ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Техническая механика»

Методические указания

для самостоятельной работы и выполнения расчетно-графической работы №3 по дисциплинам

«Теоретическая механика (общий курс)» и «Теоретическая механика»

для обучающихся по направлению подготовки 08.03.01 «Строительство» и специальности 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений»

Авторы
Высоковский Д.А., Углич С.И., Кириллова Е.В.

Ростов-на-Дону, 2018

Аннотация

Методические указания для самостоятельной работы и выполнения расчетно-графической работы №3 по дисциплинам «Теоретическая механика (общий курс)» и «Теоретическая механика» для обучающихся по направлению подготовки 08.03.01 «Строительство» и специальности 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений».

В методических указаниях представлены расчетно-графические задания. Каждое задание предваряется кратким изложением теоретических вопросов необходимых для выполнения работы, решенным типовым примером и заданием, содержащим варианты.

Авторы

доцент, к.т.н., доцент кафедры «Техническая механика» Высоковский Д.А.

доцент, к.т.н., доцент кафедры «Техническая механика»
Углич С.И.

ст.преподаватель кафедры «Техническая механика» Кириллова Е.В.

Оглавление

ВЫБОР ВАРИАНТОВ, ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТ, ПОЯСНЕНИЯ К ТЕКСТУ ЗАДАЧ

Студенты выполняют 5 контрольных заданий.

К каждой задаче дается 10 рисунков и таблица (с тем же номером, что и задача), содержащая дополнительные к тексту задачи условия. Номера условий от 0 до 9 проставлены в 1-м столбце таблицы.

Студент во всех задачах выбирает номер рисунка по предпоследней цифре шифра, а номер условия в таблице – по последней; например, если шифр оканчивается числом 46, то берутся рис. 4 и условия № 6 из таблицы.

Каждое задание выполняется на отдельном листе формата А4. Контрольная работа должна иметь титульный лист, на котором указываются: название учебного заведение, название дисциплины, номер работы, название группы, фамилия и инициалы студента, учебный шифр, фамилия преподавателя, город и год.

На листе с решением сверху указывается номер задачи, далее делается чертеж (можно карандашом) и записывается, что в задаче дано и что требуется определить (текст задачи не переписывается). *Чертеж выполняется с учетом условий решаемого варианта задачи;* на нем все углы, действующие силы, число тел и их расположение на чертеже должны соответствовать этим условиям.

Чертеж должен быть аккуратным и наглядным, а его размеры должны позволять ясно показать все силы или векторы скорости и ускорения и др.; показывать все эти векторы и координатные оси на чертеже, а также указывать единицы получаемых величин *нужно обязательно.* Решение задач необходимо сопровождать краткими пояснениями (какие формулы или теоремы применяются, откуда получаются те или иные результаты и т. п.) и *подробно излагать весь ход расчетов.* На каждой странице следует оставлять поля для замечаний рецензента.

Работы, не отвечающие всем перечисленным требованиям, проверяться не будут, а будут возвращаться для переделки.

При чтении текста каждой задачи учесть следующее. Большинство рисунков дано без соблюдения масштабов. Также без оговорок считается, что все нити (веревки, тросы) являются нерастяжимыми и невесомыми, нити, перекинутые через блок, по блоку не скользят, катки и колеса катятся по плоскостям без скольжения. Все связи, если не сделано других оговорок, считаются идеальными.

Когда тела на рисунке пронумерованы, то в тексте задач и в таблице P_1, l_1, r_1 и т. п. означают вес или размеры тела *1*; P_2, l_2, r_2 – тела *2* и т. д. Аналогично, в υ_B, a_B означают скорость и ускорение точки *B*; υ_C, a_C – точки *C*; ω_1, ε_1 – угловую скорость и угловое ускорение тела 1, ω_2, ε_2 – тела *2* и т. д. В каждой задаче подобные обозначения могут тоже специально не оговариваться.

Следует также иметь в виду, что некоторые из заданных в условиях задачи величин (размеров) при решении каких-нибудь вариантов могут не понадобиться, они нужны для решения других вариантов задачи.

Из всех пояснений в тексте задачи обращайте внимание только на относящиеся *к вашему варианту,* т. е. номеру вашего рисунка или вашего условия в таблице.

Методические указания по решению задач, входящих в контрольные задания, даются для каждой задачи под рубрикой «Указания», затем дается пример решения аналогичной задачи. Цель примера – разъяснить ход решения, но не воспроизвести его полностью. Поэтому в ряде случаев промежуточные расчеты опускаются. *Но при выполнении задания все преобразования и числовые расчеты должны быть обязательно последовательно проделаны с необходимыми пояснениями;* в конце должны быть даны ответы.

ЗАДАЧА 1

Указания: Основная задача динамики: зная действующие на точку силы, определить закон движения точки,

Решение задачи разбивается на две части. Сначала нужно составить и проинтегрировать методом разделения переменных дифференциальное уравнение движения точки (груза) на участке *AB,* учтя начальные условия. Затем, зная время движения груза на участке *AB* или длину этого участка, определить скорость груза в точке *B.* Эта скорость будет начальной для движения груза на участке *BC.* После этого нужно составить и проинтегрировать дифференциальное уравнение движения груза на участке *BC* тоже с учетом начальных условий, ведя отсчет времени от момента, когда груз находится в точке *B,* и полагая в этот момент $t = 0$. При интегрировании уравнения движения на участке *AB* в случае, когда задана длина *t* участка, целесообразно перейти к переменному *x,* учтя, что

$$\frac{d\upsilon_x}{dt} = \upsilon_x \frac{d\upsilon_x}{dx}.$$

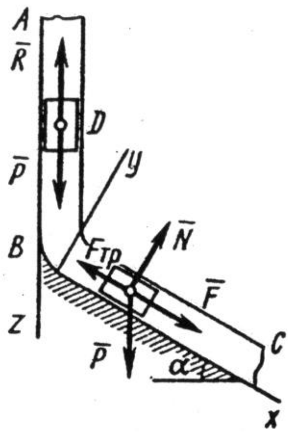

рис. 1

Пример 1. На вертикальном участке *AB* трубы (рис. 1) на груз *D* массой *m* действуют сила тяжести и сила сопротивления *R*; расстояние от точки *A,* где $\upsilon = \upsilon_0$, до точки *B* равно *l*. На наклонном участке *BC* на груз действуют сила тяжести и переменная сила $F = F(t)$, заданная в ньютонах.

Д а н о: m = 2 кг, $R = \mu\upsilon^2$, где $\mu = 0{,}4$ кг/м, $\upsilon_0 = 5$ м/с, $l = 2{,}5$ м. $F_x = 16\sin(4t)$. Определить: $x = f(t)$ – закон движения груза на участке *BC.*

Решение. 1. Рассмотрим движение груза на участке *AB,* считая груз материальной точкой. Изображаем груз (в произвольном положении) и действующие на него силы $P = m\bar{g}$ и $\bar{R}$. Проводим ось *Az* и составляем дифференциальное уравнение движения груза в проекции на эту ось:

$$m\frac{d\upsilon_x}{dt} = \sum F_{kz} \quad \text{или} \quad m\upsilon_z\frac{d\upsilon_z}{dz} = P_z + R_z . \qquad (1)$$

Далее находим $P_z = P = mg$, $R_z = - R = - \mu\upsilon^2$; подчеркиваем, что в уравнении все переменные силы надо обязательно выразить через величины, от которых они зависят. Учтя еще, что $\upsilon_z = \upsilon$, получим

$$m\upsilon\frac{d\upsilon}{dz} = mg - \mu\upsilon^2 \quad \text{или} \quad \upsilon\frac{d\upsilon}{dz} = \frac{\mu}{m}\left(\frac{mg}{\mu} - \upsilon^2\right). \qquad (2)$$

Введем для сокращения записей обозначения

$$k = \frac{\mu}{m} = 0{,}2 \ \text{м}^{-1}, \quad n = \frac{mg}{\mu} = 50 \ \text{м}^2/\text{с}^2, \qquad (3)$$

где при подсчете принято $g \approx 10$ м/с^2. Тогда уравнение (2) можно представить в виде

$$2\upsilon \cdot \frac{d\upsilon}{dz} = -2k(\upsilon^2 - n) . \qquad (4)$$

Разделяя в уравнении (4) переменные, а затем беря от обеих частей интегралы, получим

$$\frac{2\upsilon d\upsilon}{\upsilon^2 - n} = -2kdz \quad \text{и} \quad \ln(\upsilon^2 - n) = -2kz + C_1 . \qquad (5)$$

По начальным условиям при $z = 0$ $\upsilon = \upsilon_0$, что дает $C_1 = \ln(\upsilon_0^2 - n)$ и из равенства (5) находим $\ln(\upsilon^2 - n) = -2kz + \ln(\upsilon_0^2 - n)$ или $\ln(\upsilon^2 - n) - \ln(\upsilon_0^2 - n) = -2kz$. Отсюда

$$\ln\frac{\upsilon^2-n}{\upsilon_0^2-n}=-2kz \quad \text{и} \quad \frac{\upsilon^2-n}{\upsilon_0^2-n}=e^{-2kz}.$$

В результате находим

$$\upsilon^2=n+(\upsilon_0^2-n)e^{-2kz}. \qquad (6)$$

Полагая в равенстве (6) $z = l = 2{,}5$ м и заменяя k и n их значениями (3), определим скорость υ_B груза в точке B ($\upsilon_0 = 5$ м/с, число e = 2,7):

$$\upsilon_B^2=50-25/e=40{,}7 \text{ и } \upsilon_B = 6{,}4 \text{ м/с}. \qquad (7)$$

2. Рассмотрим теперь движение груза на участке BC; найденная скорость υ_B будет для движения на этом участке начальной скоростью ($\upsilon_0 = \upsilon_B$). Изображаем груз (в произвольном положении) и действующие на него силы $P = m\bar{g}$, $\bar{N}$, $\bar{F}_{mp}$ и $\bar{F}$. Проведем из точки B оси Bx и By и составим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось Bx:

$$m\frac{d\upsilon_x}{dt}=P_x+N_x+F_{трx}+F_x$$

$$m\frac{d\upsilon_x}{dt}=mg\sin\alpha-F_{тр}+F_x \qquad (8)$$

где $F_{тр} = fN$. Для определения N составим уравнение в проекции на ось By. Так как $a_y = 0$, получим $0 = N - mg\cos\alpha$, откуда $N = mg\cos\alpha$. Следовательно, $F_{тр} = fmg\cos\alpha$; кроме того, $F_x = 16\sin(4t)$ и уравнение (8) примет вид

$$m\frac{d\upsilon_x}{dt}=mg(\sin\alpha-f\cos\alpha)+16\sin(4t) \qquad (9)$$

Разделив обе части равенства на m, вычислим

$g(\sin\alpha - f\cos\alpha) = g(\sin 30° - 0{,}2\cos 30°) = 3{,}2$; $16/m = 8$
и подставим эти значения в (9). Тогда получим

$$\frac{d\upsilon_x}{dt} = 3{,}2 + 8\sin(4t). \qquad (10)$$

Умножая обе части уравнения (10) на dt и интегрируя, найдем

$$\upsilon_x = 3{,}2t - 2\cos(4t) + C_2. \qquad (11)$$

Будем теперь отсчитывать время от момента, когда груз находится в точке B, считая в этот момент $t = 0$. Тогда при $t = 0$ $\upsilon = \upsilon_0 = \upsilon_B$, где υ_B дается равенством (7). Подставляя эти величины в (11), получим

$$C_5 = \upsilon_B + 2\cos 0 = 6{,}4 + 2 = 8{,}4\ .$$

При найденном значении C_2 уравнение (11) дает

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} = 3{,}2t - 2\cos(4t) + 8.4. \qquad (12)$$

Умножая здесь обе части на dt и снова интегрируя, найдем

$$x = 1{,}6t^2 - 0{,}5\sin(4t) + 8{,}4t + C_3. \qquad (13)$$

Так как при $t = 0$ $x = 0$, то $C_3 = 0$ и окончательно искомый закон движения груза будет

$$x = 1{,}6t^2 + 8{,}4\ t - 0{,}5\sin(4t), \qquad (14)$$

где x – в метрах, t. – в секундах.

Условия

Груз D массой m, получив в точке A начальную скорость υ_0, движется в изогнутой трубе ABC, расположенной в вертикальной плоскости; участки трубы или оба наклонные, или один горизонтальный, а другой наклонный (рис. 1.0 –1.9, табл. 1).

На участке *AB* на груз кроме силы тяжести действуют постоянная сила $\overline{Q}$ (ее направление показано на рисунках) и сила сопротивления среды $\overline{R}$, зависящая от скорости υ груза (направлена против движения); трением груза о трубу на участке *AB* пренебречь.

В точке *B* груз, не изменяя своей скорости, переходит на участок *BC* трубы, где на него кроме силы тяжести действуют. сила трения (коэффициент трения груза о трубу f = 0,2) и переменная сила $\overline{F}$, проекция которой F_x на ось x задана в таблице.

Считая груз материальной точкой и зная расстояние $AB = l$ или время t_1 движения груза от точки *A* до точки *B*, найти закон движения груза на участке *BC*, т. t. $x = f(t)$, где $x = BD$.

Таблица 1

Номер условия	m, кг	υ_0, м/с	Q, Н	R, Н	l, м	t_1, с	F_x, Н
0	2	20	6	$0,4\upsilon$	–	2,5	$2\sin(4t)$
1	2,4	12	6	$0,8\upsilon^2$	1,5	–	$6t$
2	4,5	24	9	$0,5\upsilon$	–	3	$3\sin(2t)$
3	6	14	22	$0,6\upsilon^2$	5	–	$-3\cos(2t)$
4	1,6	18	4	$0,4\upsilon$	–	2	$4\cos(4t)$
5	8	10	16	$0,5\upsilon^2$	4	–	$-6\sin(2t)$
6	1,8	24	5	$0,3\upsilon$	–	2	$9t^2$
7	4	12	12	$0,8\upsilon^2$	2,5	–	$-8\cos(4t)$
8	3	22	9	$0,5\upsilon$	–	3	$2\cos(2t)$
9	4,8	10	12	$0,2\upsilon^2$	4	–	$-6\sin(4t)$

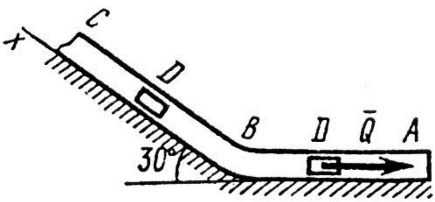

Рис. 1.0

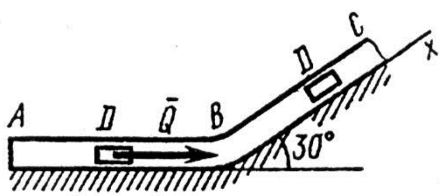

Рис. 1.1

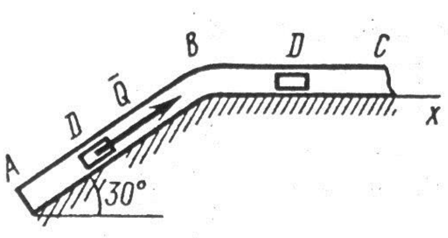

Рис. 1.2

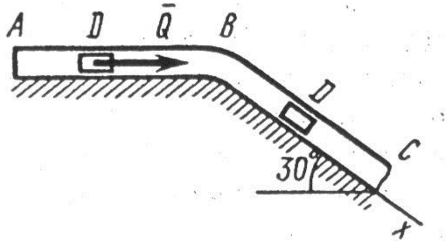

Рис. 1.3

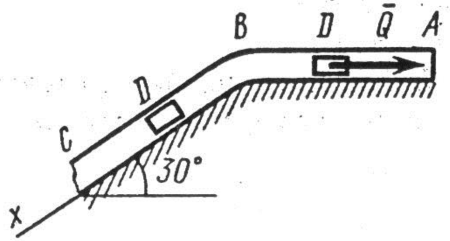

Рис. 1.4

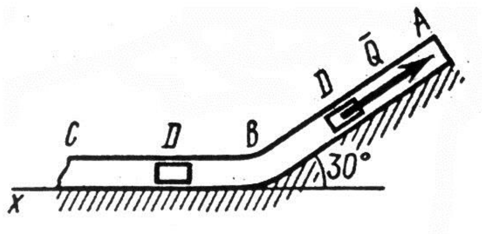

Рис. 1.5

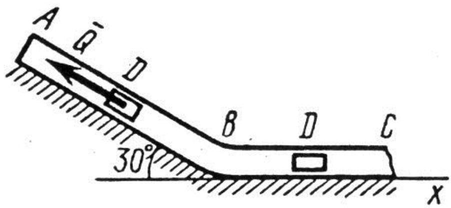

Рис. 1.6

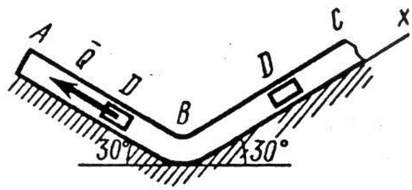

Рис. 1.7

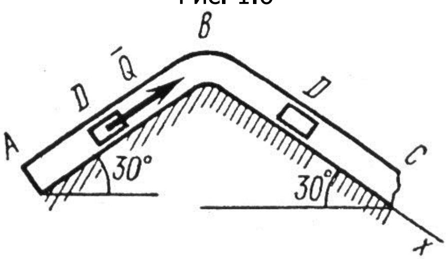

Рис. 1.8

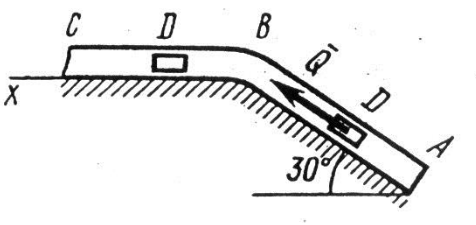

Рис. 1.9

ЗАДАЧА 2

Указания. Движение, совершаемое точкой М по отношению к подвижной системе отсчета (к осям Oxyz), называется относительным движением.

Сначала нужно составить дифференциальное уравнение относительного движения (по отношению к лифту) рассматриваемого в задаче груза, для чего присоединить к действующим силам переносную силу инерции. Затем прикрепленные к грузу пружины (по условиям задачи их будет две) заменить эквивалентной пружиной с коэффициентом жесткости $c_{экв} = c$, произведя соответствующий расчет.

а) Если пружины соединены друг с другом последовательно (как пружины с жесткостями c_1 и c_2 на рис. Д2.0), то при равновесии

под действием некоторой силы $\overline{Q}$, приложенной к свободному концу

пружины, усилия в любом поперечном сечении пружин одинаковы и

равны Q. Удлинения пружин $\lambda_1 = Q/c_1$, $\lambda_2 = Q/c_2$, удлинение эквивалентной пружины $\lambda = Q/c$ и $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$. Отсюда

$$c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$$

б) Если груз прикреплен к двум параллельным пружинам (как к пружинам с жесткостями c_1 и c_2 на рис. Д2.1) или находится между двумя пружинами, то при равновесии под действием некоторой силы $\overline{Q}$ каждая из пружин и эквивалентная пружина имели бы одно и то же удлинение λ. Тогда для двух пружин $c_1\lambda + c_2\lambda = Q$, а для эквивалентной пружины $c\lambda = Q$, отсюда $c = c_1 + c_2$.

После того как уравнение будет составлено (это будет линейное дифференциальное уравнение 2-го порядка), его следует проинтегрировать, учтя начальные условия.

Пример 2. В приборе для измерения вертикальных колебаний (рис.2) груз массой m прикреплен к пружине с коэффициентом жесткости c. Другой конец пружины прикреплен к корпусу прибора, который движется по закону $z=A\sin(\omega t)$ (неподвижная ось z направлена по вертикали вниз). Начальное удлинение пружины равно λ_0, а начальная скорость груза по отношению к корпусу прибора υ_0 (направлена вертикально вниз).

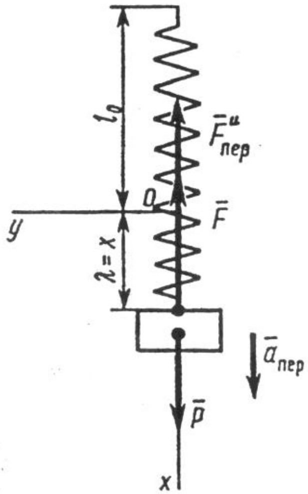

Рис. 2

Д а н о: $m = 0{,}4$ кг, $c = 40$ Н/м, $\lambda_0 = 0{,}05$ м, $\upsilon_0 = 0{,}5$ м/с. $A = 0{,}03$ м, $\omega = 20$ 1/с. Определить: $x = f(t)$ – закон движения груза по отношению к корпусу прибора.

Решение. 1. Свяжем с корпусом прибора подвижную систему отсчета, начало O которой поместим в конце недеформированной пружины (ее длина обозначена l_0), а ось x направим в сторону удлинения пружины (см. рис. Д2). Рассмотрим груз в положении, при котором пружина растянута. На груз действует сила тяжести $\bar{P}$ и сила упругости $\bar{F}$. Для составления уравнения относительного движения груза присоединим к этим силам переносную силу инерции $\bar{F}^{и}_{пер} = -m\bar{a}_{пер}$, кориолисова сила инерции равна нулю, так как переносное движение (движение корпуса прибора) является поступательным. Тогда уравнение относительного движения в векторной форме будет иметь вид:

$$m\bar{a}_{отн} = \bar{P} + \bar{F} + \bar{F}^{и}_{пер}.$$

Проектируя обе его части на ось x, получим

$$m\ddot{x} = P_x + F_x + F^{и}_{перx} \qquad (1)$$

Здесь $P_x = P$, $F_x = -c\lambda = -cx$, где $\lambda = x$ – удлинение пружины, $F^{u}_{nepx} = -ma_{nepx}$. Учитывая, что оси x и z направлены одинаково, получим $a_{nepx} = a_{nepz} = \ddot{z} = -A\omega^2\sin(\omega t)$ и $F^{u}_{nepx} = mA\omega^2\sin(\omega t)$.

Подставляя все найденные выражения проекций сил в уравнение (1), получим

$$m\ddot{x} = P - cx + mA\omega^2\sin(\omega t). \qquad (2)$$

Дифференциальное уравнение (2) может быть записано в виде

$$\ddot{x} + k^2 x = b_1 + b_2\sin(\omega t) \qquad (3)$$

где обозначено

$$k^2 = c/m = 100\ \text{с}^{-2},\ b_1 = g = 10\ \text{м/с}^2;\ b_2 = A\omega^2 = 12\ \text{м/с}^2. \qquad (4)$$

2. Для определения закона движения груза надо проинтегрировать уравнение (3). Его общее решение, как известно из теории дифференциальных уравнений:

$$x = x_1 + x_2, \qquad (5)$$

где x_1 – общее решение однородного уравнения $\ddot{x} + k^2x = 0$, т. е.

$$x_1 = C_1\sin(kt) + C_2\cos(kt), \qquad (6)$$

а x_2 – частное решение уравнения (3). Учитывая, каковы правая и левая части этого уравнения, ищем x_2 в виде

$$x_2 = B + D\sin(\omega t). \qquad (7)$$

Для определения постоянных B и D находим $\ddot{x}_2 = -D\omega^2\sin(\omega t)$, подставляем значения $\ddot{x}_2$ и x_2 в уравнение

(3) и приравниваем в его обеих частях свободные члены и коэффициенты при $\sin(\omega t)$ В результате, принимая во внимание обозначения (4), получим

$$B = \frac{b_1}{k^2} = 0{,}1 \text{ м}, \quad D = \frac{b_2}{k^2 - \omega^2} = -0{,}04 \text{ м}.$$

Тогда из равенств (5)–(7), учитывая, что k = 10 с$^{-1}$, а ω = 20 с$^{-1}$, получим следующее общее решение уравнения (3):

$$x = C_1 \sin(10t) + C_2 \cos(10t) - 0{,}04 \sin(20t) + 0{,}1. \quad (8)$$

Для определения постоянных интегрирования C_1 и C_2 найдем еще $\upsilon_x = \dot{x}$;

$$\upsilon_x = 10C_1 \cos(10t) - 10C_2 \sin(10t) - 0{,}8\cos(20t). \quad (9)$$

По условиям задачи при $t = 0$ $\upsilon_x = \upsilon_o$ = 0,5 м/с, $x_0 = \lambda_o$ = 0,05 м. Подставив эти начальные данные в уравнения (8) и (9), найдем из них, что C_1 = 0,13, C_2 = – 0,05. В результате уравнение (8) примет окончательно вид

$$x = 0{,}13\sin(10t) - 0{,}05\cos(10t) + 0{,}04\sin(20t) + 0{,}1$$

Это уравнение и определяет искомый закон относительного движения груза, т. е. закон совершаемых им колебаний.

Условия

Груз *1* массой m укреплен на пружинной подвеске в лифте (рис. 2.0 – 2.9, табл. 2). Лифт движется вертикально по закону $z = 0{,}5\alpha_1 t^2 + \alpha_2 t^2 \sin(\omega t) + \alpha_3 \cos(\omega t)$ (ось z направлена по вертикали вверх; z выражено в метрах, t – в секундах). На груз действует сила сопротивления среды $R = \mu\upsilon$, где υ – скорость груза по отношению к лифту.

Найти закон движения груза по отношению к лифту, т. е. $x = f(t)$; начало координат поместить в точке, где находится прикрепленный к грузу конец пружины, когда пружина не деформирована. При этом во избежание ошибок в знаках направить ось x в сторону удлинения пружины, а груз изобразить в положении, при котором $x > 0$, т. е. пружина растянута. При подсчетах можно принять g = 10 м/с^2. Массой пружин и соединительной планки *2* пренебречь.

В таблице обозначено: c_1, c_2, c_3 – коэффициенты жесткости пружин, λ_0 – удлинение пружины с эквивалентной жесткостью в начальный момент времени $t = 0$, υ_0 – начальная скорость груза по отношению к лифту (направлена вертикально вверх). Прочерк в столбцах c_1, c_2, c_3 означает, что соответствующая пружина отсутствует и на чертеже изображаться не должна. Если при этом конец одной из оставшихся пружин окажется свободным, его следует прикрепить в соответствующем месте или к грузу или к потолку (полу) лифта; то же следует сделать, если свободными окажутся соединенные планкой *2* концы обеих оставшихся пружин.

Таблица 2

Номер условия	m, кг	c_1, Н/м	c_2, Н/м	c_3, Н/м	α_1, м/с^2	α_2, м	α_3, м	ω, 1/с	μ, Н·с/м	λ_0, м	υ_0, м/с
0	1	300	150	–	0	0,1	0	15	0	0	0
1	0,8	–	240	120	$-0{,}5g$	0	0	–	8	0,1	0
2	0,5	–	100	150	0	0,5	0	5	0	0	4
3	1	240	–	160	0	0	0,5	6	0	0	0
4	0,5	80	1020	–	$-g$	0	0	–	6	0,15	0
5	2	–	400	400	0	0	0,1	16	0	0	0
6	0,4	60	–	120	g	0	0	–	4	0	2
7	0,5	120	–	180	0	0,1	0	20	0	0	0
8	0,4	50	200	–	0	0	0,2	20	0	0,15	0
9	1	200	–	300	$1{,}5g$	0	0	–	20	0	3

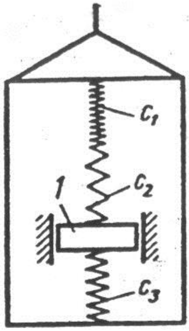

Рис. 2.0

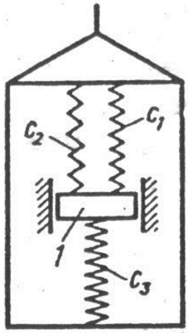

Рис. 2.1

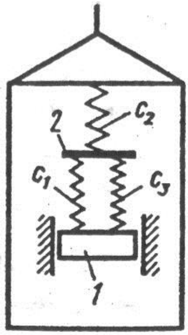

Рис. 2.2

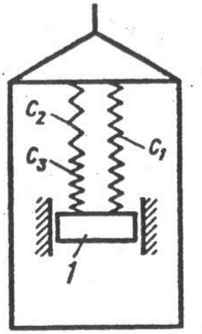

Рис. 2.3

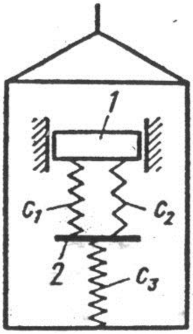

Рис. 2.4

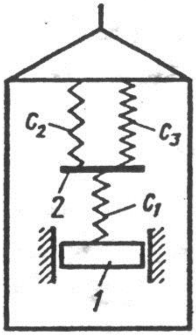

Рис. 2.5

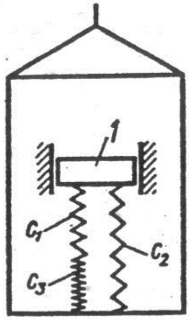

Рис. 2.6

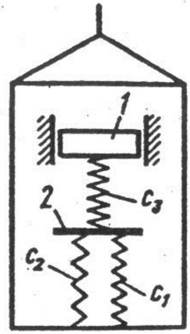

Рис. 2.7

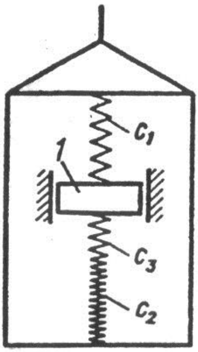

Рис. 2.8

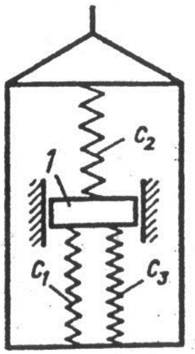

Рис. 2.9

Условие $\mu = 0$ означает, что сила сопротивления R отсутствует.

ЗАДАЧА 3

Указания. Теорема о движении центра масс системы: произведение массы системы на ускорение ее центра масс равно геометрической сумме всех действующих на систему внешних сил.

Пример 3. Механическая система состоит из грузов D_1 массой m_1 и D_2 массой m_2 и из прямоугольной вертикальной плиты массой m_3, движущейся вдоль горизонтальных направляющих (рис. 3). В момент времени $t_0 = 0$, когда система находилась в покое, под действием внутренних сил грузы начинают двигаться по желобам, представляющим собой окружности радиусов r и R, по законам $\varphi_1 = f_1(t)$ и $\varphi_2 = f_2(t)$.

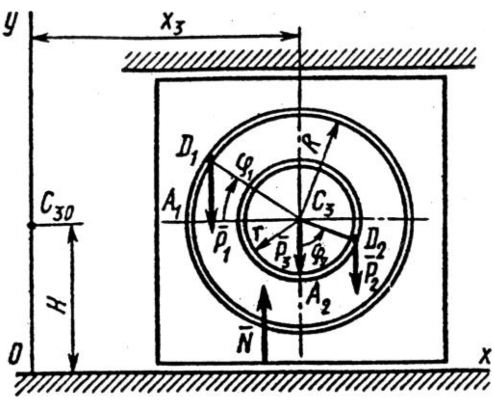

Рис. 3

Д а н о: $m_1 = 6$ кг, $m_2 = 8$ кг, $m_3 = 12$ кг, $r = 0{,}6$ м, $R = 1{,}2$ м, $\varphi_1 = \pi t$ рад, $\varphi_2 = \dfrac{\pi}{2}(1-t)$ рад (t – в секундах). Определить: $x_3 = f_3(t)$ – закон движения плиты, $N = f(t)$ – закон изменения со временем полной нормальной реакции направляющих.

Решение. Рассмотрим механическую систему, состоящую из плиты и грузов D_1 и D_2, в произвольном положении (рис. Д3). Изобразим действующие на систему внешние силы: силы тяжести $\overline{P}_1$, $\overline{P}_2$, $\overline{P}_3$ и реакцию направляющих $\overline{N}$. Проведем координатные оси Oxy так, чтобы ось y проходила через точку C_{30}, где находился центр масс плиты в момент времени $t_0 = 0$.

а) Определение перемещения x_3. Для определения $x_3 = f_3(t)$ воспользуемся теоремой о движении центра масс системы. Составим дифференциальное уравнение его движения в проекции на ось x. Получим

$$M\ddot{x}_C = \sum F^e_{kx} \quad \text{или} \quad M\ddot{x}_C = 0, \qquad (1)$$

так как $\sum F_{kx}^{e} = 0$, поскольку все действующие на систему внешние силы вертикальны.

Проинтегрировав уравнение (1), найдем, что $M\dot{x}_C = C_1$, т.е. проекция скорости центра масс системы на эту ось есть величина постоянная. Так как в начальный момент времени $\upsilon_{cx} = 0$, то $C_1 = 0$.

Интегрируя уравнение $M\dot{x}_C = 0$, получим

$$Mx_C = \text{const}, \tag{2}$$

т. е. центр масс системы вдоль оси Ox перемещаться не будет.

Определим значение Mx_C. Из рис. Д3 видно, что в произвольный момент времени абсциссы грузов равны соответственно $x_1 = x_3 - R\cos\varphi_1$, $x_2 = x_3 + r\sin\varphi_2$ Так как по формуле, определяющей координату x_C центра масс системы, $Mx_C = m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3$, то

$$Mx_C = (m_1 + m_2 + m_3)x_3 - m_1R\cos(\pi t) + m_2r\sin(\pi/2 - \pi t/2). \tag{3}$$

В соответствии с равенством (2) координаты центра масс x_C всей системы в начальном и произвольном положениях будут равны. Следовательно, учитывая, что при $t_0 = 0$ $x_3 = 0$, получим

$$-m_1R + m_2r = (m_1 + m_2 + m_3)x_3 - m_1R\cos(\pi t) + m_2r\cos(\pi t/2). \tag{4}$$

Отсюда получаем зависимость от времени координаты x_3.

Ответ: $x_3 = 0{,}09[3\cos(\pi t) - 2\cos(\pi t/2) - 1]$м, где t – в секундах.

б) Определение реакции N. Для определения $N = f(t)$ составим дифференциальное уравнение движения центра масс системы в проекции на вертикальную ось y (см. рис. Д3):

$$M\ddot{y}_C = \sum F_{ky}^{e} \quad \text{или} \quad M\ddot{y}_C = N - P_1 - P_2 - P_3. \tag{1}$$

Отсюда получим, учтя, что $P_1 = m_1g$, и т. д.:

$$N = M\ddot{y}_C + (m_1 + m_2 + m_3)g \qquad (2)$$

По формуле, определяющей ординату y_c центра масс системы,

$My_c = m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3$, где $y_1 = H + R\sin\varphi_1$,
$y_2 = H - r\cos\varphi_2$, $y_2 = H = OC_{30} = \text{const}$, получим

$$My_c = (m_1 + m_2 + m_3)H + m_1R\sin(\pi t) - m_2r\cos(\pi/2 - \pi t/2)$$

или

$$My_c = (m_1 + m_2 + m_3)H + m_1R\sin(\pi t) - m_2r\sin(\pi t/2).$$

Продифференцировав обе части этого равенства два раза по времени, найдем

$$M\dot{y}_C = m_1R\pi\cos(\pi t) - m_2r(\pi/2)\cos(\pi t/2);$$

$$M\ddot{y}_C = -m_1R\pi^2\sin(\pi t) + m_2r(\pi^2/4)\sin(\pi t/2).$$

Подставив это значение $M\ddot{y}_C$ в уравнение (2), определим искомую зависимость N от t.

Ответ: $N = 254{,}8 - 1{,}2\pi^2\,[6\sin(\pi t) - \sin(\pi t/2)]$, где t – в секундах, N – в ньютонах.

Условия

Механическая система состоит из грузов D_1 массой $m_1 = 2$ кг и D_2 массой $\tau_2 = 6$ кг и из прямоугольной вертикальной плиты массой $m_3 = {=}12$кг, движущейся вдоль горизонтальных направляющих (рис. Д3.0– Д3.9, табл. Д3). В момент времени $t_0 = 0$, когда система находилась в покое, под действием внутренних сил грузы начинают двигаться по желобам, представляющим собой окружности радиусов $r = 0{,}4$ м и $R = 0{,}8$ м.

При движении грузов угол $\varphi_1 = \angle A_1C_1D_1$ изменяется по закону $\varphi_1 = f_1(t)$, а угол $\varphi_2 = \angle A_2C_3D_2$ – по закону $\varphi_2 = f_2(t)$. В табл. 3 эти зависимости даны отдельно для рис. 0–4 и 5–9, где φ выражено в радианах, t – в секундах.

Считая грузы материальными точками и пренебрегая всеми сопротивлениями, определить закон изменения со временем величины, указанной в таблице в столбце «Найти», т. е. $x_3 = f_3(t)$ и $N = f(t)$. где x_3 – координата центра C_3 плиты (зависимость $x_3 = f_3(t)$

определяет закон движения плиты), N – полная нормальная реакция направляющих.

Таблица 3

Номер условия	Рис. 0–4		Рис. 5–9		Найти
	$\varphi_1 = f_1(t)$	$\varphi_2 = f_2(t)$	$\varphi_1 = f_1(t)$	$\varphi_2 = f_2(t)$	
0	$\frac{\pi}{3}(t^2+1)$	$\frac{\pi}{6}(t^2-2)$	$\frac{\pi}{2}(3-t^2)$	$\frac{\pi}{3}(t^2+2)$	x_3
1	$\pi(2-t)$	$\frac{\pi}{4}(t+3)$	$\frac{\pi}{4}(2t-1)$	$\frac{\pi t}{6}$	N
2	$\frac{\pi}{4}(t^2+2)$	$\frac{\pi}{6}(5-t^2)$	$\frac{\pi}{3}(4-t^2)$	πt^2	x_3
3	$\frac{\pi t}{3}$	$\frac{\pi}{2}(t-2)$	$\frac{\pi}{6}(3t-2)$	$\frac{\pi}{2}(3-t)$	N
4	$\frac{\pi}{4}(1-3t^2)$	$\frac{\pi}{3}(t^2-4)$	$\frac{\pi t^2}{2}$	$\frac{\pi}{4}(2-t^2)$	x_3
5	$\frac{\pi}{6}(t+2)$	$\frac{\pi}{4}(1-t)$	$\pi(3-t)$	$\frac{\pi}{6}(t-1)$	N
6	πt^2	$\frac{\pi}{6}(1-2t^2)$	$\frac{\pi}{4}(2t^2-3)$	$\frac{\pi}{3}(2-t^2)$	x_3
7	$\frac{\pi}{3}(5-t)$	$\frac{\pi}{4}(t+4)$	$\frac{\pi t}{6}$	$\frac{\pi}{4}(4-t)$	N
8	$\frac{\pi}{6}(t^2+3)$	$2(2-t^2)$	$\frac{\pi}{3}(4-t^2)$	$\pi(t^2+2)$	x_3
9	$\frac{\pi}{2}(4-t)$	$\pi(t+5)$	$\frac{\pi}{6}(2t-1)$	$\frac{\pi}{2}(2-t)$	N

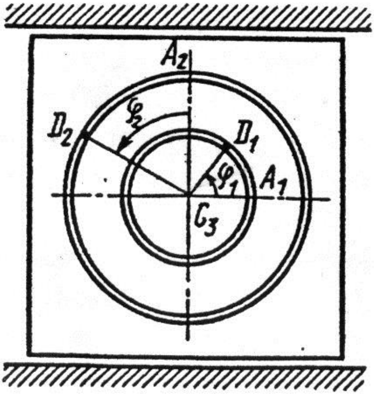

Рис. 3.0

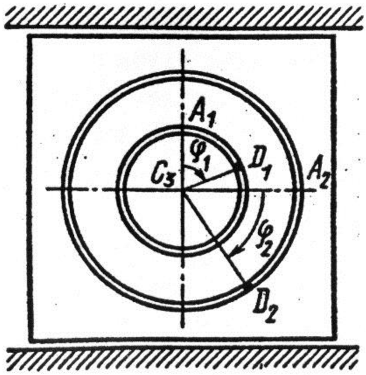

Рис. 3.1

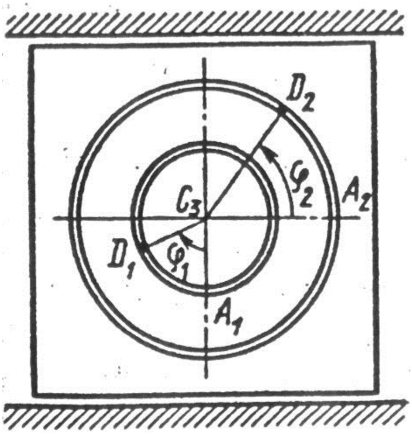

Рис. 3.2

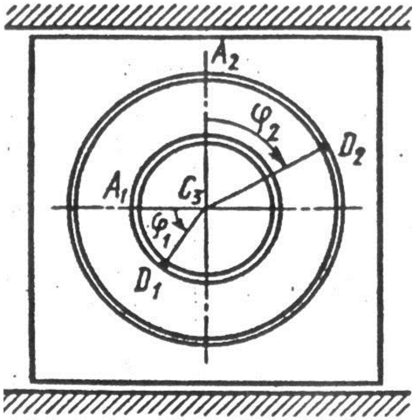

Рис. 3.3

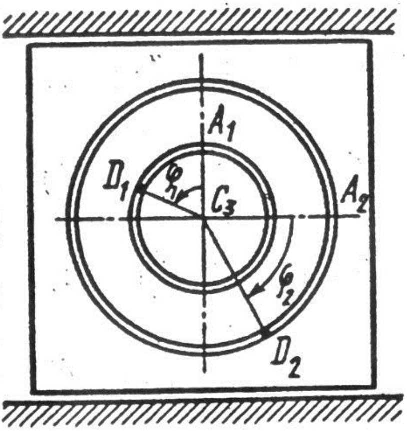

Рис. 3.4

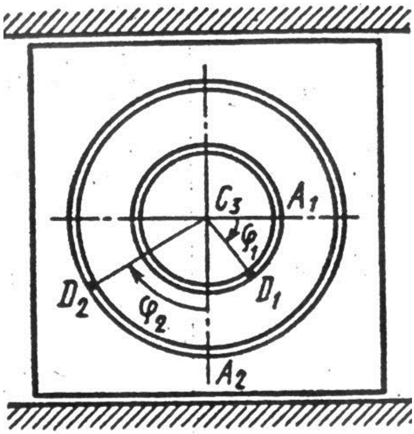

Рис. 3.5

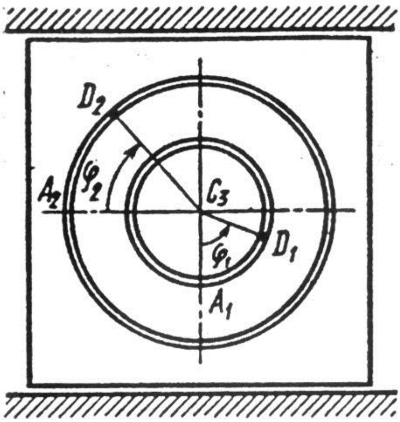

Рис. 3.6

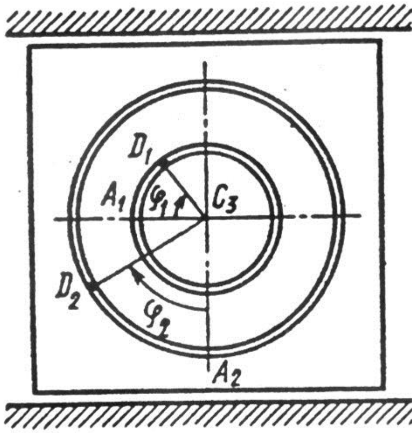

Рис. 3.7

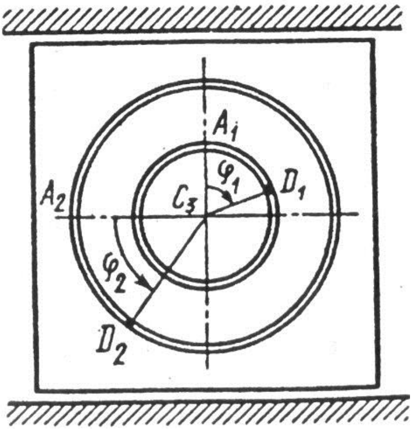

Рис. 3.8

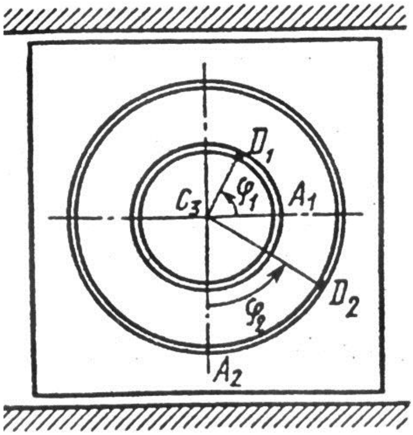

Рис. 3.9

ЗАДАЧА 4

Указания. Теорема об изменении кинетической энергии системы: изменение кинетической энергии системы при некотором ее перемещении равно сумме работ на этом перемещении всех приложенных к системе внешних и внутренних сил.

При применении теоремы к системе, состоящей из платформы и груза, кинетический момент K_z системы относительно оси z определяется как сумма моментов платформы и груза. При этом следует учесть, что абсолютная скорость груза складывается из относительной $\overline{\upsilon}_{отн}$ и переносной $\overline{\upsilon}_{пер}$ скоростей, т.е. $\overline{\upsilon} = \overline{\upsilon}_{отн} + \overline{\upsilon}_{пер}$. Поэтому и количество движения этого груза $m\overline{\upsilon} = m\overline{\upsilon}_{отн} + m\overline{\upsilon}_{пер}$. Тогда можно воспользоваться теоремой Вариньона (статика), согласно которой $m_z(m\overline{\upsilon}) = m_z(m\overline{\upsilon}_{отн}) + m_z(m\overline{\upsilon}_{пер})$; эти моменты вычисляются так же, как моменты сил.

Пример 4. Однородная горизонтальная платформа (прямоугольная со сторонами $2l$ и l), имеющая массу m_1, жестко скреплена с вертикальным валом и вращается вместе с ним вокруг оси z с угловой скоростью ω_0 (рис.4, *а*). В момент времени $t_0 = 0$ на вал начинает действовать вращающий момент M, направленный противоположно ω_0; одновременно груз D массой m_2, находящийся в желобе AB в точке C, начинает двигаться по желобу (под действием внутренних сил) по закону $s = CD = F(t)$.

Д а н о: m_1 = 16 кг, m_2 = 10 кг, l = 0,5 м, ω_0 = 2 с$^{-1}$, $s = 0{,}4t^2$ (s – в метрах, t – в секундах), $M = kt$, где k =6 Н·м/с. Определить: $\omega = f(t)$ – закон изменения угловой скорости платформы.

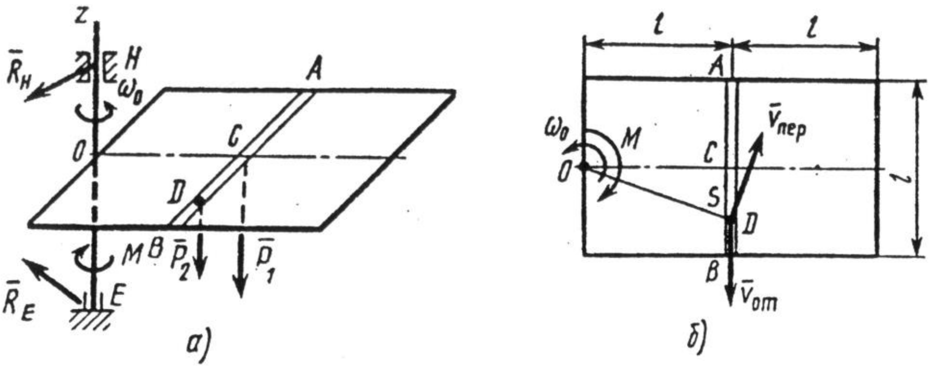

Рис. 4

Решение. Рассмотрим механическую систему, состоящую из платформы и груза D. Для определения со применим теорему об изменении кинетического момента системы относительно оси z:

$$\frac{dK_z}{dt} = \sum m_z(\bar F_k^e) \quad (1)$$

Изобразим действующие на систему внешние силы: силы тяжести $\bar P_1$, $\bar P_2$ реакции $\bar R_E$, $\bar R_H$ и вращающий момент M. Так как силы $\bar P_1$ и $\bar P_2$ параллельны оси z, а реакции $\bar R_E$ и $\bar R_H$ эту ось пересекают, то их моменты относительно оси z равны нулю. Тогда, считая для момента положительным направление ω_0 (т.е. против хода часовой стрелки), получим $\sum m_z(\bar F_k^e) = -M = -kt$ и уравнение (1) примет такой вид:

$$\frac{dK_z}{dt} = -kt \quad (2)$$

Умножая обе части этого уравнения на dt и интегрируя, получим

$$K_z = -\frac{k}{2}t^2 + C_1. \qquad (3)$$

Для рассматриваемой механической системы

$$K_z = K_z^{пл} + K_z^D \qquad (4)$$

где $K_z^{пл}$ и K_z^D – кинетические моменты платформы и груза *D* соответственно.

Так как платформа вращается вокруг оси *z*, то $K_z^{пл} = I_z\omega$. Значение I_z найдем по теореме Гюйгенса: $I_z = I_{Cz'} + m_1 l^2$ ($I_{Cz'}$ – момент инерции относительно оси *z'*, параллельной оси z и проходящей через центр *C* платформы).

Но, как известно,

$$I_{Cz'} = m_1[(2t)^2 + l^2]/12.$$

Тогда

$$I_z = 5m_1 l^2/12 + m_1 l^2 = 17m_1 l^2/12.$$

Следовательно,

$$K_z^{пл} = (17m_1 l^2/12)\omega. \qquad (5)$$

Для определения K_z^D обратимся к рис. 4, *б* и рассмотрим движение груза *D* как сложное, считая его движение по платформе относительным, а вращение самой платформы вокруг оси z переносным движением. Тогда абсолютная скорость груза $\bar{\upsilon} = \bar{\upsilon}_{отн} + \bar{\upsilon}_{пер}$. Так как груз *D* движется по закону s = *CD* = 0,4*t*², то $\bar{\upsilon}_{отн} = \dot{s} = 0{,}8t$; изображаем вектор $\bar{\upsilon}_{отн}$ на рис. 4, *б* с учетом знака $\dot{s}$ (при s<0 направление $\bar{\upsilon}_{отн}$ было бы противоположным). Затем, учитывая направление со, изображаем вектор $\bar{\upsilon}_{пер}(\bar{\upsilon}_{пер} \perp OD)$; численно $\bar{\upsilon}_{пер} = \omega \cdot OD$. Тогда, по теореме Вариньона,

$$K_z^D = m_z(m_2\bar{\upsilon}) = m_z(m_2\bar{\upsilon}_{отн}) + m_z(m_2\bar{\upsilon}_{пер}) = -m_2\upsilon_{отн} \cdot OC + m_2\upsilon_{пер} \cdot OD =$$
$$= -m_2 \cdot 0{,}8tl + m_2\omega(OD)^2. \quad (6)$$

Но на рис. 4, *б* видно, что $OD^2 = l^2 + s^2 = t^2 + 0{,}16t^4$. Подставляя эту величину в равенство (6), а затем значения K_z^D и $K_z^{пл}$ из (6) и (5) в равенство (4), получим с учетом данных задачи

$$K_z = \frac{17}{12}m_1 l^2\omega + m_2\omega(t^2 + 0{,}16t^4) - m_2(0{,}8t)l =$$
$$= (8{,}17 + 1{,}6t^4)\omega - 4t. \quad (7)$$

Тогда уравнение (3), где $k = 6$, примет вид

$$(8{,}17 + 1{,}6t^4)\omega - 4t = -3t^2 + C_1. \quad (8)$$

Постоянную интегрирования определяем по начальным условиям: при $t = 0$, $\omega = \omega_0$. Получим $C_1 = 8{,}17\,\omega_0 = 16{,}34$. При этом значении C_1 из уравнения (8) находим искомую зависимость ω_0 от t. Ответ: $\omega_0 = (16{,}34 + +4t - 3t^2)/(8{,}17 + 1{,}6t^4)$, где t – в секундах, ω – в $с^{-1}$.

Условия

Однородная горизонтальная платформа (круглая радиуса R или прямоугольная со сторонами R и $2R$, где R = 1,2 м) массой m_1 =24 кг вращается с угловой скоростью ω_0 = 10 $с^{-1}$ вокруг вертикальной оси z, отстоящей от центра масс C платформы на расстоянии $OC = b$ (рис. 4.0 –4.9, табл. 4); размеры для всех прямоугольных платформ выбрать самостоятельно.

В момент времени t_0 = 0 по желобу платформы начинает двигаться (под действием внутренних сил) груз D массой m_2 = 8 кг по закону s = AD= = $F(t)$, где s выражено в метрах, t – в секундах. Одновременно на платформы начинает действовать пара сил с моментом M (задан в ньютонометрах; при М < 0 его направление противоположно показанному на рисунках).

Определить, пренебрегая массой вала, зависимость $\omega = f(t)$, т. е. угловую скорость платформы, как функцию времени.

На всех рисунках груз D показан в положении, при котором $s > 0$ (когда $s < 0$, груз находится по другую сторону от точки A). Изображая чертеж решаемой задачи, провести ось z на заданном расстоянии $OC = b$ от центра С.

Таблица 4

Номер условия	b	$s = f(t)$	M
0	R	$-0{,}4t^2$	6
1	$R/2$	$0{,}6t^2$	$4t$
2	R	$-0{,}8t^2$	-6
3	$R/2$	$10t$	$-8t$
4	R	$0{,}4t^3$	10
5	$R/2$	$-0{,}5t$	$-9t^2$
6	R	$-0{,}6t$	8
7	$R/2$	$0{,}8t$	$6t^2$
8	R	$0{,}4t^3$	$-10t$
9	$R/2$	$0{,}5t^2$	$12t^2$

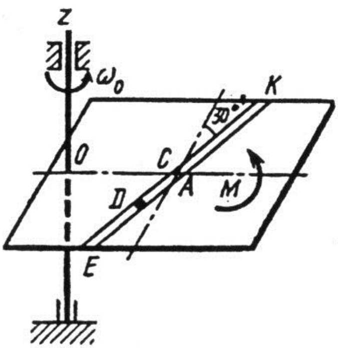

Рис. 4.0

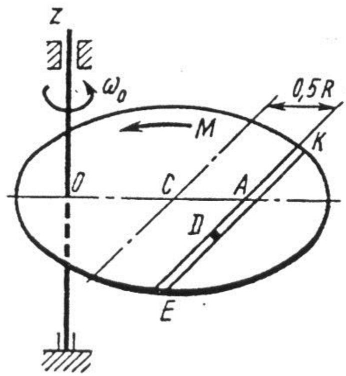

Рис. 4.1

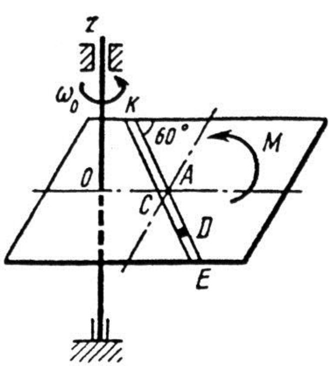

Рис. 4.2

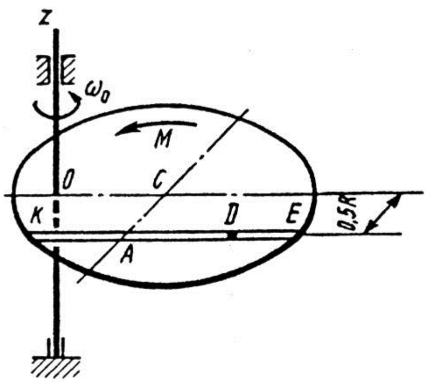

Рис. 4.3

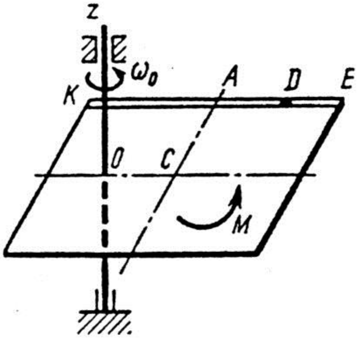

Рис. 4.4

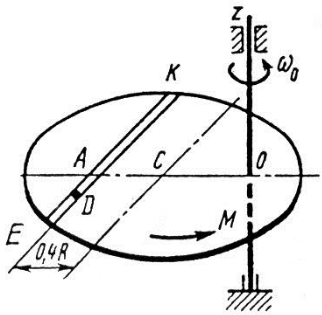

Рис. 4.5

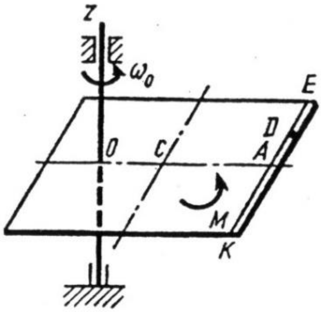

Рис. 4.6

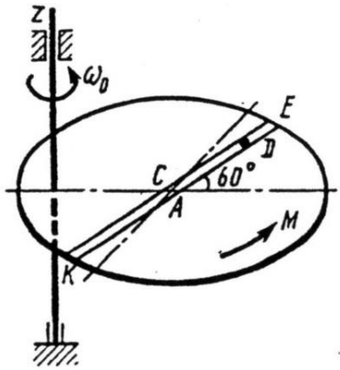

Рис. 4.7

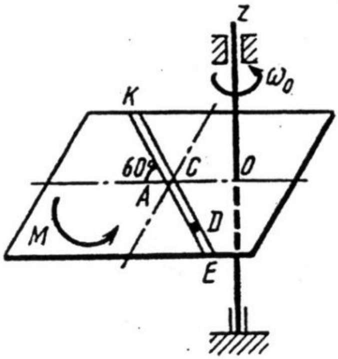

Рис. 4.8

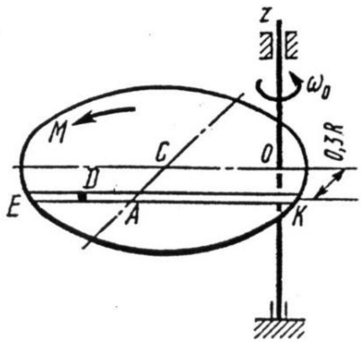

Рис. 4.9

ЗАДАЧА 5

Указания.

Теорема об изменении кинетической энергии: изменение кинетической энергии системы при некотором ее перемещении равно сумме работ на этом перемещении всех приложенных к системе внешних и внутренних сил. При решении задачи учесть, что кинетическая энергия T системы равна сумме кинетических энергий всех входящих в систему тел; эту энергию нужно выразить через ту скорость (линейную или угловую), которую в задаче надо определить. При вычислении T для установления зависимости между скоростями точек тела, движущегося плоскопараллельно, или между его угловой скоростью и скоростью центра масс воспользоваться мгновенным центром скоростей (кинематика). При вычислении работы надо все перемещения выразить через заданное перемещение s_1, учтя, что зависимость между перемещениями здесь будет такой же, как между соответствующими скоростями.

Пример 5. . Механическая система (рис. 5, *а)* состоит из сплошного однородного цилиндрического катка *1*, подвижного блока *2*, ступенчатого шкива *3* с радиусами ступеней R_3 и r_3 и радиусом инерции относительно оси вращения ρ_3, блока *4* и груза *5* (коэффициент трения груза о плоскость равен f). Тела системы соединены нитями, намотанными на шкив *3.* К центру E блока *2* прикреплена пружина с коэффициентом жесткости c; ее начальная деформация равна нулю. Система приходит в движение из состояния покоя под действием силы $F = f(s)$, зависящей от перемещения s точки ее приложения. На шкив *3* при движении действует постоянный момент M сил сопротивления.

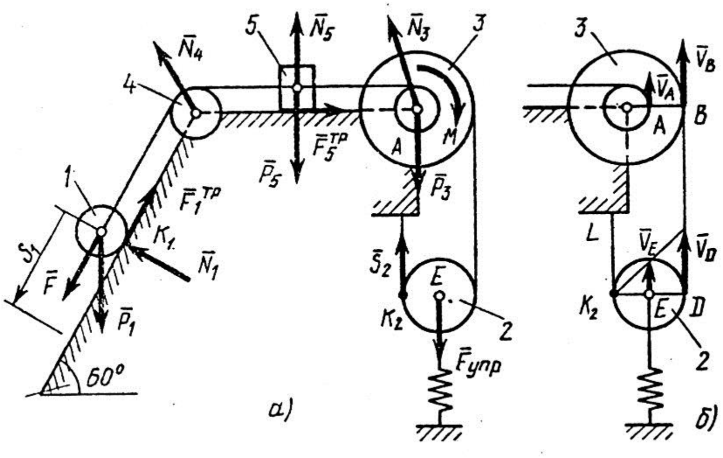

Рис. 5

Д а н о: m_1 = 8 кг, m_2 = 0, $т_3$ = 4 кг, m_4 = 0, m_6 = 10 кг, R_3 = 0,3 м, r_3 = = 0,1 м, ρ_3 = 0,2 м, f = 0,1, c = 240 Н/м, M = 0,6 Н·м, F = 20(3 + 2s) Н, s_1 = =0,2м. Определить: ω_3 в тот момент времени, когда $s = s_1$.

Решение. 1. Рассмотрим движение неизменяемой механической системы, состоящей из весомых тел *1,3, 5* и невесомых тел *2, 4,* соединенных нитями. Изобразим действующие на систему внешние силы: активные $\bar F$, $\bar F_{упр}$, $\bar P_1$, $\bar P_3$, $\bar P_5$, реакции $\bar N_1$, $\bar N_3$, $\bar N_4$, $\bar N_5$, натяжение нити $\bar S_2$, силы трения $\bar F_1^{тр}$, $\bar F_5^{тр}$ и момент *M.*

Для определения ω_3 воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии:

$$T - T_0 = \sum A_k^e \quad (1)$$

2. Определяем T_0 и T. Так как в начальный момент система находилась в покое, то T_0 = 0. Величина T равна сумме энергий всех тел системы:

$$T = T_1 + T_3 + T_5. \quad (2)$$

Учитывая, что тело *1* движется плоскопараллельно, тело *5* – поступательно, а тело *3* вращается вокруг неподвижной оси, получим

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_{C1}^2 + \frac{1}{2} I_{C1} \omega_1^2;$$

$$T_3 = \frac{1}{2} I_3 \omega_3^2; \; T_5 = \frac{1}{2} m_5 \upsilon_5^2. \qquad (3)$$

Все входящие сюда скорости надо, выразить через искомую ω_3. Для этого предварительно заметим, что $\upsilon_{C1} = \upsilon_5 = \upsilon_A$, где *A* – любая точка обода радиуса r_3 шкива *3* и что точка K_1 – мгновенный центр скоростей катка *1*, радиус которого обозначим r_1. Тогда

$$\upsilon_{C1} = \upsilon_5 = \omega_3 r_3; \; \omega_1 = \frac{\upsilon_{C1}}{K_1 C_1} = \frac{\upsilon_{C1}}{r_1} = \omega_3 \frac{r_3}{r_1}. \qquad (4)$$

Кроме того, входящие в (3) моменты инерции имеют значения

$$I_{C1} = 0{,}5 m_1 r_1^2; \; I_3 = m_3 \rho_3^2. \qquad (5)$$

Подставив все величины (4) и (5) в равенства (3), а затем, используя равенство (2), получим окончательно

$$T = \left(\frac{3}{4} m_1 r_3^2 + \frac{1}{2} m_3 \rho_3^2 + \frac{1}{2} m_5 r_5^2 \right) \omega_3^2. \qquad (6)$$

3. Теперь найдем сумму работ всех действующих внешних сил при перемещении, которое будет иметь система, когда центр катка *1* пройдет путь s_1. Введя обозначения: s_5 – перемещение груза *5* ($s_5 = s_1$), φ_3 – угол поворота шкива *3*, λ_0 и λ_1 – начальное и конечное удлинения пружины, получим

$$A(\overline{F}) = \int_0^{s_1} 20(3+2s)ds = 20(3s_1 + s_1^2);$$

$$A(\overline{P}_1) = P_1 s_1 \sin 60^\circ;$$

$$A(\overline{F}_5^{mp}) = -F_5^{mp} s_5 = -fP_5 s_1;$$

$$A(M) = -M\varphi_3;$$

$$A(\overline{F}_{ynp}) = \frac{c}{2}(\lambda_0^2 - \lambda_1^2).$$

Работы остальных сил равны нулю, так как точки K_1 и K_2, где приложены силы $\overline{N}_1$, $\overline{F}_1^{mp}$ и $\overline{S}_2$ – мгновенные центры скоростей; точки, где приложены силы $\overline{P}_3$, $\overline{N}_3$ и $\overline{P}_4$ – неподвижны; а реакция $\overline{N}_5$ перпендикулярна перемещению груза.

По условиям задачи, $\lambda_0 = 0$. Тогда $\lambda_1 = s_E$, где s_E – перемещение точки E (конца пружины). Величины s_E и φ_3 надо выразить через заданное перемещение s_1; для этого учтем, что зависимость между перемещениями здесь такая же, как и между соответствующими скоростями. Тогда так как $\omega_3 = \upsilon_A/r_3 = \upsilon_{C1}/r_3$ (равенство $\upsilon_{C1} = \upsilon_A$ уже отмечалось), то и $\varphi_3 = s_1 / r_3$.

Далее, из рис. 5, *б* видно, что $\upsilon_D = \upsilon_B = \omega_3 R_3$, а так как точка K_2 является мгновенным центром скоростей для блока *2* (он как бы «катится» по участку нити K_2L), то $\upsilon_E = 0{,}5\upsilon_D = 0{,}5\omega_3 R_3$; следовательно, и $\lambda_1 = s_E = 0{,}5\varphi_3 R_3 = 0{,}5 s_1 R_3/r_3$. При найденных значениях φ_3 и λ_1 для суммы вычисленных работ получим

$$\sum A_k^e = 20(3s_1 + s_1^2) + P_1 s_1 \sin 60^\circ - fP_5 s_1 - M\frac{s_1}{r_3} - \frac{c}{8}\frac{R_3^2}{r_3^2}s_1^2 \quad . \qquad (7)$$

Подставляя выражения (6) и (7) в уравнение (1) и учитывая, что T_0=0, придем к равенству

$$\left(\frac{3}{4}m_1r_3^2+\frac{1}{2}m_3\rho_3^2+\frac{1}{2}m_5r_3^2\right)\omega_3^2=20(3s_1+s_1^2)+P_1s_1\sin 60^{\circ}-$$

$$-fP_5s_1-\frac{M}{r_3}s_1-\frac{c}{8}\frac{R_3^2}{r_3^2}s_1^2. \qquad (8)$$

Из равенства (8), подставив в него числовые значения заданных величин, найдем искомую угловую скорость ω_3. Ответ: ω_3 = 8,1 с$^{-1}$.

Условия

Механическая система состоит из грузов *1* и *2*, ступенчатого шкива *3* с радиусами ступеней R_3 = 0,3 м, r_3 = 0,1 м и радиусом инерции относительно оси вращения ρ_3 = 0,2 м, блока *4* радиуса R_4 = 0,2 м и катка (или подвижного блока) *5* (рис. 5.0 – 5.9, табл. 5); тело 5 считать сплошным однородным цилиндром, а массу блока *4* – равномерно распределенной по ободу. Коэффициент трения грузов о плоскость *f* = 0,1. Тела системы соединены друг с другом нитями, перекинутыми через блоки и намотанными на шкив *3* (или на шкив и каток); участки нитей параллельны соответствующим плоскостям. К одному из тел прикреплена пружина с коэффициентом жесткости *c*.

Таблица 5

Номер условия	m_1, кг	m_2, кг	m_3, кг	m_4, кг	m_5, кг	*c*, Н/м	*M*, Н·м	*F* = *f*(*s*), Н	Найти
0	0	6	4	0	5	200	1,2	80(4 + 5*s*)	ω_3
1	8	0	0	4	6	320	0,8	50(8 + 3*s*)	υ_1
2	0	4	6	0	5	240	1,4	60(6 + 5*s*)	υ_2
3	0	6	0	5	4	300	1,8	80(5 + 6*s*)	ω_4
4	5	0	4	0	6	240	1,2	40(9 + 4*s*)	υ_1
5	0	5	0	6	4	200	1,6	50(7 + 8*s*)	υ_{C5}
6	8	0	5	0	6	280	0,8	40(8 + 9*s*)	ω_3
7	0	4	0	6	5	300	1,5	60(8 + 5*s*)	υ_2
8	4	0	0	5	6	320	1,4	50(9 + 2*s*)	ω_4
9	0	5	6	0	4	280	1,6	80(6 + 7*s*)	υ_{C5}

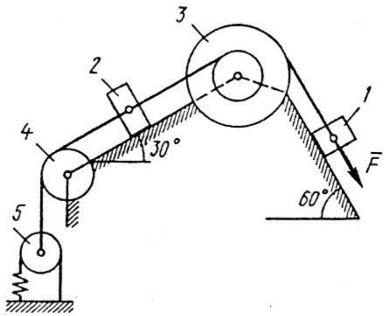

Рис. 5.0

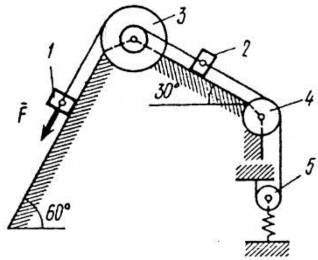

Рис. 5.1

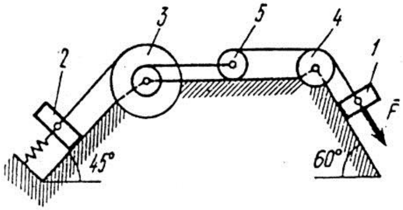

Рис. 5.2

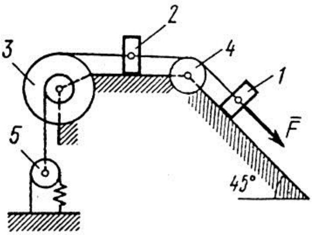

Рис. 5.3

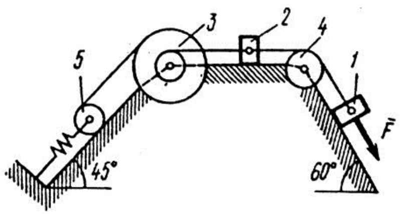

Рис. 5.4

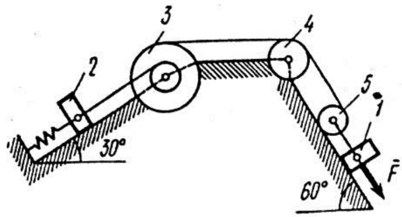

Рис. 5.5

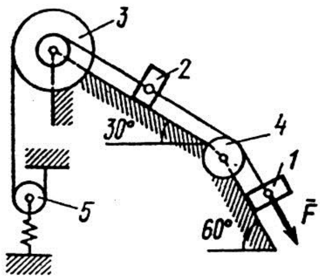

Рис. 5.6

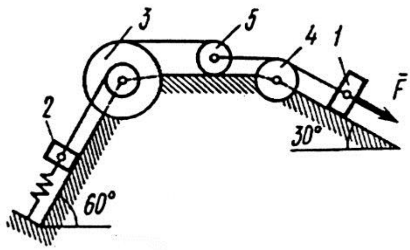

Рис. 5.7

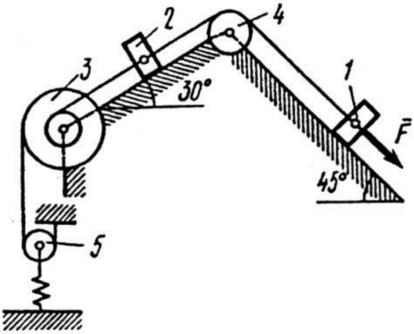

Рис. 5.8

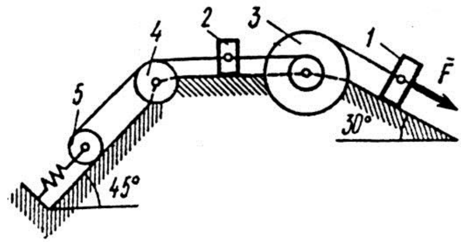

Рис. 5.9

Под действием силы $F = f(s)$, зависящей от перемещения s точки ее приложения, система приходит в движение из состояния покоя; деформация пружины в момент начала движения равна нулю. При движении на шкив *3* действует постоянный момент M сил сопротивления (от трения в подшипниках).

Определить значение искомой величины в тот момент времени, когда перемещение s станет равным $s_1 = 0{,}2$ м. Искомая величина указана в столбце «Найти» таблицы, где обозначено: υ_1, υ_2, υ_3 – скорости грузов *1*, *2* и центра масс тела 5 соответственно, ω_3 и ω_4 – угловые скорости тел *3* и *4.*

Все катки, включая и катки, обмотанные нитями (как, например, каток *5* на рис. 2), катятся по плоскостям без скольжения.

На всех рисунках не изображать груз *2*, если $m_2 = 0$; остальные тела должны изображаться и тогда, когда их масса равна нулю.