



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
Кафедра «Строительная механика и теория сооружений»

Практикум

по выполнению расчетно-графической работы
на тему

«Расчет на устойчивость сжатых стержней»

Автор
Бондаренко В.П.

Ростов-на-Дону, 2024

Аннотация

Практикум содержит основные теоретические положения, примеры решения типовых задач и порядок выполнения студентами расчетно-графической работы на тему «Расчет на устойчивость сжатых стержней» по дисциплинам сопротивление материалов, техническая механика, архитектурно-строительная механика, теоретическая и прикладная механика, строительная механика.

Практикум предназначен для студентов всех форм обучения (очной, очно-заочной, заочной) технических направлений подготовки (специальностей), в частности, для студентов, обучающихся по направлениям 08.03.01 «Строительство»; 07.03.02 «Реконструкция и реставрация архитектурного наследия»; 07.03.01 «Архитектура»; 07.03.04 «Градостроительство»; 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов»; 29.03.04 «Технология художественной обработки материалов» и специальностям 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений»; 21.05.01 «Прикладная геодезия»; 23.05.01 «Наземные транспортно-технологические средства».

Автор

к.т.н., доцент кафедры «Сопротивление материалов»
Бондаренко В.П.





Оглавление

УСТОЙЧИВОСТЬ ЦЕНТРАЛЬНО СЖАТОГО ГИБКОГО СТЕРЖНЯ	4
Тема 1. Основные теоретические положения	4
Тема 2. Примеры расчета сжатых стержней на устойчивость.....	9
Контрольные вопросы	20
Рекомендуемая литература.....	20

УСТОЙЧИВОСТЬ ЦЕНТРАЛЬНО СЖАТОГО ГИБКОГО СТЕРЖНЯ

Тема 1. Основные теоретические положения

Во многих случаях проектирования инженерных сооружений обычных расчетов на прочность бывает недостаточно для того, чтобы получить полное представление о работе сооружения.

Это вызвано тем, что наряду с проблемой прочности существует проблема *устойчивости* сооружения или его элементов.

Определение. Устойчивость есть свойство сооружения оказывать сопротивление посторонним случайным воздействиям и самостоятельно восстанавливать свое положение и форму равновесия в деформированном состоянии, когда случайные воздействия исчезают.

Переход сооружения из устойчивого состояния в неустойчивое часто называют потерей устойчивости. Границу этого перехода называют критическим состоянием сооружения, а соответствующие нагрузки – критическими.

Определение. Потеря устойчивости прямолинейной формы равновесия центрально сжатого прямого стержня называется продольным изгибом.

Определение. Наименьшее значение центрально приложенной сжимающей силы F , при которой первоначальная прямолинейная форма равновесия стержня становится неустойчивой, называется критической силой $F_{кр}$.

Идеально прямой гибкий стержень из упругого материала, нагруженный центрально приложенной сжимающей силой, при постепенном возрастании этой силы может находиться в нескольких состояниях.

1. Величина сжимающей силы F меньше некоторого значения $F_{кр}$.

В этом случае, если стержень отклонить от прямолинейного состояния равновесия какой-либо поперечной нагрузкой (рис. 1, **а**), то после прекращения действия поперечной нагрузки, стержень под действием сил упругости вернется в исходное состояние равновесия, то есть прямолинейная форма равновесия в этом случае является устойчивой.

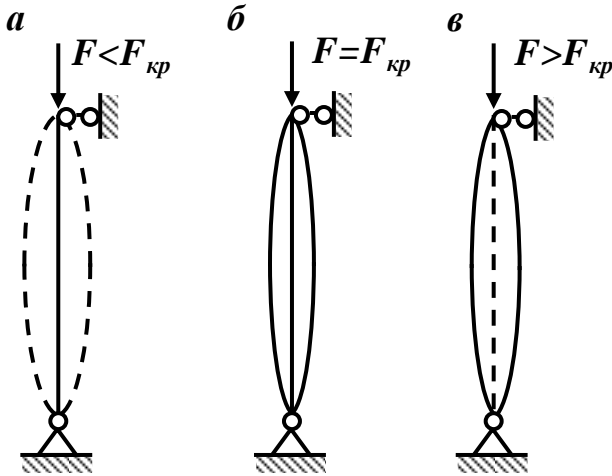


Рис. 1

2. Величина сжимающей силы F равна критической силе $F_{кр}$.

В идеальном случае стержень может оставаться прямолинейным, но при отклонении его дополнительной поперечной нагрузкой, он остается в изогнутом положении после прекращения действия этой нагрузки. Таким образом, прямолинейная форма равновесия становится неустойчивой и стержень легко может перейти в другую, криволинейную форму равновесия (рис. 1, б).

3. Величина сжимающей силы F больше $F_{кр}$.

Стержень искривляется без какого-либо дополнительного воздействия на него. Прямолинейная форма устойчивого равновесия сменяется криволинейной, то есть стержень теряет устойчивость исходной (первоначально заданной) формы равновесия (рис. 1, в). При этом происходит резкое нарастание прогибов и возникают значительные дополнительные деформации и напряжения изгиба.

Величина критической силы в стержнях, материал которых работает в пределах пропорциональности, то есть подчиняется закону Гука, определяется по формуле Эйлера

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{l_0^2} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{(\mu l)^2}, \quad (1)$$

Расчет на устойчивость сжатых стержней

где

E – модуль продольной упругости;

J_{min} – минимальный момент инерции;

$l_0 = \mu \cdot l$ называется приведенной длиной стержня;

μ – коэффициент приведения длины, величина которого зависит от типа и расположения опор (рис. 2).

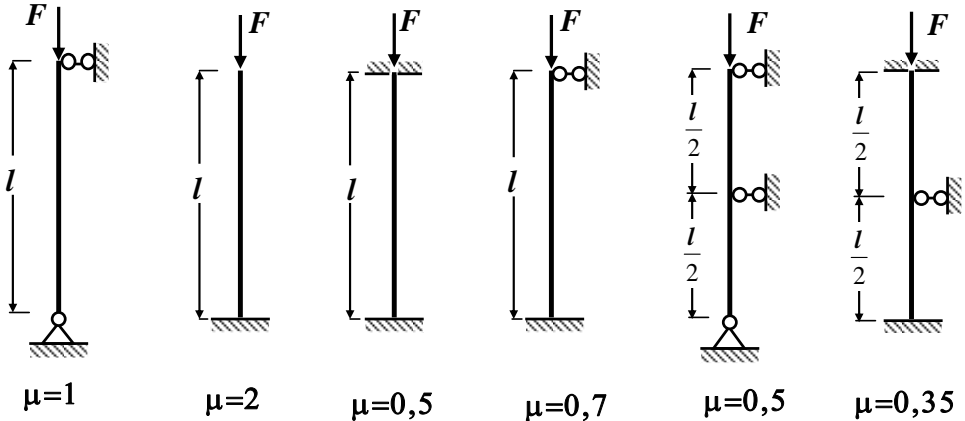


Рис. 2

При одинаковом способе закрепления концов стержня в главных плоскостях инерции и неодинаковых значениях моментов инерции относительно главных центральных осей, стержень теряет устойчивость в плоскости наименьшей жесткости.

Нормальные напряжения, возникающие в поперечных сечениях стержня от действия критической силы, также называются критическими. Величина критического напряжения, материал которого работает в пределах упругости (подчиняется закону Гука), определяется по формуле

$$\sigma_{кр} = \frac{F_{кр}}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (2)$$

называемой формулой Эйлера для определения критического напряжения.

Здесь

Расчет на устойчивость сжатых стержней

A – площадь поперечного сечения стержня.

Величина l называется гибкостью стержня и для стержней, имеющих одинаковый способ закрепления концов в главных плоскостях инерции, определяется по формуле

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}}, \quad (3)$$

где

$i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}}$ – минимальный радиус инерции поперечного сечения стержня.

Формулы (1) и (2) называются формулами Эйлера для определения критической силы и критического напряжения.

Они применимы при условии $\sigma_{кр} \leq \sigma_{шт}$ (критическое напряжение не превышает предела пропорциональности), что эквивалентно условию

$$\lambda \geq \lambda_{пред},$$

где

$$\lambda_{пред} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{шт}}} \text{ – предельная гибкость материала.}$$

Если при потере устойчивости материал стержня работает за пределом упругости, то есть $\lambda < \lambda_{пред}$, то величина критического напряжения и критической силы определяется по эмпирическим формулам Ф.С. Ясинского

$$\sigma_{кр} = a - b \lambda; \quad F_{кр} = A(a - b \lambda), \quad (4)$$

где

a и b – коэффициенты Ясинского, значения которых для различных материалов определяются опытным путем.

Расчет на устойчивость сжатых стержней

Так, для низкоуглеродистой стали с пределом пропорциональности $\sigma_{\text{нп}} = 200\text{МПа}$, $a = 310\text{МПа}$ и $b = 1,14\text{МПа}$; а для дерева $a = 40\text{МПа}$ и $b = 0,203\text{МПа}$.

Расчет сжатых стержней на устойчивость по методу допускаемых напряжений ведется по условию устойчивости

$$\sigma_{\text{расч}} = \frac{F}{\varphi A} \leq [\sigma], \quad (5)$$

где

$\sigma_{\text{расч}}$ – расчетное напряжение;

φ – коэффициент продольного изгиба, величина которого определяется по таблицам СНиПа в зависимости от гибкости и материала стержня.

Подбор размеров сечения сжатого стержня ведется по формуле

$$A \geq \frac{F}{\varphi [\sigma]} \quad (6)$$

методом последовательных приближений, задаваясь первоначально произвольным значением коэффициента φ ($0 \leq \varphi \leq 1$).

Обычно в первом приближении принимается $\varphi = 0.5$.

Допускаемая нагрузка ($[F]$) на стержень определяется из условия устойчивости (5)

$$[F] = \varphi A [\sigma], \quad (7)$$

Коэффициент запаса устойчивости стержня можно определить как отношение критической силы к допускаемой силе

$$n_y = \frac{F_{\text{кр}}}{[F]}. \quad (8)$$

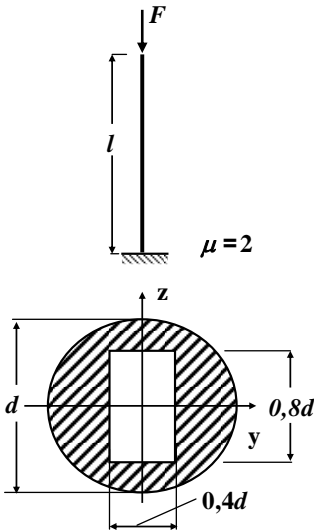
Тема 2. Примеры расчета сжатых стержней на устойчивость

2.1. Задача 1. Расчет на устойчивость деревянного стержня

Исходные данные:

$$F = 110 \text{ кН}; \quad l = 1,7 \text{ м} = 170 \text{ см}; \quad [\sigma] = 10 \text{ МПа} = 1 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}.$$

кН



Требуется:

1. Подобрать размеры поперечного сечения деревянного стержня

(рис. 3) из условия устойчивости при допуске нормальном напряжении на сжатие $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$.

Расчет производить по коэффициенту продольного изгиба φ методом последовательных приближений.

Если при расчете деревянной стойки ее гибкость в первом приближении окажется меньше **20**, необходимо проектную длину стойки увеличить в два раза, а при гибкости более **150** – уменьшить в два раза.

Окончательные размеры сечения деревянных стоек округлить в большую сторону до размеров кратных **0,5 см**.

Рис.3

2. Определить величину критической силы по соответствующим формулам. Принять модуль упругости для дерева $E = 1 \cdot 10^4 \text{ МПа}$, а коэффициенты Ясинского для дерева: $a = 40 \text{ МПа}$; $b = 0,203 \text{ МПа}$.

3. Найти значения допускаемой нагрузки и коэффициента запаса устойчивости.

Решение

1. Подбор размеров поперечного сечения стержня методом последовательных приближений

Зададим в I приближении значение коэффициента $\varphi_1 = 0,5$, так как $0 < \varphi \leq 1$

Расчет на устойчивость сжатых стержней

I приближение: $\varphi_1 = 0,5$.

Площадь поперечного сечения стержня из условия устойчивости

$$A \geq \frac{F}{\varphi_1 [\sigma]} = \frac{110 \text{ кН}}{0,5 \cdot 1 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}} = 220 \text{ см}^2$$

Выразим площадь поперечного сечения стержня через диаметр d

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = 0,8d \cdot 0,4d = 0,465d^2$$

Тогда

$$d = \sqrt{\frac{A}{0,465}} = \sqrt{\frac{220 \text{ см}^2}{0,465}} = 21,751 \text{ см} = 21,8 \text{ см}$$

Определим моменты инерции поперечного сечения стержня и выберем минимальный момент инерции

$$J_y = \frac{\pi d^4}{64} - \frac{0,4d \cdot (0,8d)^3}{12} = 0,0320d^4 ;$$

$$J_z = \frac{\pi d^4}{64} - \frac{(0,4d)^3 \cdot 0,8d}{12} = 0,0448d^4 \rightarrow J_{\min} = J_y$$

Минимальный радиус инерции

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{0,0320d^4}{0,465d^2}} = 0,262d$$

Гибкость стержня в плоскости наименьшей жесткости

Расчет на устойчивость сжатых стержней

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{2 \cdot 170 \text{ см}}{0,262d} = \frac{1297,70 \text{ см}}{d} = \frac{1300 \text{ см}}{d} = \frac{1300 \text{ см}}{21,8 \text{ см}} = 59,633 = 59,6$$

Значение φ для дерева можно определить по формулам СНиП II-25-80

$$\varphi = 1 - 0,8 \left(\frac{\lambda}{100} \right)^2, \quad \text{если } \lambda \leq 70; \quad \varphi = \frac{3000}{\lambda^2}, \quad \text{если } \lambda \geq 70.$$

Так как $\lambda = 59,6 \leq 70$, то

$$\varphi_1' = 1 - 0,8 \left(\frac{\lambda}{100} \right)^2 = 1 - 0,8 \left(\frac{59,6}{100} \right)^2 = 0,7158 = 0,716$$

Поскольку $|\varphi_1' - \varphi_1| = |0,716 - 0,5| = 0,216 > 0,02$, то переходим к следующему приближению.

II приближение:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_1'}{2} = \frac{0,5 + 0,716}{2} = 0,608$$

$$A \geq \frac{F}{\varphi_2 [\sigma]} = \frac{110 \text{ кН}}{0,608 \cdot 1 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}} = 180,92 \text{ см}^2 = 181 \text{ см}^2$$

$$d = \sqrt{\frac{A}{0,465}} = \sqrt{\frac{181 \text{ см}^2}{0,465}} = 19,729 \text{ см} = 19,7 \text{ см}$$

$$\lambda = \frac{1300 \text{ см}}{d} = \frac{1300 \text{ см}}{19,7 \text{ см}} = 65,9898 = 66,0$$

Так как $\lambda = 66,0 \leq 70$, то

Расчет на устойчивость сжатых стержней

$$\varphi'_2 = 1 - 0,8 \left(\frac{\lambda}{100} \right)^2 = 1 - 0,8 \left(\frac{66,0}{100} \right)^2 = 0,6515 = 0,652$$

Поскольку $|\varphi'_2 - \varphi_2| = |0,652 - 0,608| = 0,044 > 0,02$,
переходим к следующему приближению.

III приближение:

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_2 + \varphi'_2}{2} = \frac{0,608 + 0,652}{2} = 0,63$$

$$A \geq \frac{F}{\varphi_3 [\sigma]} = \frac{110 \text{ кН}}{0,63 \cdot 1 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}} = 174,603 \text{ см}^2 = 175 \text{ см}^2$$

$$d = \sqrt{\frac{A}{0,465}} = \sqrt{\frac{175 \text{ см}^2}{0,465}} = 19,3996 \text{ см} = 19,4 \text{ см}$$

$$\lambda = \frac{1300 \text{ см}}{d} = \frac{1300 \text{ см}}{19,4 \text{ см}} = 67,010 = 67,0$$

Так как $\lambda = 67,0 \leq 70$, то

$$\varphi'_3 = 1 - 0,8 \left(\frac{\lambda}{100} \right)^2 = 1 - 0,8 \left(\frac{67,0}{100} \right)^2 = 0,64088 = 0,641$$

Поскольку $|\varphi'_3 - \varphi_3| = |0,641 - 0,63| = 0,0011 < 0,02$,
расчет заканчиваем и проверяем выполнение условия устойчивости

$$\sigma = \frac{F}{\varphi'_3 A} = \frac{110 \text{ кН}}{0,641 \cdot 175 \text{ см}^2} = 0,9806 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 0,981 \cdot 10 \text{ МПа} = 9,81 \text{ МПа} < [\sigma] = 10 \text{ МПа}.$$

Стержень недогружен. Определяем величину недогрузки

$$\delta = \frac{[\sigma] - \sigma}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{10 - 9,81 \text{ МПа}}{10 \text{ МПа}} \cdot 100\% = 1,9\% < 5\%$$

Недогрузка в пределах 5%, поэтому подбор размеров сечения окончен.

Расчет на устойчивость сжатых стержней

Принимаем $d \approx 19,5\text{см}$; $A = 175\text{ см}^2$; $\lambda = 67,0$;
 $\varphi = \varphi'_3 = 0,641$.

2. Вычисление величины критической силы

Так как гибкость стержня ($\lambda = 67$) меньше предельной гибкости для дерева ($\lambda_{\text{пред}} = 70$), то критическую силу определяем по формуле Ф.С. Ясинского

$$F_{\text{кр}} = A(a - b\lambda) = 175\text{ см}^2 \left(4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} - 0,0203 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \cdot 67 \right) = 461,983\text{ кН} = 462\text{ кН}$$

Напоминаем, что для дерева

$$a = 40\text{ МПа} = 4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}; \quad b = 0,203\text{ МПа} = 0,0203 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}.$$

3. Определение допустимой нагрузки и коэффициента запаса на устойчивость

Допускаемая нагрузка $[F]$ на стержень будет равна

$$[F] = \varphi A[\sigma] = 0,641 \cdot 175\text{ см}^2 \cdot 1 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 112,175\text{ кН} = 112\text{ кН}$$

Коэффициент запаса на устойчивость по допустимой нагрузке равен

$$n_y = \frac{F_{\text{кр}}}{[F]} = \frac{462\text{ кН}}{112\text{ кН}} = 4,13$$

2.2. Задача 2. Расчет на устойчивость стального стержня

Исходные данные:

$$F = 300 \text{ кН}; \quad l = 7,0 \text{ м}; \quad [\sigma] = 160 \text{ МПа} =$$

$$\frac{\text{кН}}{16 \text{ см}^2}.$$

Требуется:

1. Подобрать сечение стального стержня, составленного из прокатных профилей (рис. 4), из условия устойчивости при допустимом нормальном напряжении на сжатие $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

Расчет производить по коэффициенту продольного изгиба φ методом последовательных приближений.

Если при расчете стальной стойки её гибкость в первом приближении окажется меньше **40**, необходимо проектную длину стойки увеличить в два раза, а при гибкости более **200** – уменьшить в два раза.

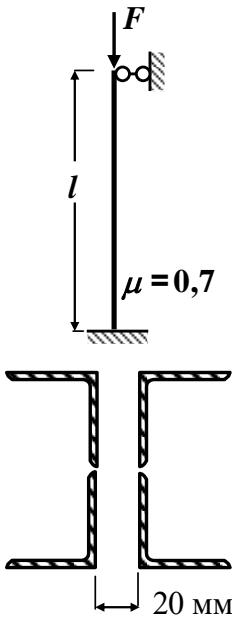


Рис.4

2. Определить величину критической силы по соответствующим формулам. Принять модуль упругости для стали $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, а коэффициенты Ясинского для стали: $a = 310 \text{ МПа}$; $b = 1.14 \text{ МПа}$.

3. Найти значения допустимой нагрузки и коэффициента запаса устойчивости.

Решение

1. **Подбор размеров поперечного сечения стержня методом последовательных приближений**

Зададим в I приближении значение коэффициента $\varphi_1 = 0,5$, так как $0 < \varphi \leq 1$.

I приближение: $\varphi_1 = 0,5$.

Расчет на устойчивость сжатых стержней

Площадь поперечного сечения стержня, состоящего из четырех равнополочных уголков, из условия устойчивости будет равна

$$A \geq \frac{F}{\varphi_1 [\sigma]} = \frac{300 \text{ кН}}{0,5 \cdot 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}} = 37,5 \text{ см}^2$$

Площадь сечения одного уголка

$$A_1 = \frac{A}{4} = \frac{37,5 \text{ см}^2}{4} = 9,375 \text{ см}^2$$

По сортаменту прокатных профилей подбираем равнополочный уголок с площадью, наиболее близко подходящей к расчетной. Выбираем уголок $70 \times 70 \times 7$, так как его площадь

$$A_1 = 9,42 \text{ см}^2; \quad b = 7 \text{ см}; \quad J_{z_1}^{yr} = J_{y_1}^{yr} = 42,98 \text{ см}^4; \\ z_0 = 1,99 \text{ см}$$

Вычислим моменты инерции сечения относительно главных центральных осей (рис.5).

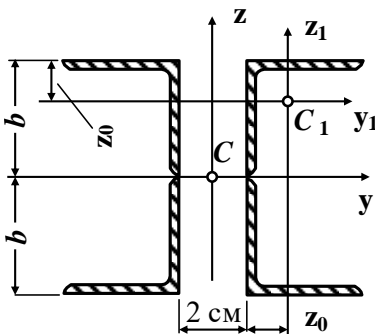


Рис. 5

Расчет на устойчивость сжатых стержней

$$J_y = 4(J_{y_1}^{yT} + A_1(\mathbf{b} - \mathbf{z}_0)^2) = 4(42,98 + 9,42(7 - 1,99)^2) = 1118$$

$$J_z = 4(J_{z_1}^{zT} + A_1(1 + \mathbf{z}_0)^2) = 4(42,98 + 9,42(1 + 1,99)^2) = 509$$

$$J_{min} = J_z = 509 \text{ см}^4$$

Вычисляем минимальный радиус инерции сечения

$$i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}} = \sqrt{\frac{J_z}{4A_1}} = \sqrt{\frac{509 \text{ см}^4}{4 \cdot 9,42 \text{ см}^2}} = 3,68 \text{ см}$$

Гибкость стержня в плоскости наименьшей жесткости

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}} = \frac{0,7 \cdot 700 \text{ см}}{3,68 \text{ см}} = 133,152 = 133$$

Определим фактическое значение коэффициента продольного изгиба φ методом линейной итерации (см. справочные таблицы [4], с. 14)

$$\varphi'_1 = \varphi_{\lambda=133} = \varphi_{\lambda=130} - \frac{\varphi_{\lambda=130} - \varphi_{\lambda=140}}{10} \cdot 3 = 0,4 - \frac{0,4 - 0,36}{10} \cdot 3 = 0,388$$

Поскольку $|\varphi'_1 - \varphi_1| = |0,388 - 0,5| = 0,112 > 0,02$, переходим к следующему приближению.

II приближение:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi'_1}{2} = \frac{0,5 + 0,388}{2} = 0,444$$

Повторим весь расчет с новым коэффициентом φ_2 .

Расчет на устойчивость сжатых стержней

$$A \geq \frac{F}{\varphi_2 [\sigma]} = \frac{300 \text{ кН}}{0,444 \cdot 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}} = 42,2 \text{ см}^2$$

Площадь сечения одного равнополочного уголка

$$A_1 = \frac{A}{4} = \frac{42,2 \text{ см}^2}{4} = 10,55 \text{ см}^2$$

По сортаменту прокатных профилей принимаем уголок $70 \times 70 \times 8$,

$$A_1 = 10,67 \text{ см}^2; \quad b = 7 \text{ см}; \quad J_{z_1}^{\text{пр}} = J_{y_1}^{\text{пр}} = 48,16 \text{ см}^4; \quad z_0 = 2,02 \text{ см} \\ J_{\min} = J_z = 4(J_{z_1}^{\text{пр}} + A_1(1 + z_0)^2) = 4(48,16 + 10,67 \cdot (1 + 2,02)^2) = 582 \text{ см}^4$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{J_z}{4A_1}} = \sqrt{\frac{582 \text{ см}^4}{4 \cdot 10,67 \text{ см}^2}} = 3,69 \text{ см}$$

Гибкость стержня в плоскости наименьшей жесткости

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{0,7 \cdot 700 \text{ см}}{3,69 \text{ см}} = 132,791 = 133 \\ \varphi'_2 = \varphi'_1 = 0,388$$

Поскольку $|\varphi'_2 - \varphi'_1| = |0,388 - 0,444| = 0,056 > 0,02$, переходим к следующему приближению.

III приближение: $\varphi_3 = \frac{\varphi_2 + \varphi'_2}{2} = \frac{0,444 + 0,388}{2} = 0,416$;

$$A \geq \frac{F}{\varphi_3 [\sigma]} = \frac{300 \text{ кН}}{0,416 \cdot 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}} = 45,072 \text{ см}^2 = 45,1 \text{ см}^2$$

Площадь сечения одного равнополочного уголка

Расчет на устойчивость сжатых стержней

$$A_1 = \frac{A}{4} = \frac{45,1 \text{ см}^2}{4} = 11,275 \text{ см}^2 = 11,3 \text{ см}^2$$

По сортаменту прокатных профилей принимаем уголок $75 \times 75 \times 8$

$$A_1 = 11,3 \text{ см}^2; \quad b = 7,5 \text{ см}; \quad J_{z_1}^{y_1} = J_{y_1}^{z_1} = 59,8 \text{ см}^4;$$

$$z_0 = 2,15 \text{ см}$$

$$J_{\min} = J_z = 4(J_{z_1}^{y_1} + A_1(1 + z_0)^2) = 4(59,8 + 11,3 \cdot (1 + 2,15)^2) = 696 \text{ см}^4;$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{696 \text{ см}^4}{46 \text{ см}^2}} = 3,89 \text{ см}; \quad A = 4A_1 = 4 \cdot 11,3 \text{ см}^2 = 46 \text{ см}^2$$

Гибкость стержня в плоскости наименьшей жесткости

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{0,7 \cdot 700 \text{ см}}{3,89 \text{ см}} = 125,96 = 126$$

$$\varphi'_3 = \varphi_{\lambda=126} = \varphi_{\lambda=120} - \frac{\varphi_{\lambda=120} - \varphi_{\lambda=130}}{10} \cdot 6 = 0,45 - \frac{0,45 - 0,4}{10} \cdot 6 = 0,42$$

Поскольку $|\varphi'_3 - \varphi_3| = |0,42 - 0,416| = 0,004 < 0,02$, расчет заканчиваем и проверяем выполнение условия устойчивости.

$$\sigma = \frac{F}{\varphi'_3 A} = \frac{300 \text{ кН}}{0,42 \cdot 46 \text{ см}^2} = 15,53 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 15,5 \cdot 10 \text{ МПа} = 155 \text{ МПа} < [\sigma] = 160 \text{ МПа}$$

Стержень недогружен. Определяем величину недогрузки

$$\delta = \frac{[\sigma] - \sigma}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{160 - 155}{160} \cdot 100\% = 3,13\% < 5\%$$

Недогрузка в пределах 5% (возможна недогрузка более 5%, если нет подходящего прокатного профиля), поэтому подбор размеров сечения окончен.

Расчет на устойчивость сжатых стержней

Принимаем сечение, состоящее из четырех равнополочных уголков $75 \times 75 \times 8$,

$$A = 46 \text{ см}^2; \quad \lambda = 126; \quad \varphi = \varphi'_3 = 0,42.$$

2. Вычисление величины критической силы

Так как гибкость стержня ($\lambda = 126$) больше предельной гибкости для стали ($\lambda_{\text{пред}} = 100$), то критическую силу определяем по формуле Эйлера

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 EJ_{\text{min}}}{(\mu l)^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2,1 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \cdot 696 \text{ см}^4}{(0,7 \cdot 700 \text{ см})^2} = 600,20 \text{ кН} = 600 \text{ кН}$$

Напоминаем, что для стали

$$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2,1 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}.$$

3. Определение допускаемой нагрузки и коэффициента запаса на устойчивость

Допускаемая нагрузка $[F]$ на стержень будет равна

$$[F] = \varphi A [\sigma] = 0,42 \cdot 46 \text{ см}^2 \cdot 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 309,12 \text{ кН} = 309 \text{ кН}$$

Коэффициент запаса на устойчивость по допускаемой нагрузке равен

$$n_y = \frac{F_{\text{кр}}}{[F]} = \frac{600 \text{ кН}}{309 \text{ кН}} = 1,94$$

Контрольные вопросы

1. Что означает выражение «сжатый стержень потерял устойчивость»?
2. Какое равновесное состояние гибкого стержня является устойчивым, а какое – неустойчивым?
3. Какая сила называется критической?
4. Как определяется приведённая длина стержня?
5. Как определяется гибкость стержня?
6. Запишите формулу Эйлера с учетом условий закрепления стержня.
7. Что такое предельная гибкость и как она вычисляется? Чему равна предельная гибкость для стали?
8. Сформулируйте условие применимости формулы Эйлера по напряжениям и по гибкости.
9. Формула Ясинского для вычисления критического напряжения. Условия её применимости по напряжениям и по гибкости.
10. Условие устойчивости сжатого гибкого стержня и какие задачи решаются с помощью этого условия?
11. Как определяется коэффициент продольного изгиба и от чего он зависит?
12. Что такое коэффициент запаса на устойчивость и как он определяется?
13. Как выглядит график зависимости критического напряжения от гибкости для пластичной (низкоуглеродистой) стали.

Рекомендуемая литература

1. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. – Киев: Наукова думка, 1988. – 736с.
2. Андреев В.И., Паушкин А.Г., Леонтьев А.Н. Техническая механика (для учащихся строительных вузов и факультетов). – М., Издательство АСВ, 2012. – 251с.
3. Варданян Г.С., Андреев В.И., Атаров Н.М., Горшков А.А. Сопротивлению материалов с основами теории упругости и пластичности. – М., Издательство АСВ, 1995. – 658с.
4. Справочные таблицы по сопротивлению материалов. – Ростов н/Д: РГСУ, 2004. – 16с.