, после упругопластического растяжения образца до точки a происходит его полная упругая разгрузка с дальнейшим упругопластическим сжатием (рис. 1.23). Считаем, что линии разгрузки и нагружения на идеализированной диаграмме $\sigma = f(\varepsilon)$ параллельны. При таком сценарии имеет место так называемый эффект Баушингера, суть которого состоит в получении характерной петли пластического гистерезиса, обусловленной сменой знака (реверсом) нагрузки. Рассмотрим три возможных варианта моделирования процесса последующего упругопластического сжатия образца (рис. 1.23).

Полагаем, что величина σ_T на этапе реверсирования нагрузки не зависит от ранее достигнутого значения предела текучести. На диаграмме это отрезок mb .

Считаем, что имеет место изотропное упрочнение материала. На диаграмме этой модели соответствует отрезок mc , равный отрезку ma .

Принимаем, что после реверсирования нагрузки предел текучести равен $|\sigma_T - s|$. Эта модель, описывающая идеальный эффект Баушингера, обладает анизотропным упрочнением. На диаграмме этой модели соответствует отрезок md .

На рис. 1.24 приведена реальная диаграмма деформирования бетона при растяжении-сжатии при непродолжительном действии нагрузки. На этом графике R_b и R_{bt} – соответственно расчетные значения сопротивления бетона осевому сжатию и осевому растяжению. Как видно для бетона характерна явно выраженная нелинейная зависимость между действующим напряжением σ_b и достигнутым уровнем деформации ε_b .

Причем специфической особенностью диаграммы $\sigma_b \sim \varepsilon_b$ является наличие ниспадающих ветвей, как при сжатии, так и при растяжении, что обусловлено образованием трещин в испытуемом образце.

В соответствии с СП 52-101-2003 в качестве расчетных (идеализированных) диаграмм состояния бетона принимают 3-х линейную или 2-х линейную диаграммы, представленные на рис. 1.25 и 1.26. На этих рисунках обозначено: E_b – начальный модуль упругости; $E_{b,red}$ – приведенный модуль деформации бетона; ε_{b1} – предельная деформация бетона при непродолжительном действии нагрузки; ε_{b0} – предельная деформация бетона; ε_{b2} – предельная деформация бетона при продолжительном действии нагрузки.

Для более точного моделирования физической зависимости бетона используют модель пластичности, учитывающую образование и развитие трещин при растяжении, сжатии и срезе. В этом случае диаграмма состояния физически нелинейного материала задается кусочно-ломаной функцией, показанной на рис. 1.27. Как видно на данном графике после достижения материалом предельных напряжений или деформаций дальнейший процесс деформирования описывается с помощью ниспадающих ветвей, имеющих условный физический смысл.

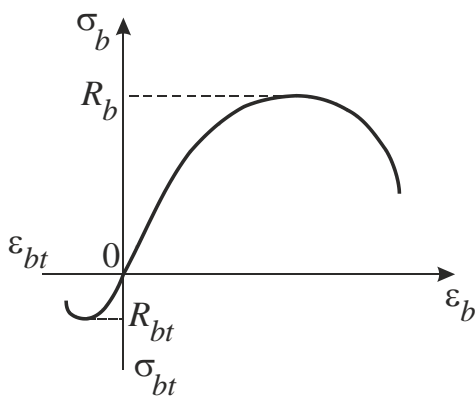


Рис. 1.24

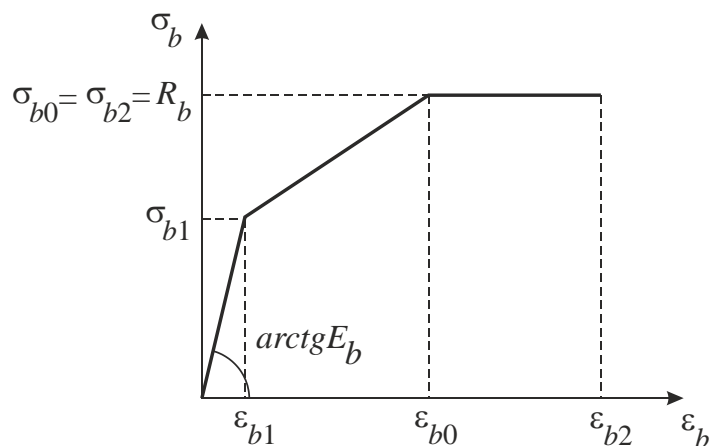


Рис. 1.25

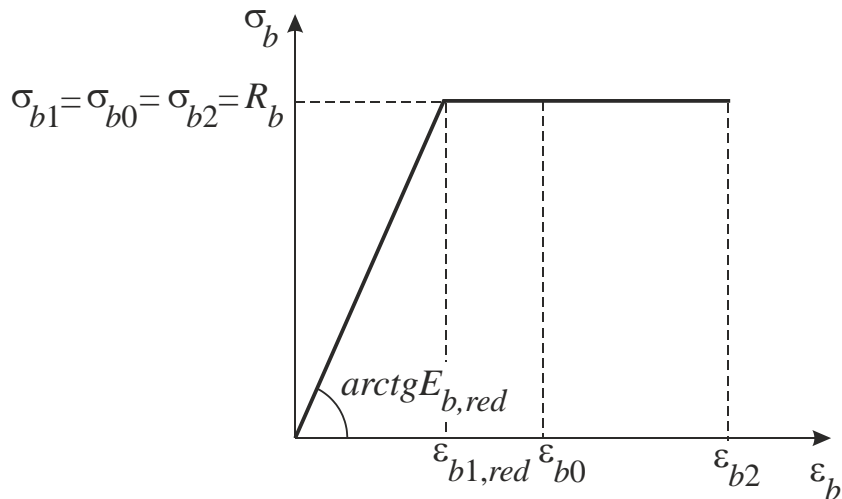


Рис. 1.26

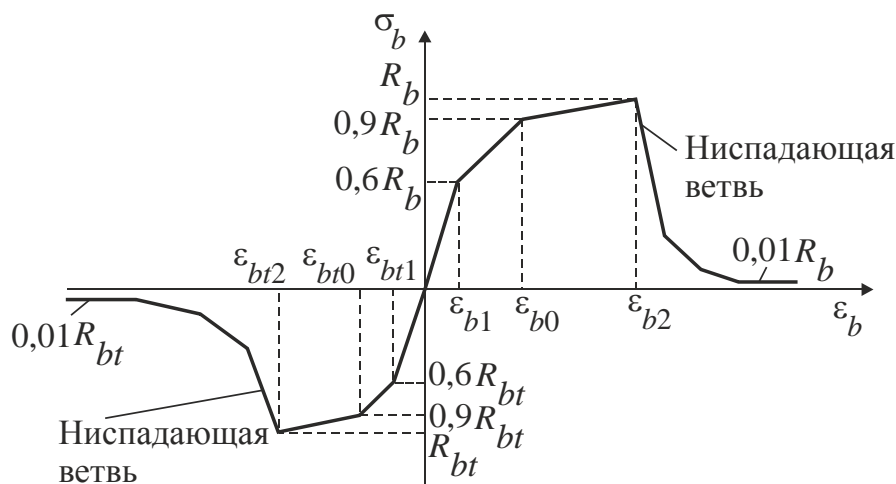


Рис. 1.27

В прикладной теории пластичности вводится понятие «активного» нагружения, под которым понимается процесс внешнего силового воздействия, сопровождаемый непрерывным ростом напряжений и деформаций во всех элементах конструкции. В тех случаях, когда компоненты тензора напряжений изменяются пропорционально одному параметру, имеет место так называемое «простое» нагружение. В инженерной практике для упругопластического расчета в случае «простого» нагружения используют обобщенную диаграмму $\sigma_{и} = f(\varepsilon_{и})$, аналогичную диаграмме одноосного испытания на растяжение-сжатие $\sigma = f(\varepsilon)$. При этом ось σ заменяют осью интенсивности напряжений $\sigma_{и}$, а ось ε – осью интенсивности деформаций $\varepsilon_{и}$ (рис. 1.28). На рис. 1.28 введены обозначения: E_0 – начальный модуль упругости; E_c – секущий модуль упругости.

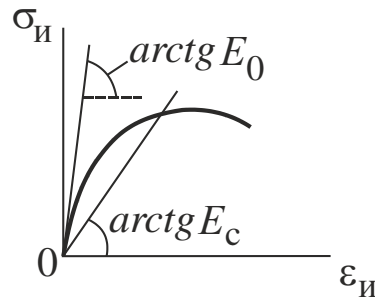


Рис. 1.28

Нелинейную зависимость между напряжениями и деформациями представим в матричной форме:

$$\{ \sigma \} = [E(\varepsilon_{и})] \{ \varepsilon \},$$

где $\{ \sigma \}$, $\{ \varepsilon \}$ – векторы-столбцы напряжений и деформаций; $[E(\varepsilon_{и})]$ – матрица переменных модулей упругости, имеющая структуру аналогичную принятой в теории упругости.

1.5. Реализация метода конечных элементов с учетом физической нелинейности материала

При конечно-элементном решении задач строительной механики в физически нелинейной постановке используют итерационные методы, в которых каждый последующий шаг базируется на результатах предыдущего шага расчета. Важнейшим показателем нелинейного решателя (программы расчета) является скорость сходимости численного решения. Отметим, что в отличие от линейно упругого расчета решение задач с учетом упругопластического деформирования материала требует от расчетчика наличия определенного опыта. Так в процессе ступенчатого увеличения нагрузки, начиная с некоторого шага, может произойти резкое увеличение зоны пластичности, что приведет к вертикальному «срыву» решения, например, резкому увеличению прогиба или осадки. При таком развитии итерационного процесса продолжение наращивания вектора узловой нагрузки вызовет закливание нелинейного решателя, что обусловлено вырождением глобальной матрицы жесткости.

Рассмотрим вычислительные особенности некоторых итерационных методов решения упругопластических задач, в основе которых лежит процедура изменения компонент глобальной матрицы жесткости. Наибольшее распространение при разработке учебных и исследовательских программ получил метод переменных параметров упругости (МППУ), что объясняется простотой и наглядностью его алгоритма. Суть МППУ состоит в замене в выражении для матрицы жесткости КЭ матрицы модулей упругости $[E]$ матрицей переменных модулей упругости $[E(\varepsilon_{и})]$. Решение физической нелинейной задачи ищем методом последовательных приближений.

В первом приближении находим решение линейно упругой задачи и вычисляем вектор глобальных узловых перемещений $\{W\}_{(1)}$. Далее для каждого КЭ по найденным узловым перемещениям определяем значения интенсивности деформаций. Если используется идеализированная билинейная диаграмма $\sigma_{и} = f(\varepsilon_{и})$ (рис. 1.29), то секущий модуль деформации вычисляем по формуле:

$$E_c = \begin{cases} E_0 & \text{при } \varepsilon_{и} \leq \varepsilon_T; \\ E_k + (E_0 - E_k) \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_{и}} & \text{при } \varepsilon_{и} > \varepsilon_T. \end{cases}$$

Здесь E_k – модуль упрочнения ($E_k \ll E_0$).

Параметры билинейной модели E_0, E_k, ε_T задаем как исходные данные.

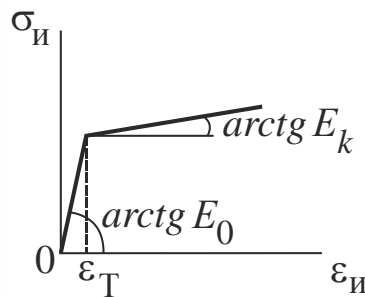


Рис. 1.29

Во втором приближении заново вычисляем элементные матрицы жесткости. Причем в тех КЭ, в которых материал перешел в область пластических деформаций используем значения соответствующих секущих модулей E_c . Таким образом, в случае пластического отклика материала конструкция становится физически неоднородной.

Сформировав и решив новую систему уравнений, находим вектор $\{W\}_{(2)}$.

И далее процесс последовательных приближений повторяется.

В качестве критерия сходимости итерационного процесса МППУ удобно принять условие

$$\begin{aligned} & \|\{W\}_{(k-1)} - \{W\}_{(k)}\| = \\ & = \sqrt{(\{W\}_{(k-1)} - \{W\}_{(k)})^T \cdot (\{W\}_{(k-1)} - \{W\}_{(k)})} \leq \delta, \end{aligned}$$

где k – номер итерации; $\|\{W\}_{(k-1)} - \{W\}_{(k)}\|$ – квадратичная норма невязки векторов узловых перемещений на двух смежных итерациях, δ – положительное малое число, используемое в качестве критерия окончания итерационного процесса (обычно

при вычислениях с удвоенной точностью принимают $\delta = 10^{-8}$). Данную проверку выполняем, начиная со второй итерации.

Для графической иллюстрации итерационного процесса МППУ на рис. 1.30 показано решение простейшей задачи о растяжении прямолинейного стержня постоянной силой P_c , вызывающей пластическую деформацию. Величины секущих модулей для материала стержня на итерациях $k = 1, 2, 3, \dots$ соответственно равны:

$$E_0 = \operatorname{tg} \alpha; E_{c1}(\varepsilon_{и1}) = \operatorname{tg} \alpha_1; E_{c2}(\varepsilon_{и2}) = \operatorname{tg} \alpha_2, \dots$$

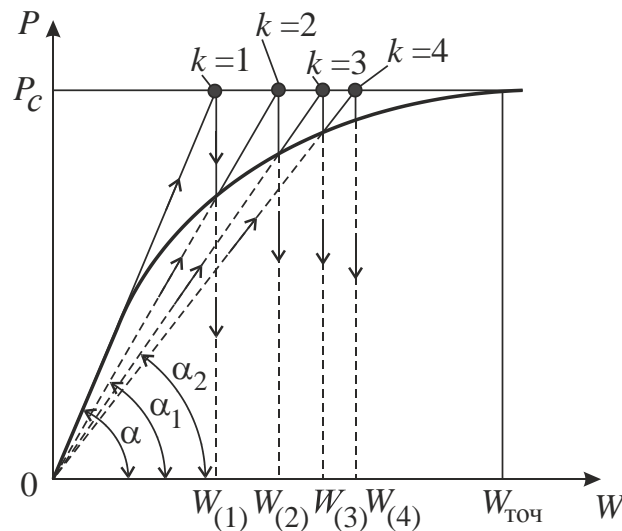


Рис. 1.30

Решению задачи соответствует пересечение линии $P_c = \text{const}$ и кривой деформирования. Значение искомого перемещения $W_{\text{точ}}$ с заданной точностью может быть получено за некоторое число итераций $k = 1, 2, \dots, n_{\text{max}}$. В общем случае максимальное число итераций n_{max} назначают на основании данных вычислительных экспериментов.

Сходимость МППУ не имеет строго математического доказательства. Однако данное обстоятельство не столь важно при решении инженерных задач, при решении которых главным является алгоритмичность и удобство программирования.

Еще одним итерационным методом решения физически нелинейных задач является метод Ньютона-Рафсона (МНР), суть которого состоит в последовательном вычислении дополнительных узловых перемещений КЭ, вызванных невязкой сил. В отличие от МППУ МНР, как правило, применяют в сочетании с шаговой процедурой процесса нагружения. При этом на каждой ступени нагружения выполняется итерационное уточнение решения с учетом нелинейной деформации материала. Графически такой подход

(для трех шагов нагружения) представлен на рис. 1.31, где численное решение показано в виде ступенчатой пилообразной линии. Шаг приращения по нагрузке обычно принимают равномерный.

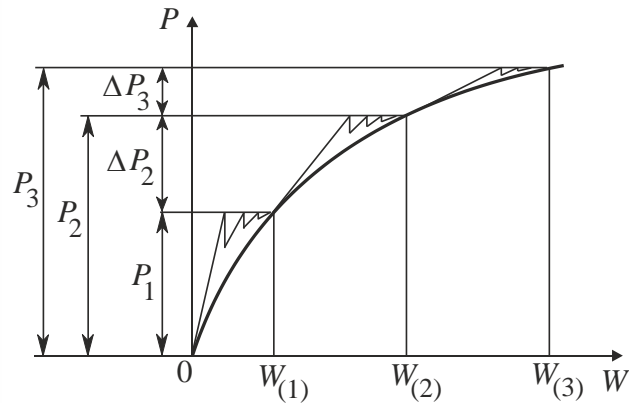


Рис. 1.31

Рассмотрим итерационный алгоритм МКЭ на примере первого шага нагружения (рис. 1.32). Для упрощения на рис. 1.30 и 1.31 фигурные и квадратные скобки в обозначениях векторов $\{W\}_{(k)}$, $\{P\}_{(k)}$, $\{P^*\}_{(k)}$ и матриц $[K]_{(k)}$ опущены.

Вычислительный процесс МНР на первом шаге нагружения организуем следующим образом (рис. 1.32).

1. С помощью уравнения равновесия вычисляем начальный вектор узловых перемещений, соответствующий линейно упругому решению задачи,

$$\{W_0^*\} = [K]_{(0)}^{-1} \{P\}_{(1)}$$

где $[K]_{(0)}$, $\{P\}_{(1)}$ – матрица жесткости и соответствующий вектор-столбец узловых сил на первом шаге нагружения.

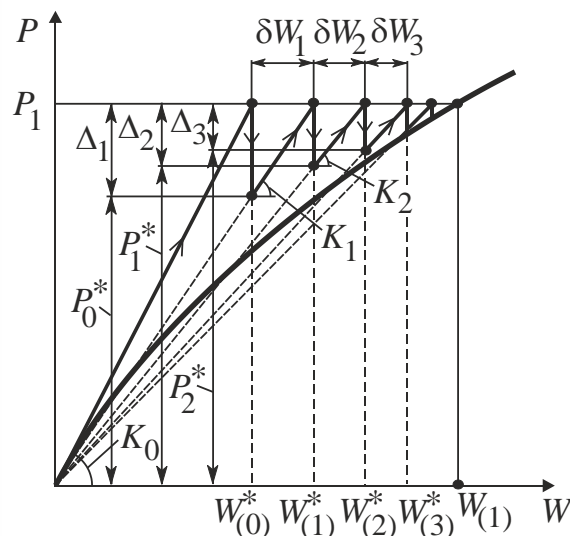


Рис. 1.32

2. Начало итерационного цикла $k = 1, 2, \dots, n_{max}$, где k – номер итерации, n_{max} – максимальное число итераций, задаваемое расчетчиком. По найденным значениям $\{W^*\}_{(k-1)}$ для каждого КЭ определяем значения узловых перемещений.

3. Формируем текущую матрицу жесткости $[K_k(\{W^*\}_{(k-1)})]$, относящуюся к текущей итерации. В принятом обозначении вектор $\{W^*\}_{(k-1)}$, заключенный в круглые скобки, указывает на то, что элементы текущей матрицы жесткости при пластическом отклике материала зависят от узловых перемещений.

4. Вычисляем узловые реакции $\{P^*\}_{(k-1)}$, соответствующие вектору узловых перемещений $\{W^*\}_{(k-1)}$:

$$\{P^*\}_{(k-1)} = [K_i(\{W^*\}_{(k-1)})] \{W^*\}_{(k-1)}.$$

5. Определяем вектор невязки узловых реакций:

$$\{\Delta\}_{(k)} = \{P\}_1 - \{W^*\}_{(k-1)}.$$

6. Находим вектор дополнительных узловых перемещений $\{\delta W\}_k$, обусловленных вектором невязки $\{\Delta\}_{(k)}$:

$$\{\delta W\}_{(k)} = [K_k(\{W^*\}_{(k-1)})]^{-1} \{\Delta\}_{(k)}.$$

7. Осуществляем корректировку вектора узловых перемещений:

$$\{W^*\}_{(k)} = \{W^*\}_{(k-1)} + \{\delta W\}_{(k)}.$$

8. Начиная с $k = 2$, выполняем оценку сходимости итерационной процедуры с помощью условия

$$\|\{\delta W\}_{(k)} - \{\delta W\}_{(k-1)}\| < \delta, \quad (1.3)$$

где $\|\{\delta W\}_{(k)} - \{\delta W\}_{(k-1)}\|$ – квадратичная норма вектора разности дополнительных узловых перемещений на смежных итерациях; δ – малое положительное число, используемое в качестве оценки точности решения на текущей итерации.

Этапы $2 \div 8$ повторяются до тех пор, пока не выполнится условие (1.3) или количество итераций не превысит n_{max} . Графически минимизация невязки сил представляет собой некоторую траекторию в виде пилообразной линии, приближающуюся к искомой точке решения (рис. 1.32).

Старт второго шага нагружения начинаем с решения системы уравнений:

$$[K(\{W\}_1)]\{W^*\}_{(0)} = \{P\}_2,$$

где $\{W\}_1$ – вектор узловых перемещений, сформированный на первом шаге нагружения; $\{P\}_2 = \{P\}_1 + \{\Delta P\}_2$ – вектор узловых сил, соответствующий второму шагу нагружения (рис. 3.19).

На этапе 3 второго шага нагружения при организации итерационного процесса текущую матрицу жесткости $[K]_{(k)}$ формируем с учетом узловых перемещений, полученных на первом шаге нагружения

$$[K]_{(k)} = [K(\{W\}_1 + \{W^*\}_{(k+1)})].$$

На этапе 7 второго шага нагружения корректировку вектора узловых перемещений выполняем по формуле

По аналогии с комментариями для второго шага нагружения выполняем вычисления на последующих шагах, используя векторы нагрузки

$$\{P\}_3 = \{P\}_2 + \{\Delta P\}_3, \{P\}_4 = \{P\}_3 + \{\Delta P\}_4 \text{ и т. д.}$$

В заключение отметим, что использование шаговой процедуры нагружения позволяет проследить всю историю изменения напряженно-деформированного состояния конструкции в процессе изменения внешнего воздействия с учетом физической нелинейности материала.

2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЛЕКСА ANSYS ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ

2.1. Анализ закритического деформирования цилиндрической панели под действием сосредоточенной силы

Для цилиндрической панели, показанной на рис. 2.1, требуется выполнить конечно-элементный анализ закритического деформирования. Размеры панели: $R = 2540$ мм; $l = 254$ мм; $h = 6,35$ мм и $h = 12,7$ мм; $\theta = 0,1$ рад. Механические константы материала: модуль упругости $E = 3102,75$ МПа; коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$. В силу симметрии геометрии и нагружения в качестве расчетной схемы рассмотрим $1/4$ часть панели, задав условия симметрии на соответствующих сторонах (рис. 2.2). Фрагмент панели моделируем пластинчатыми 4-х узловыми конечными элементами типа SHELL63, имеющими в глобальных осях X, Y, Z шесть степеней свободы в узле (три линейных перемещения u, v, w и три угла поворота $\theta_x, \theta_y, \theta_z$).

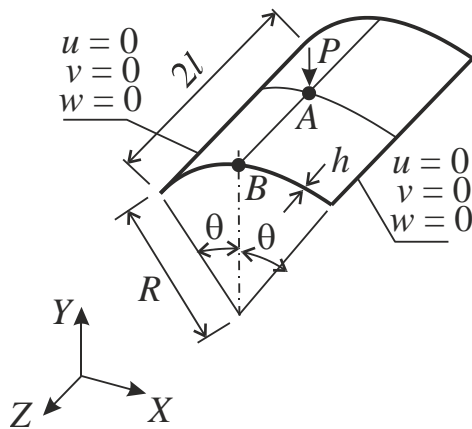


Рис. 2.1

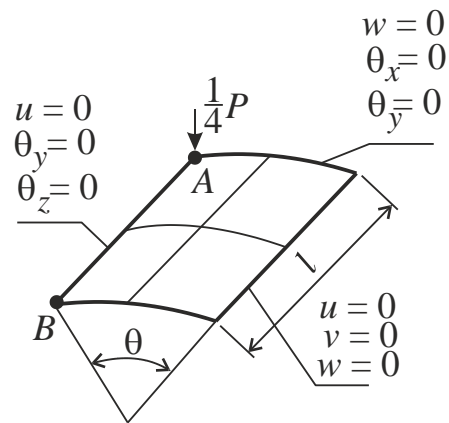


Рис. 2.2

Конечно-элементное моделирование закритического деформирования панели выполняем с использованием адаптивной шаговой процедуры нагружения в сочетании с методом «корректирующих дуг». Суть этого метода, базирующегося на итерационной процедуре Ньютона-Рафсона, состоит в корректировке величины шага нагружения при приближении и после прохождения точки бифуркации («прощелкивания» панели). Геометрическая интерпретация метода «корректирующих дуг» r_1, r_2, r_3, \dots в виде графика $P \sim w$ (сила \sim перемещение) показана на рис. 2.3.

На рис. 2.4 показано, что схема метода «корректирующих дуг» обеспечивает сходимость равновесных итераций процедуры Ньютона-Рафсона путем определения векторов \vec{n}_i ортогональных радиусу r_k пересекающего кривую $P \sim w$. Каждый отрезок $\vec{n}_i, i = 1, 2, \dots, l$ на дуге радиуса r_k представляет собой решение системы:

$$[K_i]^{(k)} \{ \Delta w_i \} = \lambda_i \{ P \}_k,$$

где $[K_i]$ – глобальная матрица жесткости, соответствующая i -му шагу решения; $\{\Delta w_i\}$ – вектор-столбец приращений узловых перемещений; λ_i – параметр нагружения; $\{P\}_k$ – вектор-столбец узловых сил, соответствующий k -му шагу нагружения. При переходе к следующему $(k+1)$ -му шагу нагружения автоматически осуществляется пересчет геометрии исследуемой конструкции. Кроме этого, в конце каждого шага нагружения вычисляется новое значение шага нагружения с учетом числа равновесных итераций l предшествующего шага. При увеличении значения числа итераций шаг уменьшается.

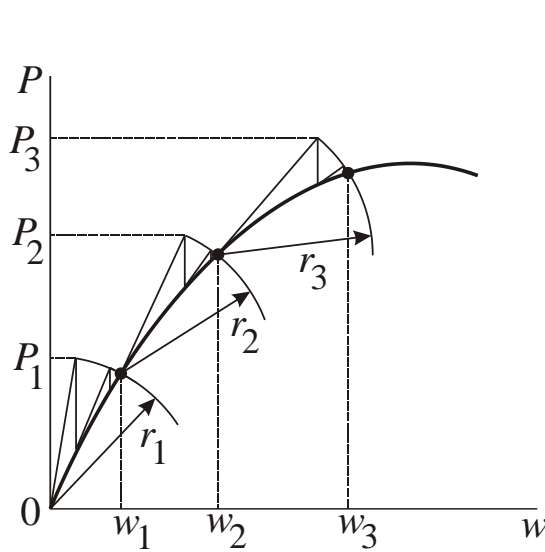


Рис. 2.3

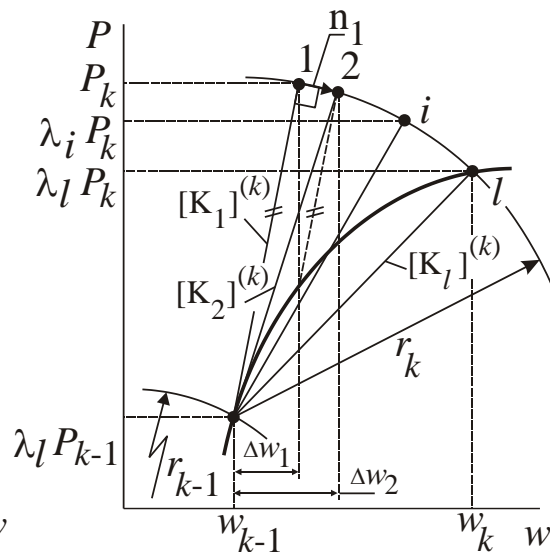


Рис. 2.4

Конечно-элементное моделирование закритического деформирования цилиндрической панели под действием сосредоточенной силы (рис. 2.1) реализуем с помощью следующего макроса. В рассматриваемом варианте расчета на $1/4$ часть панели толщиной $h=6,35$ мм наносим равномерную сетку с шагом 2×2 элемента (отражено в макросе).

```

FINISH
/CLEAR,NOSTART ! очистка данных
!-----
!Анализ закритического деформирования цилиндрической панели
!под действием сосредоточенной силы.
!Используется шаговая процедура МКЭ в сочетании
!с методом корректирующих дуг
!-----
/PREP7 ! Вход в препроцессор
!Исходные данные
R1 = 2.540 ! радиус панели, м
L = 0.254 ! длина образующей, м
h=0.006350 ! толщина оболочки, м
E=3102.75e06 ! модуль упругости материала, Н/м^2

```



```
nu=0.3 ! коэффициент Пуассона
FOS=250 ! значение сосредоточенной силы, Н
ne=2 ! шаг регулярной конечно-элементной сетки по сторонам панели
step=30 ! число шагов нагружения
!Параметры метода корректирующих дуг:
KMAX=4 ! максимальный множитель радиуса нагружения, определяет
величину
! максимального усилия равного KMAX*FOS;
KMIN=1/1000 ! минимальный множитель радиуса нагружения, опреде-
ляет
! величину минимального усилия равного KMIN*FOS
!-----
!Выбор КЭ №1. SHELL 63 - 3D пластина с 6-ю степенями свободы в
узле
ET,1,SHELL63,,1
!Ввод атрибутов КЭ shell63
R,1,h ! толщина
MP,EX,1,E ! модуль упругости
MP,NUXY,1,nu ! коэффициент Пуассона
!-----
!Построение геометрической модели для 1/4 части оболочки
K,1,0,0,0 ! центр окружности
K,2,0,2.540,0 ! точка на дуге №1
K,3,0.2536,2.527,0 ! точка на дуге №2 (координаты определены в
SolidWorks)
LARC,2,3,1,R1 ! построение дуги, соединяющей точки №1 и №2
!Копирование точки №2 на расстояние L/2 в направлении -Z
KGEN,2,2, , , , -L/2, , 0
L,2,4 ! соединяем точки №2 и №4 линией
!Построение поверхности путем вытягивание линии №1 вдоль линии
№2
ADDRAG,1, , , , , , 2
!Удаление лишних точек и линий
NUMMRG,KP,0.001, , , LOW
NUMCMP,ALL
APLOT ! отрисовка поверхности
!-----
!Построение конечно-элементной модели для 1/4 части панели
!Присвоение атрибутов КЭ №1 поверхности
LATT,1,1,1,0 ! материал №1; константы real 1
LESIZE,ALL, , , ne ! разбиение линии L1 на ne КЭ
AMESH,1 ! построение сетки конечных элементов на поверхности
!-----
!Связи, накладываемые на узлы 1/4 части панели
LSEL,S, , , 2 ! селектирование линии №2
NSLL,S ! селектирование узлов, расположенных на линии №2
NPLOT ! визуализация выделенных узлов
*GET,NUZ,NODE, , COUNT ! Определения числа выделенных узлов NUZ на
линии №2
IA=0 ! начальный флажок
*DO,I,1,NUZ ! Цикл по выделенным узлам
IR=NDNEXT(IA) ! определение номера узла IR
D,IR, , , , , UX, , , , ROTY,ROTZ ! наложение связей на i-й узел
```

```

IA=IR ! смена флажка
*ENDDO ! Конец цикла I
LSEL,S, , , 3 ! селектирование линии №3
NSLL,S ! селектирование узлов, расположенных на линии №3
NPLOT ! визуализация выделенных узлов
*GET,NUZ,NODE, , COUNT ! Определения числа выделенных узлов NUZ на
линии №3
IA=0 ! начальный флажок
*DO,I,1,NUZ ! Цикл по выделенным узлам
IR=NDNEXT(IA) ! определение номера узла IR
D,IR, , , , , , ,UZ,ROTX,ROTY ! наложение связей на i-й узел
IA=IR ! смена флажка
*ENDDO ! Конец цикла I
LSEL,S, , , 4 ! селектирование линии №4
NSLL,S ! селектирование узлов, расположенных на линии №4
NPLOT ! визуализация выделенных узлов
*GET,NUZ,NODE, , COUNT ! Определения числа выделенных узлов NUZ на
линии №4
IA=0 ! начальный флажок
*DO,I,1,NUZ ! Цикл по выделенным узлам
IR=NDNEXT(IA) ! определение номера узла IR
D,IR, , , , , , ,UX,UY,UZ ! наложение связей на i-й узел
IA=IR ! смена флажка
*ENDDO ! Конец цикла I
ALLSEL,ALL ! Выделить все объекты
APLOT ! Визуализация расчетной модели
!Связи, накладываемые на ключевые точки панели
DK,2, , , , , ,UX, , , ,ROTY,ROTZ ! точка №2
DK,4, , , , , , ,UX, ,UZ,ROTX,ROTY,ROTZ ! точка №4
DK,5, , , , , , ,UX,UY,UZ,ROTX,ROTY ! точка №5
DK,3, , , , , , ,UX,UY,UZ ! точка №3
!-----
!Определение номеров Исследуемых узлов
NA=NODE(0,2.540,-L/2) ! узел NA совпадает с точкой приложения
силы
NB=NODE(0,2.540,0) ! узел NB расположен в центре свободной кромки
панели
FINISH ! Выход из препроцессора
!-----
/SOLU ! Вход в решатель
ANTYPE,0 ! Статический расчет
NLGEOM,1 ! Учет больших перемещений
OUTPR,BASIC,ALL, ! Вывод результатов на каждом шаге
OUTRES,ALL,ALL, ! Контроль решения на каждом шаге
FK,4,FY,-FOS ! Приложение сосредоточенной силы FOS в точке №4
NSUBST,step ! ввод шагов нагружения
!Подключение процедуры ARCLLEN, реализующей метод корректирующих
дуг
ARCLLEN,ON,KMAX,KMIN
!
SOLVE ! запуск нелинейного решателя
FINISH ! Выход из решателя
!-----

```



```
/POST1 ! Вход в постпроцессор
*GET,setf,ACTIVE,,SET,NSET ! фактическое число шагов нагружения
setf
!Описание одномерных рабочих массивов FOSI(step), UYA(step),
UYB(step)
*DIM,FOSI,ARRAY,setf ! описание массива FOSI(setf)
*DIM,UYA,ARRAY,setf ! описание массива UYA(setf)
*DIM,UYB,ARRAY,setf ! описание массива UYB(setf)
*do,i,1,setf,1 ! цикл по шагам нагружения
SET,,,,,i ! чтение результатов на i-ом шаге
UYA(i)=UY(NA) ! формирование массива UYA(setf) перемещений в узле
NA
UYB(i)=UY(NB) ! формирование массива UYB(setf) перемещений в узле
NB
! Формирование массива FOSI(setf) "истории" нагружения
*GET,ti,ACTIVE,i,SET,TIME ! присвоение переменной ti значения
TIME на i-ом шаге
FOSI(i)=KMAX*FOS*ti ! перевод величины ti в значение силы на i-
ом шаге
*enddo
!-----
! Запись массива uya(step) в файл non_uya для визуализации в
MATLAB
*CREATE,ansuitmp
*CFOPEN,non_uya,txt,D:\ANSYS_BOX\MY_JOB\File_box
*VWRITE,uya(1)
(e12.6)
*CFCLOSE
*END
/INPUT,ansuitmp
!
! Запись массива uyb(step) в файл non_uyb для визуализации в
MATLAB
*CREATE,ansuitmp
*CFOPEN,non_uyb,txt,D:\ANSYS_BOX\MY_JOB\File_box
*VWRITE,uyb(1)
(e12.6)
*CFCLOSE
*END
/INPUT,ansuitmp
!
! Запись массива fosi(step) в файл non_fosi для визуализации в
MATLAB
*CREATE,ansuitmp
*CFOPEN,non_fosi,txt,D:\ANSYS_BOX\MY_JOB\File_box
*VWRITE,fosi(1)
(e12.6)
*CFCLOSE
*END
/INPUT,ansuitmp
!-----
```

Процесс работы нелинейного решателя, базирующегося на процедуре Ньютона-Рафсона, отображается на экране в виде графика «Absolute Convergence Norm ~ Cumulative Iteration Number» (рис. 2.5). Здесь вдоль оси абсцисс откладывается общее число итераций на каждом шаге «Time» нагружения, по оси ординат соответствующие нормы невязки усилий «F» и моментов «M». Параметр «Time» на каждом шаге нагружения изменяется в диапазоне от 0 до 1. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока значения «F»-«L2» меньше величин «F»-«CRIT». Пересечение пика пилообразной линии «F»-«L2» и кривой «F»-«CRIT» свидетельствует о том, что в данном примере итерационный процесс «сошелся» с заданной точностью.

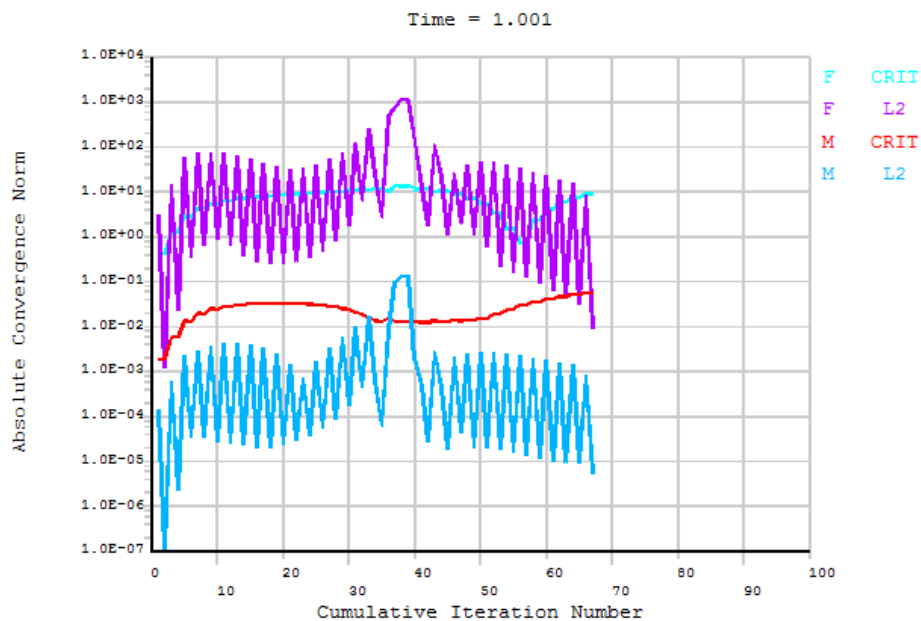


Рис. 2.5

Для визуализации результатов в виде графиков $P \sim v$ (сила ~ перемещение) используем дескрипторную графику компьютерной математики системы MATLAB. Ниже приведен листинг программы построения данных графиков по данным, полученным в ANSYSe.

```

clc % очистка экрана
% Ввод данных, полученных в ANSYSe
fosi0=fopen('D:\ANSYS_BOX\MY_JOB\File_box\non_fosi.txt','rt');
uya0=fopen('D:\ANSYS_BOX\MY_JOB\File_box\non_uya.txt','rt');
uyb0=fopen('D:\ANSYS_BOX\MY_JOB\File_box\non_uyb.txt','rt');
%Формирование массивов данных
[x0]=fscanf(fosi0,'%e');
[y1]=fscanf(uya0,'%e');
[y2]=fscanf(uyb0,'%e');
%Построение графиков
graf0=plot(y1,x0,'k')
set(graf0,'LineWidth',2)
hold on;
graf1=plot(y2,x0,'r')
set(graf1,'LineWidth',2)

```

Результаты конечно-элементного моделирования в виде графиков $P \sim v$ для сеток 2x2 и 4x4 представлены на рис. 2.6. На этих графиках сплошная линия соответствует деформации панели в точке «А»; штриховая – точке «В» (рис. 2.1). Как видно из рис. 2.6 рассматриваемая цилиндрическая панель после достижения точки бифуркации («прощелкивания») при дальнейшем росте сосредоточенной силы переходит в новое устойчивое состояние. Следует отметить, что при использовании сетки 4x4 образуется зона, где наблюдается одновременное уменьшение нагрузки и прогиба.

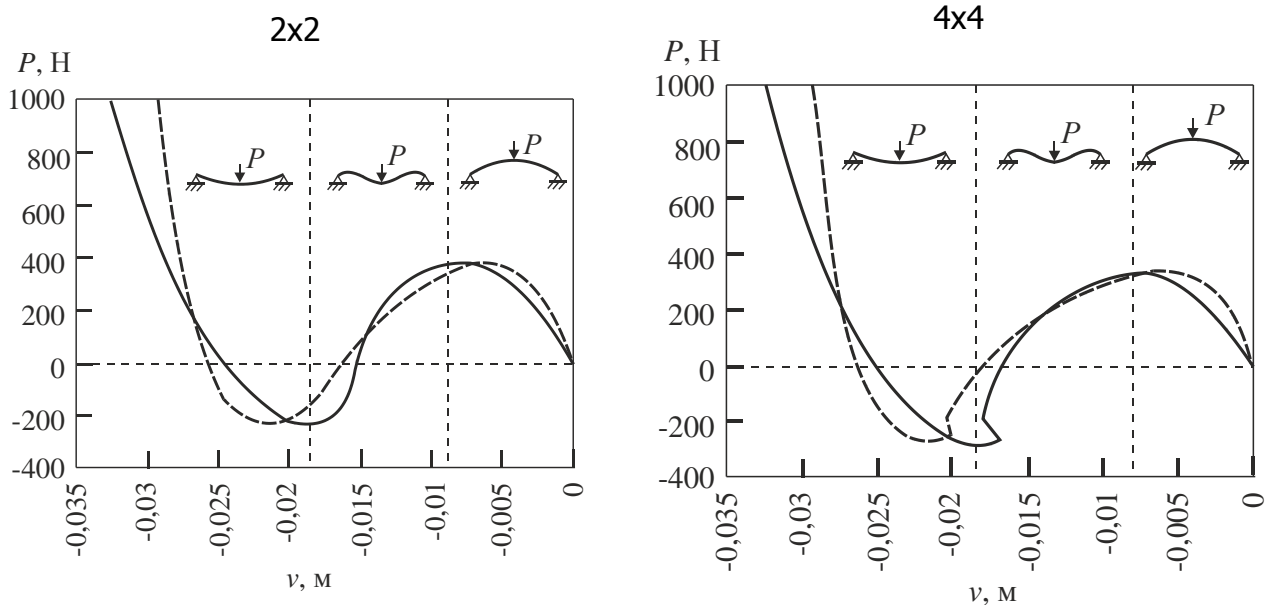


Рис. 2.6

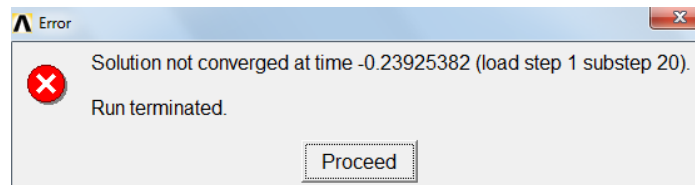


Рис. 2.7

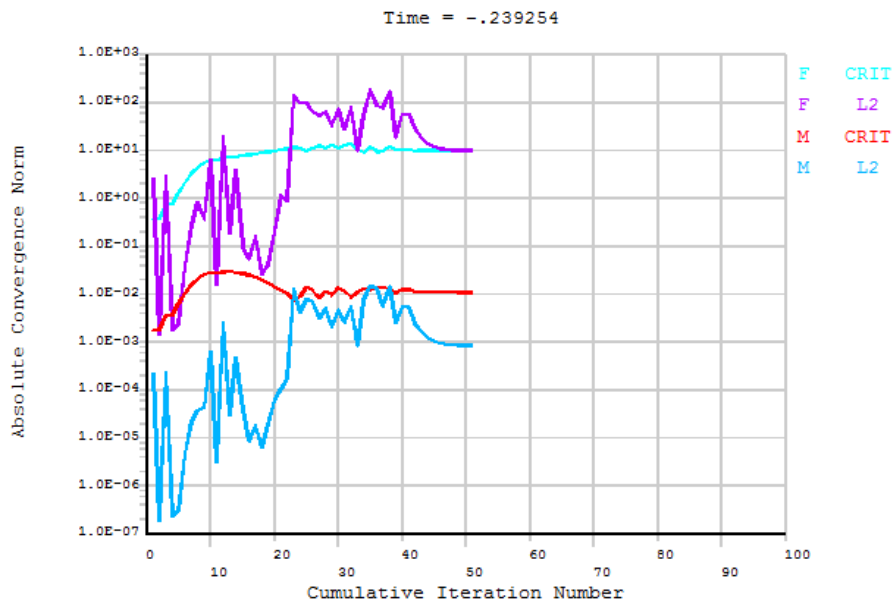


Рис. 2.8

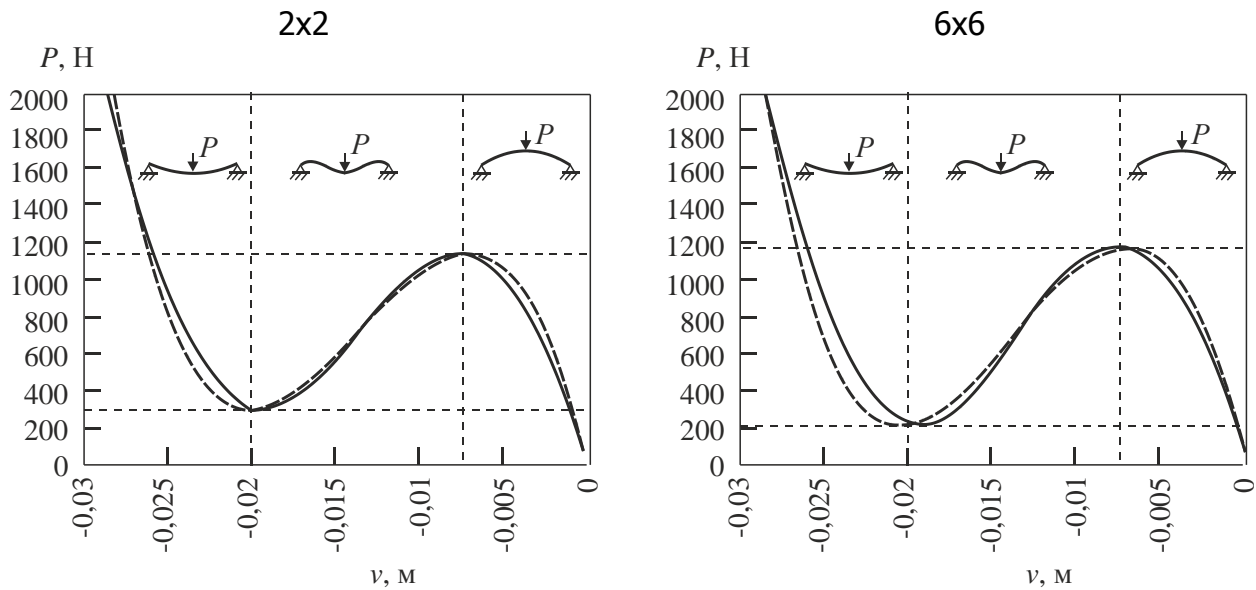


Рис. 2.9

в ходе дальнейшего анализа было установлено, что при разбиении рассматриваемой панели толщиной $h = 6,35$ мм сеткой 6x6 элементов происходит системное прерывание работы решателя (рис. 2.7, 2.8). Как видно из рис. 2.8 итерационный процесс прервался на шаге нагружения $\text{Time} = 239254$. При этом характер линии «F»-«L2» изменился с пилообразного на прямолинейный, квазипараллельный оси абсцисс.

На рис. 2.9 представлены результаты конечно-элементного анализа для цилиндрической панели с толщиной стенки $h = 12,7$ мм. В вычислительном эксперименте использовались сетки 2x2 и 6x6 элементов. При реализации данного варианта расчета значение сосредоточенной силы увеличено в два раза:

$$FOS=500 \text{ ! значение сосредоточенной силы, Н}$$

Сравнивая два варианта расчета (рис. 2.9) устанавливаем, что при трехкратном увеличении шага сетки «верхнее» критическое значение нагрузки практически не изменяется, а «нижнее» значение – уменьшается почти на 100 Н.

Отметим, что для панели с $h = 6,35$ м при шаге сетки 6x6 имело место аварийное завершение итерационного процесса.

2.2. Расчет плоских стержневых систем с учетом изменения геометрии расчетной схемы в процессе последовательного нагружения

Выполним расчет статически определимой весомой балки, расчетная схема которой приведена на рис. 2.10, для значений пролета l равного 1 м, 2 м, 3 м. Для анализа продольно-поперечного изгиба балки используем две расчетные модели: модель, базирующуюся на недеформированной схеме балки, и модель, учитывающей изменение геометрии балки при нагружении. Балка имеет постоянное по длине поперечное сечение в форме квадрата с ребром 0,03 м. Константы материала (сталь): $E = 2 \cdot 10^5$ МПа –

модуль упругости; $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$ – удельный вес. Значение продольной силы $P = 2 \text{ кН}$.

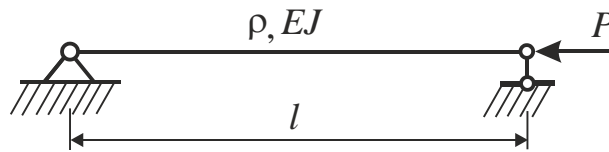


Рис. 2.10

Для конечно-элементного моделирования используем балочный 2-х узловой конечный элемент BEAM3, предназначенный для решения плоских задач строительной механики. Элемент BEAM3 имеет три степени свободы в узле (два линейных перемещения и угол поворота). Для построения сетки КЭ балку разбиваем на шесть равных участков.

Для построения геометрической и конечно-элементной моделей балки используем ниже приведенный макрос.

!Создание модели однопролетной балки прямоугольного поперечного сечения

```

/рrer7 ! Вход в препроцессор
!-----
!Исходные данные
l=1 ! длина пролета, м
b=0.03 ! размер поперечного сечения по ширине, м
h=0.03 ! размер поперечного сечения по высоте, м
E=2e11 ! модуль упругости материала (сталь), Н/м^2
nu=0 ! коэффициент Пуассона
ro=7800 ! плотность материала, кг/м^3
jz=(b*h**3)/12 ! осевой момент инерции сечения, м^4
f=b*h ! площадь поперечного сечения, м^2
ne=6 ! число участков для построения конечно-элементной сетки
!-----
et,1,beam3 ! элемент №1. 2D-балочный КЭ BEAM3
!Параметры BEAM3
keyopt,1,6,0
keyopt,1,9,9 ! параметр KEYOPT(9) = 9
!Ввод геометрических характеристик сечения КЭ
r,1,f,jz,h, , , ! real1
!-----
!Назначение механических констант материала. Материал №1
uimp,1,ex,,,E ! модуль упругости материала
uimp,1,prxy,,,nu ! коэффициент Пуассона
uimp,1,dens,,,ro ! плотность материала
!-----
!Геометрия балки.
!Ввод координат ключевых точек, м
k,1,0,0,0 ! точка 1
k,2,1,0,0 ! точка 2
!Соединение ключевых точек линией
lstr,1,2 ! создание линии между точками 1 и 2
!-----

```

```

!Присвоение атрибутов КЭ BEAM3 линии L1
latt,1,1,1,0 ! материал №1; константы REAL1; элемент BEAM3
lesize,1,,,ne ! разбиение линии L1 на ne делений
lmesh,all ! построение сетки конечных элементов
!Запись данных о конечно-элементной модели в файл
"beam_korrekt.cdb"
cdwrite,db,'d:/ansys_box/my_job/rgsu/labora-
torya/beam_korrekt_setki
/beam_korrekt','cdb',,,', '
finish ! Выход из препроцессора
!-----

```

Расчет балки по недеформированной схеме. При расчете по недеформированной схеме полагается, что материал – линейно упругий и зависимость между деформациями и перемещениями – линейная. Вначале рассмотрим случай, когда на балку действует только ее собственный вес. Внешние связи и гравитационную нагрузку задаем с помощью следующего макроса.

```

!Линейный расчет с учетом собственного веса балки
!-----
/prep7 ! Вход в препроцессор
!Связи, накладываемые на узлы балки
d,1, , , , , ,ux,uy, , , , ! узел №1
d,2, , , , , ,uy, , , , , ! узел №2
!-----
/solu ! Вход в процессор решения
antype,0 ! стационарное нагружение
acel,0,9.81,0, ! учет собственного веса: g=9.81 м/с^2 направлено
по Y
solve ! запуск решателя
finish ! Завершение работы процессора
!-----

```

После завершения работы решателя, входим в постпроцессор и считываем результаты расчета из первого набора:

```
ANSYS Main Menu>General Postproc>Read Results>First Set
```

Для визуализации прогиба балки используем следующий маршрут главного меню:

```
ANSYS Main Menu>General Postproc>Plot Results>Deformed Shape
```

В открывшемся окне (рис. 2.11) активизируем опцию «Def + undef edge»

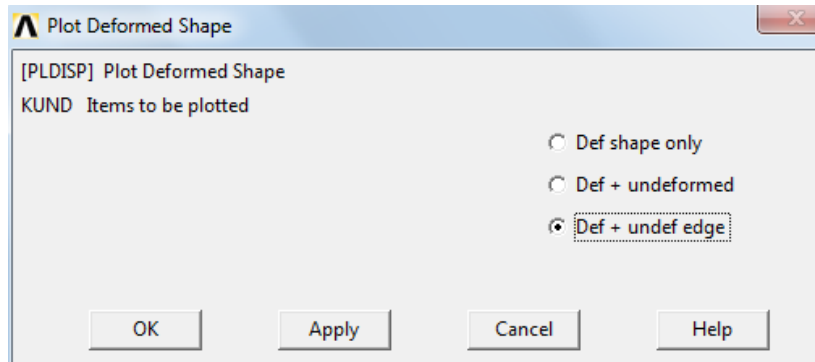


Рис. 2.11

В результате получим картину балки $l = 1\text{ м}$ в деформированном состоянии (рис. 2.12).

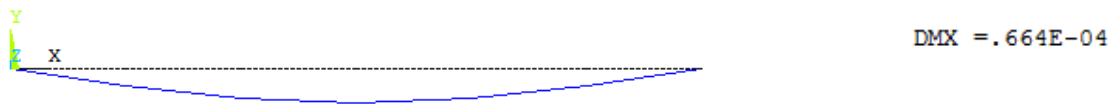


Рис. 2.12

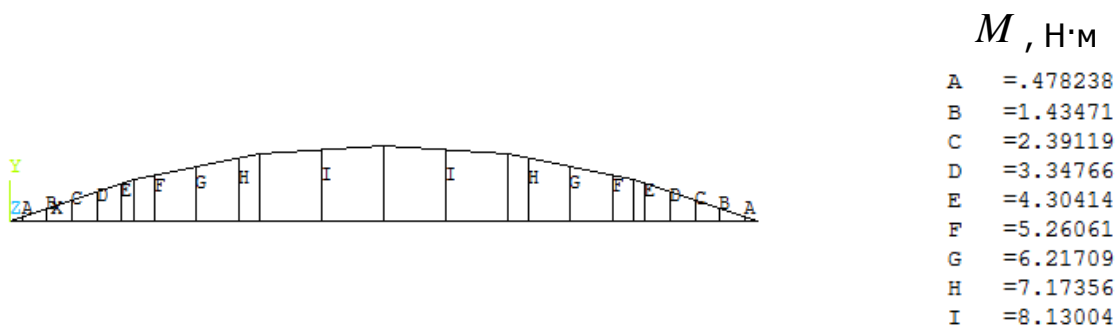


Рис. 2.13

На рис. 2.12 величина DMX является прогибом балки посередине пролета f , выраженного в метрах.

Для визуализации эпюры изгибающих моментов применяем следующий макрос.

```
!Эпюра изгибающих моментов для элемента BEAM3
etable,mxi,smisc,6 ! таблица значений M в узле i. Присвоено MXI
etable,mxj,smisc,66 ! таблица значений M в узле j. Присвоено MXJ
plls,mxi,mxj ! графический вывод
```

После выполнения данного макроса получим эпюру M (рис. 2.13).

В рамках линейно упругой постановки задачи выполним расчет для случая, когда нагружение осуществляется последовательно – сначала собственным весом, а затем

продольной силой P . Такое нагружение реализуем с помощью следующего макроса.

!Учет совместного действия собственного веса балки и продольной силы

```

!-----
/prep7 ! Вход в препроцессор
fos=2000 ! амплитудное значение силы, Н
! Связи, накладываемые на узлы балки
d,1, , , , , , ux,uy, , , , ! узел №1
d,2, , , , , , uy, , , , , ! узел №2
!-----
/solu ! Вход в процессор решения
antype,0 ! стационарное нагружение
acel,0,9.81,0, ! учет собственного веса: g=9.81 м/с^2 направлено
по Y
solve ! запуск решателя
finish ! Завершение работы процессора
!-----
/solu ! Вход в процессор решения
antype,0 ! стационарное нагружение
!Нагружение рамы в узле №2 сосредоточенной силой FOS
f,2,fx,-fos ! сила направлена в противоположно оси X
solve ! запуск решателя
finish ! Завершение работы процессора
!-----

```

Результаты расчета в виде картины балки в деформированном состоянии и эпюр N и M для $l = 1$ м представлены соответственно на рис. 2.14-2.16. Здесь $f = 0,667 \cdot 10^{-4}$ м, что всего на $0,3 \cdot 10^{-6}$ м больше, чем в предыдущем расчете (рис. 2.12).

На рис. 2.15 величина MAX является значением продольной силы N в Н.

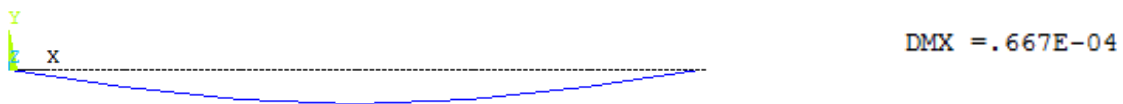


Рис. 2.14



Рис. 2.15

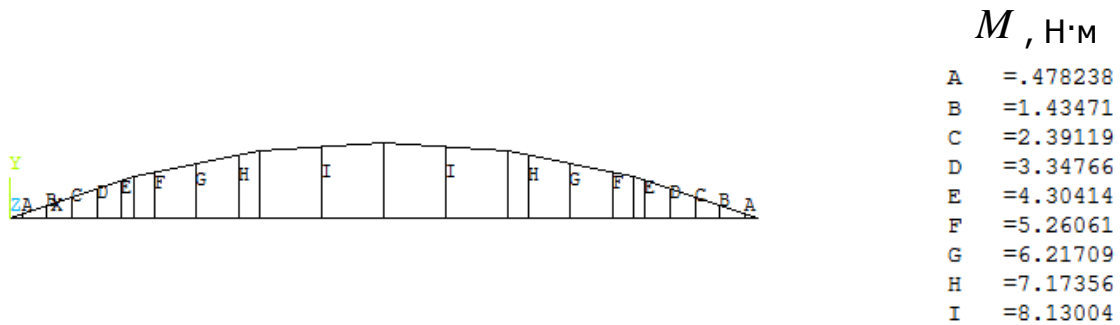


Рис. 2.16

Для построения эпюры продольных сил N (рис. 2.15) использован следующий макрос.

```
!Эпюра продольных сил для элемента BEAM3
etable,ni,smisc,1 ! таблица значений N в узле i. Присвоено NI
etable,nj,smisc,61 ! таблица значений N в узле j. Присвоено NJ
plls,ni,nj ! графический вывод
```

Сравнивая полученную эпюру M (рис. 2.16), с эпюрой M предыдущего расчета (рис. 2.13) устанавливаем, что в рамках линейно упругой модели при пошаговом нагружении жесткостные характеристики балки не изменяются.

Расчет балки при пошаговом нагружении с учетом изменения геометрии расчетной схемы. Конечно-элементный анализ продольно-поперечного изгиба весомой балки будем выполнять в два этапа. *На первом* (начальном) этапе определяем узловые перемещения и изгибающие моменты, обусловленные действием только собственного веса балки. *На втором* этапе производим корректировку координат узлов модели с учетом полученных перемещений и строим новую конечно-элементную модель балки, учитывающую начальную погибь. После этого выполняем расчет откорректированной модели балки при нагружении продольной силой P (рис. 2.17). Вычислительный процесс при нагружении продольной силой реализуем в линейно упругой и геометрически нелинейной постановках.

Результирующие значения прогиба в центре пролета f и максимального изгибающего момента M_{max} определяем суммированием соответствующих данных найденных на первом ($f_I, M_{max I}$) и втором ($f_{II}, M_{max II}$) этапах. Правомерность принятого допущения наследования прогибов и изгибающих моментов базируется на том, что рассматриваемый процесс нагружения балки является «активным», т. е. при нагружении конструкции деформации и напряжения увеличиваются (разгрузка отсутствует).

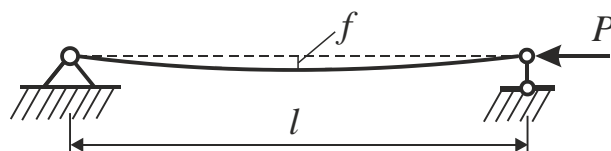


Рис. 2.17

Для расчета балки по деформированной схеме используем нижеприведенный макрос, состоящий из двух этапов решения.

```

finish
/clear,nostart ! очистка данных
!-----
/prep7 ! Вход в препроцессор
!Чтение данных о конечно-элементной модели в файл
"beam_korrekt.cdb"
  cdread,db,'d:/ansys_box/my_job/rgsu/labora-
torya/beam_korrekt_setki
  /beam_korrekt','cdb',,,', '
  eplot ! Визуализация модели
  !Определение общего количества элементов модели ne_max
  *get,ne_max,elem,,num,max
  !Ввод массивов для хранения продольных усилий nfi, nfj
  !и изгибающих моментов mi, mj
  *dim,nfi,array,ne_max
  *dim,nfj,array,ne_max
  *dim,mi,array,ne_max
  *dim,mj,array,ne_max
  !обнуление массивов nfi, nfj
  *do,i,1,ne_max,1 ! цикл по элементам модели
  nfi(i)=0.0
  nfj(i)=0.0
  mi(i)=0.0
  mj(i)=0.0
  *enddo ! конец цикла по i
  !Определение общего количества узлов модели nr_max
  *get,nr_max,node,,num,max
  !Ввод рабочих массивов для хранения данных
  *dim,u_x,array,nr_max ! описание одномерного массива u_x
  *dim,u_y,array,nr_max ! описание одномерного массива u_y
  !Инициализация массивов u_x и u_y
  *do,i,1,nr_max,1 ! цикл по узлам модели
  u_x(i)=0.0 ! координата X i-го узла
  u_y(i)=0.0 ! координата Y i-го узла
  *enddo ! конец цикла по i
  finish ! Выход из препроцессора
!-----
!Первый шаг. Статический расчет
/solu ! Вход в процессор решения
!Граничные условия
d,1,, , , , ,ux,uy, , , ,
d,2,, , , , ,uy, , , , ,
acel,0,9.81,0, ! учет собственного веса: g=9.81 м/с^2 направлено
по Y
!
solve ! запуск решателя
!Внесение изменений в массивы u_x и u_y
*do,i,1,nr_max,1 ! цикл по узлам модели
u_x(i)=u_x(i)+ux(i)
    
```

```

u_y(i)=u_y(i)+uy(i)
*enddo ! конец цикла по i
finish ! выход из решателя
!-----
!Суммирование продольных усилий в КЭ
/post1 ! Вход в постпроцессор
set,first ! Чтение результатов первого шага
!Формирование таблицы продольных сил и моментов
etable,nxi,smisc,1
etable,nxj,smisc,61
etable,mxi,smisc,6
etable,mxj,smisc,66
*do,i,1,ne_max,1 ! цикл по КЭ модели
!Извлекаем из таблицы результаты расчета ax,ay
*get,ax,elem,i,etab,nxi
*get,ay,elem,i,etab,nxj
!Корректировка массивов nfi, nfj
nfi(i)=nfi(i)+ax
nfj(i)=nfj(i)+ay
*get,ax,elem,i,etab,mxi
*get,ay,elem,i,etab,mxj
!Корректировка массивов mi, mj
mi(i)=mi(i)+ax
mj(i)=mj(i)+ay
*enddo ! конец цикла по i
finish ! выход из постпроцессора
!-----
/prep7 ! Вход в препроцессор
!Формирование массивов скорректированных перемещений u_x и u_y
*do,i,1,nr_max,1 ! цикл по узлам модели
!nx(i)- координата X i-го узла; u_x(i) перемещение i-го узла
вдоль оси X
u_x(i)=nx(i)+ u_x(i)
!ny(i)- координата Y i-го узла; u_y(i) перемещение i-го узла
вдоль оси Y
u_y(i)=ny(i)+ u_y(i)
*enddo ! конец цикла по i
!Корректировка координат узлов модели с учетом полученных пере-
мещений
*do,i,1,nr_max,1 ! цикл по узлам модели
nmodif,i,u_x(i),u_y(i), , ! изменение координат i-го узла
модели
*enddo ! конец цикла по i
fos=2000 ! амплитудное значение силы, Н
!Нагружение рамы сосредоточенной силой в узле №2
f,2,fx,-fos ! сила направлена противоположно оси X
finish ! выход из препроцессора
!=====
!
! «Блок А»
/solu ! Вход в процессор решения
antype,0 ! стационарное нагружение
asel,0,0,0 ! без учета собственного веса
solve ! запуск решателя

```

```

finish !завершение работы процессора
!=====
!Суммирование продольных усилий в КЭ
/post1 ! Вход в постпроцессор
set,first ! Чтение результатов первого шага
!Формирование таблицы продольных сил и моментов
etable,nxi,smisc,1
etable,nxj,smisc,61
etable,mxi,smisc,6
etable,mxj,smisc,66
*do,i,1,ne_max,1 ! цикл по КЭ модели
!Извлекаем из таблицы результаты расчета ax,ay
*get,ax,elem,i,etab,nxi
*get,ay,elem,i,etab,nxj
!Корректировка массивов nfi, nfj
nfi(i)=nfi(i)+ax
nfj(i)=nfj(i)+ay
*get,ax,elem,i,etab,mxi
*get,ay,elem,i,etab,mxj
!Корректировка массивов mi, mj
mi(i)=mi(i)+ax
mj(i)=mj(i)+ay
*enddo ! конец цикла по i
finish ! Выход из постпроцессора
!-----
!Визуализация перемещений ux,uy
*vput,u_x,node,u_x,u_x,,,2 ! Ввод массива u_x в таблицу резуль-
татов
*vput,u_y,node,u_y,u_y,,,2 ! Ввод массива u_y в таблицу резуль-
татов
!-----
!Визуализация продольных усилий
*vput,nfi,elem,nfi,etab,nxi,,,2 ! Ввод массива nfi в таблицу ре-
зультатов
*vput,nfj,elem,nfj,etab,nxj,,,2 ! Ввод массива nfj в таблицу ре-
зультатов
!-----
!Визуализация изгибающих моментов
*vput,mi,elem,mi,etab,mxi,,,2 ! Ввод массива mi в таблицу резуль-
татов
*vput,mj,elem,mj,etab,mxj,,,2 ! Ввод массива mj в таблицу резуль-
татов
!-----
p11s,mxi,mxj !* Построение суммарной эпюры изгибающих моментов
!-----

```

Для расчета с учетом геометрической нелинейности в приведенном макросе за-
меняем «Блок А» на «Блок В».

```

!=====
!
!           «Блок В»
/solu ! Вход в процессор решения
antype,0 ! статический расчет

```



```
nlgeom,1 ! учет больших перемещений
outpr,basic,all, ! Вывод результатов на каждом шаге
outres,all,all, ! контроль решения на каждом шаге
solve ! запуск нелинейного решателя
finish ! Завершение работы процессора
!=====
```

Аналитическое решение задачи о продольно-поперечном изгибе балки получим, используя дифференциальные соотношения для прогиба $v(x)$, угла поворота сечения $v'(x)$ и изгибающего момента $M(x)$ (рис. 2.18):

$$v(x) = v_0 + \frac{v'_0}{k} \sin(kx) + \frac{M_0}{k^2 EJ} [\cos(kx) - 1] + \frac{H_0}{k^3 EJ} [\sin(kx) - kx];$$

$$v'(x) = v'_0 \cos(kx) - \frac{M_0}{kJ} \sin(kx) + \frac{H_0}{k^2 EJ} (\cos(kx) - 1);$$

$$M(x) = v'_0 k EJ \sin(kx) + M_0 \cos(kx) + H_0 \frac{\sin(kx)}{k}.$$

Здесь обозначено: $k = \sqrt{N/EJ}$; N , H_0 и M_0 – усилия и момент на левом конце стержня; v_0 и v'_0 – перемещение и угол поворота сечения стержня в точке $x = 0$.

Учитывая симметрию деформированного состояния балки, в качестве расчетной схемы примем 1/2 часть балки с увеличенной вдвое изгибной жесткостью и скользящей опорой на левом конце (рис. 2.19).

Граничные условия для 1/2 части балки запишем в виде:

при $x = 0 \rightarrow \begin{cases} v_a = 0; \\ M_a = 0, \end{cases}$ при $x = l \rightarrow \begin{cases} v_b = -f; \\ v'_b = 0. \end{cases}$

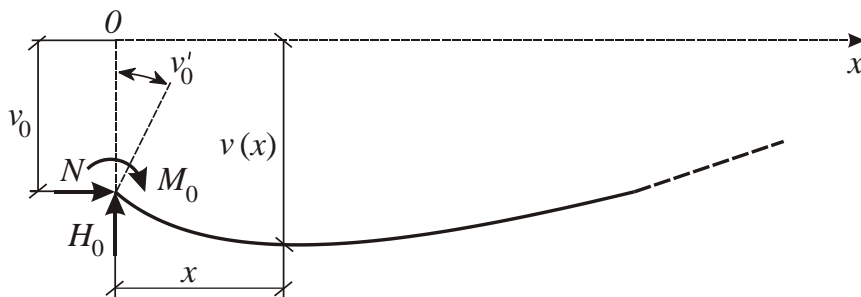


Рис. 2.18

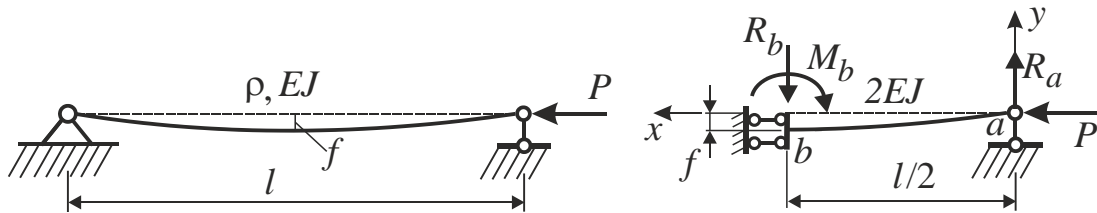


Рис. 2.19

Подставив во второе условие дифференциальные соотношения $v(x)$ и $v'(x)$ при $x=l$, сформируем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\sin \nu}{k} v'_a + \frac{\sin \nu - \nu}{k^3 E J} R_a = -f; \\ \cos \nu v'_a + \frac{\cos \nu - 1}{k^2 E J} R_a = 0, \end{cases}$$

где коэффициент продольной нагрузки $\nu = l \sqrt{N / E J}$.

В результате получим

$$v'_a = -\frac{k f (\cos \nu - 1)}{\nu \cos \nu - \sin \nu}, \quad R_a = \frac{k^3 f E J \cos \nu}{\nu \cos \nu - \sin \nu}.$$

Далее подставляя выражения v'_a и R_a в формулу для $M(x)$ при $x=l$ (рис. 2.19), запишем

$$M(l) = M_b = \frac{k^2 f E J \sin \nu}{\nu \cos \nu - \sin \nu}.$$

Обобщающая картина в виде графиков $f \sim l$ и $M_{max} \sim l$ представлена на рис. 2.20 и 2.21. На этих графиках линии соответствуют расчетам:

- 1 - линейно упругий расчет с учетом только собственного веса балки;
- 2 - линейно упругий расчет с учетом изменения геометрии расчетной схемы;
- 3 - расчет с учетом изменения геометрии расчетной схемы и больших перемещений;

4 - аналитический расчет значений $M_{max} = M_{max I} + M_b$.

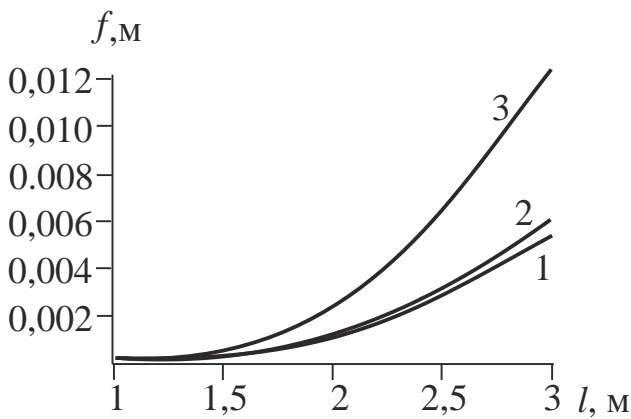


Рис. 2.20

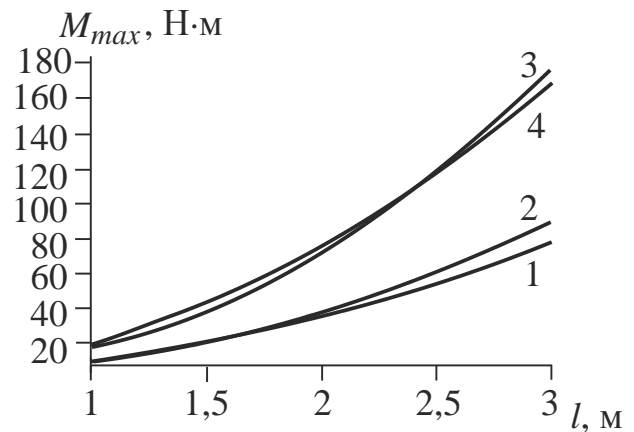


Рис. 2.21

Сравнивая линии 2 и 3 на рис. 2.20 приходим к выводу, что учет конечных перемещений при продольном изгибе весомых балок длиной 2 и 3 м приводит к значительному росту значений f . Разница в решениях, соответствующих линиям 1 и 2 на рис. 2.20 и 2.21, становится заметной только при $l = 3$ м. Естественно, возникает вопрос какое решение точнее характеризует реальное поведение конструкции. Отвечая на данный вопрос, следует сказать, что расчет с учетом геометрической нелинейности дает более точные результаты по сравнению с линейно упругим решением для большепролетных конструкций, в частности это относится к балкам длиной 2 и особенно 3 м. Если пролет балки составляет 1 м, то учет конечных перемещений применительно к прогибам не приводит к существенному уточнению решения (рис. 2.20). Однако при $l = 1$ м разница для значений M_{max} , полученных в линейном расчете и нелинейном расчете с учетом корректировки геометрии расчетной схемы, становится заметной (рис. 2.21).

Анализируя графики на рис. 2.21 отметим, что аналитическое решение (линия 4) практически совпадает с конечно-элементным решением, выполненным с учетом конечных деформаций и корректировкой расчетной схемы балки (линия 3).

Выполним расчет плоской Г-образной статически неопределимой весомой рамы, показанной на рис. 2.22, с учетом последовательности приложения нагрузки. Значение распределенной нагрузки, приложенной к ригелю $q = 0,25$ т/м. Величина сосредоточенной силы $P = 0,8$ т. Стойка и ригель рамы выполнены из стального двутавра соответственно №14, $J_x = 572$ см⁴, $J_y = 41,9$ см⁴, $F = 17,4$ см² и №18, $J_x = 1290$ см⁴, $J_y = 82,6$ см⁴, $F = 23,4$ см². Для построения конечно-элементной сетки стойку разбиваем на шесть равных участков, ригель – на пять участков.

Рассмотрим распределение внутренних усилий M и N в зависимости от следующих последовательностей приложения нагрузки: 1) мгновенное нагружение (рис. 2.22); 2) собственный вес g , далее одновременно распределенная нагрузка q и сосре-

доточенная сила P (рис. 2.23); 3) последовательно g , q , P (рис. 2.24); 4) последовательно g , P , q (рис. 2.25). Для схем 2-4 после каждого шага нагружения осуществляем корректировку координат узлов сетки с учетом полученных перемещений.

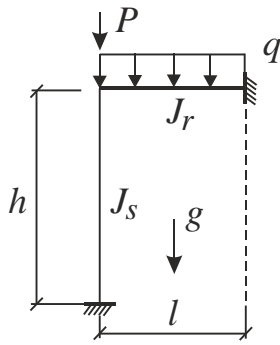


Рис. 2.22

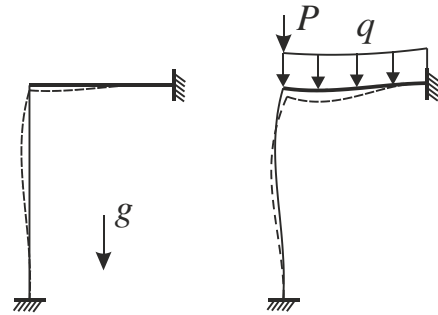


Рис. 2.23

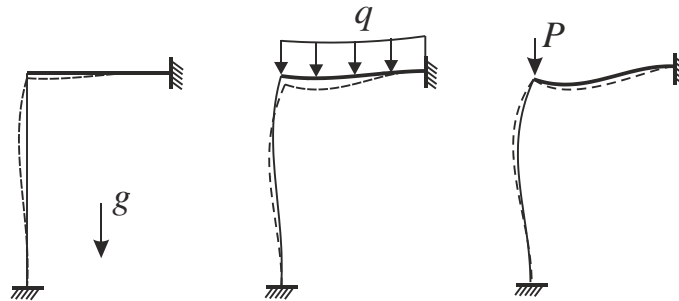


Рис. 2.24

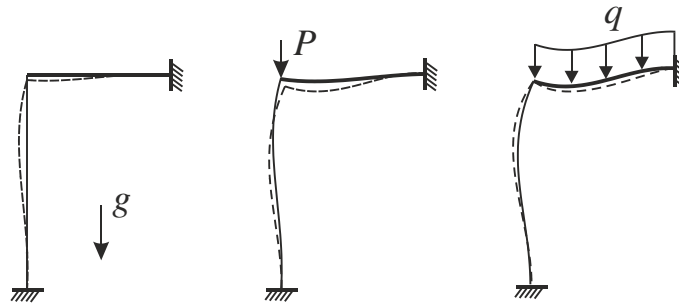
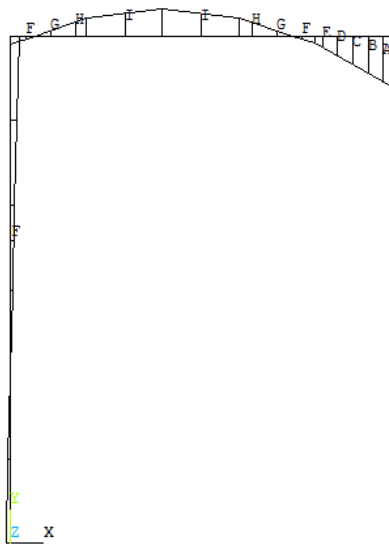


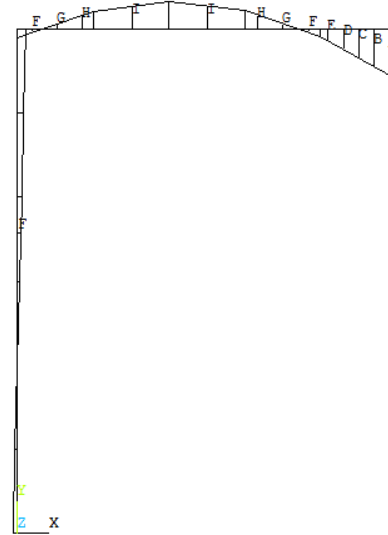
Рис. 2.25

На рис. 2.26-2.29 представлены эпюры M , полученные для рассмотренных последовательностей приложения нагрузки: рис. 2.26 – мгновенное приложение нагрузки; рис. 2.27 – g , далее одновременно q и P ; рис. 2.28 – последовательно g , q , P ; рис. 2.29 – последовательно g , P , q .



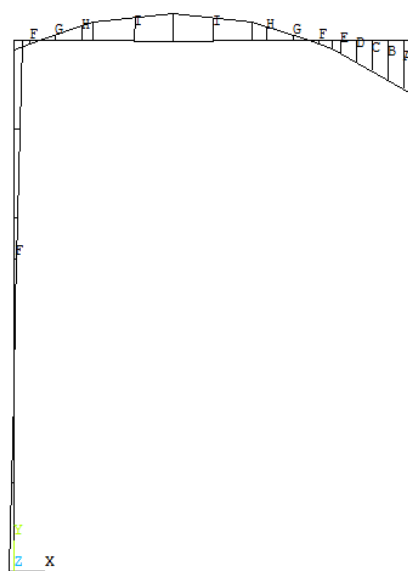
$M, \text{H}\cdot\text{м}$	
A	=-26361.1
B	=-21477.9
C	=-16594.6
D	=-11711.4
E	=-6828.14
F	=-1944.9
G	=2938.34
H	=7821.58
I	=12704.8

Рис. 2.26



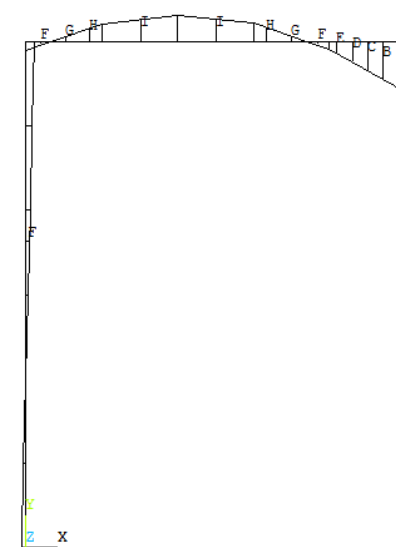
$M, \text{H}\cdot\text{м}$	
A	=-26361.4
B	=-21478.1
C	=-16594.8
D	=-11711.5
E	=-6828.2
F	=-1944.9
G	=2938.4
H	=7821.7
I	=12705

Рис. 2.27



$M, \text{H}\cdot\text{м}$	
A	=-52502.5
B	=-42767.8
C	=-33033.1
D	=-23298.5
E	=-13563.8
F	=-3829.09
G	=5905.59
H	=15640.3
I	=25375

Рис. 2.28



$M, \text{H}\cdot\text{м}$	
A	=-26453.2
B	=-21560.9
C	=-16668.7
D	=-11776.4
E	=-6884.09
F	=-1991.81
G	=2900.47
H	=7792.76
I	=12685

Рис. 2.29

Сравнивая полученные эпюры изгибающих моментов, приходим к выводу, что наибольшие значения M возникают в случае, когда нагрузка прикладывается по схеме 3 (рис. 2.28). При этом максимальное значение $M_{max} = 25,4 \text{ кН}\cdot\text{м}$ в два раза превышает аналогичные величины, соответствующие другим схемам нагружения.

Значения N в стойке и ригеле рамы для различных последовательностей нагружения приведены в табл. 2.1. Как видно из данной таблицы продольные усилия, полученные с использованием схем 3 и 4, существенно зависят от последовательности приложения нагрузки.

Таблица 2.1

Последовательность приложения нагрузки	Значение N, H	
	стойка	ригель
мгновенное нагружение	- 41032,8	- 1846,7
g, q и P одновременно	- 41032,6	- 1845,82
последовательно g, q, P	- 74009,8	- 3542,89
последовательно g, P, q	- 48835,7	- 1831,81

Для построения геометрии рамы используем ниже приведенный макрос.

```

finish
/clear,nostart ! очистка данных
!-----
!Создание модели Г-образной рамы
/prep7 ! Вход в препроцессор
!-----
!Исходные данные:
!Геометрические характеристики стержней рамы
!Стойка - двутавр №14
ls=4 ! высота стойки, м
jzs=572e-08 ! осевой момент инерции сечения стойки, м^4
FS=17.4e-04 ! площадь поперечного сечения стойки, м^2
hs=0.14 ! высота сечения стойки, м
!Ригель - двутавр №18
lr=3 ! длина ригеля, м
jzr=1290e-08 ! осевой момент инерции сечения ригеля, м^4
fr=23.4e-04 ! площадь поперечного сечения ригеля, м^2
hr=0.18 ! высота сечения ригеля, м
nes=6 ! число участков для построения конечно-элементной сетки
стойки
ner=5 ! число участков для построения конечно-элементной сетки
ригеля
E=2e11 ! модуль упругости материала (сталь), Н/м^2
nu=0.28 ! коэффициент Пуассона
ro=7800 ! удельный вес, кг/м^3
!-----
et,1,beam3 ! выбор 2D-балочного КЭ BEAM3
!Параметры BEAM3
keyopt,1,6,0
keyopt,1,9,9
!Ввод геометрических характеристик сечения КЭ (стойка)
r,1,fs,jzs,hs, , , , ! real1
!Ввод геометрических характеристик сечения КЭ (ригель)
r,2,fr,jzr,hr, , , , ! real2
!-----
!Назначение механических констант материала
uimp,1,ex,,,E ! модуль упругости материала
uimp,1,prxy,,,nu ! коэффициент Пуассона

```

```

uimp,1,dens,,,ro ! плотность материала
!-----
!Геометрия балки.
!Ввод координат ключевых точек, м
k,1,0,0,0 ! Точка 1
k,2,0,ls,0 ! Точка 2
k,3,lr,ls,0 ! Точка 3
!Соединение ключевых точек линией
lstr,1,2 ! создание линии между точками 1 и 2
lstr,2,3 ! создание линии между точками 2 и 3
!-----
!Присвоение атрибутов КЭ BEAM3 линии L1 (стойка)
lsel,s,line,,1 ! Выделение линии L1
latt,1,1,1,0 ! Материал №1; константы real 1; элемент №1
lesize,1,,nes ! Разбиение линии l1 на ne делений
lsel,s,line,,2 ! Выделение линии l2 (ригель)
latt,1,2,1,0 ! Материал №1; константы real 1; элемент №1
lesize,2,,ner ! Разбиение линии l2 на ne делений
allsel,all ! Выделить все объекты
lmesh,all ! Построение сетки конечных элементов
!Запись данных о конечно-элементной модели в файл
"rama_korrekt.cdb"
cdwrite,db,'d:/ansys_box/my_job/rgsu/labora-
torya/rama_korrekt_setki
/rama_korrekt','cdb',,,', '
finish ! Выход из препроцессора
!-----

```

Макрос для случая мгновенного приложения нагрузки к раме приведен ниже.

```

finish
/clear,nostart ! очистка данных
!-----
/prep7 ! Вход в препроцессор
!Чтение данных о конечно-элементной модели в файл
"beam_korrekt.cdb"
cdread,db,'d:/ansys_box/my_job/rgsu/labora-
torya/rama_korrekt_setki
/rama_korrekt','cdb',,,', '
fos=800*9.81 ! максимальное значение сосредоточенной силы, Н
q=(250*9.81)/0.09 ! максимальное давление на ригель, Н/м^2
asel,0,9.81,0, ! учет собственного веса: g=9.81 м/с^2 направлено
по Y
f,2,fy,-fos ! Прикладываем в узле 2
!Прикладываем давление к ригелю
sfbeam,7,1,pres,q, , , , , , 0
sfbeam,8,1,pres,q, , , , , , 0
sfbeam,9,1,pres,q, , , , , , 0
sfbeam,10,1,pres,q, , , , , , 0
sfbeam,11,1,pres,q, , , , , , 0
!Граничные условия
d,1, , , , , , all, , , , , ! Жесткая заделка в узле 1
d,8, , , , , , all, , , , , ! Жесткая заделка в узле 8

```

```
finish ! выход из препроцессора
```

```
!-----
```

```
!Статический расчет
```

```
/solu ! Вход в процессор решения
```

```
antype,0 ! стационарное нагружение
```

```
solve ! запуск решателя
```

```
finish ! выход из решателя
```

```
!-----
```

Далее приведен макрос для случая приложения нагрузки по схеме 3 (рис. 2.24).

```
finish
```

```
/clear,nostart ! очистка
```

```
!-----
```

```
/prep7 ! Вход в препроцессор
```

```
!Чтение данных о конечно-элементной модели в файл
```

```
"beam_korrekt.cdb"
```

```
cdread,db,'d:/ansys_box/my_job/rgsu/labora-
```

```
torya/rama_korrekt_setki
```

```
/rama_korrekt','cdb',,,',''
```

```
epplot ! Визуализация модели
```

```
!Определение общего количества элементов модели ne_max
```

```
*get,ne_max,elem,,num,max
```

```
!Ввод массивов для хранения продольных усилий nfi, nfj и изгиба-  
ющих моментов mi, mj
```

```
*dim,nfi,array,ne_max
```

```
*dim,nfj,array,ne_max
```

```
*dim,mi,array,ne_max
```

```
*dim,mj,array,ne_max
```

```
!обнуление массивов nfi, nfj
```

```
*do,i,1,ne_max,1 ! цикл по элементам модели
```

```
nfi(i)=0.0
```

```
nfj(i)=0.0
```

```
mi(i)=0.0
```

```
mj(i)=0.0
```

```
*enddo ! конец цикла по i
```

```
!Определение общего количества узлов модели nr_max
```

```
*get,nr_max,node,,num,max
```

```
!Ввод рабочих массивов для хранения данных
```

```
*dim,u_x,array,nr_max ! описание одномерного массива u_x
```

```
*dim,u_y,array,nr_max ! описание одномерного массива u_y
```

```
!Инициализация массивов u_x и u_y
```

```
*do,i,1,nr_max,1 ! цикл по узлам модели
```

```
u_x(i)=0.0 ! координата X i-го узла
```

```
u_y(i)=0.0 ! координата Y i-го узла
```

```
*enddo ! конец цикла по i
```

```
finish ! Выход из препроцессора
```

```
!-----
```

```
!Первый шаг. Собственный вес
```

```
/solu ! Вход в процессор решения
```

```
antype,0 ! стационарное нагружение
```

```
asel,0,9.81,0, ! Нагружение рамы собственным весом
```

```
!Граничные условия
```



```

d,1, , , , , , all, , , , , ! Жесткая заделка в узле 1
d,8, , , , , , all, , , , , ! Жесткая заделка в узле 8
solve ! запуск решателя
!Внесение изменений в массивы u_x и u_y
*do,i,1,nr_max,1 ! цикл по узлам модели
u_x(i)=u_x(i)+ux(i)
u_y(i)=u_y(i)+uy(i)
*enddo ! конец цикла по i
finish ! выход из решателя
!-----
!Суммирование продольных усилий в КЭ
/post1 ! Вход в постпроцессор
set,first ! Чтение результатов первого шага
!Формирование таблиц продольных сил и моментов
etable,nxi,smisc,1
etable,nxj,smisc,61
etable,mxi,smisc,6
etable,mxj,smisc,66
*do,i,1,ne_max,1 ! цикл по КЭ модели
!Извлекаем из таблицы результаты расчета ax, ay
*get,ax,elem,i,etab,nxi
*get,ay,elem,i,etab,nxj
!Корректировка массивов nfi, nfj
nfi(i)=nfi(i)+ax
nfj(i)=nfj(i)+ay
!Извлекаем из таблицы результаты расчета ax, ay
*get,ax,elem,i,etab,mxi
*get,ay,elem,i,etab,mxj
!Корректировка массивов mi, mj
mi(i)=mi(i)+ax
mj(i)=mj(i)+ay
*enddo ! конец цикла по i
finish ! Выход из постпроцессора
!-----
/prep7 ! вход в препроцессор
!Корректировка координат узлов модели рамы с учетом полученных
перемещений
*do,i,1,nr_max,1 ! цикл по узлам модели
axi=nx(i)+u_x(i)
ayi=ny(i)+u_y(i)
nmodif,i,axi,ayi, ,
*enddo ! конец цикла по i
q=(250*9.81)/0.09 ! максимальное давление на ригель, Н/м^2
finish ! Выход из препроцессора
!-----
!Второй шаг. Давление
/solu ! вход в решатель
antype,0 ! стационарное нагружение
asel,0,0,0 ! без учета собственного веса
!Прикладываем давление к ригелю
sfbeam,7,1,pres,q, , , , , , 0
sfbeam,8,1,pres,q, , , , , , 0
sfbeam,9,1,pres,q, , , , , , 0

```



```
sfbeam,10,1,pres,q, , , , , ,0
sfbeam,11,1,pres,q, , , , , ,0
solve ! Запуск решателя
!Внесение изменений в массивы u_x и u_y
*do,i,1,nr_max,1 ! цикл по узлам модели
u_x(i)=u_x(i)+ux(i)
u_y(i)=u_y(i)+uy(i)
*enddo ! конец цикла по i
finish ! выход из решателя
!-----
!Суммирование продольных усилий в КЭ
/post1 ! Вход в постпроцессор
set,first ! Чтение результатов первого шага
!Формирование таблицы продольных сил и моментов
etable,nxi,smisc,1
etable,nxj,smisc,61
etable,mxi,smisc,6
etable,mxj,smisc,66
*do,i,1,ne_max,1 ! цикл по КЭ модели
!Извлекаем из таблицы результаты расчета ax, ay
*get,ax,elem,i,etab,nxi
*get,ay,elem,i,etab,nxj
!Корректировка массивов nfi, nfj
nfi(i)=nfi(i)+ax
nfj(i)=nfj(i)+ay
!Извлекаем из таблицы результаты расчета mx, my
*get,mx,elem,i,etab,mxi
*get,my,elem,i,etab,mxj
!Корректировка массивов mi, mj
mi(i)=mi(i)+mx
mj(i)=mj(i)+my
*enddo ! конец цикла по i
finish ! Выход из постпроцессора
!-----
/prep7 ! вход в препроцессор
!Корректировка координат узлов модели рамы с учетом полученных
перемещений
*do,i,1,nr_max,1 ! цикл по узлам модели
axi=nx(i)+u_x(i)
ayi=ny(i)+u_y(i)
nmodif,i,axi,ayi, ,
*enddo ! конец цикла по i
fos=800*9.81 ! максимальное значение сосредоточенной силы, Н
finish ! Выход из препроцессора
!-----
!Третий шаг. Сосредоточенная сила
/solu ! вход в решатель
antype,0 ! стационарное нагружение
asel,0,0,0 ! без учета собственного веса
f,2,fy,-fos ! Прикладываем в узле 2
solve ! Запуск решателя
!Внесение изменений в массивы u_x и u_y
*do,i,1,nr_max,1 ! цикл по узлам модели
```

```

u_x(i)=u_x(i)+ux(i)
u_y(i)=u_y(i)+uy(i)
*enddo ! конец цикла по i
finish ! выход из решателя
!-----
!Суммирование продольных усилий в КЭ
/post1 ! Вход в постпроцессор
set,first ! Чтение результатов первого шага
!Формирование таблицы продольных сил и моментов
etable,nxi,smisc,1
etable,nxj,smisc,61
etable,mxi,smisc,6
etable,mxj,smisc,66
*do,i,1,ne_max,1 ! цикл по КЭ модели
!Извлекаем из таблицы результаты расчета ax,ay
*GET,AX,ELEM,I,ETAB,NXI
*GET,AY,ELEM,I,ETAB,NXJ
!Корректировка массивов nfi, nfj
nfi(i)=nfi(i)+ax
nfj(i)=nfj(i)+ay
!Извлекаем из таблицы результаты расчета ax,ay
*GET,AX,ELEM,I,ETAB,MXI
*GET,AY,ELEM,I,ETAB,MXJ
!Корректировка массивов mi, mj
mi(i)=mi(i)+ax
mj(i)=mj(i)+ay
*enddo ! конец цикла по i
!-----
!Визуализация перемещений ux,uy
*vput,u_x,node,u_x,u_x,,,2 ! Ввод массива u_x в таблицу результатов
*vput,u_y,node,u_y,u_y,,,2 ! Ввод массива u_y в таблицу результатов
!-----
!Визуализация продольных усилий
*vput,nfi,elem,nfi,etab,nxi,,,2 ! Ввод массива nfi в таблицу результатов
*vput,nfj,elem,nfj,etab,nxj,,,2 ! Ввод массива nfj в таблицу результатов
!-----
!Визуализация изгибающих моментов
*vput,mi,elem,mi,etab,mxi,,,2 ! Ввод массива mi в таблицу результатов
*vput,mj,elem,mj,etab,mxj,,,2 ! Ввод массива mj в таблицу результатов
!-----
PLLS,MXI,MXJ !* Построение суммарной эпюры изгибающих моментов
!-----

```

Для построения эпюры N используем команду

```
PLLS,NXI,NXJ !* Построение суммарной эпюры продольных сил
```

2.3. Моделирование динамического отклика ферменно-вантовой конструкции при отключении одного ванта

Выполним расчет плоской ферменно-вантовой конструкции, показанной на рис. 2.30, на прогрессирующее разрушение, обусловленное выходом из строя одного из предварительно растянутых тросов (ванта).

Исходные данные: габаритные размеры конструкции $l = 12$ м; $h = 0,65$ м; $y_0 = 0,5 \cdot l$. Материал фермы и тросов – сталь. Ферма выполнена из холоднокатанной трубы: несущие пояса – труба диаметром 100 мм, толщина стенки $t = 5$ мм; стойки и раскосы – труба диаметром 75 мм, толщина стенки $t = 3$ мм. Диаметр тросовых растяжек (вант) 27 мм.

В качестве нагрузки учитываем только собственный вес фермы.

Стержни моделируем ферменными КЭ типа LINK1 с двумя линейными степенями свободы в узле. Данный тип КЭ позволяет учитывать начальную деформацию стержня.

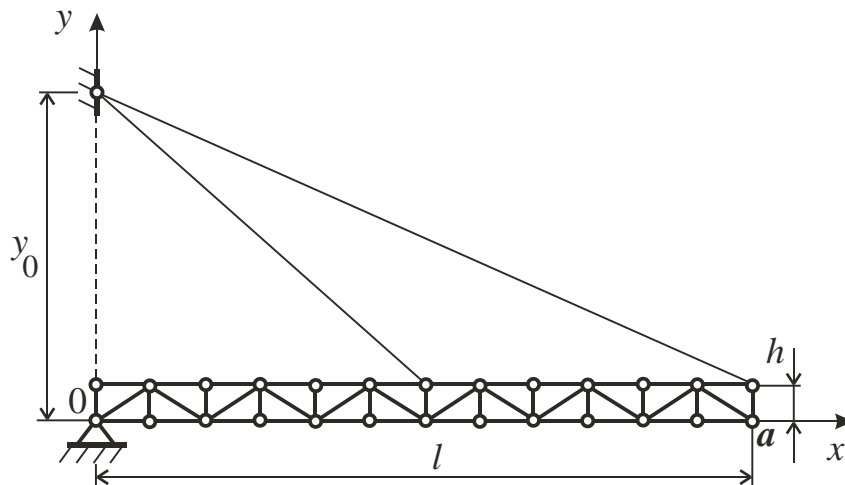


Рис. 2.30

Ниже приведен листинг макроса, с помощью которого выполняется построение геометрии данной стержневой системы, осуществляется разбивка стержней на ферменные КЭ, накладываются связи, и задается нагрузка (собственный вес фермы).

Сценарии прогрессирующего разрушения представим в виде отключения (обрыва) одной из тросовых растяжек. При этом конструкция, находившаяся в статическом состоянии, после обрыва троса будет совершать вынужденные затухающие колебания. Для отключения тросовой растяжки в программе макроса предусмотрен флажок del.

```

FINISH
/CLEAR,NOSTART ! очистка от предыдущих данных
!-----
/PREP7 ! Вход в препроцессор
!-----
!Ввод параметров исходных данных:
!Геометрические параметры
l=12 ! Длина фермы, м
    
```

```

h=0.65 ! Высота фермы, м
n=12 ! Число прогонов фермы (число прогонов четное и кратное
значению 1)
y0=0.5*1 ! Ордината верхней точки подвеса тросов
d1=0.1 ! Диаметр трубы несущего пояса фермы, м
t1=0.005 ! Толщина стенки трубы несущего пояса фермы, м
d2=0.075 ! Диаметр трубы стойки и раскоса фермы, м
t2=0.003 ! Толщина стенки трубы стойки и раскоса фермы, м
d3=0.027 ! Диаметр троса, м
!-----
!Геометрические характеристики стержней
d0=d1-2*t1 ! Внутренний диаметр трубы несущего пояса
f1=3.14*(d1**2-d0**2)/4 ! Площадь сечения несущего пояса, м^2
d0=d2-2*t2 ! Внутренний диаметр трубы стойки и раскоса
f2=3.14*(d2**2-d0**2)/4 ! Площадь сечения стойки и раскоса, м^2
f3=3.14*d3**2/4 ! Площадь поперечного сечения тросовой растяжки,
м^2
!-----
!Константы материала (сталь)
E=2e11 ! Модуль упругости, Н/м^2
nu=0.28 ! Коэффициент Пуассона
ro=7800 ! Плотность материала, кг/м^3
!-----
eps1=-0.008 ! Деформация наружной растяжки от предварительного
натяжения
eps2=-0.003 ! Деформация внутренней растяжки от предварительного
натяжения
!Параметры конечно-элементной сетки
n1=8 ! Число делений на конечные элементы наружного троса
n2=6 ! Число делений на конечные элементы внутреннего троса
!-----
!Флажок отключения тросовой растяжки
!del=0 ! Расчет без отключения
del=1 ! Отключается наружная растяжка
!del=2 ! Отключается внутренняя растяжка
!-----
!Выбор конечного элемента тип LINK1 (2D ферменный стержень)
ET,1,LINK1
!-----
!Ввод геометрических характеристик стержней фермы и растяжек
!Несущие пояса
R,1,f1
!Стойки и раскосы
R,2,f2
!Тросовая растяжка наружная
R,3,f3,eps1
!Тросовая растяжка внутренняя
R,4,f3,eps2
!-----
!Назначение механических констант материала №1 для фермы
UIMP,1,EX,,,E ! Модуль упругости материала
UIMP,1,PRXY,,,nu ! Коэффициент Пуассона
UIMP,1,DENS,,,ro ! Плотность материала

```

```

!Назначение механических констант материала №2 для тросов
UIMP,2,EX,,,E ! Модуль упругости материала
UIMP,2,PRXY,,,nu ! Коэффициент Пуассона
UIMP,2,DENS,,,0.0001*ro ! Плотность материала
!-----
!Геометрия рамы. Ввод координат ключевых точек, м
step=1/n ! Длина прогона фермы
K,1,0,0,0 ! Точка 1
K,2,0,h,0 ! Точка 2
KGEN,n+1,1,2,1,step ! Масштабирование точек 1 и 2 вдоль оси X
!Определение наибольшего номера ключевой точки kр_max
*get,kр_max,kр,,num,max
K,kр_max+1,0,y0,0 ! Точка верхнего подвеса тросов
!-----
!Соединение ключевых точек линиями в заданной последовательности
k1=1
k2=2
*do,i,1,n+1 ! Цикл по стержням стоек
LSTR,k1,k2 ! Создание линии между точками k1 и k2
k1=k1+2
k2=k2+2
*enddo ! i
k1=1
k2=3
*do,i,1,2*n ! Цикл по стержням верхнего и нижнего поясов
LSTR,k1,k2 ! Создание линии между точками k1 и k2
k1=k1+1
k2=k2+1
*enddo ! i
k1=1
k2=4
k3=4
k4=5
*do,i,1,n/2 ! Цикл по стержням раскосов
LSTR,k1,k2 ! Создание линии между точками k1 и k2
LSTR,k3,k4 ! Создание линии между точками k3 и k4
k1=k1+4
k2=k2+4
k3=k3+4
k4=k4+4
*enddo ! i
!Соединение точек подвеса тросовых растяжек
k1=kр(0,y0,0)
k2=kр(1,h,0)
LSTR,k1,k2 ! Линия наружного троса
k2=kр(1/2,h,0)
LSTR,k1,k2 ! Линия внутреннего троса
!-----
!Задание граничных условий (связей)
!Покоординатное выделение точки с координатами x=0, y=0
KSEL,S,LOC,X,0
KSEL,R,LOC,Y,0
KSEL,R,LOC,Z,0

```

```

DK,ALL,,,,,,,,UX,UY,,,, ! Шарнирно-неподвижная опора
!Покоординатное выделение точки верхнего подвеса тросов
KSEL,S,LOC,X,0
KSEL,R,LOC,Y,y0
KSEL,R,LOC,Z,0
DK,ALL,,,,,,,,UX,UY,,,, ! Шарнирно-неподвижная опора
ALLSEL,ALL ! Выделить все объекты
!-----
!Присвоение атрибутов конечных элементов линиям
n_line=1 ! Счетчик номеров линий фермы
*do,i,1,n+1 ! Цикл по стержням стоек
LSEL,S,LINE,,n_line ! Выделение линии № n_line
LATT,1,2,1,0 ! Материал №1; константы real 2; элемент LINK1
LESIZE,n_line,,,1 ! Разбиение линии № n_line на 1 деление
n_line=n_line+1
*enddo ! i
*do,i,1,2*n ! Цикл по стержням верхнего и нижнего поясов
LSEL,S,LINE,,n_line ! Выделение линии № n_line
LATT,1,1,1,0 ! Материал №1; константы real 1; элемент LINK1
LESIZE,n_line,,,1 ! Разбиение линии № n_line на 1 деление
n_line=n_line+1
*enddo ! i
*do,i,1,n ! Цикл по стержням раскосов
LSEL,S,LINE,,n_line ! Выделение линии № n_line
LATT,1,2,1,0 ! Материал №1; константы real 2; элемент LINK1
LESIZE,n_line,,,1 ! Разбиение линии № n_line на 1 деление
n_line=n_line+1
*enddo ! i
!
*if,del,ne,1,then
LSEL,S,LINE,,n_line ! Выделение линии наружного троса
LATT,2,3,1,0 ! Материал №2; константы real 3; элемент LINK1
LESIZE,n_line,,,n1 ! Разбиение линии наружного троса на 8 делений
*endif ! i
*if,del,ne,2,then
LSEL,S,LINE,,n_line+1 ! Выделение линии внутреннего троса
LATT,2,4,1,0 ! Материал №2; константы real 4; элемент LINK1
LESIZE,n_line+1,,,n2 ! Разбиение линии внутреннего троса на 6
делений
*endif ! i
!
LSEL,S,REAL,,1 ! Выделение линий поясов фермы
LPLOT
LSEL,A,REAL,,2 ! Выделение линий стоек и раскосов фермы
LPLOT
*if,del,ne,1,then
LSEL,A,REAL,,3 ! Выделение линии наружного троса
LPLOT
*endif ! i
*if,del,ne,2,then
LSEL,A,REAL,,4 ! Выделение линии внутреннего троса
LPLOT
*endif ! i

```

```
!
LMESH,ALL ! Построение сетки конечных элементов
!-----
```

Вычислительный процесс организуем в рамках динамического анализа поведения ферменно-вантовой конструкции при внезапном отключении одной из тросовых растяжек. Для учета больших перемещений (геометрической нелинейности) используем опцию NLGEOM,1. Этого требует специфика моделирования тросов, для которых необходимо задавать начальные деформации ($\text{eps1} < 0$, $\text{eps2} < 0$), обусловленные предварительным натяжением. Ниже приведен макрос, запускающий соответствующий решатель.

```
! Расчет предварительно напряженной ферменно-вантовой конструкции
! на прогрессирующее разрушение
Pi=4*ATAN(1) ! Число Пи
N=140 ! число шагов по временной координате
FINISH ! Выход из препроцессора
!-----
!Динамический расчет с учетом внезапно приложенного воздействия
/SOLU ! Вход в процессор решения
!ACEL,0,0,0 ! Удаление гравитационной нагрузки
ANTYPE,4 ! Нестационарное нагружение
TRNOPT,FULL ! "Полный" метод
LUMPM,0
NLGEOM,1 ! Учет больших перемещений
TIMINT,1 ! Метод Ньюмарка
OUTPR,BASIC,ALL, ! Контроль результатов на каждом шаге
OUTRES,ALL,ALL, ! Вывод результатов на каждом шаге
KBC,0 ! нагрузка от шага к шагу прикладывается плавно
!
IC,ALL,ALL,0,0, ! Задание нулевых начальных условий
!
*do,I_STEP,1,N,1 ! Цикл по временным шагам
AUTOTS,0 ! Отмена автоматического выбора шага
TIME,I_STEP/(60*Pi) ! Задание текущего шага по временной оси
*if,I_STEP,eq,1,then
ACEL,0,9.81,0, ! Нагружение фермы собственным весом
*endif ! i
!
SOLVE ! Запуск решателя
!
*enddo ! Конец цикла по I_STEP
!
FINISH ! Выход из решателя
!-----
```

На рис. 2.31 и 2.32 представлены графики амплитуд колебаний узла a (рис. 2.30) в направлении оси y соответственно для вариантов $\text{del}=1$ (отключен наружный трос) и $\text{del}=2$ (отключен внутренний трос).

Для сравнения при статическом расчете величины перемещения узловой точки a составили: для $del=1$ $W_y = 0,06003$ м; для $del=2$ $W_y = 0,07445$ м. Таким образом, ситуация, связанная с возможным отключением одного из тросов, является запроектной, Поэтому такого рода строительные системы должны исследоваться на динамический отклик при отключении одной из связей.

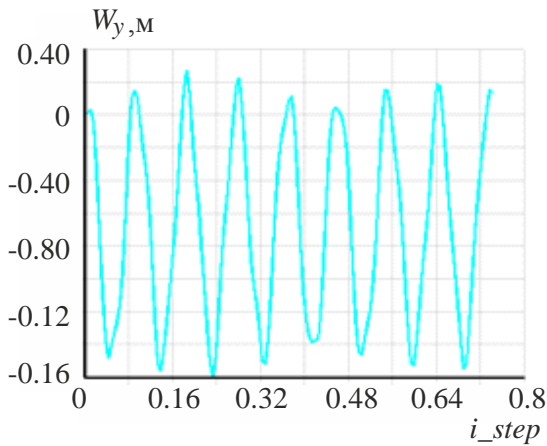


Рис. 2.31

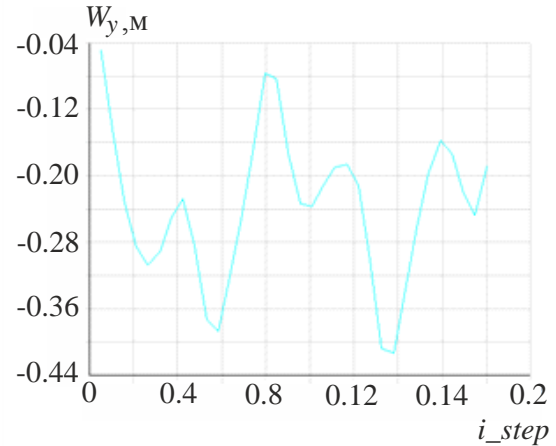


Рис. 2.32

Покадровые картины визуализации колебательного процесса ферменно-вантовой конструкции при $del=1$ для временных шагов $i_step = 10$ и $i_step = 16$ приведены на рис. 2.33. На рис. 2.34 показаны соответствующие эпюры продольных сил.

Расчеты показали, что при $del=1$ на протяжении всего времени наблюдения за колебательным процессом тросовая растяжка работает на растяжение.

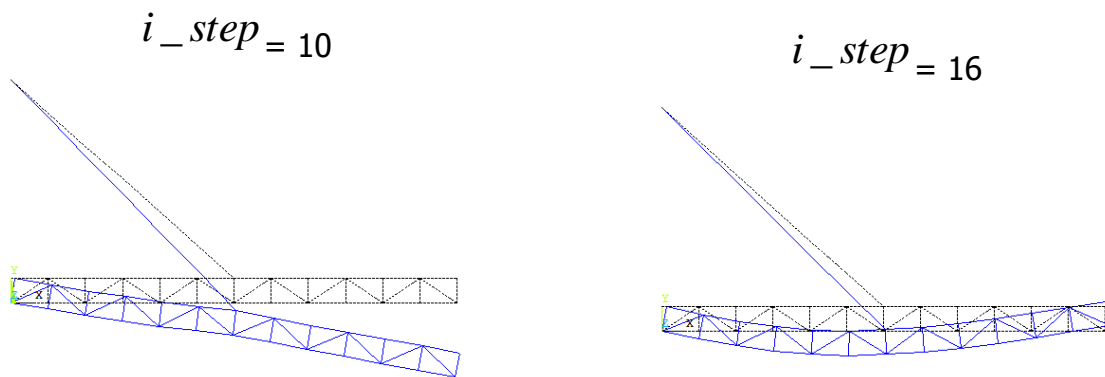


Рис. 2.33

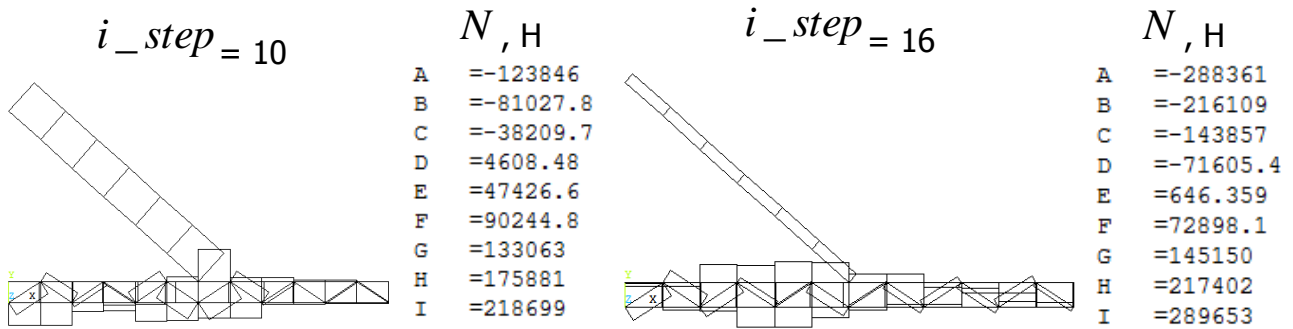


Рис. 2.34

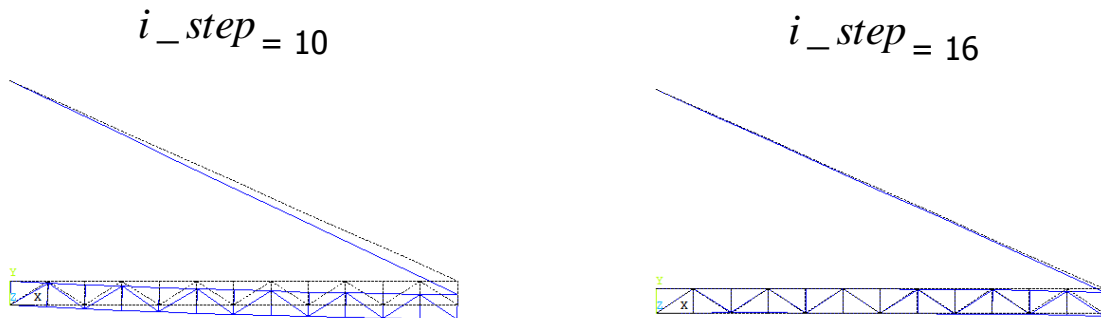


Рис. 2.35

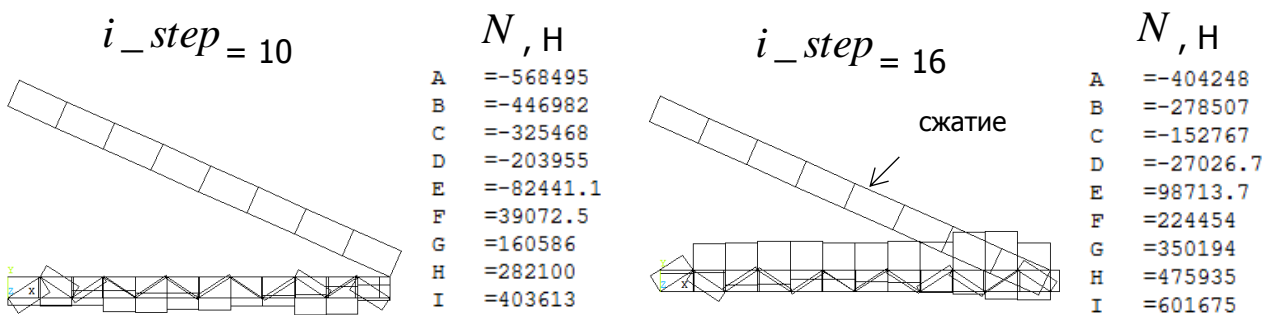


Рис. 2.36

Визуализация колебательного процесса при $del=2$ для временных шагов $i_step = 10$ и $i_step = 16$ приведена на рис. 2.35. Эпюры продольных сил, соответствующие схеме $del=2$, представлены на рис. 2.36.

В отличие от схемы $del=1$ в последнем случае в тросовой растяжке на шаге $i_step = 16$ возникают сжимающие усилия, что противоречит физическому смыслу задачи, т. к. трос – это гибкая нить, способная воспринимать только растягивающие напряжения. Важно отметить, что эффект смены знака внутреннего усилия в тросе вызывает сбой нелинейного решателя в виде аварийного останова. Это обстоятельство накладывает ограничение на выбор числа шагов N по временной координате. В частности в рассматриваемом примере для схемы $del=2$ принималось $N = 40$ (для сравнения для схемы $del=1 - N = 140$). Резюмируя можно сделать вывод, что на практике в случае обрыва внутреннего троса и реализации подвеса конструкции по схеме $del=2$ наружный трос при колебательном процессе будет испытывать резкие рывки при перекладке фермы сверху-вниз.

2.4. Расчет плоской рамы с учетом последовательности монтажа

Выполним расчет двухпролетной пятиэтажной рамы, схема которой показана на рис. 2.37, с учетом последовательности монтажа в естественном гравитационном поле g .

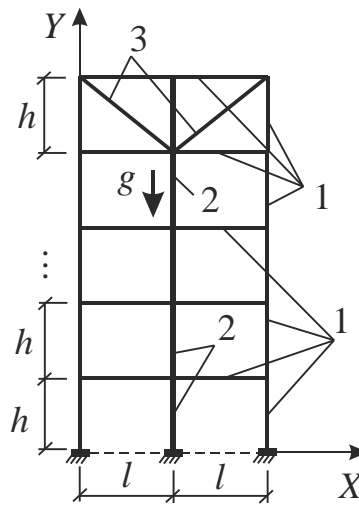


Рис. 2.37

Шаг пролета $l = 3$ м, высота этажа $h = 3$ м. Значения продольной (EF) и изгибной (EJ) жесткостей конструктивных элементов рамы представлены в табл. 2.2. Удельный вес ρ материалов: 1 – 2446 кг/м³; 2,3 – 7800 кг/м³.

Для моделирования процесса дискретного монтажа рамы используем две схемы: а) поэтажный монтаж (рис. 2.38); б) конструкционный монтаж каждого этажа (рис. 2.39). В соответствии со второй схемой каждый этаж наращивается в два этапа – сначала монтируются стойки (на пятом этаже стойки и раскосы,) а затем – ригель.

Таблица 2.2

Конструктивный элемент рамы	EF , Н	EJ , Н·м ²
1 – боковые стойки и ригели межэтажных перекрытий (бетон)	$2,7 \cdot 10^9$	$2,025 \cdot 10^7$
2 – центральная стойка (сталь)	$1,701 \cdot 10^{11}$	$1,148 \cdot 10^{10}$
3 – раскосы верхнего этажа (сталь)	$1,89 \cdot 10^{10}$	$1,418 \cdot 10^8$

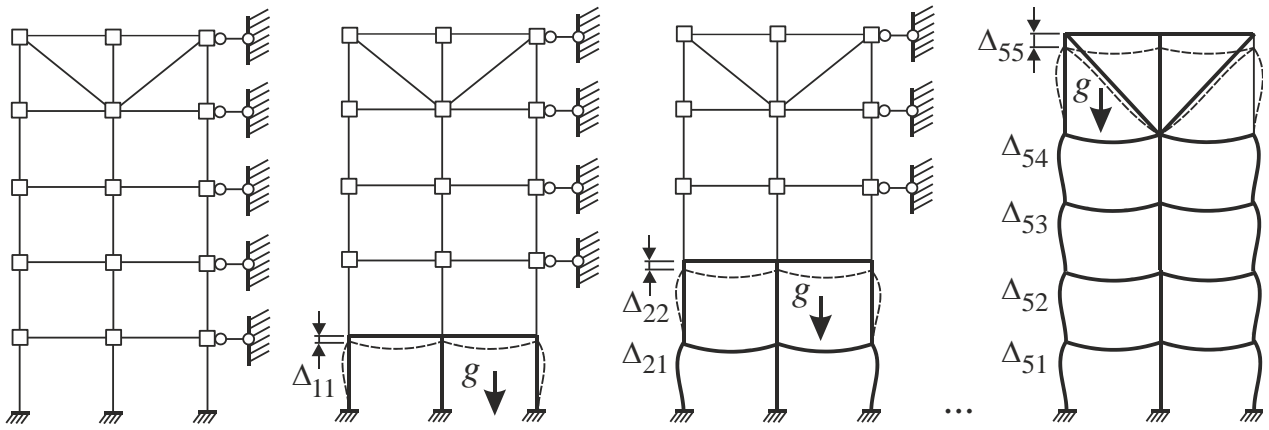


Рис. 2.38

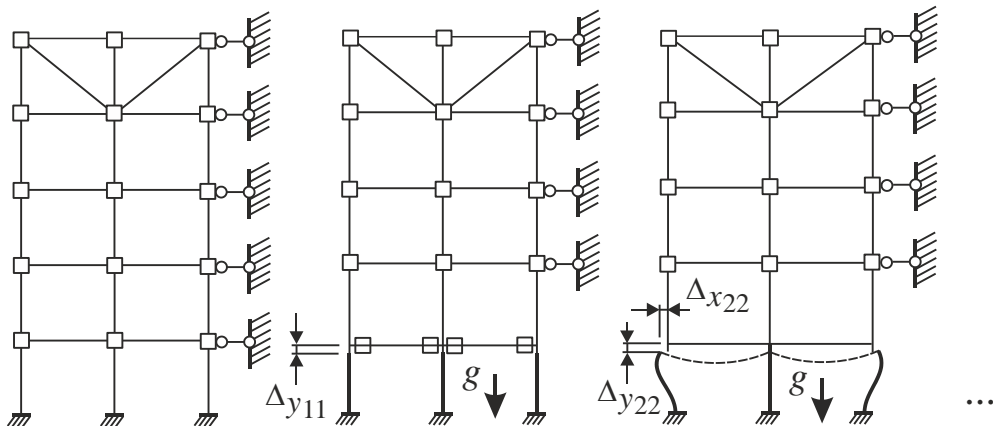


Рис. 2.39

Блок-схема алгоритма расчета при поэтажном возведении рамы представлена на рис. 2.40. Здесь введены следующие обозначения: net – число этажей; ne – число КЭ модели; nr – число узлов модели; $ux(nr)$, $uy(nr)$ – одномерные массивы, предназначенные для хранения узловых перемещений соответственно вдоль осей x и y ; $nf(ne)$, $m(ne)$ – одномерные массивы, предназначенные для хранения значений продольных сил и изгибающих моментов в КЭ модели.



Рис. 2.40

Для построения конечно-элементной сетки используем балочный КЭ типа BEAM3, имеющий три степени свободы в узле (два линейных перемещения и угол поворота). Данный КЭ предназначен для решения плоских задач строительной механики. Принимаем шаг сетки КЭ равномерный равный 0,5 м. Конечно-элементная модель рамы с нумерацией узлов показана на рис. 2.41. Детализация нумерации узлов верхнего этажа выделена на рис. 2.41 в отдельный фрагмент.

В начальном состоянии на все узлы конечно-элементной модели рамы накладываем связи, препятствующие линейным и угловым перемещениям, а все конструктивные элементы (стойки, ригели и раскосы) деактивируем (рис. 2.38, 2.39). Для этого задаем следующие условные значения механических констант материала: модуль упругости $E = 0,1^{-7}$ Н/м², коэффициент Пуассона – $\nu = 0$, удельный вес $\rho = 0$.

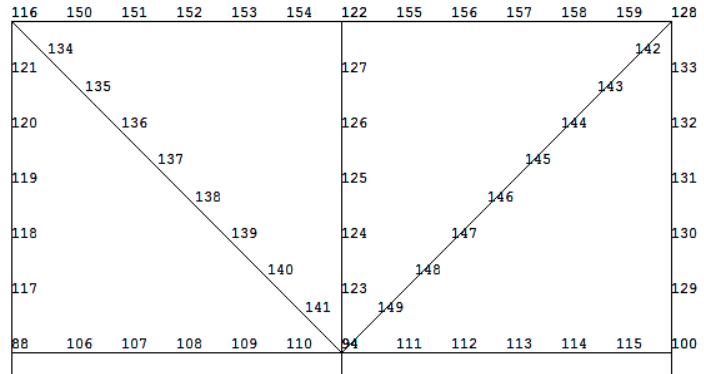
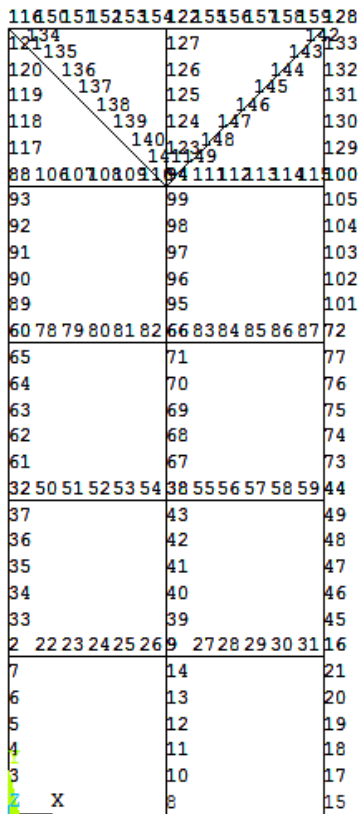


Рис. 2.41

В дальнейшем в зависимости от используемой схемы монтажа автоматически удаляем связи с узлов наращиваемого фрагмента рамы и присваиваем соответствующим конструкционным элементам реальные механические константы (см. макрос). При этом собственный вес учитываем только для наращиваемого фрагмента.

Полагаем, что в процессе дискретного наращивания рамы наследуется только напряженное состояние. Геометрию рамы на каждом шаге монтажа (начиная со второго) корректируем с учетом ранее полученных узловых перемещений.

Ниже приведен макрос для построения конечно-элементной модели рамы.

```

FINISH
/CLEAR,NOSTART ! очистка данных
!-----
/PREP7 ! Вход в препроцессор
!-----
!Ввод расчетных параметров двухпролетной многоэтажной рамы
h=3 ! высота этажа, м
n_et=5 ! число этажей
x_step=3 ! шаг колонн по оси X, м
t_kol_b=0.3 ! сечение боковых колон, ригелей и раскосов рамы
           ! t_kol_b x t_kol_b, м
t_kol_c=3*t_kol_b ! сечение центральной колонны t_kol_c x
t_kol_c, м
Eb=3.0e10 ! модуль упругости материала (бетон), Н/м^2
mub=0.2 ! коэффициент Пуассона (бетон)
rob=2446 ! удельный вес (бетон), кг/м^3
Es=2.1e11 ! модуль упругости материала (сталь), Н/м^2
    
```



```
mus=0.2 ! коэффициент Пуассона (сталь)
ros=7800 ! удельный вес (сталь), кг/м^3
stepm=0.5 ! шаг конечно-элементной сетки, м
!-----
!Геометрические характеристики стержней рамы
!Боковая колонна, межэтажный ригель, раскос
AREA_b=t_kol_b*t_kol_b ! площадь сечения, м^2
J_b=t_kol_b**4/12 ! момент инерции сечения, м^4
!Центральная колонна
AREA_c=t_kol_c*t_kol_c ! площадь сечения, м^2
J_c=t_kol_c**4/12 ! момент инерции сечения, м^4
!-----
!Задание типов КЭ для рамы. Балочный 2-х узловой КЭ BEAM3
ET,1,BEAM3 ! КЭ №1. Левая колонна
KEYOPT,1,6,0
KEYOPT,1,9,9
ET,2,BEAM3 ! КЭ №2. Центральная колонна
KEYOPT,2,6,0
KEYOPT,2,9,9
ET,3,BEAM3 ! КЭ №3. Правая колонна
KEYOPT,3,6,0
KEYOPT,3,9,9
ET,4,BEAM3 ! КЭ №4. Ригель
KEYOPT,4,6,0
KEYOPT,4,9,9
ET,5,BEAM3 ! КЭ №5. Раскос
KEYOPT,5,6,0
KEYOPT,5,9,9
!-----
R,1,AREA_b,J_b,t_kol_b, , , ! параметры сечений стержней боковых
колонн,
! межэтажных ригелей и раскосов
верхнего этажа
R,2,AREA_c,J_c,t_kol_c, , , ! параметры сечения стержня цент-
тральной колонны
!-----
!Механические константы материала (виртуальные)
!Тип № 1 - для этажей рамы до монтажа
uimp,1,EX,,,0.00000001 ! практически нулевая жесткость
uimp,1,PRXY,,,0.0
uimp,1,DENS,,,0.0
!Механические константы материала (реальные) для монтируемого
этажа рамы
!Тип № 2 - бетон
uimp,2,EX,,,Eb
uimp,2,PRXY,,,mub
uimp,2,DENS,,,rob
!Тип № 3 - сталь
uimp,3,EX,,,Es
uimp,3,PRXY,,,mus
uimp,3,DENS,,,ros
!Механические константы материала (реальные) для смонтированного
этажа рамы
```

```

!Тип № 4 - бетон
uimp,4,EX,,,Eb
uimp,4,PRXY,,,mub
uimp,4,DENS,,,0.0 ! собственный вес не учитываем
!Тип № 5 - сталь
uimp,5,EX,,,Es
uimp,5,PRXY,,,mus
uimp,5,DENS,,,0.0 ! собственный вес не учитываем
!-----
!Создание ключевых точек нулевого уровня
K,1,0,0,0
K,2,x_step,0,0
K,3,2*x_step,0,0
!Копирование ключевых точек нулевого уровня
!KGEN,число копий,№ первой точки,№ последней точки,0,приращения:
dx, dy, dz
KGEN,2,1,3,0,0,h,0
!Построение линий первого этажа рамы
L,KP(0,0,0),KP(0,h,0)
L,KP(x_step,0,0),KP(x_step,h,0)
L,KP(2*x_step,0,0),KP(2*x_step,h,0)
L,KP(0,h,0),KP(x_step,h,0)
L,KP(x_step,h,0),KP(2*x_step,h,0)
!-----
!Присвоение атрибутов конечных элементов линиям первого этажа
LSEL,S,LINE,,1 ! Выделение линии L1, принадлежащей левой стойке
LATT,1,1,1,0 ! Материал №1; константы real 1; элемент №1
LESIZE,1,stepm ! Разбиение линии с шагом stepm
LSEL,S,LINE,,2 ! Выделение линии L2, принадлежащей центральной
стойке
LATT,1,2,2,0 ! Материал №1; константы real 2; элемент №2
LESIZE,2,stepm ! Разбиение линии с шагом stepm
LSEL,S,LINE,,3 ! Выделение линии L3, принадлежащей правой стойке
LATT,1,1,3,0 ! Материал №1; константы real 1; элемент №3
LESIZE,3,stepm ! Разбиение линии с шагом stepm
LSEL,S,LINE,,4 ! Выделение линии L4, принадлежащей межэтажному
ригелю
! (левый пролет)
LATT,1,1,4,0 ! Материал №1; константы real 1; элемент №4
LESIZE,4,stepm ! Разбиение линии с шагом stepm
LSEL,S,LINE,,5 ! Выделение линии L5, принадлежащей межэтажному
ригелю (правый пролет)
LATT,1,1,4,0 ! Материал №1; константы real 1; элемент №4
LESIZE,5,stepm ! Разбиение линии с шагом stepm
ALLSEL,ALL ! Выделить все объекты
LMESH,ALL ! Построение сетки КЭ для первого этажа рамы
*get,ne_1,elem,,count ! Определения числа КЭ первого этажа
! (повторяющийся фрагмент рамы)
!-----
!Копирование линий первого этажа
!LGEN,число копий,№ первой точки,№ последней точки,0,приращения:
dx, dy, dz
LGEN,n_et-1,1,5,0,0,h,0

```



```

!-----
!Определение наибольшего номера линий nl_max (рама без верхнего
этажа)
*get,nl_max,line,,num,max
!Построение ключевых точек верхнего этажа рамы
!Определение наибольшего номера ключевой точки kp_max
*get,kp_max,kp,,num,max
!Построение ключевых точек верхнего этажа
K,kp_max+1,0,n_et*h,0
K,kp_max+2,x_step,n_et*h,0
K,kp_max+3,2*x_step,n_et*h,0
!Построение линий верхнего этажа рамы
L,KP(0,n_et*h,0),KP(x_step,n_et*h,0)
L,KP(x_step,n_et*h,0),KP(2*x_step,n_et*h,0)
L,KP(0,(n_et-1)*h,0),KP(0,n_et*h,0)
L,KP(x_step,(n_et-1)*h,0),KP(x_step,n_et*h,0)
L,KP(2*x_step,(n_et-1)*h,0),KP(2*x_step,n_et*h,0)
L,KP(0,n_et*h,0),KP(x_step,(n_et-1)*h,0)
L,KP(2*x_step,n_et*h,0),KP(x_step,(n_et-1)*h,0)
LPLOT ! Визуализация всех линий
!-----
LSEL,S,LINE,,nl_max+3 ! Выделение линии nl_max+3, принадлежащей
! левой колонне
LATT,1,1,1,0 ! Материал №1; константы real 1; элемент №1
LESIZE,nl_max+3,stepm ! Разбиение линии с шагом stepm
LMESH,nl_max+3 ! Построение сетки КЭ на выделенной линии
LSEL,S,LINE,,nl_max+4 ! Выделение линии nl_max+4, принадлежащей
! центральной колонне
LATT,1,2,2,0 ! Материал №1; константы real 2; элемент №2
LESIZE,nl_max+4,stepm ! Разбиение линии с шагом stepm
LMESH,nl_max+4 ! Построение сетки КЭ на выделенной линии
LSEL,S,LINE,,nl_max+5 ! Выделение линии nl_max+5, принадлежащей
! правой колонне
LATT,1,1,3,0 ! Материал №1; константы real 1; элемент №3
LESIZE,nl_max+5,stepm ! Разбиение линии с шагом stepm
LMESH,nl_max+5 ! Построение сетки КЭ на выделенной линии
LSEL,S,LINE,,nl_max+6 ! Выделение линии nl_max+6, принадлежащей
раскосу
LATT,1,1,5,0 ! Материал №1; константы real 1; элемент №5
LESIZE,nl_max+6,stepm ! Разбиение линии с шагом stepm
LMESH,nl_max+6 ! Построение сетки КЭ на выделенной линии
LSEL,S,LINE,,nl_max+7 ! Выделение линии nl_max+7, принадлежащей
раскосу
LATT,1,1,5,0 ! Материал №1; константы real 1; элемент №5
LESIZE,nl_max+7,stepm ! Разбиение линии с шагом stepm
LMESH,nl_max+7 ! Построение сетки КЭ на выделенной линии
!Построение сетки КЭ для верхнего этажа
LSEL,S,LINE,,nl_max+1 ! Выделение линии nl_max+1, принадлежащей
ригелю
LATT,1,1,4,0 ! Материал №1; константы real 1; элемент №4
LESIZE,nl_max+1,stepm ! Разбиение линии с шагом stepm
LMESH,nl_max+1 ! Построение сетки КЭ на выделенной линии

```




```
*dim,mj,array,ne_max
!обнуление массивов nfi, nfj
*do,i,1,ne_max,1 ! цикл по элементам модели
nfi(i)=0.0
nfj(i)=0.0
mi(i)=0.0
mj(i)=0.0
*enddo ! конец цикла по i
!-----
!Формирование ГУ
*do,j,1,nr_max,1 ! цикл по узлам модели
d,j,, , , ,ALL, , , , ! Наложение связей на узлы модели
*enddo ! j
!=====
!
!                                     «БЛОК А»
!ia,ib - номера первого и последнего КЭ наращиваемого этажа рамы
ia=1
ib=ne_1 ! ne_1 - число КЭ повторяющегося фрагмента рамы
!iar,ibr - номера первого и последнего КЭ смонтированного этажа
рамы
iar=1
ibr=ne_1
!
*do,k,1,n_et ! цикл по возводимым этажам
!-----
!Замена механических констант и удаление связей для наращиваемого
этажа рамы
!(кроме верхнего этажа)
*if,k,ne,n_et,then
ESEL,S, , ,ia,ib ! Выделение КЭ с ia по ib (наращиваемый этаж)
NSLE,S
EPLOT
/REPLOT ! Отрисовка КЭ выделенного фрагмента
!Определение количества узлов наращиваемого этажа рамы nr_k
*get,nr_k,node,,num,max
cor=0
!Корректировка ГУ для наращиваемого этажа рамы
*do,j,1,nr_k,1 ! цикл по узлам
cor=ndnext(cor) ! определение номера узла
ddelete,cor,all ! Удаление связей с узлов наращиваемого этажа
*enddo ! j
*do,i,ia,ib ! цикл по КЭ выделенного фрагмента
*GET,te,ELEM,i,ATTR,TYPE ! Определение типа КЭ с порядковым но-
мером i
*if,te,eq,1,then
!Задание механических характеристик №2. Левая колонна
mpchg,2,i
*endif ! te
*if,te,eq,2,then
!Задание механических характеристик №3. Центральная колонна
mpchg,3,i
*endif ! te
*if,te,eq,3,then
```

```
!Задание механических характеристик №2. Правая Колонна
mpchg,2,i
*endif ! te
*if,te,eq,4,then
!Задание механических характеристик №2. Ригель
mpchg,2,i
*endif ! te
*enddo ! i
ia=k*ne_1+1
ib=(k+1)*ne_1
*endif ! k
ALLSEL,ALL ! Выделить все объекты
EPLOT ! Визуализация сетки КЭ для всей рамы
!-----
!Замена механических констант для наращиваемого верхнего этажа
рамы
*if,k,eq,n_et,then
ia=(k-1)*ne_1+1
ib=ne_max
ESEL,S, , ,ia,ib ! Выделение КЭ с ia по ib (наращиваемый этаж)
NSLE,S
EPLOT
/REPLOT ! Отрисовка КЭ выделенного фрагмента
!Определение количества узлов наращиваемого этажа рамы nr_k
*get,nr_k,node, ,num,max
cor=0
!Корректировка ГУ для наращиваемого этажа рамы
*do,j,1,nr_k,1 ! цикл по узлам
cor=ndnext(cor) ! определение номера узла
ddelete,cor,all ! Удаление связей с узлов наращиваемого этажа
*enddo ! j
*do,i,ia,ib ! цикл по КЭ выделенного фрагмента
*GET,te,ELEM,i,ATTR,TYPE ! Определение типа КЭ с порядковым но-
мером i
*if,te,eq,1,then
!Задание механических характеристик №2. Левая колонна
mpchg,2,i
*endif ! te
*if,te,eq,2,then
!Задание механических характеристик №3. Центральная колонна
mpchg,3,i
*endif ! te
*if,te,eq,3,then
!Задание механических характеристик №2. Правая Колонна
mpchg,2,i
*endif ! te
*if,te,eq,4,then
!Задание механических характеристик №2. Ригель
mpchg,2,i
*endif ! te
*if,te,eq,5,then
!Задание механических характеристик №3. Раскос
mpchg,3,i
```

```

*endif ! te
*enddo ! i
ALLSEL,ALL ! Выделить все объекты
EPLOT ! Визуализация сетки КЭ для всей рамы
*endif ! k
!-----
!Замена механических констант для смонтированного этажа рамы
*if,k,ne,1,then
ESEL,S, , ,iap,ibp ! Выделение КЭ с iap по ibp (наращиваемый
этаж)
EPLOT
/REPLOT ! Отрисовка КЭ выделенного фрагмента
*do,i,iap,ibp ! цикл по КЭ выделенного фрагмента
*GET,te,ELEM,i,ATTR,TYPE ! Определение типа КЭ с порядковым но-
мером i
*if,te,eq,1,then
!Задание механических характеристик №4. Левая колонна
mpchg,4,i
*endif ! te
*if,te,eq,2,then
!Задание механических характеристик №5. Центральная колонна
mpchg,5,i
*endif ! te
*if,te,eq,3,then
!Задание механических характеристик №4. Правая Колонна
mpchg,4,i
*endif ! te
*if,te,eq,4,then
!Задание механических характеристик №4. Ригель
mpchg,4,i
*endif ! te
*enddo ! i
iap=(k-1)*ne_1+1
ibp=k*ne_1
ALLSEL,ALL ! Выделить все объекты
EPLOT ! Визуализация сетки КЭ для всей рамы
*endif ! k
!=====
ALLSEL,ALL ! Выделить все объекты
EPLOT ! Визуализация сетки КЭ для всей рамы
!Задание граничных условий (связей) в опорах рамы
!Покоординатное выделение точки левой опоры
NSEL,S,LOC,X,0
NSEL,R,LOC,Y,0
NSEL,R,LOC,Z,0
D,ALL,,,,,ALL,,,, ! Жесткая заделка в выделенной точке
!Покоординатное выделение точки средней опоры
NSEL,S,LOC,X,x_step
NSEL,R,LOC,Y,0
NSEL,R,LOC,Z,0
D,ALL,,,,,ALL,,,, ! Жесткая заделка в выделенной точке
!Покоординатное выделение точки средней опоры
NSEL,S,LOC,X,2*x_step

```

```
NSEL,R,LOC,Y,0
NSEL,R,LOC,Z,0
D,ALL,,,,,,,,ALL,,,,, ! Жесткая заделка в выделенной точке
!-----
ALLSEL,ALL ! Выделить все объекты
EPLOT ! Визуализация сетки КЭ для всей рамы
!Корректировка координат узлов модели рамы с учетом полученных
перемещений
*do,i,1,nr_max,1 ! цикл по узлам модели
axi=nx(i)+u_x(i)
ayi=ny(i)+u_y(i)
NMODIF,i,axi,ayi, ,
*enddo ! конец цикла по i
FINISH ! выход из препроцессора
!-----
/SOLU ! Вход в решатель
ANTYPE,0 ! статический расчет
SOLVE ! Запуск решателя
!Внесение изменений в массивы u_x и u_y
*do,i,1,nr_max,1 ! цикл по узлам модели
u_x(i)=u_x(i)+ux(i)
u_y(i)=u_y(i)+uy(i)
*enddo ! конец цикла по i
FINISH ! Выход из решателя
!-----
!Суммирование продольных усилий в КЭ рамы
/POST1 ! Вход в постпроцессор
SET,FIRST ! Чтение результатов первого шага
!Формирование таблицы продольных сил и изгибающих моментов
ETABLE,NXI,SMISC,1
ETABLE,NXJ,SMISC,61
ETABLE,MXI,SMISC,6
ETABLE,MXJ,SMISC,66
*do,i,1,ne_max,1 ! цикл по КЭ модели
!Извлекаем из таблицы результаты расчета ax,ay
*GET,ax,ELEM,i,ETAB,NXI
*GET,ay,ELEM,i,ETAB,NXJ
!Корректировка массивов nfi, nfj
nfi(i)=nfi(i)+ax
nfj(i)=nfj(i)+ay
*GET,ax,ELEM,i,ETAB,MXI
*GET,ay,ELEM,i,ETAB,MXJ
!Корректировка массивов mi, mj
mi(i)=mi(i)+ax
mj(i)=mj(i)+ay
*enddo ! конец цикла по iFINISH ! Выход из постпроцессора
!-----
/PREP7 ! Вход в препроцессор
*enddo ! k
FINISH ! выход из препроцессора
!-----
/POST1 ! Вход в постпроцессор
!Визуализация перемещений ux,uy
```



```
*VPUT,u_x,NODE,u_x,u_x,,,2 ! Ввод массива u_x в таблицу результатов
*VPUT,u_y,NODE,u_y,u_y,,,2 ! Ввод массива u_y в таблицу результатов
!-----
!Визуализация изгибающих моментов
*VPUT,mi,ELEM,mi,ETAB,MXI,,,2 ! Ввод массива mi в таблицу результатов
*VPUT,mj,ELEM,mj,ETAB,MXJ,,,2 ! Ввод массива mj в таблицу результатов
!-----
-----
PLLS,NXI,NXJ !* Построение суммарной эпюры продольных сил
PLLS,MXI,MXJ !* Построение суммарной эпюры изгибающих моментов
!-----
-----
```

Для реализации схемы конструкционного монтажа рамы в предыдущем макросе заменяем «**БЛОК А**» на «**БЛОК В**», макрос которого приведен ниже.

```
!=====
!  
!                               «БЛОК В»  
!ia,ib - номера первого и последнего КЭ монтируемого фрагмента  
рамы (колонны)  
ia=1  
ib=3*6  
!ic,id - номера первого и последнего КЭ монтируемого фрагмента  
рамы (ригель)  
ic=ib+1  
id=ib+2*6  
!iap,ibr - номера первого и последнего КЭ смонтированного фраг-  
мента рамы (колонны)  
iap=1  
ibr=3*6  
!icp,idp - номера первого и последнего КЭ смонтированного фраг-  
мента рамы (ригель)  
icp=ibr+1  
idp=ne_1  
last=1 ! флажок типа наращиваемого конструктивного элемента рамы  
!(last=1 - колонны; last=-1 - ригель)  
*do,k,1,n_et ! цикл по этажам рамы  
*do,kf,1,2 ! цикл по конструктивным элементам k-го этажа  
!-----  
!Замена механических констант и удаление связей для наращиваемого  
конструктивного элемента  
!(кроме верхнего этажа)  
*if,k,ne,n_et,then  
*if,kf,eq,1,then  
ESEL,S, , ,ia,ib ! Выделение КЭ с ia по ib (колонны наращиваемого  
этажа)  
NSLE,S  
EPLOT
```

```

/REPLOT ! Отрисовка КЭ выделенного фрагмента
!Определение количества узлов наращиваемого этажа рамы nr_k
*get,nr_k,node,,num,max
cor=0
!Корректировка ГУ для наращиваемого этажа рамы
*do,j,1,nr_k,1 ! цикл по узлам
cor=ndnext(cor) ! определение номера узла
ddelete,cor,all ! Удаление связей с узлов наращиваемого этажа
*enddo ! j
*do,i,ia,ib ! цикл по КЭ выделенного фрагмента
*GET,te,ELEM,i,ATTR,TYPE ! Определение типа КЭ с порядковым но-
мером i
*if,te,eq,1,then
!Задание механических характеристик №2. Левая колонна
mpchg,2,i
*endif ! te
*if,te,eq,2,then
!Задание механических характеристик №3. Центральная колонна
mpchg,3,i
*endif ! te
*if,te,eq,3,then
!Задание механических характеристик №2. Правая Колонна
mpchg,2,i
*endif ! te
*enddo ! i
ia=k*ne_1+1
ib=k*ne_1+3*6
*endif ! kf
*if,kf,eq,2,then
ESEL,S,,ic,id ! Выделение КЭ с ic по id (ригель наращиваемого
этажа)
NSLE,S
EPLOT
/REPLOT ! Отрисовка КЭ выделенного фрагмента
!Определение количества узлов наращиваемого этажа рамы nr_k
*get,nr_k,node,,num,max
cor=0
!Корректировка ГУ для наращиваемого этажа рамы
*do,j,1,nr_k,1 ! цикл по узлам
cor=ndnext(cor) ! определение номера узла
ddelete,cor,all ! Удаление связей с узлов наращиваемого этажа
*enddo ! j
*do,i,ic,id ! цикл по КЭ выделенного фрагмента
*GET,te,ELEM,i,ATTR,TYPE ! Определение типа КЭ с порядковым но-
мером i
*if,te,eq,4,then
!Задание механических характеристик №2. Ригель
mpchg,2,i
*endif ! te
*enddo ! i
ic=k*ne_1+3*6+1
id=k*ne_1+3*6+2*6
*endif ! kf

```



```

*endif ! k
ALLSEL,ALL ! Выделить все объекты
EPLOT ! Визуализация сетки КЭ для всей рамы
!-----
!Замена механических констант для наращиваемого верхнего этажа
рамы
*if,k,eq,n_et,then
*if,kf,eq,1,then
ia=(k-1)*ne_1+1
ib=ne_max-2*6
ESEL,S, , ,ia,ib ! Выделение КЭ с ia по ib (Колонны и раскосы
наращиваемого этажа)
NSLE,S
EPLOT
/REPLOT ! Отрисовка КЭ выделенного фрагмента
!Определение количества узлов наращиваемого этажа рамы nr_k
*get,nr_k,node, ,num,max
cor=0
!Корректировка ГУ для наращиваемого этажа рамы
*do,j,1,nr_k,1 ! цикл по узлам
cor=ndnext(cor) ! определение номера узла
ddelete,cor,all ! Удаление связей с узлов наращиваемого этажа
*enddo ! j
*do,i,ia,ib ! цикл по КЭ выделенного фрагмента
*GET,te,ELEM,i,ATTR,TYPE ! Определение типа КЭ с порядковым но-
мером i
*if,te,eq,1,then
!Задание механических характеристик №2. Левая колонна
mpchg,2,i
*endif ! te
*if,te,eq,2,then
!Задание механических характеристик №3. Центральная колонна
mpchg,3,i
*endif ! te
*if,te,eq,3,then
!Задание механических характеристик №2. Правая Колонна
mpchg,2,i
*endif ! te
*if,te,eq,5,then
!Задание механических характеристик №3. Раскос
mpchg,3,i
*endif ! te
*enddo ! i
*endif ! kf
*if,kf,eq,2,then
ic=ne_max-2*6+1
id=ne_max
ESEL,S, , ,ic,id ! Выделение КЭ с ic по id (ригель наращиваемого
этажа)
NSLE,S
EPLOT
/REPLOT ! Отрисовка КЭ выделенного фрагмента
!Определение количества узлов наращиваемого этажа рамы nr_k

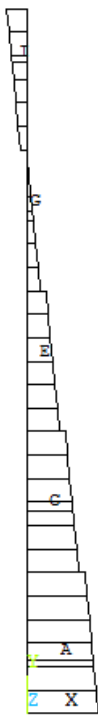
```

```
*get,nr_k,node,,num,max
cor=0
!Корректировка ГУ для наращиваемого этажа рамы
*do,j,1,nr_k,1 ! цикл по узлам
cor=ndnext(cor) ! определение номера узла
ddelete,cor,all ! Удаление связей с узлов наращиваемого этажа
*enddo ! j
*do,i,ic,id ! цикл по КЭ выделенного фрагмента
*GET,te,ELEM,i,ATTR,TYPE ! Определение типа КЭ с порядковым номером i
*if,te,eq,4,then
!Задание механических характеристик №2. Ригель
mpchg,2,i
*endif ! te
*enddo ! i
*endif ! kf
ALLSEL,ALL ! Выделить все объекты
EPLOT ! Визуализация сетки КЭ для всей рамы
*endif ! k
!-----
!Замена механических констант для смонтированных этажей рамы
*if,k,ne,1,then
*if,kf,eq,2,then
ESEL,S,, ,iap,ibp ! Выделение КЭ с iap по ibp (колонны)
EPLOT
/REPLOT ! Отрисовка КЭ выделенного фрагмента
*do,i,iap,ibp ! цикл по КЭ выделенного фрагмента
*GET,te,ELEM,i,ATTR,TYPE ! Определение типа КЭ с порядковым номером i
*if,te,eq,1,then
!Задание механических характеристик №4. Левая колонна
mpchg,4,i
*endif ! te
*if,te,eq,2,then
!Задание механических характеристик №5. Центральная колонна
mpchg,5,i
*endif ! te
*if,te,eq,3,then
!Задание механических характеристик №4. Правая Колонна
mpchg,4,i
*endif ! te
*enddo ! i
iap=(k-1)*ne_1+1
ibp=(k-1)*ne_1+3*6
*endif ! kf
*if,kf,eq,1,then
ESEL,S,, ,icp,idp ! Выделение КЭ с icp по idp (ригель)
NSLE,S
EPLOT
/REPLOT ! Отрисовка КЭ выделенного фрагмента
*do,i,icp,idp ! цикл по КЭ выделенного фрагмента
*GET,te,ELEM,i,ATTR,TYPE ! Определение типа КЭ с порядковым номером i
```

```
*if,te,eq,4,then
!Задание механических характеристик №4. Ригель
mpchg,4,i
*endif ! te
*enddo ! i
icp=(k-1)*ne_1+3*6+1
idp=(k-1)*ne_1+3*6+2*6
*endif ! kf
!
*endif ! k
!=====
```

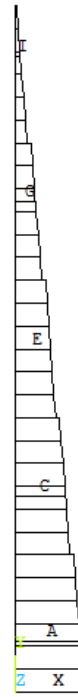
Результаты конечно-элементного моделирования в виде эпюр продольных сил N в боковой стойке рамы для различных расчетных моделей представлены на рис. 2.42-2.44.

Из рис. 2.42 следует, что при реализации расчетной схемы, моделирующей мгновенное возведение рамы, в боковых стойках пятого этажа возникают растягивающие продольные силы. Это объясняется различием жесткостей EF и EJ боковых и центральной стоек, а также конструктивными особенностями (наличие раскосов) верхнего этажа. В результате боковые стойки пятого этажа оказываются как бы подвешенными в точках сопряжения с верхним ригелем. При использовании модели дискретного поэтажного наращивания (рис. 2.43) во всех элементах боковых стоек продольные усилия становятся сжимающими, что практически наблюдается в действительности при возведении подобных стержневых конструкций. Однако более реалистичной в данном аспекте будет схема возведения, базирующаяся на конструкционном наращивании этажей рамы (рис. 2.44). Как видно при конструкционном наращивании элементов рамы все стержни боковых стоек также работают только на сжатие, вместе с тем вертикальная реакция в заделке в данном случае почти в 2,5 раза больше, чем при расчете по поэтажной схеме монтажа (рис. 2.43).



$N, Н$	
A	=-31532.6
B	=-26661.3
C	=-21790
D	=-16918.7
E	=-12047.5
F	=-7176.17
G	=-2304.89
H	=2566.4
I	=7437.69

Рис. 2.42



$N, Н$	
A	=-41548.4
B	=-36786.4
C	=-32024.4
D	=-27262.4
E	=-22500.5
F	=-17738.5
G	=-12976.5
H	=-8214.49
I	=-3452.5

Рис. 2.43



$N, Н$	
A	=-105221
B	=-94148.7
C	=-83076.3
D	=-72003.8
E	=-60931.4
F	=-49858.9
G	=-38786.5
H	=-27714
I	=-16641.6

Рис. 2.44

Картины деформированного состояния рамы, полученные при мгновенном монтаже и схемах поэтажного и конструкционного наращивания соответственно представлены на рис. 2.45-2.47.

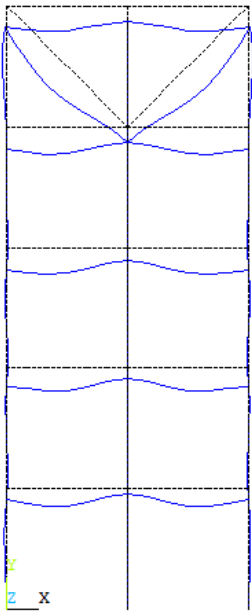


Рис. 2.45

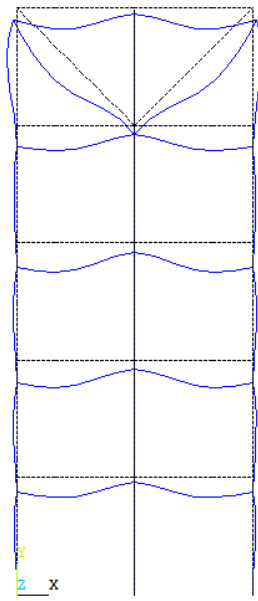


Рис. 2.46

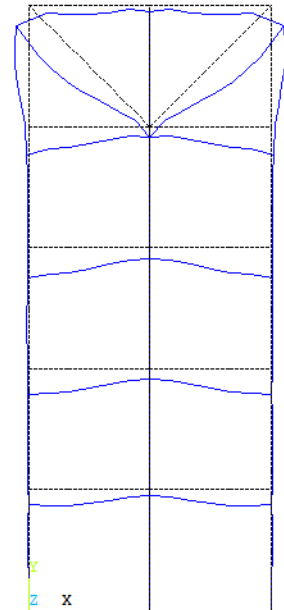


Рис. 2.47

Значения максимальных вертикальных $u_{y \max}$ и горизонтальных $u_{x \max}$ перемещений для рассматриваемых расчетных схем приведены в табл. 2.3.

Таблица 2.3

Мгновенное возведение	Поэтажное возведение	Конструкционное возведение
$u_{y \max} = -0,915 \cdot 10^{-4} \text{ м}$	$u_{y \max} = -0,689 \cdot 10^{-4} \text{ м}$	$u_{y \max} = -0,689 \cdot 10^{-4} \text{ м}$
$u_{x \max} = 0,342 \cdot 10^{-4} \text{ м}$	$u_{x \max} = 0,441 \cdot 10^{-4} \text{ м}$	$u_{x \max} = 0,441 \cdot 10^{-4} \text{ м}$



Рис. 2.48

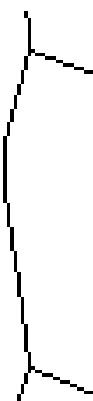


Рис. 2.49

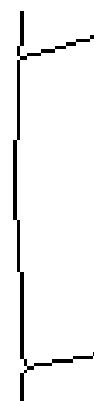
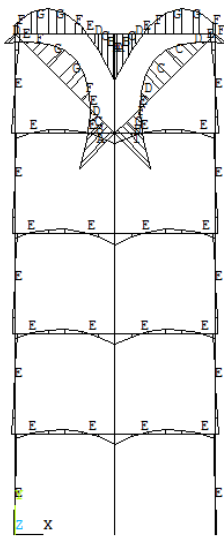


Рис. 2.50

Анализируя картины деформированного состояния межэтажных фрагментов рамы, показанные на рис. 2.48-2.50, можно сделать вывод о том, что при дискретном наращивании происходит трансформация перемещений в боковых стойках второго,

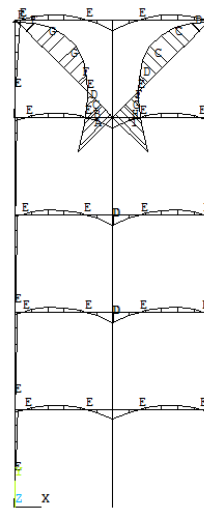
третьего и четвертого этажей. Так при мгновенном возведении данные стойки в деформированном состоянии имеют синусоидальную форму (рис. 2.48), а при поэтажном монтаже – параболическую форму (рис. 2.49). Причем вертикальные перемещения во втором случае оказываются меньше. Реализация модели конструкционного монтажа (рис. 2.50) по сравнению с моделью поэтажного монтажа (рис. 2.48) вносит коррективы в картину деформированного состояния рамы. Установлено, что при конструкционном монтаже точки сопряжения боковых стоек и ригелей в процессе монтажа симметрично смещаются в горизонтальном направлении, т. е. «разъезжаются» в стороны. Особенно отчетливо это прослеживается для пятого этажа рамы (рис. 2.47).



$M, \text{Н}\cdot\text{м}$

A	=-8866.61
B	=-6649.96
C	=-4433.31
D	=-2216.65
E	=0
F	=2216.65
G	=4433.31
H	=6649.96
I	=8866.61

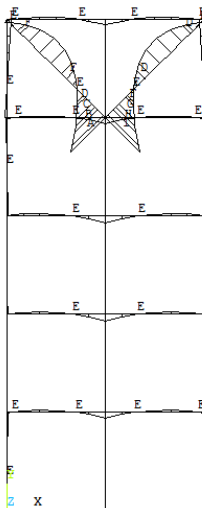
Рис. 2.51



$M, \text{Н}\cdot\text{м}$

A	=-9873.54
B	=-7405.15
C	=-4936.77
D	=-2468.38
E	=0
F	=2468.38
G	=4936.77
H	=7405.15
I	=9873.54

Рис. 2.52



$M, \text{Н}\cdot\text{м}$

A	=-21639.5
B	=-16229.6
C	=-10819.7
D	=-5409.87
E	=0
F	=5409.87
G	=10819.7
H	=16229.6
I	=21639.5

Рис. 2.53

Эпюры изгибающих моментов M для схем мгновенного возведения, поэтажного и конструкционного наращивания рамы соответственно представлены на рис. 2.51-2.53. Как видно из этих рисунков максимальные значения изгибающих моментов для рассмотренных схем возникают в раскосах пятого этажа. Причем наибольшие значения

изгибающего момента соответствуют расчету по схеме конструкционного наращивания рамы (рис. 2.53).

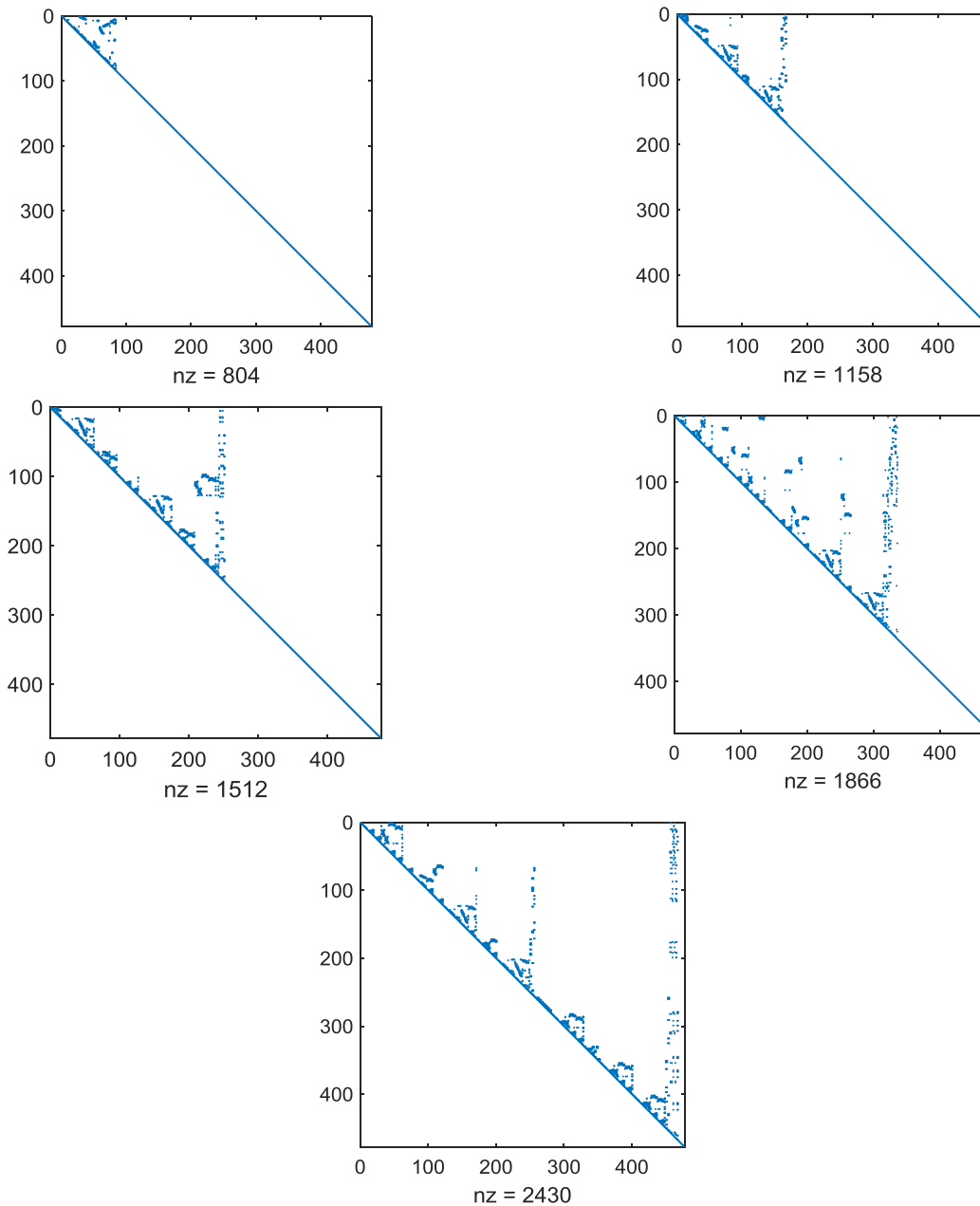


Рис. 2.54

На рис. 2.54 представлены портреты верхнего треугольника (включая главную диагональ) матрицы жесткости, соответствующие поэтажному наращиванию первого, второго, третьего, четвертого и пятого этажей. Под данными рисунками приведено значение параметра nz , численно равного количеству ненулевых элементов верхнего треугольника матрицы жесткости. Приведенные портреты отражают структуру матрицы жесткости после переупорядочивания по алгоритму минимальной степени.

Отметим, что на этапе наращивания с первого по четвертый этаж включительно на главной диагонали матрицы жесткости ниже активного фронта элементов располагаются единичные диагональные элементы.

2.5. Упругопластический расчет плоской статически неопределимой рамы

Выполним упругопластический расчет плоской статически неопределимой рамы, показанной на рис. 2.55.

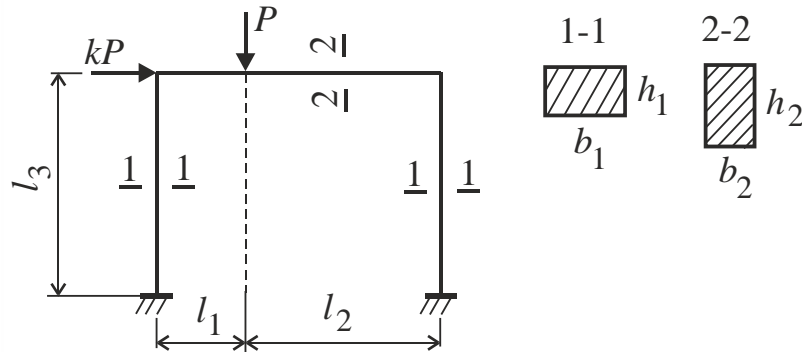


Рис. 2.55

Исходные данные: $l_1 = 2 \text{ м}$; $l_2 = 4 \text{ м}$; $l_3 = 3 \text{ м}$; $b_1 = 0,3 \text{ м}$; $h_1 = 0,2 \text{ м}$; $b_2 = 0,2 \text{ м}$; $h_2 = 0,36 \text{ м}$; $k = 0,6$.

Принимаем, что стойки и ригель рамы выполнены из идеально упругопластического материала одинаково работающего при растяжении и сжатии (рис. 2.56). Предел упругости материала $\sigma_T = 285 \text{ МПа}$.

Стержни рамы моделируем 2-х узловыми балочными КЭ типа BEAM23 с тремя степенями свободы в узле (две линейные и одна угловая). Данные КЭ позволяют выполнять расчеты плоских рамных конструкций с учетом упругопластического деформирования.

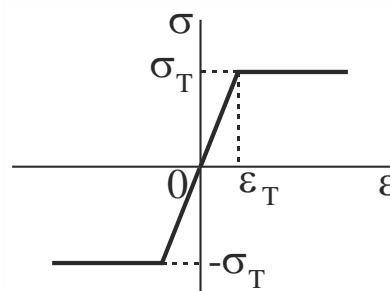


Рис. 2.56

Как в предыдущих примерах для формирования геометрии, назначения жесткостей стержней, задания граничных условий, нагружения рамы, построения конечно-элементной сетки и численного решения результирующей нелинейной системы уравнений используем встроенный в ANSYS язык параметрического программирования APDL, который по своему синтаксису напоминает Фортран. Ниже приведен листинг соответствующего макроса.


```

FINISH
/CLEAR,NOSTART ! очистка от предыдущих данных
/PREP7 ! Вход в препроцессор
!-----
!Ввод параметров исходных данных:
!Геометрические параметры, м
l1=2
l2=4
l3=3
b1=0.3
h1=0.2
b2=0.2
h2=0.36
!Константы материала
E=2e11 ! Модуль упругости, Н/м^2
nu=0.28 ! Коэффициент Пуассона
sigT=285e06 ! Предел упругости, Н/м^2
Ek=0.01*E ! модуль упрочнения, Н/м^2
!Коэффициент нагрузки
!-----
!Параметры нагружения
k=0.6
N_STEP=50 ! Число шагов нагружения
P_MAX=1750000 ! Максимальное значение параметра нагружения, Н
!-----
!Вычисление геометрических характеристик сечений
!Стойки
F1=b1*h1 ! Площадь сечения №1, м^2
J1=(b1*h1**3)/12 ! Осевой момент инерции сечения №1, м^4
!Ригель
F2=b2*h2 ! Площадь сечения №2, м^2
J2=(b2*h2**3)/12 ! Осевой момент инерции сечения №2, м^4
!-----
!Геометрия рамы. Ввод координат ключевых точек, м
K,1,0,0,0 ! Точка 1
K,2,0,l3,0 ! Точка 2
K,3,l1,l3,0 ! Точка 3; координата точки приложения силы P
K,4,l1+l2,l3,0 ! Точка точка 4
K,5,l1+l2,0,0 ! Точка точка 5
!-----
!Соединение ключевых точек линиями
LSTR,1,2 ! Создание линии между точками 1 и 2
LSTR,2,3 ! Создание линии между точками 2 и 3
LSTR,3,4 ! Создание линии между точками 3 и 4
LSTR,4,5 ! Создание линии между точками 4 и 5
!-----
!Выбор конечного элемента тип BEAM23
!(2D балка для упругопластического анализа)
ET,1,BEAM23
!Параметры BEAM23
KEYOPT,1,2,1
KEYOPT,1,4,1
KEYOPT,1,6,0

```

```

!-----
!Ввод геометрических характеристик стержней рамы
!Стойки
R,1,F1,J1,h1
!Ригель
R,2,F2,J2,h2
!-----
!Назначение механических констант материала
UIMP,1,EX,,,E ! Модуль упругости материала
UIMP,1,PRXY,,,nu ! Коэффициент Пуассона
!Параметры билинейной диаграммы деформирования
TB,BISO,1,1,2,
TBTEMP,0
TBDATA,,sigT,Ek,,,,
!-----
!Задание граничных условий (связей)
!Покоординатное выделение точки левой опоры
KSEL,S,LOC,X,0
KSEL,R,LOC,Y,0
KSEL,R,LOC,Z,0
DK,ALL,,,,,ALL,,,, ! Жесткая заделка в выделенной точке
!Покоординатное выделение точки правой опоры
KSEL,S,LOC,X,l1+l2
KSEL,R,LOC,Y,0
KSEL,R,LOC,Z,0
DK,ALL,,,,,ALL,,,, ! Жесткая заделка в выделенной точке
ALLSEL,ALL ! Выделить все объекты
!-----
!Присвоение атрибутов конечных элементов линиям
LSEL,S,LINE,,1 ! Выделение линии L1
LATT,1,1,1,0 ! Материал №1; константы real 1; элемент BEAM3
LESIZE,1,1 ! Разбиение линии L1 на конечные элементы с шагом 1м
LSEL,S,LINE,,2 ! Выделение линии L1
LATT,1,2,1,0 ! Материал №1; константы real 2; элемент BEAM3
LESIZE,2,1 ! Разбиение линии L2 на конечные элементы с шагом 1м
LSEL,S,LINE,,3 ! Выделение линии L3
LATT,1,2,1,0 ! Материал №1; константы real 2; элемент BEAM3
LESIZE,3,1 ! Разбиение линии L3 на конечные элементы с шагом 1м
LSEL,S,LINE,,4 ! Выделение линии L4
LATT,1,1,1,0 ! Материал №1; константы real 1; элемент BEAM3
LESIZE,4,1 ! Разбиение линии L4 на конечные элементы с шагом 1м
ALLSEL,ALL ! Выделить все объекты
LMESH,ALL ! Построение сетки конечных элементов
FINISH ! Выход из препроцессора
!-----
/SOLU ! Вход в решатель
!
ANTYPE,0 ! Статический расчет
NLGEOM,1 ! Учет больших перемещений
OUTPR,BASIC,ALL, ! Вывод результатов на каждом шаге
OUTRES,ALL,ALL, ! Контроль решения на каждом шаге
*DO,I_STEP,1,N_STEP,1 ! Цикл по шагам нагружения

```

```

P_STEP=P_MAX*( I_STEP/N_STEP) ! Текущее значение параметра нагру-
жения
TIME,I_STEP ! Задание параметра очередного шага нагружения
!Покоординатное выделение точки приложения силы P
KSEL,S,LOC,X,11
KSEL,R,LOC,Y,13
KSEL,R,LOC,Z,0
FK,ALL,FY,-P_STEP ! Приложение силы P_STEP в выделенной точке по
направлению Y
!Покоординатное выделение точки приложения силы kP
KSEL,S,LOC,X,0
KSEL,R,LOC,Y,13
KSEL,R,LOC,Z,0
FK,ALL,FX,k*P_STEP ! Приложение силы k*P_STEP в выделенной точке
по направлению X
ALLSEL,ALL ! Выделить все объекты
SOLVE ! Решение системы уравнений на шаге I_STEP
*ENDDO ! Конец цикла по I_STEP
FINISH ! Выход из нелинейного решателя
!-----

```

Процесс нагружения рамы организован в виде шаговой процедуры.

При работе процессора решения нелинейной системы уравнений на экране монитора появляется окно визуализации параметров итерационного процесса на текущем шаге нагружения (рис. 2.57). Следует отметить, что нелинейный решатель комплекса ANSYS при превышении предельного значения параметра нагружения «аварийно» завершает работу. Поэтому для корректного задания величины параметра нагружения P_MAX требуется серия вычислительных экспериментов.

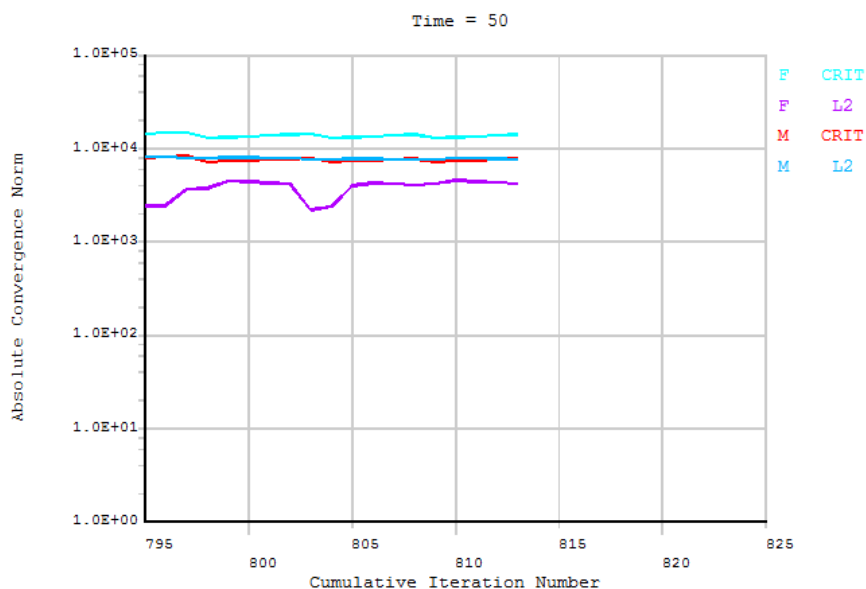
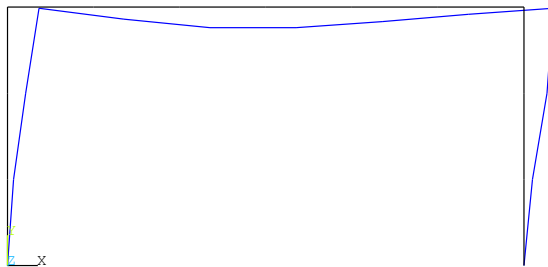


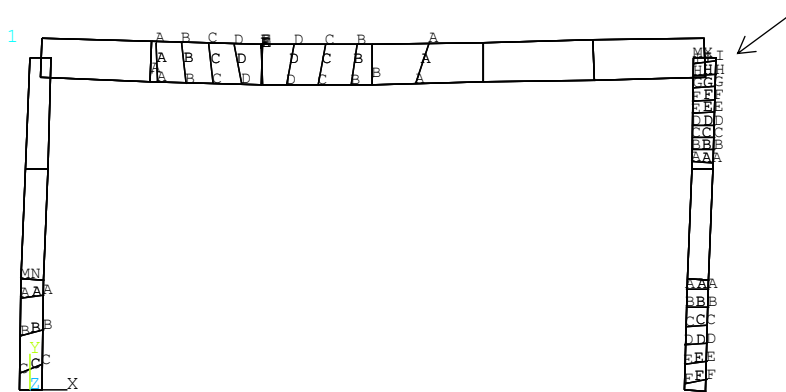
Рис. 2.57

На рис. 2.58 и 2.59 представлены результаты расчета на последнем шаге нагружения соответственно в виде картин деформированного состояния рамы и распределения в стержнях рамы интенсивности пластических деформаций ϵ_{ip} .



```
ANSYS 14.5.7
DISPLACEMENT
STEP=50
SUB =38
TIME=50
PowerGraphics
EFACET=1
AVRES=Mat
DMX =.107379
```

Рис. 2.58



ϵ_{ip}

```
ANSYS 14.5.7
A =.476E-03
B =.001428
C =.002379
D =.003331
E =.004283
F =.005234
G =.006186
H =.007138
I =.008089
```

Рис. 2.59

На рис. 2.59 стрелка указывает на область, в которой образовался пластический шарнир. В данном случае эта область принадлежит элементу стойки, примыкающему к ригелю.

Графики горизонтального W_x и вертикального W_y перемещений точки приложения сосредоточенной силы P в зависимости от номера шага нагружения i_step представлены на рис. 2.60 и 2.61.

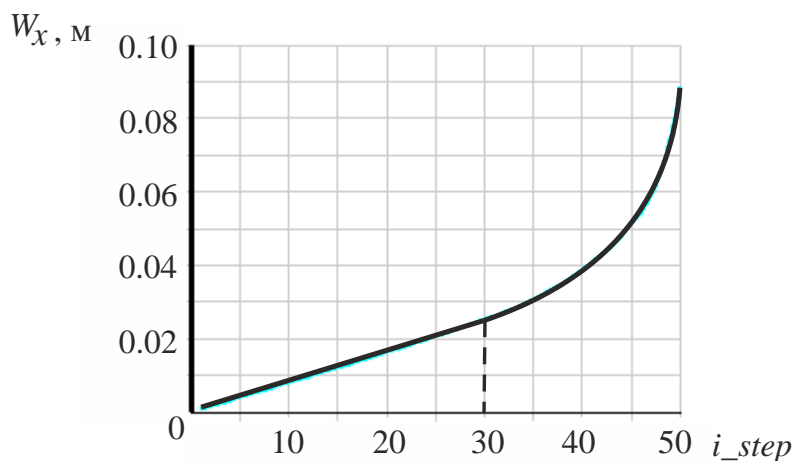


Рис. 2.60

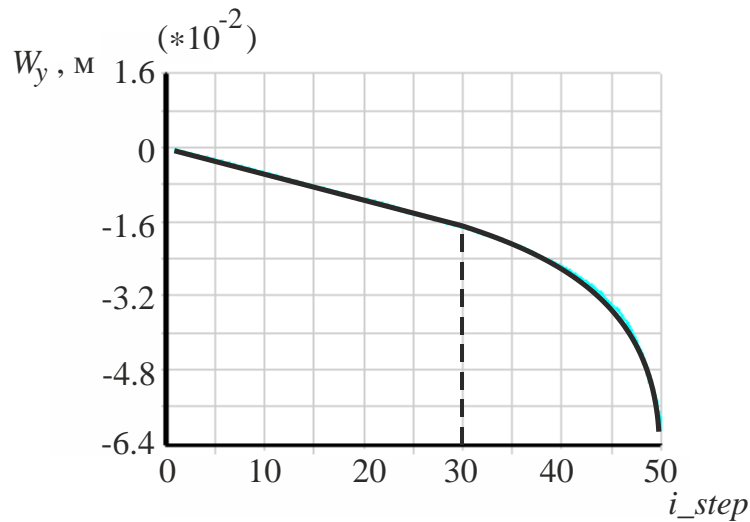


Рис. 2.61

Как следует из приведенных графиков, линейно упругая стадия работы рамы заканчивается на шаге $i_step = 30$. Далее вследствие пластического отклика материала наблюдается нелинейная зависимость между наблюдаемыми перемещениями и нагрузкой. На последнем шаге нагружения $i_step = 50$ происходит, так называемый, «вертикальный срыв решения», что указывает на исчерпание несущей способности рамы. Эпюра изгибающих моментов M , соответствующая последнему шагу нагружения приведена на рис. 2.62.

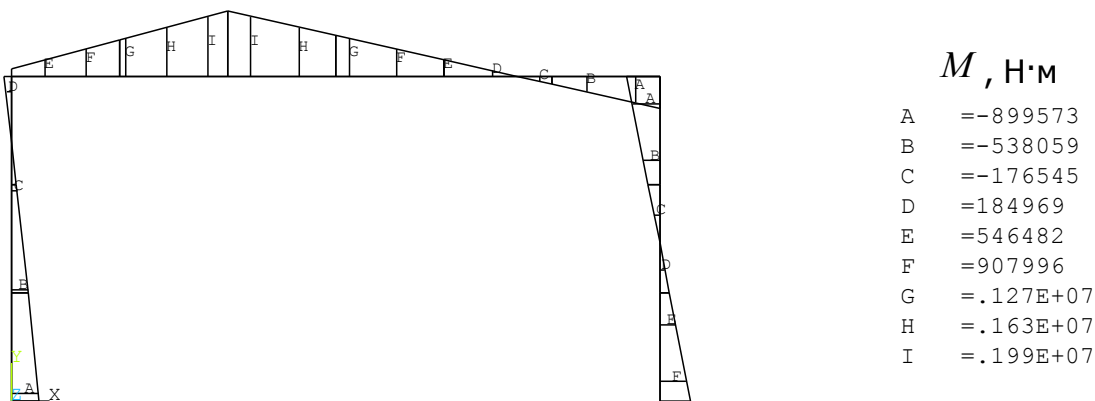


Рис. 2.62

Сопоставляя эпюру M с картиной распределения $\varepsilon_{иp}$ (рис. 2.59), приходим к выводу, что сечение, в котором возникает экстремальный изгибающий момент ($0,199 \cdot 10^7 \text{ Н}\cdot\text{м}$), не совпадает с положением пластического шарнира. Это объясняется тем, что жесткость ригеля выше жесткости стоек.

В заключении данного примера приведем значение предельной нагрузки, вычисленное по методу предельного равновесия $P_{пр} = 1910 \text{ кН}$. Для сравнения МКЭ дает значение предельной нагрузки равное 1750 кН , что почти на 10% меньше.



БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гайджуров П.П. Применение комплекса ANSYS для анализа напряженно-деформированного состояния строительной системы «основание – фундамент – многоэтажное здание» – Ростов н/Д: ДГТУ, 2017.–Учебное сетевое электронное издание – Режим доступа: <http://de.donstu.ru/CDOCourses/0b565a1f-60dd-4ff0-915b-b64239c8cdff/4223/5253/4162.pdf>