



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
УПРАВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ  
Кафедра «Строительная механика и теория сооружений»

## **Практикум**

по выполнению расчетно-графической работы

# **«Внецентренное сжатие коротких стержней»**

Автор  
Стрельников Г. П.

Ростов-на-Дону, 2024

## Аннотация

Практикум содержит основные теоретические положения, примеры решения типовых задач и порядок выполнения студентами расчетно-графической работы на тему «Внецентренное сжатие коротких стержней» по дисциплинам сопротивление материалов, техническая механика, архитектурно-строительная механика, теоретическая и прикладная механика, строительная механика.

Практикум предназначен для студентов всех форм обучения (очной, очно-заочной, заочной) технических направлений подготовки (специальностей), в частности, для студентов, обучающихся по направлениям 08.03.01 – Строительство; 07.03.02 – Реконструкция и реставрация архитектурного наследия; 07.03.01 – Архитектура; 07.03.04 – Градостроительство; 23.03.03 – Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов; 29.03.04 – Технология художественной обработки материалов и специальностям 08.05.01 – Строительство уникальных зданий и сооружений; 27.05.01 – Прикладная геодезия; 23.05.01 – Наземные транспортно-технологические средства.

## Автор

к.ф.-м.н., доцент кафедры  
«Сопротивление материалов»  
Стрельников Г.П.

## Оглавление

<b>ВНЕЦЕНТРЕННОЕ СЖАТИЕ КОРОТКИХ СТЕРЖНЕЙ.....</b>	<b>4</b>
<b>Тема 1. Основные теоретические положения .....</b>	<b>4</b>
1.1. Понятие о внецентренном растяжении-сжатии....	4
1.2. Нейтральная линия при внецентренном растяжении-сжатии.....	5
1.3. Опасные точки сечения при внецентренном растяжении-сжатии.....	6
1.4. Ядро сечения. Принципы соответствия, применяемые при построении ядра сечения .....	8
<b>Тема 2. Пример расчета внецентренно сжатого стержня .....</b>	<b>9</b>
2.1. Постановка задачи.....	9
2.2. Определение положения центра тяжести. Построение главных центральных осей.....	11
2.3. Определение моментов инерции и квадратов радиусов инерции относительно главных центральных осей .....	13
2.4. Построение нейтральной линии .....	14
2.5. Вычисление наибольших растягивающих и сжимающих напряжений в поперечном сечении стержня..	14
2.6. Определение допускаемой нагрузки $[A]$ из условий прочности на растяжение и сжатие.....	15
2.7. Построение эпюры нормальных напряжений при $F$ $= [A]$ .....	16
2.8. Построение ядра сечения .....	16
<b>Рекомендуемая литература .....</b>	<b>20</b>

## ВНЕЦЕНТРЕННОЕ СЖАТИЕ КОРОТКИХ СТЕРЖНЕЙ

### Тема 1. Основные теоретические положения

#### 1.1. Понятие о внецентренном растяжении-сжатии

*Внецентренным растяжением (сжатием)* называется такой вид нагружения бруса, при котором внешние силы действуют вдоль продольной оси бруса, но не совпадают с ней (рис. 1).

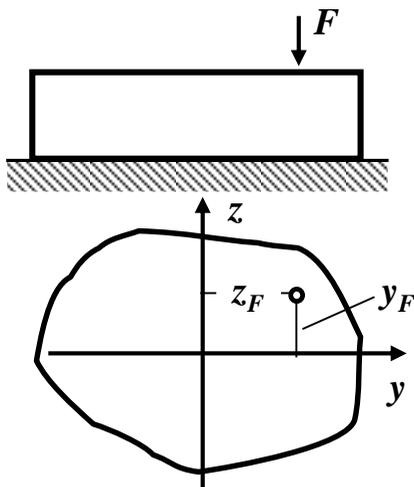


Рис. 1

Нормальные напряжения в случае внецентренного растяжения (сжатия) находятся по формуле

$$\sigma = \pm \frac{F}{A} \left( 1 + \frac{y_F y}{i_z^2} + \frac{z_F z}{i_y^2} \right)$$

В этой формуле

$\sigma$  – величина нормального напряжения в точке сечения с координатами  $y, z$ ;

$F$  – величина внецентренной силы;

$A$  – площадь поперечного сечения;

$y_F, z_F$  – координаты точки приложения силы, взятые относительно главных центральных осей заданного сечения;

$i_y^2, i_z^2$  – квадраты радиусов инерции.

Знак “ $\pm$ ” в формуле выбирается в зависимости от направления силы: если сила растягивающая, то выбирается знак “+”; если сила сжимающая (как на рис.1), то выбирается знак “-”.

## 1.2. Нейтральная линия при внецентренном растяжении-сжатии

Для определения опасных точек сечения необходимо найти положение нейтральной линии (Н.Л.) как геометрического места точек, в которых напряжения равны нулю.

Для построения нейтральной линии необходимо определить отрезки, отсекаемые нейтральной линией на осях координат. Эти отрезки определяются по формулам:

$$a_y = -\frac{i_z^2}{y_F}; \quad a_z = -\frac{i_y^2}{z_F}.$$

### Свойства нейтральной линии:

1. Нейтральная линия делит все сечение на две зоны - зону растяжения и зону сжатия.
2. Нейтральная линия – прямая линия.
3. Нулевая линия не проходит через начало координат (рис. 2).

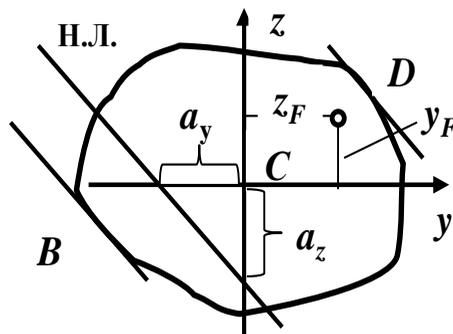


Рис. 2

4. Если точка приложения силы (точка **K**) лежит на главной центральной оси сечения, то соответствующая ей нулевая линия

перпендикулярна этой оси и проходит с другой стороны от начала координат (рис. 3).

5. Если точка приложения силы (точка **K**) движется по лучу, выходящему из начала координат, то соответствующая ему нулевая **линия движется** за ним (рис. 4)

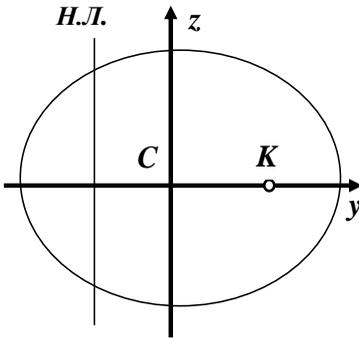


Рис. 3

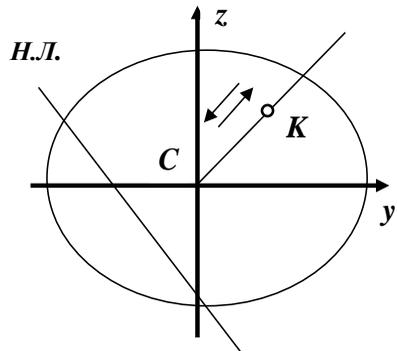


Рис. 4

а) при движении точки приложения силы по лучу, исходящему из начала координат от нуля в бесконечность ( $y_F \rightarrow \infty$ ,  $z_F \rightarrow \infty$ ),  $a_y \rightarrow 0$ ;

$a_z \rightarrow 0$ . Предельное состояние этого случая: нулевая линия пройдет через начало координат (изгиб);

б) при движении точки приложения силы (т. **K**) по лучу, исходящему из начала координат от бесконечности к нулю ( $y_F \rightarrow 0$  и  $z_F \rightarrow 0$ ),  $a_y \rightarrow \infty$ ;  $a_z \rightarrow \infty$ . Предельное состояние этого случая: нулевая линия удаляется в бесконечность, а тело будет испытывать центральное растяжение (сжатие).

6. Если точка приложения силы (т. **K**) движется по прямой, пересекающей координатные оси, то в этом случае нулевая линия будет вращаться вокруг некоторого центра, расположенного в противоположном от точки **K** квадранте.

### 1.3. Опасные точки сечения при внецентренном растяжении-сжатии

**Определение.** Опасными точками поперечного сечения являются точки, в которых возникают наибольшие напряжения.

Для определения опасных точек необходимо найти точки, наиболее удаленные от нейтральной линии.

## Внецентренное сжатие коротких стержней

На рис. 2 это точки **B** и **D**. Наибольшее растягивающее нормальное напряжение возникает в точке **B** (при условии, что сила сжимающая, как в нашем случае)

$$\sigma_B = -\frac{F}{A} \left( 1 + \frac{y_F y_B}{i_z^2} + \frac{z_F z_B}{i_y^2} \right),$$

а наибольшее сжимающее нормальное напряжение возникает в точке **D**

$$\sigma_D = -\frac{F}{A} \left( 1 + \frac{y_F y_D}{i_z^2} + \frac{z_F z_D}{i_y^2} \right)$$

Если материал стержня одинаково сопротивляется растяжению и сжатию, то условие прочности получает такой вид

$$|\sigma_D| = \left| -\frac{F}{A} \left( 1 + \frac{y_F y_D}{i_z^2} + \frac{z_F z_D}{i_y^2} \right) \right| \leq [\sigma]$$

Хрупкий материал обладает различными свойствами в условиях растяжения и сжатия – плохо сопротивляется растяжению и хорошо сжатию, условия прочности составляют для двух точек: где действуют максимальные растягивающие (т. **B**) и максимальные сжимающие (т. **D**) напряжения

$$\sigma_B = -\frac{F}{A} \left( 1 + \frac{y_F y_B}{i_z^2} + \frac{z_F z_B}{i_y^2} \right) \leq [\sigma_p]$$

$$|\sigma_D| = \left| -\frac{F}{A} \left( 1 + \frac{y_F y_D}{i_z^2} + \frac{z_F z_D}{i_y^2} \right) \right| \leq [\sigma_{сж}]$$

#### 1.4. Ядро сечения. Принципы соответствия, применяемые при построении ядра сечения

Некоторые материалы (бетон, кирпичная кладка) могут воспринимать весьма незначительные растягивающие напряжения, а другие (например, грунт) не могут вовсе сопротивляться растяжению. Такие материалы используются для изготовления элементов конструкций, в которых не возникают растягивающие напряжения, и не применяются для изготовления элементов конструкций, испытывающих изгиб, кручение, центральное и внецентренное растяжения.

Из указанных материалов можно изготавливать только центрально сжатые элементы, в которых растягивающие напряжения не возникают, а также внецентренно сжатые элементы, если в них не образуются растягивающие напряжения. Это происходит в том случае, когда точка приложения сжимающей силы расположена внутри или на границе некоторой центральной области поперечного сечения, называемой ядром сечения.

**Определение.** Ядро сечения – это выпуклая, замкнутая область, расположенная вокруг центра тяжести поперечного сечения, которая обладает следующим свойством: если точка приложения внецентренной силы попадает на границу, либо вовнутрь ядра сечения, тогда во всем поперечном сечении нормальные напряжения будут одного знака.

Если точка приложения сжимающей силы расположена за пределами ядра сечения, то в поперечном сечении возникают сжимающие и растягивающие напряжения. В этом случае нулевая линия пересекает поперечное сечение бруса.

Если сила приложена на границе ядра сечения, то нулевая линия касается контура сечения (в точке или по линии). В месте касания нормальные напряжения равны нулю.

Для построения ядра сечения необходимо обкатать поперечное сечение нейтральными линиями, касательными к поперечному сечению, при этом координаты вершин ядра сечения вычисляются по формулам

$$y_{я} = -\frac{i_z^2}{a_y}; \quad z_{я} = -\frac{i_y^2}{a_z},$$

где

$y_{я}$ ,  $z_{я}$  – координаты вершин ядра сечения;  $i_y^2$ ,  $i_z^2$  – квадраты радиусов инерции;  $a_y$ ,  $a_z$  – отрезки, отсекаемые нейтральной линией.

При построении ядра сечения полезна лемма, которая показывает, как

соединяются между собой вершины ядра сечения.

**Лемма.** При вращении нейтральной линии вокруг какой-нибудь точки, точка приложения внецентральной силы перемещается по прямой линии.

## Тема 2. Пример расчета внецентренно сжатого стержня

### 2.1. Постановка задачи

Короткий жесткий стержень сжимается силами, равнодействующая которых  $F$ . Стержень и его поперечное сечение показаны на рис. 5.

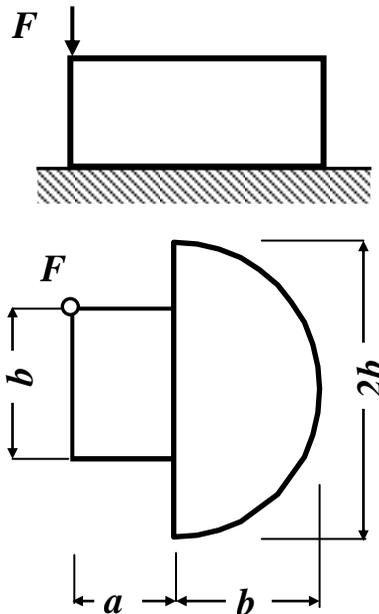


Рис. 5

**Исходные данные:**

$$a = 4 \text{ см}; \quad b = 6 \text{ см}; \quad [\sigma_c] = 100 \text{ МПа} = 10 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2};$$

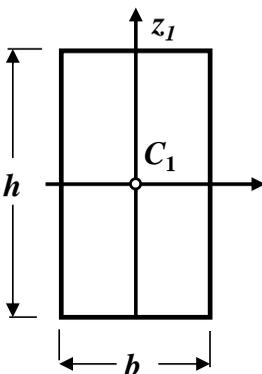
$$[\sigma_p] = 40 \text{ МПа} = 4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}.$$

**Требуется:**

1. Определить положение центра тяжести. Построить главные центральные оси.
2. Найти значения моментов инерции и квадратов радиусов инерции сечения относительно главных центральных осей.
3. Построить нейтральную линию.
4. Вычислить величины наибольших растягивающих и сжимающих напряжений в поперечном сечении, выразив их через  $F$ .
5. Из условий прочности определить допускаемую нагрузку  $[F]$ , если допускаемое нормальное напряжение: на сжатие –  $[\sigma_c] = 100 \text{ МПа}$  и на растяжение –  $[\sigma_p] = 40 \text{ МПа}$ .
6. Приняв силу  $F \leq [F]$ , построить эпюру нормальных напряжений.
7. Построить ядро сечения.

**Решение**

Будем считать, что прямоугольник – фигура I, а полукруг – фигура II. Используя справочные таблицы, выписываем (вычисляем) данные для каждой фигуры.

**Фигура I – прямоугольник 4 см×6 см**


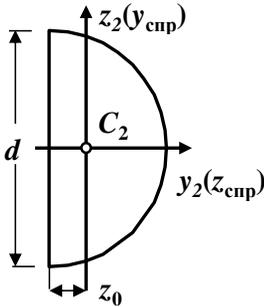
$$b=4\text{см}; \quad h=6 \text{ см};$$

$$A_1 = b h = 4 \cdot 6 \text{ см}^2 = 24 \text{ см}^2;$$

$$J_{y_1}^I = \frac{bh^3}{12} = \frac{4 \text{ см} \cdot (6 \text{ см})^3}{12} = 72 \text{ см}^4;$$

$$J_{z_1}^I = \frac{b^3h}{12} = \frac{(4 \text{ см})^3 \cdot 6 \text{ см}}{12} = 32 \text{ см}^4,$$

$$J_{y_1 z_1}^I = 0.$$

**Фигура II – полукруг, диаметр  $d = 2b = 12\text{см}$** 


$$z_0 = 0,212$$

$$d = 0,212 \cdot 12\text{см} = 2,544 = 2,54\text{см};$$

$$A_2 = \frac{\pi d^2}{8} = \frac{3,14 \cdot (12\text{см})^2}{8} = 56,52\text{см}^2 = 56,5\text{см}^2;$$

$$J_{y_2}''(J_{z_{cnp}}'') = 0,0245d^4 = 0,0245 \cdot (12\text{см})^4 = 508,032\text{см}^4 = 508\text{см}^4;$$

$$J_{z_2}''(J_{y_{cnp}}'') = 0,00687d^4 = 0,00687 \cdot (12\text{см})^4 = 142,456\text{см}^4 = 142\text{см}^4$$

$$J_{y_2 z_2}'' = 0.$$

Используя приведенные выше справочные данные, вычерчиваем сечение в масштабе с указанием всех осей и необходимых размеров в сантиметрах (рис. 6). На рис. 6 в рамках показаны размеры, взятые из справочных данных, остальные получены в ходе расчета.

**2.2. Определение положения центра тяжести. Построение главных центральных осей**

Составная фигура имеет ось симметрии  $y$  (рис. 6), которая является главной центральной осью. Вторую главную центральную ось проведем после определения положения центра тяжести, который находится на оси симметрии  $y$ .

Определяем координаты точек  $C_1$  и  $C_2$  относительно системы  $z_1 C_1 y_1$ .

$$\text{Точка } C_1: \quad y_{C_1} = 0; \quad z_{C_1} = 0.$$

$$\text{Точка } C_2: \quad y_{C_2} = \left( \frac{4}{2} + 2,54 \right) = 4,54\text{см}; \quad z_{C_2} = 0.$$

Общая площадь фигуры

$$A = A_1 + A_2 = 24 + 56,5 = 80,5\text{см}^2.$$

## Внецентренное сжатие коротких стержней

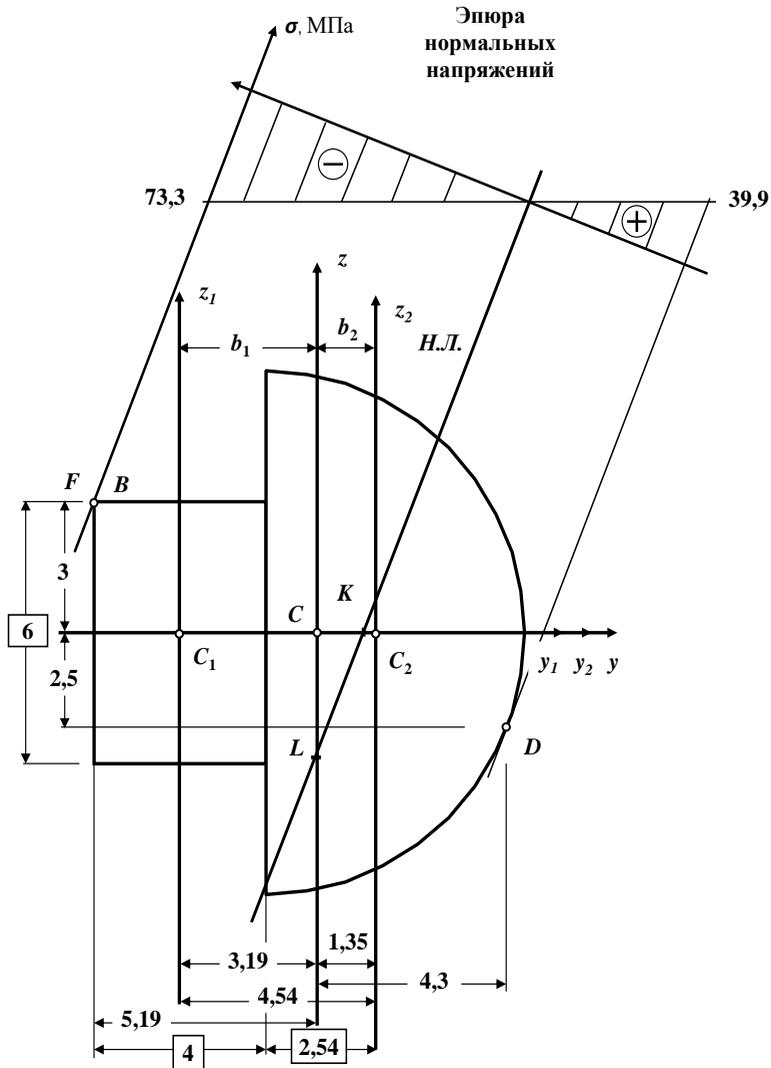


Рис. 6

Координата центра тяжести по оси  $y$

$$y_c = \frac{A_1 y_{C_1} + A_2 y_{C_2}}{A} = \frac{(24 \cdot 0 + 56,5 \cdot 4,54) \text{ см}^3}{80,5 \text{ см}^2} = \frac{256,51 \text{ см}^3}{80,5 \text{ см}^2} = 3,1864 \text{ см} = 3,19 \text{ см}$$

Координата центра тяжести по оси  $z$

$$z_c = 0$$

Проводим через точку **C** главную центральную ось **z**. Теперь **yCz** – основная система координат (рис. 6).

### 2.3. Определение моментов инерции и квадратов радиусов инерции относительно главных центральных осей

Момент инерции составной фигуры относительно оси **y** равен сумме моментов инерции первой и второй фигур

$$J_y = J_y^I + J_y^{II} = J_{y_1}^I + J_{y_2}^{II} = 72 + 508 = 580 \text{ см}^4$$

Вычисляем квадрат радиуса инерции относительно оси **y**

$$i_y^2 = \frac{J_y}{A} = \frac{580 \text{ см}^4}{80,5 \text{ см}^2} = 7,20497 \text{ см}^2 = 7,20 \text{ см}^2; \quad i_y^2 = 7,20 \text{ см}^2.$$

Момент инерции составной фигуры относительно оси **z** равен сумме моментов инерции первой и второй фигур

$$J_z = J_z^I + J_z^{II}$$

Так как оси **z<sub>1</sub>** и **z<sub>2</sub>** параллельны оси **z**, используем формулы изменения моментов инерции при переносе осей.

Момент инерции первой фигуры относительно оси **z**

$$J_z^I = J_{z_1}^I + A_1 b_1^2 = 32 + 24 \cdot 3,19^2 = 276,226 \text{ см}^4 = 276 \text{ см}^4;$$

$$b_1 = y_{c_1} - y_c = 0 - 3,19 \text{ см} = -3,19 \text{ см} \quad (\text{см. рис. 6}).$$

Момент инерции второй фигуры относительно оси **z**

$$J_z^{II} = J_{z_2}^{II} + A_2 b_2^2 = 142 + 56,5 \cdot 1,35^2 = 244,971 \text{ см}^4 = 245 \text{ см}^4;$$

$$b_2 = y_{c_2} - y_c = 4,54 \text{ см} - 3,19 \text{ см} = 1,35 \text{ см} \quad (\text{см. рис. 6});$$

$$J_z = 276 + 245 = 521 \text{ см}^4$$

Вычисляем квадрат радиуса инерции относительно оси  $z$

$$i_z^2 = \frac{J_z}{A} = \frac{521 \text{ см}^4}{80,5 \text{ см}^2} = 6,47205 \text{ см}^2 = 6,47 \text{ см}^2; \quad i_z^2 = 6,47 \text{ см}^2.$$

#### 2.4. Построение нейтральной линии

Определим координаты точки приложения силы  $F$

$$y_F = -\left(\frac{4}{2} + 3,19\right) = -5,19 \text{ см}; \quad z_F = \left(\frac{6}{2}\right) = 3 \text{ см} \quad (\text{см. рис. 6}).$$

Отрезки, отсекаемые нейтральной линией, определяются по следующим формулам

$$a_y = -\frac{i_z^2}{y_F} = -\frac{6,47 \text{ см}^2}{-5,19 \text{ см}} = 1,2466 \text{ см} = 1,25 \text{ см} \quad (\text{на рис. 6 – отрезок } CK);$$

$$a_z = -\frac{i_y^2}{z_F} = -\frac{7,2 \text{ см}^2}{3 \text{ см}} = -2,4 \text{ см} \quad (\text{на рис. 6 – отрезок } CL).$$

Проводя через точки  $K$  и  $L$  прямую, получаем нейтральную линию ( $HL$ ) (см. рис. 6).

#### 2.5. Вычисление наибольших растягивающих и сжимающих напряжений в поперечном сечении стержня

а). Определение координат опасных точек.

Для определения опасных точек необходимо найти точки, наиболее удаленные от нейтральной линии. На рис. 6 – это точка  $B$  (совпадает с точкой приложения силы  $F$ ) и  $D$ . Определяем их координаты.

Точка  $B$ :  $y_B = y_F = -5,19 \text{ см}; \quad z_B = z_F = 3 \text{ см}$  (рис. 6).

Точка  $D$ :  $y_D = 4,3 \text{ см}; \quad z_D = -2,5 \text{ см}$  (рис. 6).

Координаты точки  $D$  найдены графически, то есть, измерены расстояния от точки  $C$  до точки  $D$  по осям  $y$  и  $z$ . Полученный результат умножили на масштабный коэффициент (чертеж поперечного сечения должен быть выполнен в масштабе). Точка приложения силы  $F$  и опасная точка не обязательно должны совпадать.

б). Вычисление величины наибольших растягивающих и сжимающих напряжений в поперечном сечении, выразив их через  $F$ .

Определяем нормальные напряжения в точке **B**

$$\begin{aligned}\sigma_B &= -\frac{F}{A} \left( 1 + \frac{y_F y_B}{i_z^2} + \frac{z_F z_B}{i_y^2} \right) = -\frac{F}{80,5 \text{ см}^2} \left[ 1 + \frac{(-5,19 \text{ см})(-5,19 \text{ см})}{6,47 \text{ см}^2} + \frac{(3 \text{ см})(3 \text{ см})}{7,2 \text{ см}^2} \right] = \\ &= -\frac{7,9667 \cdot 10^{-2} F}{1 \text{ см}^2} = -\frac{7,97 \cdot 10^{-2} F}{1 \text{ см}^2} \quad (\text{сжатие}).\end{aligned}$$

Определяем нормальные напряжения в точке **D**

$$\begin{aligned}\sigma_D &= -\frac{F}{A} \left( 1 + \frac{y_F y_D}{i_z^2} + \frac{z_F z_D}{i_y^2} \right) = -\frac{F}{80,5 \text{ см}^2} \left[ 1 + \frac{(-5,19 \text{ см})(4,3 \text{ см})}{6,47 \text{ см}^2} + \frac{(3 \text{ см})(-2,5 \text{ см})}{7,2 \text{ см}^2} \right] = \\ &= \frac{4,3366 \cdot 10^{-2} F}{1 \text{ см}^2} = \frac{4,34 \cdot 10^{-2} F}{1 \text{ см}^2} \quad (\text{растяжение}).\end{aligned}$$

## 2.6. Определение допускаемой нагрузки [F] из условий прочности на растяжение и сжатие

Условие прочности на сжатие имеет следующий вид

$$\begin{aligned}|\sigma_B| &\leq [\sigma_c], \\ |\sigma_B| &= \frac{7,97 \cdot 10^{-2} F}{1 \text{ см}^2} \leq 10 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}; \\ F &\leq \frac{10 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \cdot 1 \text{ см}^2}{7,97 \cdot 10^{-2}} = 125,47 \text{ кН} = 125 \text{ кН}.\end{aligned}$$

Условие прочности на растяжение имеет следующий вид

$$\sigma_D \leq [\sigma_p].$$

## Внецентренное сжатие коротких стержней

$$\sigma_D = \frac{4,34 \cdot 10^{-2} F}{1 \text{ см}^2} \leq 4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2};$$

$$F \leq \frac{4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \cdot 1 \text{ см}^2}{4,34 \cdot 10^{-2}} = 92,166 \text{ кН} = 92,2 \text{ кН}.$$

Из двух неравенств  $F \leq 125 \text{ кН}$  и  $F \leq 92,2 \text{ кН}$  выбираем меньшее значение силы, которое и определяет величину допускаемой нагрузки  $[F] = 92,2 \text{ кН}$ .

## 2.7. Построение эпюры нормальных напряжений при $F = [F]$

Принимаем значение силы  $F = [F] = 92 \text{ кН}$  и вычисляем нормальные напряжения в опасных точках **B** и **D**

$$\sigma_B = -\frac{7,97 \cdot 10^{-2} F}{1 \text{ см}^2} = -\frac{7,97 \cdot 10^{-2} \cdot 92 \text{ кН}}{1 \text{ см}^2} = -7,3324 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = -73,3 \text{ МПа};$$

$$\sigma_D = \frac{4,34 \cdot 10^{-2} F}{1 \text{ см}^2} = \frac{4,34 \cdot 10^{-2} \cdot 92 \text{ кН}}{1 \text{ см}^2} = 3,9928 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 39,9 \text{ МПа}.$$

Для построения эпюры нормальных напряжений проводим через опасные точки **B** и **D** прямые, параллельные нейтральной линии.

Перпендикулярно этим трем линиям проводим ось, в точках которой нормальные напряжения равны **0**. Откладывая от этой оси значения напряжений в точках **B** и **D**, строим эпюру напряжений, как это показано на рис. 6.

## 2.8. Построение ядра сечения

Переходим к построению ядра сечения. Проводим линию **I – I**. Отрезки, отсекаемые этой линией

$a_y = -5,19 \text{ см}; \quad a_z = \infty$  (нейтральная линия параллельна оси **z**),

тогда координаты вершин ядра сечения

## Внецентренное сжатие коротких стержней

$$y_{я} = -\frac{i_z^2}{a_y} = -\frac{6,47 \text{ см}^2}{-5,19 \text{ см}} = 1,2466 \text{ см} = 1,25 \text{ см};$$

$$z_{я} = -\frac{i_y^2}{a_z} = -\frac{7,2 \text{ см}^2}{\infty} = 0$$

Вершина ядра сечения лежит на оси  $y$  – точка **I** (рис. 7).

Линию **II – II** получаем вращением линии **I – I** относительно точки **M** по ходу часовой стрелки. Отрезки, отсекаемые этой линией

$$a_y = -9,19 \text{ см}; \quad a_z = 6,89 \text{ см} \quad (\text{эти значения}$$

найлены графически).

Координаты вершин ядра сечения

$$y_{я} = -\frac{i_z^2}{a_y} = -\frac{6,47 \text{ см}^2}{-9,19 \text{ см}} = 0,704 \text{ см};$$

$$z_{я} = -\frac{i_y^2}{a_z} = -\frac{7,2 \text{ см}^2}{6,89 \text{ см}} = -1,04 \text{ см}$$

Это точка **II** (рис. 7). Точки **I** и **II** соединяем прямой линией.

Линию **III – III** получаем вращением линии **II – II** относительно точки **T** по ходу часовой стрелки. Отрезки, отсекаемые этой линией

$$a_y = \infty; \quad a_z = 6 \text{ см}$$

Координаты вершин ядра сечения

$$y_{я} = -\frac{i_z^2}{a_y} = -\frac{6,47 \text{ см}^2}{\infty} = 0; \quad z_{я} = -\frac{i_y^2}{a_z} = -\frac{7,2 \text{ см}^2}{6 \text{ см}} = -1,2 \text{ см}$$

Это точка **III** (рис. 7). Точки **II** и **III** соединяем прямой линией.

Дальнейшее вращение нулевых линий уже невозможно, так как контур сечения представляет собой дугу окружности, поэтому проведем нейтральную линию **IV– IV** (рис. 7). Отрезки, отсекаемые этой линией

$$a_y = 4,81 \text{ см}; \quad a_z = \infty$$

Координаты вершин ядра сечения

$$y_{я} = -\frac{i_z^2}{a_y} = -\frac{6,47 \text{ см}^2}{4,81 \text{ см}} = -1,35 \text{ см} ;$$

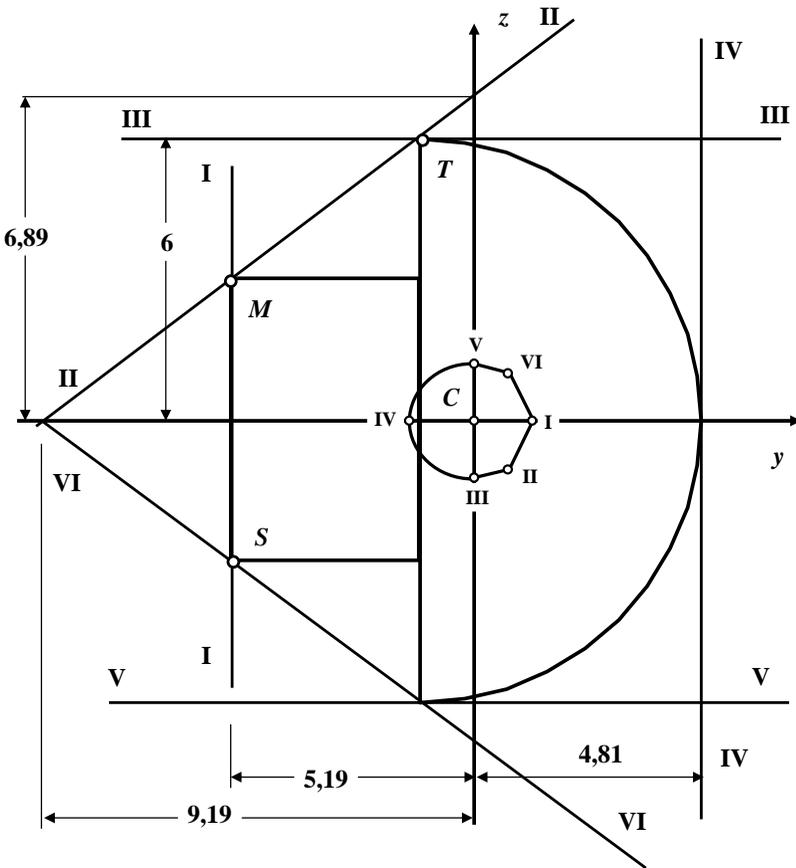
$$z_{я} = -\frac{i_y^2}{a_z} = -\frac{7,2 \text{ см}^2}{\infty} = 0 .$$

Это точка **IV**. Точки **III** и **IV** соединяем выпуклой кривой (см. рис. 7).

Линии **V–V** и **VI–VI** симметричны линиям **III – III** и **II – II**, поэтому вершины ядра – точки **V** и **VI** – зеркальное отображение относительно оси **y** точек **III** и **II**.

Линия **VI–VI** вращением вокруг точки **S** по ходу часовой стрелки переходит в линию **I – I**. Точки **VI** и **I** соединяем прямой линией, в результате получаем выпуклую замкнутую область (рис. 7).

Описанный процесс и называется процессом обкатки поперечного сечения нейтральными линиями.



**Рис. 7**

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. – Киев: Наукова думка, 1988. – 736с.
2. Андреев В.И., Паушкин А.Г., Леонтьев А.Н. Техническая механика (для учащихся строительных вузов и факультетов). – М., Издательство АСВ, 2012. – 251с.
3. Варданян Г.С., Андреев В.И., Атаров Н.М., Горшков А.А. Сопротивлению материалов с основами теории упругости и пластичности. – М., Издательство АСВ, 1995. – 658с.
4. Справочные таблицы по сопротивлению материалов. – Ростов н/Д: РГСУ, 2004. – 16с.