ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Железобетонные и каменные конструкции»

Учебное пособие

по курсу «Железобетонные и каменные конструкции»

«НОВОЕ В РАСЧЕТАХ ПРОЧНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ»

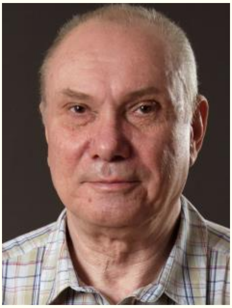
Авторы
Аксенов Н.Б.,
Маилян Д.Р.,
Аксенов В.Н.

Ростов-на-Дону, 2017

Аннотация

Учебное пособие предназначено для студентов очной и заочной форм обучения направления 08.03.01 «Строительство», изучающих дисциплину «Железобетонные и каменные конструкции».

Авторы



к.т.н., доцент кафедры «Железобетонные и каменные конструкции» Аксенов Н.Б.

д.т.н., профессор, заведующий кафедры «Железобетонные и каменные конструкции» Маилян Д.Р.

к.т.н., доцент кафедры «Железобетонные и каменные конструкции» Аксенов В.Н.

Оглавление

1 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ 4
1.1 О действующей нормативной базе РФ 4
1.2 Требования к расчету железобетонных конструкций 7
1.3 Классификация нагрузок 9
2 ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРИАЛОВ 12
2.1 Прочностные характеристики бетона 12
2.2 Деформационные характеристики бетона 13
2.3 Прочностные характеристики арматуры 14
2.4 Деформационные характеристики арматуры 15
3 РАСЧЕТ ПО ПРЕДЕЛЬНЫМ УСИЛИЯМ 16
3.1 Предпосылки расчета 16
3.2 Расчет изгибаемых элементов прямоугольного сечения 18
3.3 Расчет изгибаемых элементов таврового сечения 21
3.4 Расчет сжатых элементов 25
3.5 Расчет растянутых элементов 33
3.6 Расчет наклонных сечений 36
3.7 Усиление железобетонных конструкций 44
4 РАСЧЕТ ПО НЕЛИНЕЙНОЙ ДЕФОРМАЦИОННОЙ МОДЕЛИ .. 45
4.1 Предпосылки расчета 45
4.2 Диаграммы состояния бетона 46
4.3 Диаграммы состояния арматуры 50
4.4 Методика расчета 51
5 ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОНСТРУКЦИЙ 54
5.1 Общие понятия теории оптимального проектирования 54
5.2 Функции одной переменной 59
5.3 Функции нескольких переменных 62
Список литературы 75

1 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1 О действующей нормативной базе РФ

При выполнении расчетов и проектировании несущих конструкций зданий и сооружений следует руководствоваться следующими основными нормативными документами в области стандартизации:

1. Федеральный закон. Технический регламент о безопасности зданий и сооружений. № 384-ФЗ от 30 декабря 2009 года.

2. ГОСТ 27751-214 "Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения". Дата введения 1.07.2015.

3. Постановление №1521 от 26 декабря 2014 года «Об утверждении национальных стандартов и сводов правил (частей таких стандартов и сводов правил), в результате применения которых на обязательной основе обеспечивается соблюдение требований федерального закона «Технический регламент о безопасности зданий и сооружений»

4. Своды правил (актуализированные редакции соответствующих СНиП):

- СП 14.13330.2014 «Строительство в сейсмических районах»;
- СП 20.13330.2011 «Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85*»;
- СП 27.13330.2011 «Бетонные и железобетонные конструкции, предназначенные для работы в условиях воздействия повышенных и высоких температур. Актуализированная редакция СНиП 2.03.04-84»;
- СП 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003».

Класс сооружения устанавливается ГОСТ 27751-2014 в приложении А:

Класс КС-1: теплицы, парники, мобильные здания (сборно-разборные и контейнерного типа), склады временного содержания, в которых не предусматривается постоянного пребывания людей, сооружения с ограниченными сроками службы и пребыванием в них людей.

Класс КС-2: здания и сооружения, не вошедшие в классы КС-1 и КС-3.

Класс КС-3: здания и сооружения особо опасных и технически сложных объектов, все сооружения, при проектировании и строительстве которых используются принципиально новые конструктивные решения и технологии, которые не прошли проверку в практике строительства и эксплуатации, объекты жизнеобеспечения городов и населенных пунктов, тоннели, трубопроводы на дорогах высшей категории или имеющие протяженность более 500 м, строительные объекты высотой более 100 метров, пролетные строения мостов с пролетом более 200 метров, большепролетные покрытия строительных объектов с пролетом более 100 метров, строительные объекты с консольными конструкциями более 20 метров, строительные объекты с заглублением подземной части более чем на 15 метров.

В зависимости от класса сооружений при проектировании необходимо использовать коэффициенты надежности по ответственности γ_n, минимальные значения которых устанавливаются ГОСТ 27751-2014 в разделе 10:

Класс сооружений	Уровень ответственности	Минимальные значения коэффициента надежности по ответственности γ_n
КС-3	Повышенный	1,1
КС-2	Нормальный	1,0
КС-1	Пониженный	0,8
Примечание - Для зданий высотой более 250 м и большепролетных сооружений (без промежуточных опор) с пролетом более 120 м коэффициент надежности по ответственности следует принимать не менее 1,2 (γ_n =1,2).		

В соответствии с Федеральным законом №384-ФЗ национальный орган Российской Федерации по стандартизации должен обеспечить в информационной системе общего пользования доступ к действующим нормативным и правовым документам, указанным в перечне национальных стандартов и сводов правил (частей таких стандартов и сводов правил), в результате применения которых на обязательной основе обеспечивается соблюдение требований федерального закона «Технический регламент о безопасности зданий и сооружений» (статья 6, п.5).

Статья 7 устанавливает понятие механической безопасности: строительные конструкции и основание здания или сооружения должны обладать такой прочностью и устойчивостью, чтобы в процессе строительства и эксплуатации не возникало угрозы причинения вреда жизни или здоровью людей, имуществу, окружающей среде, жизни и здоровью животных и растений в результате наступления предельных состояний, характеризующихся:

1. разрушения отдельных несущих строительных конструкций или их частей;
2. разрушения всего здания, сооружения или их части;
3. деформации недопустимой величины строительных конструкций, основания здания или сооружения и геологических массивов прилегающей территории;
4. повреждения части здания или сооружения, сетей инженерно-технического обеспечения или систем инженерно-технического обеспечения в результате деформации, перемещений либо потери устойчивости несущих строительных конструкций, в том числе отклонений от вертикальности.

Статья 16 раскрывает требования к обеспечению механической безопасности здания или сооружения:

1. Выполнение требований механической безопасности в проектной документации должно быть обосновано расчетами и иными способами.
2. За предельное состояние строительных конструкций и основания по прочности и устойчивости должно быть принято состояние, характеризующееся:
   1) разрушением любого характера;
   2) потерей устойчивости формы;
   3) потерей устойчивости положения;
   4) нарушением эксплуатационной пригодности и иными явлениями, связанными с угрозой причинения вреда жизни и здоровью людей, имуществу физических или юридических лиц, государственному или муниципальному имуществу, окружающей среде, жизни и здоровью животных и растений.
3. В расчетах строительных конструкций и основания должны быть учтены все виды нагрузок, соответствующих функциональному назначению и конструктивному решению здания или сооружения, климатические, технологические воздействия, а также усилия, вызываемые деформацией строительных конструкций и основания. Также необходимо учитывать усталостные явления в конструкциях.
4. Расчетные модели строительных конструкций и основания должны отражать действительные условия работы здания или сооружения, отвечающие рассматриваемой расчетной ситуации. При

этом должны быть учтены: факторы, определяющие напряженно-деформированное состояние; особенности взаимодействия элементов строительных конструкций между собой и с основанием; пространственная работа строительных конструкций; геометрическая и физическая нелинейность; пластические и реологические свойства материалов и грунтов; возможность образования трещин; возможные отклонения геометрических параметров от их номинальных значений.

6. При проектировании здания или сооружения повышенного уровня ответственности должна быть учтена аварийная расчетная ситуация, имеющая малую вероятность возникновения и небольшую продолжительность, но являющаяся важной с точки зрения последствий достижения предельных состояний (взрыв, столкновение, авария, пожар, состояние непосредственно после отказа одной из несущих строительных конструкций).

1.2 Требования к расчету железобетонных конструкций

Основным методом расчета железобетонных конструкций является расчет по предельным состояниям. В соответствии с ГОСТ 27751-2014 «Надежность строительных конструкций и оснований» под предельным состоянием понимают состояние объекта, при превышении которого его эксплуатация недопустима, затруднена или нецелесообразна. Необходимо учитывать следующие предельные состояния:

- ***первая группа предельных состояний*** – состояния строительных объектов, превышение которых ведет к потере несущей способности строительных конструкций. Сюда относят: разрушение любого характера; · потерю устойчивости формы или положения элемента или сооружения в целом.
- ***вторая группа предельных состояний*** – состояния, при превышении которых нарушается нормальная эксплуатация строительных конструкций, исчерпывается ресурс их долговечности или нарушаются условия комфортности. Сюда относят: достижение предельных деформаций конструкций или основания фундаментов; достижение предельных уровней колебаний, вызывающих вредные для людей воздействия; образование трещин; предельное раскрытие трещин.
- ***особые предельные состояния*** – состояния, возникающие при особых воздействиях и ситуациях, превышение которых

приводит к разрушению зданий и сооружений с катастрофическими последствиями (землетрясения, аварии, последствия террористических актов и пр.)

Расчет по предельным состояниям конструкции производят для всех стадий: изготовление, хранение, транспортирование, монтаж и эксплуатация. Расчет по предельным состояниям первой группы выполняется на усилия от расчетных нагрузок с использованием расчетных характеристик бетона и арматуры. При расчетах по второй группе предельных состояний используют нормативные нагрузки и нормативные сопротивления материалов.

Возможность неблагоприятного отклонения значений нагрузок, характеристик материалов и расчетной схемы строительного объекта от реальных условий его эксплуатации, а также уровень ответственности учитывают, используя коэффициенты надежности. В соответствии с п.2.2.13 применяются коэффициенты надежности четырех типов: коэффициенты надежности по нагрузке γ_f, коэффициенты надежности по материалу γ_m, коэффициенты условий работы γ_d и коэффициенты надежности по ответственности сооружений γ_n.

Условия обеспечения надежности заключаются в том, чтобы расчетные значения нагрузок или ими вызванных усилий, напряжений, деформаций, перемещений, раскрытий трещин не превышали соответствующих им предельных значений. Расчет по предельным состояниям имеет целью обеспечить надежность здания или сооружения в течение всего его срока службы, включая стадию строительства и эксплуатацию.

Основным свойством, определяющим надежность строительных конструкций, зданий и сооружений в целом, является безотказность их работы - способность сохранять заданные эксплуатационные качества в течение определенного срока службы. Безопасность, эксплуатационная пригодность и долговечность железобетонных конструкций обеспечиваются выполнением: - требований к бетону и его составляющим; требований к арматуре; требований к расчетам конструкций; конструктивных требований; технологических требований; требований по эксплуатации. В п. 4.3 ГОСТ 27751-2014 «Надежность строительных конструкций и оснований» приведены следующие рекомендуемые сроки службы зданий и сооружений:

Наименование объектов	Примерный срок службы
Временные здания и сооружения (бытовки строительных рабочих и вахтового персонала, временные склады, летние павильоны и т.п.)	10 лет
Сооружения, эксплуатируемые в условиях сильноагрессивных сред (сосуды и резервуары, трубопроводы предприятий нефтеперерабатывающей, газовой и химической промышленности, сооружения в условиях морской среды и т.п.)	Не менее 25 лет
Здания и сооружения массового строительства в обычных условиях эксплуатации (здания жилищно-гражданского и производственного строительства)	Не менее 50 лет
Уникальные здания и сооружения (здания основных музеев, хранилищ национальных и культурных ценностей, произведения монументального искусства, стадионы, театры, здания высотой более 75 м, большепролетные сооружения и т.п.)	100 лет и более

1.3 Классификация нагрузок

По длительности нагрузки бывают:

постоянные – собственный вес, давление грунтов, предварительное напряжение;

длительные – вес стационарного оборудования на перекрытиях; давление газов, жидкостей, сыпучих тел; длительная часть крановых, снеговых нагрузок и т.д.;

кратковременные – люди, кратковременная часть крановых, снеговых нагрузок, ветровые нагрузки;

особые – сейсмические, взрывные воздействия, отказ оборудования, просадка оснований.

Принадлежность нагрузки к тому, или иному виду в зависимости от длительности действия определяют по п. 5 СП

20.13330.2011 «Нагрузки и воздействия».

По характеру воздействия на сооружение:

статические – нагрузки от веса конструкций и материалов, людей, снеговая и часть ветровой нагрузки;

динамические – вибрационные нагрузки от станков, действующего оборудования, динамическая составляющая ветровой нагрузки, сейсмика.

Основными характеристиками нагрузок являются их расчетные или нормативные значения.

Нормативная нагрузка – нагрузка, устанавливаемая нормативными документами и соответствующая условиям нормальной эксплуатации сооружений. Например, нормативные нагрузки от технологического оборудования принимаются по паспортам заводов-изготовителей, атмосферные и нагрузки от людей – по сводам правил, постоянные – по фактической плотности и геометрическим размерам конструкций.

Нагрузки, отвечающие предельным максимальным значениям, появление которых возможно в результате влияния неучтенных факторов – называют ***расчетными***. Обычно, расчетные нагрузки больше нормативных. Переход к расчетным нагрузкам осуществляется путем умножения нормативных значений на коэффициенты надежности по нагрузке, γ_f, и по ответственности, γ_n:

$$q^{р} = q^{н} \cdot \gamma_f \cdot \gamma_n .$$

Значения коэффициента γ_f зависят от вида нагрузки и принимаются по СП 20.13330.2011 «Нагрузки и воздействия».

Как правило, на сооружение действует не одна, а несколько нагрузок. При расчете конструкций необходимо выбрать наиболее неблагоприятное их сочетание для каждого конструктивного элемента. Свод правил 20.13330.2011 «Нагрузки и воздействия» устанавливает две категории расчетных сочетаний нагрузок и правила их учета:

- ***основные сочетания***, состоящие из постоянных, длительных и кратковременных нагрузок;
- ***особые сочетания***, включающие кроме постоянных, длительных и кратковременных нагрузок одну из особых нагрузок.

Если в сочетание входит более одной длительной нагрузки, то основную по степени влияния нагрузку принимают без снижения, а остальные – с понижающим коэффициентом ψ_l =0,95. При учете нескольких кратковременных нагрузок первую по степени значимости принимают без снижения, вторую по степени влияния умножают на коэффициент сочетания ψ_{t1} =0,9, для остальных принимают коэффициенты $\psi_{t2}=\psi_{t3}=...=0,7$.

При расчете элементов сборных конструкций на воздействие усилий, возникающих при их подъеме, транспортировании и монтаже, нагрузку от веса элементов следует принимать с коэффициентом динамичности, равным: 1,6 – при транспортировании, 1,4 – при подъеме и монтаже.

Расчет по прочности нормальных сечений железобетонных элементов в общем случае следует производить по нелинейной деформационной модели. Вместе с тем, допускается расчет железобетонных элементов с арматурой, расположенной у перпендикулярных плоскости изгиба граней элемента, при действии усилий в плоскости симметрии нормальных сечений производить по предельным усилиям.

Для железобетонных конструкций рекомендуется применять класс бетона по прочности на сжатие не ниже B15. Для монолитных железобетонных конструкций требования выше: для плит перекрытий, монолитных стен, диафрагм жесткости и фундаментных плит класс бетона по прочности на сжатие рекомендуется принимать не ниже B20, а для колонн – не ниже B25 ([2]).

Для железобетонных конструкций без предварительного напряжения следует применять арматуру:

- гладкую класса A240 и B500;
- периодического профиля классов: A400, A500 и Bp500.

В качестве рабочей арматуры (устанавливаемой по расчету) следует преимущественно применять арматуру классов A400, A500 и Bp500.

2 ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРИАЛОВ

2.1 Прочностные характеристики бетона

В качестве основных прочностных характеристик бетона приняты нормативные значения его прочности на сжатие и растяжение, а именно:

$R_{b,n}$ – нормативное сопротивление бетона осевому сжатию;

$R_{bt,n}$ – нормативное сопротивление бетона осевому растяжению.

Расчетные значения сопротивления бетона осевому сжатию R_b и осевому растяжению R_{bt} определяют по формулам:

$$R_b = \frac{R_{b,n}}{\gamma_b}; \qquad (2.1)$$

$$R_{bt} = \frac{R_{bt,n}}{\gamma_{bt}}. \qquad (2.2)$$

Значения коэффициента надежности по бетону при сжатии γ_b принимают равными:

1,3 – для предельных состояний первой группы;

1,0 – для предельных состояний второй группы.

Значения коэффициента надежности по бетону при растяжении γ_{bt} принимают равными:

1,5 – для предельных состояний первой группы при назначении класса бетона *по прочности на сжатие*;

1,3 – для предельных состояний первой группы при назначении класса бетона *по прочности на осевое растяжение*;

1,0 – для предельных состояний второй группы.

Нормативные и расчетные значения сопротивления бетона сжатию и растяжению в зависимости от класса бетона приведены в табл. 6.7, 6.8 и 6.9 [1].

С целью учета особенностей работы конструкции в тех или иных условиях (характер нагрузки, условия окружающей среды и т.д.) расчетные значения прочностных характеристик бетона следует умножать на коэффициенты условий работы:

γ_{b1}=1,0 – для бетонных и железобетонных конструкций при непродолжительном (кратковременном) действии нагрузок (вводится для R_b и R_{bt}).

γ_{b1}=0,9 – для бетонных и железобетонных конструкций при продолжительном (длительном) действии (вводится для R_b и

R_{bt}).

γ_{b2}=0,9 – для бетонных конструкций (водится для R_b);

γ_{b3}=0,85 – для бетонных и железобетонных конструкций, бетонируемых в вертикальном положении при высоте слоя бетонирования свыше 1,5 м (вводится для R_b).

γ_{b4} – применяют для ячеистых бетонов в зависимости от влажности:

- при влажности 10% и менее γ_{b4}=1,0;
- при влажности 25% и более γ_{b4}=0,85;
- в промежутке от 10% до 25% – по интерполяции.

Влияние попеременного замораживания и оттаивания, а также влияние отрицательных температур учитывают коэффициентом $\gamma_{b5} \leq 1{,}0$.

Для надземных конструкций, подвергаемых атмосферным воздействиям окружающей среды при расчетной температуре наружного воздуха в холодный период минус 40° С и выше γ_{b5}=1,0. В остальных случаях значение γ_{b5} принимают согласно специальным указаниям.

2.2 Деформационные характеристики бетона

Нормами [1] установлены следующие основные характеристики, определяющие деформационные характеристики бетона:

ε_{b0} и ε_{bt0} – предельные относительные деформации при осевом сжатии и растяжении (при однородном напряженном состоянии);

E_b – начальный модуль упругости;

$\varphi_{b,cr}$ – коэффициент (характеристика) ползучести;

$\nu_{b,P}$ – коэффициент поперечной деформации (коэффициента Пуассона);

α_{bt} – коэффициент линейной температурной деформации.

Значения предельных относительных деформаций бетона при непродолжительном действии нагрузки следует принимать равными ε_{b0}=0,002 и ε_{bt0}=0,0001. При продолжительном действии нагрузки – по табл. 6.10 [1].

Значения начального модуля упругости бетона следует принимать в зависимости от класса бетона по табл. 6.11 [1].

При продолжительном действии нагрузки значения начального модуля деформации следует вычислять по формуле:

$$E_{b,\tau} = \frac{E_b}{1+\varphi_{b,cr}}, \qquad (2.3)$$

где $\varphi_{b,cr}$ – коэффициент ползучести, принимаемый по табл. 6.12 [1].

Значение коэффициента Пуассона $v_{b,P}$ принимают равным 0,2.

Значение коэффициента линейной температурной деформации бетона, α_{bt}, при изменении температуры в диапазоне от минус 40 до плюс 50 °С принимают равным $1 \cdot 10^{-5}$ °С$^{-1}$.

2.3 Прочностные характеристики арматуры

Основной прочностной характеристикой арматуры является нормативное значение сопротивления растяжению $R_{s,n}$, равное значению физического или условного предела текучести, соответствующего остаточному удлинению (укорочению), равному 0,2 %. Класс арматуры по прочности на растяжение численно соответствует нормативному сопротивлению $R_{s,n}$, значения которых приведены в табл. 6.13 [1]). Расчетные значения сопротивления арматуры растяжению R_s определяют путем деления нормативного сопротивления арматуры растяжению на коэффициент надежности по арматуре, то есть по формуле:

$$R_s = \frac{R_{s,n}}{\gamma_s}, \qquad (2.4)$$

где γ_s — коэффициент надежности по арматуре, равный 1,15 для предельных состояний первой группы и 1,0 – для предельных состояний второй группы.

Расчетные значения сопротивления арматуры сжатию R_{sc} принимают равными расчетным значениям сопротивления арматуры растяжению R_s, но не более значений, отвечающих максимальным деформациям укорочения бетона, окружающего сжатую арматуру: при кратковременном действии нагрузки – не более 400 МПа, при длительном действии нагрузки – не более 500 МПа.

Расчетные значения сопротивления арматуры R_s и R_{sc} для предельных состояний первой группы приведены в таблице в табл. 6.14 [1]. Расчетные значения сопротивления поперечной арматуры в табл. 6.15 [1]. Для поперечной арматуры всех классов расчетные значения сопротивления R_{sw} следует принимать не более 300 МПа.

2.4 Деформационные характеристики арматуры

Основными характеристиками являются:

$\varepsilon_{s0}=R_s/E_s$ – относительная деформация удлинения арматуры при достижении напряжениями расчетного сопротивления R_s;

E_s – модуль упругости арматуры, равный для всех арматурных сталей кроме канатов $E_s = 2{,}0 \cdot 10^5$ *МПа*, а для канатов $E_s=1{,}95 \cdot 10^5$ *МПа*. Значения модуля упругости E_s принимают одинаковыми при растяжении и сжатии.

3 РАСЧЕТ ПО ПРЕДЕЛЬНЫМ УСИЛИЯМ

3.1 Предпосылки расчета

Расчет по прочности железобетонных элементов по предельным усилиям производят из условия, по которому усилие F от внешних нагрузок и воздействий в рассматриваемом сечении не должно превышать предельного усилия F_{ult}, которое может быть воспринято элементом в этом сечении. Иными словами – должно соблюдаться условие:

$$F \leq Fult. \qquad (3.1)$$

Расчет железобетонных элементов по предельным усилиям следует производить, определяя предельные усилия, которые могут быть восприняты бетоном и арматурой в нормальном сечении, из следующих положений:

- сопротивление бетона растяжению принимают равным нулю;
- сопротивление бетона сжатию представляется напряжениями, равными расчетному сопротивлению бетона сжатию R_b и равномерно распределенными по сжатой зоне бетона;
- деформации (напряжения) в арматуре определяют в зависимости от высоты сжатой зоны бетона;
- растягивающие напряжения в арматуре принимают не более расчетного сопротивления растяжению R_s;
- сжимающие напряжения в арматуре принимают не более расчетного сопротивления сжатию R_{sc}.

Расчет по прочности нормальных сечений следует производить в зависимости от соотношения между значениями относительной высоты сжатой зоны бетона ξ и граничной относительной высоты сжатой зоны бетона ξ_R.

Значение $\xi = \frac{x}{h_0}$ определяют из рассмотрения соответствующих условий равновесия внешних сил и внутренних усилий. Под граничным значением относительной высоты сжатой зоны бетона понимают такое значение ξ, при котором сжатый бетон и растянутая арматура предельного состояния достигают одновременно (сжатый бетон дробится, растянутая арматура течет). При $\xi < \xi_R$ разрушение элемента начинается с растянутой зоны – течет арматура, а затем дробится бетон сжатой зоны. При $\xi > \xi_R$ разрушение элемента хрупкое – бетон сжатой зоны дробится, а напряжения в растянутой арматуре меньше предела текучести. Как видим, в последнем случае растянутая арматура используется не эффективно, и при проектировании изгибаемых элементов следует соблюдать условие $\xi \le \xi_R$. Невыполнение этого условия можно допустить лишь в случаях, когда площадь сечения растянутой арматуры определена из расчета по предельным состояниям второй группы или принята по конструктивным соображениям. Значение ξ_R вычисляют по формуле:

$$\xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}}, \qquad (3.2)$$

где $\varepsilon_{s,el} = R_s/E_s$ – относительная деформация растянутой арматуры, соответствующая напряжению R_s;

ε_{b2} – относительная деформация сжатого бетона, соответствующая напряжению R_b.

Величина ε_{b2} зависит от длительности действия нагрузки, вида напряженного состояния и прочности бетона.

При непродолжительном действии нагрузки:

- для бетонов класса по прочности на сжатие В60 и ниже ε_{b2}= 0,0035;
- для бетонов класса по прочности на сжатие В70 - В100 значение ε_{b2} изменяется по линейному закону от 0,0033 при В70 до 0,0028 при В100.

При продолжительном действии нагрузки численные значения коэффициента ε_{b2} принимают в зависимости от влажности по таблице 3.1.

Таблица 3.1

Относительная влажность воздуха окружающей среды, %	Значение деформации ε_{b2}	
	при сжатии	при растяжении
выше 75	0,0042	0,0027
40 - 75	0,0048	0,0031
ниже 40	0,0056	0,0036

Для высокопрочных бетонов значения относительных деформаций ε_{b2} следует принимать с умножением на отношение (270 - В)/210.

Для тяжелого бетона классов В70 - В100 и для мелкозернистого бетона в числителе формулы (3.2) вместо 0,8 следует принимать 0,7.

Относительную влажность воздуха окружающей среды принимают по СП 131.13330.2012 как среднюю месячную относительную влажность наиболее тёплого месяца для района строительства.

3.2 Расчет изгибаемых элементов прямоугольного сечения

3.2.1 Проверка прочности

Несущая способность определяется из рассмотрения условий равновесия внешних сил и внутренних усилий, приведенных на рис.3.1.

Для плоской системы сил можно составить два уравнения равновесия.

Первое – сумма проекций всех сил на нормаль к сечению:

$$R_b bx + R_{sc}A'_s - R_s A_s = 0 \quad (3.3)$$

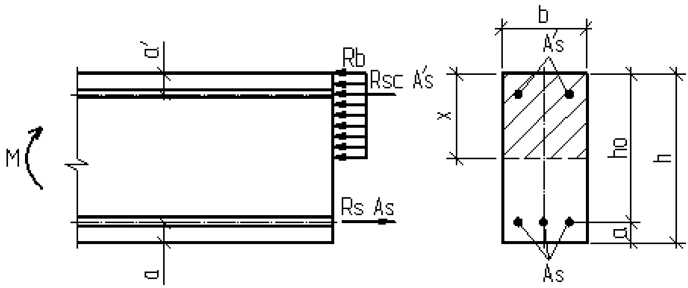


Рис.3.1. Схема внешних сил и внутренних усилий
в нормальном сечении изгибаемого элемента

Второе – сумма моментов относительно оси, перпендикулярной плоскости изгиба и проходящей через центр тяжести растянутой арматуры:

$$M - R_b bx(h_0 - x/2) - R_{sc}A'_s(h_0 - a') = 0 \quad (3.4)$$

Из первого уравнения определяют высоту сжатой зоны:

$$x = \frac{R_s A_s - R_{sc}A'_s}{R_b b}.$$

Второе уравнение используют для определения несущей способности.

При $\xi = x / h_0 \le \xi_R$ несущая способность определяется по формуле:

$$M_{ult} = R_b bx(h_0 - x/2) + R_{sc} A'_s (h_0 - a'). \qquad (3.5)$$

В случае, когда по конструктивным соображениям или из расчета по предельным состояниям второй группы площадь растянутой арматуры принята большей, чем это требуется для соблюдения условия $\xi \le \xi_R$, допускается предельный изгибающий момент *Mult* определять по формуле:

$$M_{ult} = R_b bx_R (h_0 - x_R / 2) + R_{sc} A'_s (h_0 - a'), \qquad (3.6)$$

где $x_R = \xi_R h_0$.

Если окажется, что $x \le 0$ (например, симметричное армирование или при $As' > As$), то высоту сжатой зоны бетона x принимают равной нулю и несущую способность вычисляют по формуле:

$$M_{ult} = R_s A_s (h_0 - a'). \qquad (3.7)$$

При этом следует учитывать, что если вычисленная без учета сжатой арматуры высота сжатой зоны $x = \frac{R_S A_S}{R_b b}$ меньше $2a'$, сжатую арматуру в расчете не учитывают и несущую способность элемента вычисляют по формулам:

$$M_{ult} = R_S A_S (h_0 - x/2)$$

или

$$M_{ult} = R_b bx(h_0 - x/2). \qquad (3.8)$$

3.2.2 Подбор продольной арматуры

Для подбора арматуры используются приведенные выше условия статики. Преобразуем уравнение (3.4) следующим образом – второе слагаемое разделим и умножим на h_0, вынесем за скобки h_0 и выполним подстановку $x/h_0=\xi$. В результате уравнение примет вид:

$$M = R_b b \xi h_0^2 (1 - \xi/2) - R_{sc} A'_s (h_0 - a') = \alpha_m R_b b h_0^2 - R_{sc} A'_s (h_0 - a'), \qquad (3.9)$$

где $\alpha_m = \xi(1 - \xi/2)$ и соответственно $\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m}$.

В сечениях с одиночной арматурой (то есть в сжатой зоне арматура не устанавливается) расчет рекомендуется выполнять по следующей схеме:

$$\alpha_m = \frac{M}{R_b b h_0^2} \rightarrow \xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} \rightarrow x = \xi h_0 \rightarrow A_s = \frac{R_b b x}{R_s}. \quad (3.10)$$

Затем по сортаменту арматуры следует принять требуемый диаметр и число стержней так, чтобы фактическая площадь арматуры $A_{s,fact}$ была бы не меньше требуемой по расчету, и выполнялось бы условие:

$$\mu = \frac{A_{S.fact}}{b h_0} 100\% \geq \mu_{\min} = 0{,}1\% \quad (3.11)$$

Если в процессе вычислений окажется что $\xi > \xi_R$ это значит, что при заданных размерах сечения в сжатой зоне необходимо установить продольную рабочую арматуру, иными словами – по расчету требуется сжатая арматура.

Если требуется подобрать как растянутую, так и сжатую арматуру, то двух уравнений статики недостаточно, поскольку они содержат три неизвестных (As, As' и x). Число неизвестных можно уменьшить, приняв высоту сжатой зоны равной предельно допустимой для случая одиночного армирования, то есть принять $x=x_R=\xi_R \cdot h_0$, что позволит из уравнения (3.4) или (3.9) определить площадь сжатой арматуры, а затем из уравнения (3.3) определить площадь растянутой арматуры.

Рекомендуется следующая последовательность вычислений:

$$\alpha_R = \xi_R (1 - \xi_R / 2) \rightarrow A_s' = \frac{M - \alpha_R R_b b h_0^2}{R_{sc}(h_0 - a')} \rightarrow A_s = \frac{R_b b x_R + R_{sc} A_s'}{R_s}. \quad (3.12)$$

Но на этом расчет не заканчивается, поскольку принятая по сортаменту (то есть фактическая) площадь сечения сжатой арматуры $A'_{s,fact}$ отличается от использованной в формуле (3.12). По этой причине следует уточнить высоту сжатой зоны бетона и определить новое значение площади сечения продольной растянутой арматуры A_s, соответствующее фактическому значению $A'_{s,fact}$.

$$\alpha_m = \frac{M - R_{sc} A'_{S,fact}(h_0 - a')}{R_b b h_0^2}. \quad (3.13)$$

Затем определяем площадь растянутой арматуры по следующей схеме:

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} \rightarrow x = \xi h_0 \rightarrow A_s = \frac{R_b b x + R_{sc} A'_{s,fact}}{R_s}. \quad (3.14)$$

По сортаменту арматуры принимаем требуемый диаметр и число стержней так, чтобы фактическая площадь арматуры $A_{s,fact}$

была бы не меньше требуемой по расчету. Завершает расчет проверка:

$$\mu = \frac{A_{s,fact}}{bh_0} 100\% \geq \mu_{\min} = 0{,}1\%$$

$$\mu' = \frac{A'_{s,fact}}{bh_0} 100\% \geq \mu_{\min} = 0{,}1\% \qquad (3.15)$$

3.3 Расчет изгибаемых элементов таврового сечения

Тавровое сечение образовано полкой и ребром (см.рис.3.2). Если полка расположена в сжатой зоне, а ребро в растянутой тавровое сечение по сравнению с сечением прямоугольным значительно экономичней, поскольку при одной и той же несущей способности расходуется меньше бетона вследствие сокращения размеров растянутой зоны. Полка, расположенная в растянутой зоне, ведет к увеличению расхода бетона, но несущей способности сечений, нормальных к продольной оси элемента не повышает.

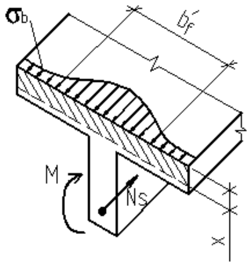


Рис.3.2. Распределение сжимающих напряжений по ширине полки

Сжимающие напряжения по ширине полки распределены неравномерно. Своего максимума они достигают над ребром и убывают по мере удаления от него (см.рис.3.2). Это обстоятельство и послужило причиной введения ограничения на ширину полки, вводимую в расчет, заключающегося в том, что в ряде случаев в расчете учитывается не вся ширина полки, а ее часть – b'_f.

Значение b'_f, вводимое в расчет, принимают из условия, что ширина свеса полки в каждую сторону от ребра должна быть не более 1/6 пролета элемента, а так же:

а) при наличии поперечных ребер или при $h'_f / h \geq 0{,}1$ не более половины расстояния в свету между продольными ребрами;

б) при отсутствии поперечных ребер (или при расстояниях между ними, больших, чем расстояния между продольными ребрами) и при $h'_f / h < 0,1$ не более не более $6h'_f$;

в) при консольных свесах полки

· при $h'_f / h \geq 0,1$ – не более $6h'_f$;

· при $0,05 \leq h'_f / h < 0,1$ – не более $3h'_f$;

· при $h'_f / h < 0,05$ – свесы не учитывают.

3.3.1 Проверка прочности

При расчете тавровых сечений в первую очередь следует определить положение границы сжатой зоны бетона. Для этого достаточно сопоставить значение изгибающего момента *M*, на действие которого выполняется расчет, с несущей способностью сечения $M_{f,ult}$, определенной в предположении того, вся полка сжата:

$$M_{f,ult} = R_b b'_f h'_f (h_0 - h'_f / 2) + R_{sc} A'_s (h_0 - a'). \qquad (3.16)$$

Если $M \leq M_{f,ult}$ граница сжатой зоны проходит в полке (см.рис.3.3,а) и сечение в этом случае рассчитывают как прямоугольное с размерами $b'_f \times h$ по формулам, приведенным в п.3.2 с заменой в них ширины сечения b на b'_f. Так же следует поступать при проверке несущей способности, и подборе арматуры.

Если M> $M_{f,ult}$ граница сжатой зоны проходит в ребре (см.рис.3.3,б) и сжатая зона бетона представляет собой уже не прямоугольник, а более сложную фигуру, состоящую из сжатых свесов и сжатой части ребра высотой x.

$$R_b bx + R_b (b'_f - b) h'_f + R_{sc} A'_s - R_s A_s = 0 \qquad (3.17)$$

$$M - R_b bx (h_0 - x/2) - R_b (b'_f - b) h'_f (h_0 - h'_f / 2) - R_{sc} A'_s (h_0 - a') = 0 \qquad (3.18)$$

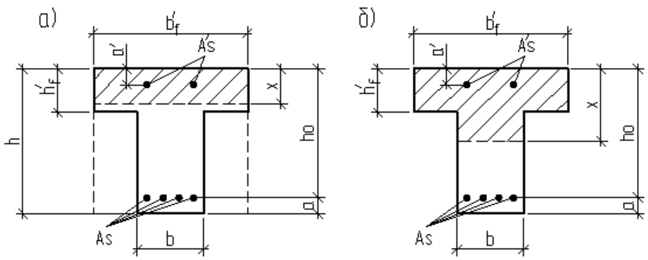


Рис.3.3. К определению положения границы сжатой зоны бетона: а – граница в полке; б – граница в ребре

Из первого уравнения определяют высоту сжатой зоны:

$$x = \frac{R_s A_s - R_{sc} A'_s - R_b (b'_f - b) h'_f}{R_b b}. \qquad (3.19)$$

Второе уравнение используют для определения несущей способности.

При $\xi = x / h_0 \le \xi_R$ несущая способность определяется по формуле:

$$M_{ult} = R_b b x (h_0 - x/2) + R_b (b'_f - b) h'_f (h_0 - h'_f / 2) + R_{sc} A'_s (h_0 - a') \qquad (3.20)$$

В случае, когда по конструктивным соображениям или из расчета по предельным состояниям второй группы площадь растянутой арматуры принята большей, чем это требуется для соблюдения условия $\xi \le \xi_R$, допускается предельный изгибающий момент M_{ult} определять по формуле:

$$M_{ult} = R_b b x_R (h_0 - x_R / 2) + R_b (b'_f - b) h'_f (h_0 - h'_f / 2) + R_{sc} A'_s (h_0 - a'), \qquad (3.21)$$

где $x_R = \xi_R h_0$.

3.3.2 Подбор продольной арматуры

Последовательность расчета определяют два фактора:

1 – отсутствие или наличие сжатой арматуры;

2 – положение границы сжатой зоны бетона.

Сечения с одиночной арматурой.

Расчет начинаем в предположении того, что граница сжатой зоны расположена в полке, то есть $x \le h'_f$. Из условия равенства нулю суммы моментов вычислим значение α_m, а затем высоту сжатой зоны:

$$\alpha_m = \frac{M}{R_b b'_f h_0^2} \rightarrow \xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} \rightarrow x = \xi h_0. \qquad (3.22)$$

Если $x \le h'_f$ граница сжатой зоны действительно расположена в полке и площадь растянутой арматуры вычислим по формуле:

$$A_S = \frac{R_b b'_f x}{R_S}. \qquad (3.23)$$

Если $x > h'_f$,сделанное ранее предположение, не подтвердилось – граница сжатой зоны расположена не в полке, а в ребре. Следовательно, высоту сжатой зоны бетона требуется уточнить, учитывая, что площадь сжатых свесов известна. Формулы (3.22) в этом случае принимают вид:

$$\alpha_m = \frac{M - R_b(b'_f - b)h'_f(h_0 - h'_f/2)}{R_b b h_0^2} \rightarrow \xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} \rightarrow x = \xi h_0. \quad (3.24)$$

Поскольку теперь высота сжатой зоны и положение границы сжатой зоны соответствуют друг другу, можно перейти к вычислению площади растянутой арматуры. Используя уравнение (3.17), получаем формулу:

$$A_S = \frac{R_b b x + R_b(b'_f - b)h'_f}{R_s}. \quad (3.27)$$

Далее по сортаменту арматуры принимаем диаметр и требуемое число стержней, затем проверяют соблюдение условий:

$$\mu = \frac{A_{s,fact}}{bh_0}100\% \geq \mu_{\min} = 0{,}1\%$$

$$\mu' = \frac{A'_{s,fact}}{bh_0}100\% \geq \mu_{\min} = 0{,}1\%.$$

Если вычисленные по формулам (3.22) и (3.24) значения x не удовлетворяют условию $\xi \leq \xi_R$, это свидетельствует о необходимости размещения в полке сжатой арматуры A_S'. Иными словами, рассчитываемый изгибаемый элемент должен иметь не одиночную, а двойную арматуру.

Сечения с двойной арматурой.

Задаемся высотой сжатой зоны $x = x_R = \xi_R h_0$. Затем определяем положение границы сжатой зоны бетона. С этой целью сопоставляем значения x_R и h'_f.

При $x_R \leq h'_f$ граница сжатой зоны располагается в полке. В этом случае сечение следует рассчитывать как прямоугольное с размерами $b'_f \times h$ по формулам (3.12) – (3.15), учитывая при этом, что ширина сжатой зоны бетона равна не b, а b'_f. Иными словами в этих формулах заменяем b величиной b'_f.

При $x_R > h'_f$ граница сжатой зоны располагается в ребре и, следовательно, форма сжатой зоны бетона отлична от прямоугольной. Площадь сжатой арматуры определим из уравнения (3.18) относительно:

$$A'_S = \frac{M - R_b b x_R (h_0 - x_R / 2) - R_b (b'_f - b) h'_f (h_0 - h'_f / 2)}{R_{sc}(h_0 - a')}, \quad (3.26)$$

Решение уравнения (3.17) относительно A_s позволяет определить площадь растянутой арматуры:

$$A_S = \frac{R_b b x_R + R_b (b'_f - b) h'_f + R_{sc} A'_s}{R_s}. \quad (3.27)$$

Если фактически принятая площадь сжатой арматуры $A'_{s,fact}$ заметно отличается от полученной по формуле (3.27), высоту сжатой зоны бетона следует уточнить. Для этого выполним следующие вычисления:

$$\alpha_m = \frac{M - R_b (b'_f - b) h'_f (h_0 - h'_f / 2) - R_{sc} A'_{s,fact} (h_0 - a')}{R_b b h_0^2},$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} \rightarrow x = \xi h_0. \quad (3.28)$$

Площадь растянутой арматуры вычисляется по формуле:

$$A_S = \frac{R_b b x + R_b (b'_f - b) h'_f + R_{sc} A'_{s,fact}}{R_s}. \quad (3.29)$$

Принятое армирование должно удовлетворять условиям (3.15).

Примечание: Если площадь арматуры $A'_{s,fact}$ принята с большим запасом, то полученная по формулам (3.28) высота сжатой зоны бетона может оказаться меньше толщины полки. В этом случае расчет следует продолжить по формулам, относящимся к случаю, когда граница сжатой зоны расположена в полке.

3.4 Расчет сжатых элементов

3.4.1 Расчет элементов, сжатых со случайным эксцентриситетом

Расчет по прочности прямоугольных сечений внецентренно сжатых элементов с арматурой, расположенной у противоположных в плоскости изгиба сторон сечения при условии $e_0 \le h/30$ и $l_0 / h \le 20$ можно выполнять по упрощенной методике, условно принимая их центрально сжатыми.

3.4.1.1. Проверка прочности.

Несущая способность элемента считается обеспеченной, если выполняется условие:

$$N \le \varphi(R_b A + R_{sc} A_{s,tot}), \tag{3.34}$$

где A – площадь поперечного сечения элемента;

$A_{s,tot}$ – площадь всей продольной арматуры в сечении элемента.

Коэффициент продольного изгиба принимают по п.8.1.16 [1], а именно:

- при кратковременном действии нагрузки по интерполяции, принимая $\varphi = 0,9$ при $l_0 / h = 10$ и $\varphi = 0,85$ при $l_0 / h = 20$;
- при длительном действии нагрузки по таблице:

Класс бетона	φ при l_0 / h равном			
	6	10	15	20
B20-B55	0,92	0,90	0,83	0,70
B60	0,91	0,89	0,80	0,65
B80	0,90	0,88	0,79	0,64

При определении гибкости колонн с прямоугольным поперечным сечением следует использовать меньший из двух размеров сечения колонны.

3.4.1.2. Подбор арматуры.

Предварительно задаемся размерами сечения колонны b и h. Вычисляем площадь $A = b \cdot h$. Значения коэффициента продольного изгиба φ определяем как для длительного, так и для кратковременного действия нагрузки.

Из (3.34) получаем формулу для определения площади арматуры:

$$A_{s.tot} = (N / \varphi - R_b A) / R_{sc}. \tag{3.35}$$

Используя полученную формулу вычисляем значения $A_{s,tot}$, соответствующие полной продольной силе N (кратковременное действие нагрузки поэтому принимаем $\gamma_{b1} = 1$). Вычисляем $A_{s,tot}$ для длительно действующей части нагрузки N_L (в этом случае принимаем $\gamma_{b1} = 0.9$). Из двух полученных значений выбираем большее, затем по сортаменту принимаем число и диаметр стержней (поскольку толстые стержни при прочих равных условиях более устойчивы, чем тонкие, то следует избегать очень большого количества стержней). Принятое армирование должно удовлетворять условию:

$$\mu = \frac{A_{s,tot}}{bh}100\% \geq \mu_{\min} \quad (3.36)$$

При гибкости $l_0 / h = 5$ минимальный процент армирования $\mu_{\min} = 0,2\%$. При $l_0 / h = 20$ $\mu_{\min} = 0,425\%$. Для промежуточных значений гибкости значение $\mu_{\min}$ принимают по интерполяции (п. 10.3.6 [1]). Элементы, не удовлетворяющие требованию 3.36, следует относить к бетонным конструкциям.

Примечание:

В предшествующей СНиП 52-01-2003 нормативной литературе отмечалось, что если площадь сжатой арматуры превышает 2 % площади сжатой зоны бетона, то следует учитывать уменьшение действительной площади бетона сжатой зоны на величину, равную площади сжатой арматуры. В текущей редакции норм такого ограничения нет, но, очевидно, эту рекомендацию следует учитывать, и вот почему. Максимальный процент армирования в сжатых элементах в текущей редакции не оговаривается, и поэтому формально может быть принят весьма большим, скажем, равным 10%. Очевидно, что, если не учитывать упомянутое выше ограничение, несущая способность элемента будет необоснованно завышена, что не допустимо.

3.4.2 Расчет внецентренно сжатых элементов

К внецентренно сжатым относят элементы, подверженные одновременному действию продольной сжимающей силы и изгибающего момента, которые не подходят под случай сжатия со случайным эксцентриситетом.

Расчет внецентренно сжатых элементов должен производиться с учетом влияния прогиба элемента в плоскости изгиба (см.рис.3.4) и отдельно в нормальной к ней плоскости (из плоскости изгиба). В последнем случае принимается, что продольная сила приложена со случайным эксцентриситетом, то есть в расчете следует принять $e_0 = e_a$.

Расчет из плоскости изгиба можно не производить, если гибкость элемента в плоскости изгиба больше гибкости из плоскости изгиба, например, пилоны, стены, диафрагмы жесткости и аналогичные им конструкции.

При наличии расчетных эксцентриситетов в двух направлениях и при условии, что оба эти эксцентриситета превышают случайные эксцентриситеты, элемент должен быть рассчитан на косое внецентренное сжатие.

3.4.2.1. Проверка прочности

Для плоской системы сил (см.рис.3.5) можно составить два уравнения равновесия:

$$R_b bx + R_{sc}A_s' - R_s A_s - N = 0, \qquad (3.37)$$

$$Ne - R_b bx(h_0 - x/2) - R_{sc}A_s'(h_0 - a') = 0, \qquad (3.38)$$

где e – определенное с учетом влияния прогиба элемента, расстояние от точки приложения силы N до центра тяжести сечения растянутой или менее сжатой (при полностью сжатом сечении элемента) арматуры, равное:

$$e = e_0\eta + \frac{h_0 - a'}{2}. \qquad (3.39)$$

Поскольку при проверке прочности все геометрические и прочностные характеристики элемента известны, то из уравнения (3.37) можно определить высоту сжатой зоны бетона:

$$x = \frac{N + R_s A_s - R_{sc}A_s'}{R_b b}. \qquad (3.40)$$

Условие прочности получают из уравнения (3.38), превращая его в неравенство, и в случае $\xi = x/h_0 \le \xi_R$ его записывают в следующем виде:

$$Ne \le R_b bx(h_0 - x/2) + R_{sc}A_s'(h_0 - a'), \qquad (3.41)$$

При сжатии с малыми эксцентриситетами (случай $\xi = x/h_0 > \xi_R$) высота сжатой зоны может быть весьма велика, например, все сечение может быть сжато. При этом арматура S окажется не растянутой, а сжатой. Напряжение в арматуре S может меняться в весьма широком диапазоне: от R_s (арматура растянута) до минус R_{sc} (арматура сжата). Таким образом, в общем случае напряжения в арматуре S являются неизвестной величиной.

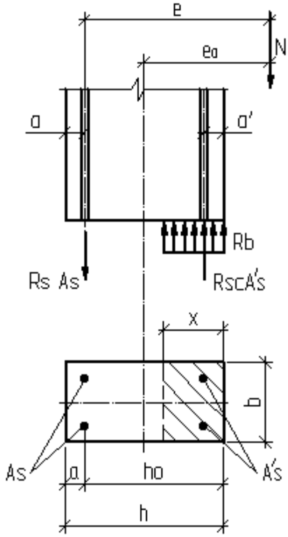


Рис.3.5. Схема внешних сил и внутренних усилий
в нормальном сечении внецентренно сжатого элемента

Сказанное свидетельствует о недостаточности для решения поставленной задачи двух уравнений статики (3.37) и (3.38). Добавим третье уравнение, устанавливающее связь между напряжением в арматуре σ_S и относительной высотой сжатой зоны бетона ξ.

И так, если полученное по формуле (3.40) значение x не удовлетворяет условию $\xi = x/h_0 \le \xi_R$, высоту сжатой зоны следует определять из совместного решения двух уравнений:

$$R_b bx + R_{sc}A'_s - \sigma_s A_s - N = 0, \qquad (3.42)$$

$$\sigma_s = (2\frac{1 - x/h_0}{1-\xi_R} - 1)R_s. \qquad (3.43)$$

После подстановки получим формулу для определения высоты сжатой зоны бетона:

$$x = \frac{N + R_s A_s \dfrac{1+\xi_R}{1-\xi_R} - R_{sc}A'_s}{R_b b + \dfrac{2R_s A_s}{h_0(1-\xi_R)}}. \qquad (3.44)$$

Используя полученное значение высоты сжатой зоны, несущую способность проверяют по формуле (3.41).

Примечание:

Вычисленная по формуле (3.40) величина X в ряде случаев может оказаться равной нулю или отрицательной. В новых нормах этот случай не оговаривается, но в предшествующей СНиП 52-01-2003 нормативной литературе отмечалось, что если высота сжатой зоны, определенная с учетом половины сжатой арматуры меньше a', расчетную несущую способность сечения можно несколько увеличить, приняв в формулах $A'_s=0$.

3.4.2.2. Подбор арматуры

Подбор арматуры в сжатых элементах затруднен тем, что в формулах используется значение N_{cr}, зависящее от площади арматуры A_s и A'_s, которые не известны. Поэтому расчет ведут последовательными приближениями. Предварительно задаются $\eta=1$ и вычисляют A_s и A'_s. Затем, используя полученную площадь арматуры, по формулам (3.32) и (3.31) определяют N_{cr} и η. После этого определяют новые значения A_s и A'_s, и сравнивают их со значениями, полученными ранее. Если разница не превышает 5 %, расчет окончен, в противном случае – расчет повторяется.

Можно поступить иначе, например, по априорным соображениям принять площади сжатой и растянутой арматур, а затем повторять цепочку вычислений $N_{cr} \rightarrow \eta \rightarrow A_s$, A'_s пока разница между текущим и предыдущим значениями площадей арматур не снизится до 5 %.

В расчетах различают два случая армирования сжатых элементов:

- сечения с симметричной арматурой (когда $R_s A_s = R_{sc} A'_s$);
- сечения с несимметричной арматурой ($R_s A_s \neq R_{sc} A'_s$).

Характер армирования влияет на последовательность расчета.

<u>Симметричное армирование.</u>

Поскольку $R_s A_s = R_{sc} A'_s$ условие равновесия (3.37) принимает вид:

$R_b bx - N = 0$, откуда $x = N/(R_b b)$. (3.45)

Если имеет место случай больших эксцентриситетов (при $\xi = x/h_0 \leq \xi_R$), найденное значение x подставим в уравнение равновесия (3.38), что позволит определить требуемую по расчету площадь сжатой арматуры A'_s :

$$A'_s = \frac{N(e - h_0 + 0,5N/(R_b b))}{R_{sc}(h_0 - a')} . \qquad (3.46)$$

Так как армирование симметричное, то $A_s = A'_s$.

В случае малых эксцентриситетов (при $\xi = x/h_0 > \xi_R$) напряжения в растянутой (менее сжатой) арматуре неизвестны и поэтому условие равновесия (3.37) содержит две неизвестных величины: x и σ_S. В этом случае арматуру подбирают также как и в элементах с несимметричным армированием (см. ниже) принимая $A_s = A'_s$.

Несимметричное армирование.

При несимметричном армировании ($A_S \neq A'_S$) в двух уравнениях статики (3.37) и (3.38) в общем случае может содержаться четыре неизвестных: площади арматур A_S и A'_S, высота сжатой зоны бетона x и напряжение в растянутой (менее сжатой) арматуре σ_S.

Наиболее рациональным представляется следующий подход – если к двум уравнениям равновесия добавить уравнение, связывающее напряжение σ_S с относительной высотой сжатой зоны ξ (формула 3.43), и ввести соотношение между площадями сжатой и растянутой арматур, то получим, решая которую получим искомые величины A_S и A'_S.

Упомянутая система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} R_b bx + R_{sc}A'_s - \sigma_s A_s - N = 0 \\ Ne - R_b bx(h_0 - x/2) - R_{sc}A'_s(h_0 - a') = 0 \\ \sigma_s = (2\dfrac{1 - x/h_0}{1 - \xi_R} - 1)R_s \\ A'_S = kA_S \end{cases} \qquad (3.47)$$

В последнем уравнении системы (3.47) коэффициент k определяет отношение площади сжатой арматуры к площади арматуры растянутой, значение которого рекомендуется принимать по априорным соображениям.

Примерное значение коэффициента k можно вычислить по формуле:

$$k = \frac{e}{0,5(h_0 - a')} . \qquad (3.48)$$

3.4.2.3. Определение несущей способности

В отличие от элементов изгибаемых, для внецентренно сжатых элементов ответ на вопрос какую нагрузку этот элемент может воспринять – неоднозначен. Дело в том, что несущая способность внецентренно сжатого элемента зависит от эксцентриситета приложения внешней нагрузки. Очевидно, что при прочих равных условиях центрально сжатая колонна будет способна воспринять большую продольную силу, чем колонна, подверженная одновременному действию продольной сжимающей силы и изгибающего момента. Иными словами, несущая способность внецентренно сжатого элемента является функцией не только характеристик сечения, но и внешней нагрузки, а именно – эксцентриситета приложения продольного сжимающего усилия.

При необходимости определения максимального значения сжимающей продольной силы, которую способен воспринять внецентренно сжатый элемент рассматривают сумму моментов внешних сил и внутренних усилий относительно оси, перпендикулярной плоскости изгиба и проходящей через точку приложения внешней сжимающей силы *N* (см.рис.3.5). Уравнение имеет вид:

$$R_s A_s e - R_{sc} A_s'(e - h_0 + a') - R_b bx(e - h_0 + x/2) = 0 . \quad (3.49)$$

Высоту сжатой зоны определяют по формуле, полученной из совместного решения уравнений 3.49 и 3.43 относительно x:

$$x = \left[h_0 - e\left(1 + \frac{2\alpha}{1-\xi_R}\right)\right] \pm \sqrt{\left[h_0 - e\left(1 + \frac{2\alpha}{1-\xi_R}\right)\right]^2 + 2h_0\left[\alpha\left(\frac{2}{1-\xi_R} - 1\right)e - \alpha'(e - h_0 + a')\right]}, \quad (3.50)$$

где $\alpha' = \dfrac{R_{sc}A_s'}{R_b b h_0}$.

Для случая больших эксцентриситетов ($\xi = x/h_0 \le \xi_R$) значения выражений $\left(1 + \dfrac{2\alpha}{1-\xi_R}\right)$ и $\left(\dfrac{2}{1-\xi_R} - 1\right)$ принимают равными единице.

Максимальная продольная сжимающая сила *N* определяется из уравнения равновесия (3.42) с подстановкой в него формулы 3.43.

3.5 Расчет растянутых элементов

3.5.1 Центрально растянутые элементы

Под центральным растяжением понимают такое напряженное состояние, когда продольная растягивающая сила и равнодействующая усилий в арматуре расположены на одной прямой.

Предельное состояние центрально растянутого элемента характеризуется достижением напряжениями в стержнях продольной арматуры предельных величин, то есть $\sigma_s = R_s$.

Условие прочности записывается следующим образом:

$$N \le R_s A_{s,tot}, \tag{3.51}$$

где $A_{s,tot}$ – площадь сечения всей продольной арматуры.

3.5.1 Внецентренно растянутые элементы

К внецентренно растянутым относят элементы, подверженные одновременному действию продольной растягивающей силы и изгибающего момента. В зависимости от положения внешней растягивающей силы N относительно центров тяжести арматур S и S' различают два случая расчета – малых и больших эксцентриситетов.

<u>Случай малых эксцентриситетов.</u>

Случай малых эксцентриситетов имеет место если продольная сила приложена между равнодействующими усилий в арматуре S и S', то есть если выполняются условия: $e_0 \le h/2 - a$ или $e_0 \le h/2 - a'$ в зависимости от положения силы N относительно оси элемента (см.рис.3.6,а). При случае малых эксцентриситетов как верхняя арматура S', так и нижняя арматура S растянуты.

Для проверки прочности используют два уравнения равновесия – суммы моментов внешних сил и внутренних усилий относительно осей, перпендикулярных плоскости изгиба и проходящих через центры тяжести арматур S и S'. Иными словами, одновременно должны выполняться два неравенства:

$$Ne \le R_s A'_s (h_0 - a'), \tag{3.52}$$

$$Ne' \le R_s A_s (h_0 - a'), \tag{3.53}$$

Эксцентриситеты приложения силы N определяются по геометрическим соображениям и вычисляются по формулам:

$$e = (h/2 - a) - e_0 \text{ и } e' = (h/2 - a') + e_0. \tag{3.54}$$

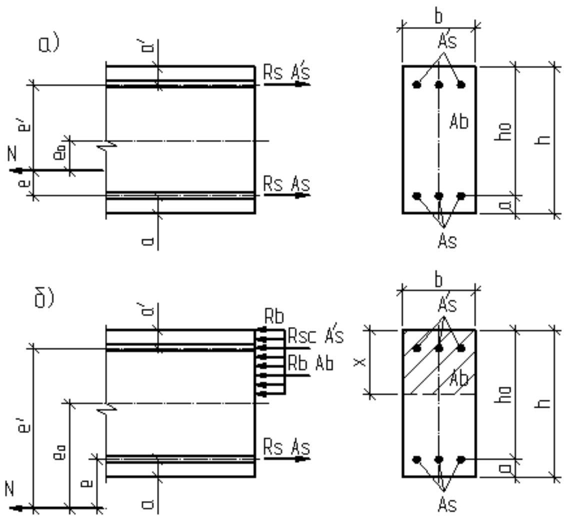


Рис.3.6. К расчету по внецентренно растянутых элементов:
а – случай малых эксцентриситетов;
б – случай больших эксцентриситетов

Случай больших эксцентриситетов.

Если продольная сила *N* приложена за пределами расстояния между равнодействующими усилий в арматуре *S* и *S′* (см.рис.3.6,*б*) эпюра напряжений в сечении двузначная, то есть, имеется сжатая зона и зона растянутая.

Рассмотрим два уравнения равновесия: сумму проекций всех сил на нормаль к сечению и сумму моментов относительно оси, перпендикулярной плоскости изгиба и проходящей через центр тяжести растянутой арматуры:

$$R_b bx + R_{sc}A_s' + N - R_s A_s = 0\,. \tag{3.55}$$

$$Ne - R_b bx(h_0 - x/2) - R_{sc}A_s'(h_0 - a') = 0\,. \tag{3.56}$$

Из первого уравнения находят высоту сжатой зоны бетона:

$$x = \frac{R_s A_s - R_{sc}A' - N}{R_b b}\,. \tag{3.57}$$

Если окажется, что $x > \xi_R h_0$, принимают $x = \xi_R h_0$.

Второе уравнение равновесия используют для проверки прочности. Несущая способность считается обеспеченной, если выполняется условие:

$$Ne \le R_b bx(h_0 - x/2) + R_{sc}A_s'(h_0 - a')\,. \tag{3.58}$$

Примечание:

В предшествующей СП 63.13330.2012 редакции норм имелись, важные для проектировщика пояснения:

- если в формуле (3.57) окажется, что $x \le 0$, проверку прочности делают по формуле (3.52);

- если высота сжатой зоны бетона, определенная без учета сжатой арматуры, то есть $x = \dfrac{R_s A_s - N}{R_b b}$, меньше *2a′* выполняют расчет по формулам (3.55) и (3.56) без учета сжатой арматуры, то есть принимая*A′s=0*;

- при симметричном армировании прочность сечения проверяют по формуле (3.52).

<u>Подбор арматуры.</u>

Требуемое количество продольной арматуры определяется в зависимости от случая расчета.

В случае малых эксцентриситетов, то есть при $e' \le h_0 - a'$ площадь арматуры определяется из условий равновесия (3.52) и (3.53) по формулам:

$$A_s = \frac{Ne'}{R_s(h_0 - a')}; \tag{3.59}$$

$$A'_s = \frac{Ne}{R_s(h_0 - a')}; \tag{3.60}$$

При больших эксцентриситетах, то есть при $e' > h_0 - a'$ подбор арматуры ведется аналогично изгибаемым элементам. Преобразуем уравнение (3.56) следующим образом – второе слагаемое разделим и умножим на h_0, вынесем за скобки h_0, выполним подстановку $x / h_0 = \xi$ и введем обозначение $\alpha_m = \xi(1 - \xi / 2)$. После преобразований уравнение примет вид:

$$Ne - \alpha_m R_b b x h_0^2 - R_{sc} A'_s (h_0 - a') = 0. \tag{3.61}$$

Предварительно задаемся площадью сжатой арматуры A'_s и из полученного уравнения определяем параметр α_m и соответствующую ему относительную высоту сжатой зоны бетона ξ по формулам:

$$\alpha_m = \frac{Ne - R_{sc} A'_s (h_0 - a')}{R_b b h_0^2}, \tag{3.62}$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m}. \tag{3.63}$$

Из уравнения равновесия (3.55) определяем требуемую по расчету площадь растянутой арматуры:

$$A_s = \frac{R_b b \xi h_0 + N + R_{sc} A_s'}{R_s}. \qquad (3.64)$$

Если $\alpha_m < 0$, площадь сечения растянутой арматуры A_s определяется по формуле (3.59).

Площадь симметричной арматуры независимо от значения e' подбирается по формуле (3.59).

3.6 Расчет наклонных сечений

Многочисленными опытами [3] установлено, что внутренние усилия, действующие в наклонном сечении, включают в себя: усилия в бетоне над наклонной трещиной (поперечное и продольное); усилия в продольной арматуре, пересекающей наклонную трещину (осевое, а также поперечное, так называемое нагельное); усилия в поперечной арматуре, пересекающей наклонную трещину, действующие вдоль осей стержней и, наконец, так называемые силы зацепления в наклонной трещине. При нагружении элемента напряжения в поперечной и продольной арматуре, а также в бетоне над наклонной трещиной, постепенно возрастают.

Раньше других, как правило, достигают предельных сопротивлений напряжения в хомутах. При дальнейшем увеличении нагрузки первыми могут достигнуть предельных сопротивлений напряжения либо в бетоне над наклонной трещиной, либо в продольной арматуре. В первом случае сначала разрушится бетон, а затем элемент в целом, а напряжения в продольной арматуре останутся ниже предельных значений. Во втором случае несущая способность элемента будет исчерпана после разрушения бетона при наличии в продольной арматуре предельных сопротивлений. Одним из вариантов второго случая может быть нарушение анкеровки продольной арматуры, что также приводит к разрушению элемента по наклонному сечению. Наконец, при большом насыщении элемента поперечной арматурой она не достигает своих предельных сопротивлений и возможно разрушение бетона наклонной полы, расположенной между наклонными трещинами в средней части по высоте элемента. Расчет должен обеспечить прочность элемента при всех возможных случаях разрушения. В общем случае для наклонного сечения мы имеем систему из трех уравнений равновесия: уравнений равновесия поперечных сил, моментов и продольных сил в наклонном сечении. Однако методика, использующая совместное решение всех уравнений равновесия в законченном виде еще не была разработана и применяется раздельный расчет наклонных сечений на действие поперечных сил и моментов.

3.6.1 Расчет по полосе между наклонными сечениями

Прочность по наклонной полосе характеризуется максимальным значением поперечной силы, которое может быть воспринято наклонной полосой бетона, находящейся под воздействием сжимающих усилий вдоль полосы и растягивающих усилий от поперечной арматуры, пересекающей наклонную полосу. При этом прочность бетона определяют по сопротивлению бетона осевому сжатию с учетом влияния сложного напряженного состояния в наклонной полосе ("сжатие-растяжение").

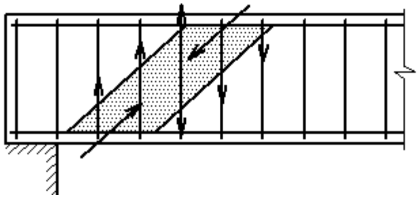


Рис.3.7. Схема усилий на бетонную полосу между наклонными сечениями

Очевидно, что при таком характере разрушения прочность железобетонного элемента может быть исчерпана в результате разрушения бетона в пределах ребра элемента между наклонными трещинами (сечениями). Бетон в ребре между наклонными трещинами находится в условиях плоского напряженного состояния, испытывая действие наклонных сжимающих сил вдоль бетонной полосы и растягивающих усилий от поперечной арматуры (см.рис.3.7). Разрушение бетона в этом случае происходит при достижении главными сжимающими напряжениями предельных значений, отвечающих критерию прочности бетона при плоском напряженном состоянии.

Расчет изгибаемых железобетонных элементов по бетонной полосе между наклонными сечениями производят из условия:

$$Q \le 0,3 R_b b h_0, \qquad (3.65)$$

где Q – поперечная сила в нормальном сечении элемента.

3.6.2 Расчет по наклонным сечениям на действие поперечных сил

Расчет изгибаемых элементов по наклонному сечению на действие поперечных сил производят на основе уравнения равновесия внешних и внутренних поперечных сил, действующих в наклонном сечении с длиной проекции C на продольную ось элемента. Внутренние поперечные силы включают: поперечную силу Q_{b1}, воспринимаемую сжатым бетоном над наклонной трещиной; силы зацепления в наклонной трещине Q_τ; нагельное усилие в продольной арматуре Q_s в наклонном сечении и равнодействующую усилий в поперечных стержнях, пересеченных наклонной трещиной (см.рис.3.8,а).

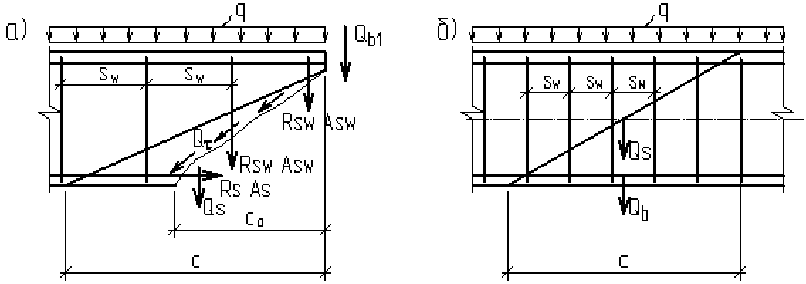


Рис.3.8. К расчету по наклонному сечению
на действие поперечных сил:
а – схема усилий в сечении; б – расчетная модель

Принятая в нормах [1] модель (см.рис.3.8,б) для изгибаемых элементов позволяет записать условие прочности следующим образом:

$$Q \le Q_b + Q_{sw}, \qquad (3.66)$$

где Q – поперечная сила в наклонном сечении с длиной проекции C на продольную ось элемента, определяемая от всех внешних сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого наклонного сечения (при ее определении учитывают наиболее опасное загружение в пределах наклонного сечения);

Q_b – поперечная сила, воспринимаемая бетоном в наклонном сечении (включает в себя Q_{b1}, Q_τ и Q_s);

Q_{sw} – поперечная сила, воспринимаемая поперечной арматурой в наклонном сечении.

Поперечную силу Q_b определяют по формуле:

$$Q_b = \frac{1,5R_{bt}bh_0^2}{c}, \tag{3.67}$$

но принимают не более $2,5R_{bt}bh_0$ и не менее $0,5R_{bt}bh_0$.

Усилие Q_{sw} для поперечной арматуры, нормальной к продольной оси элемента, определяют по формуле:

$$Q_{sw} = 0,75q_{sw} \cdot c. \tag{3.68}$$

где q_{sw} – усилие в поперечной арматуре на единицу длины элемента, вычисляемое по формуле:

$$q_{sw} = \frac{R_{sw}A_{sw}}{S_w}; \tag{3.69}$$

c – длина проекции наклонного сечения.

Поперечная арматура учитывается в расчете, если соблюдается условие:

$$q_{sw} \geq 0,25R_{bt}b. \tag{3.70}$$

Нормы разрешают не выполнять это условие, но в этом случае усилие Q_b в выражении (3.66) следует вычислять по формуле:

$$Q_b = \frac{6q_{sw}h_0^2}{c}. \tag{3.71}$$

При проверке условия (3.66) в общем случае расчет производят для ряда расположенных по длине элемента наклонных сечений при наиболее опасной длине проекции наклонного сечения *C*. При этом длину проекции *C* в формуле (3.68) принимают не менее h_0 и не более $2h_0$.

Нормами [1] допускается выполнять упрощенный расчет, определяя поперечную силу от внешних нагрузок не в наклонном сечении, а в сечении нормальном, то есть без учета проекции наклонного сечения C. В этом случае прочность проверяется из условия для трех характерных участков по длине элемента:

$$Q_1 \leq Q_{b1} + Q_{sw,1}, \tag{3.72}$$

где Q_1 – поперечная сила от внешней нагрузки в рассматриваемом нормальном сечении.

Значения величин Q_{b1} и $Q_{sw,1}$ вычисляют в зависимости от расстояния от опоры до рассматриваемого нормального сечения.

При расположении сечения на расстоянии $a < h_0$:

$$Q_{b1} = \frac{2.5}{a/h_0} 0,5R_{bt}bh_0 \le 2,5R_{bt}bh_0 \quad (3.73)$$

$$Q_{sw,1} = \frac{a}{h_0} q_{sw}h_0 \quad (3.74)$$

При расположении сечения на расстоянии $h_0 < a < 2,5h_0$:

$$Q_{b1} = \frac{2.5}{a/h_0} 0,5R_{bt}bh_0 \quad (3.75)$$

$$Q_{sw,1} = q_{sw}h_0 \quad (3.76)$$

При расположении сечения на расстоянии $a > 2,5h_0$:

$$Q_{b1} = 0,5R_{bt}bh_0 \quad (3.77)$$

$$Q_{sw,1} = q_{sw}h_0 \quad (3.78)$$

Шаг поперечной арматуры S_w, учитываемой в расчете, должен удовлетворять следующим требованиям:

$S_w \le h_0 / 2$;

$S_w \le 300$ мм;

$$S_w \le S_{w,\max} = \frac{R_{bt}bh_0^2}{Q}. \quad (3.79)$$

Если поперечная арматура по расчету не требуется:

$$S_w \le \frac{3}{4}h_0;\ \ S_w \le 500 \text{ мм}. \quad (3.80)$$

При отсутствии поперечной арматуры или нарушении указанных выше требований расчет производят без учета поперечной арматуры.

Влияние сжимающих и растягивающих напряжений при расчете следует учитывать с помощью коэффициента φ_n, на который умножают правую часть условий прочности. Значения коэффициента φ_n принимаются равными:

$\varphi_n = 1 + \frac{\sigma_{cp}}{R_b}$ при $0 \le \sigma_{cp} \le 0,25R_b$;

$\varphi_n = 1,25$ при $0,25 \le \sigma_{cp} \le 0,75R_b$;

$\varphi_n = 5(1 - \frac{\sigma_{cp}}{R_b})$ при $0,75 \le \sigma_{cp} \le R_b$;

$$\varphi_n = 1 - \frac{\sigma_t}{2R_b} \quad \text{при} \quad 0 \le \sigma_t \le 2R_{bt},$$

где σ_{cp} - среднее сжимающее напряжение в бетоне от воздействия продольных сил, принимаемое в формулах положительным.

σ_t - среднее растягивающее напряжение в бетоне от воздействия продольных сил, принимаемое в формулах положительным.

При содержании продольной арматуры не более 3 % допускается σ_{cp} и σ_t определять без учета арматуры, в противном случае арматуру следует учитывать.

3.6.3 Расчет по наклонным сечениям на действие моментов

Расчет по наклонному сечению на действие момента производят на основе уравнения равновесия моментов от внешних сил и внутренних усилий, действующих в наклонном сечении с длиной проекции C на продольную ось элемента. В расчет заложена следующая модель: в первую очередь напряжения в продольной арматуре и арматуре поперечной достигают своих предельных сопротивлений, а затем уже происходит разрушение бетона над наклонной трещиной. Схема усилий в наклонном сечении показана на рис.3.10.

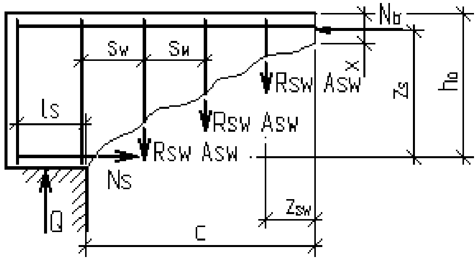


Рис.3.10. Схема усилий в наклонном сечении при расчете его по изгибающему моменту

В качестве расчетного уравнения равновесия принимается уравнение моментов всех сил, внутренних и внешних, действующих в наклонном сечении, относительно точки приложения равнодействующей сжимающих усилий в сжатой зоне бетона (см. рис.3.10), а именно:

$$M - M_s - M_{sw} = 0, \tag{3.81}$$

где M – момент в наклонном сечении с длиной проекции C на продольную ось элемента, определяемый от всех внешних сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого наклонного сечения, относительно конца наклонного сечения, противоположного концу, у которого располагается проверяемая продольная арматура, испытывающая растяжение от момента в наклонном сечении (см.рис.3.11);

$M_{sw} = \frac{q_{sw}}{2} C^2$ – момент, воспринимаемый поперечной арматурой, пересекающей наклонное сечение, принимая в формуле $h_0 \le C \le 2h_0$.

$M_s = \frac{l_s}{l_{an}} R_s A_s z_s$ – момент, воспринимаемый продольной арматурой, пересекающей наклонное сечение (плечо внутренней пары сил z_s допускается принимать равным $0,9h_0$).

Величина фактической заделки арматуры l_s (расстояние от конца арматуры до точки пересечения с ней наклонного сечения) определяется из геометрических соображений в зависимости от конструкции узла опирания элемента.

При использовании прямой анкеровки стержней (только за счет периодического профиля арматуры) длина зоны анкеровки равна:

$$l_{an} = \frac{R_s A_s}{u_s R_{bond}}. \tag{3.82}$$

где A_s и u_s – соответственно площадь поперечного сечения анкеруемого стержня арматуры и периметр его сечения, определяемые по номинальному диаметру стержня;

R_{bond} – расчетное сопротивление сцепления арматуры с бетоном:

$$R_{bond} = \eta_1 \eta_2 R_{bt}, \tag{3.83}$$

здесь R_{bt} – расчетное сопротивление бетона осевому растяжению;

$\eta_1 = 2,0$ для холоднодеформируемой арматуры периодического профиля;

$\eta_1 = 2,5$ для арматуры горячекатаной и термомеханически обработанной;

η_2 =1,0 – при диаметре арматуры $d_s \le 32$ мм;

η_2 =0,9 – при диаметре арматуры 36 и 40 мм.

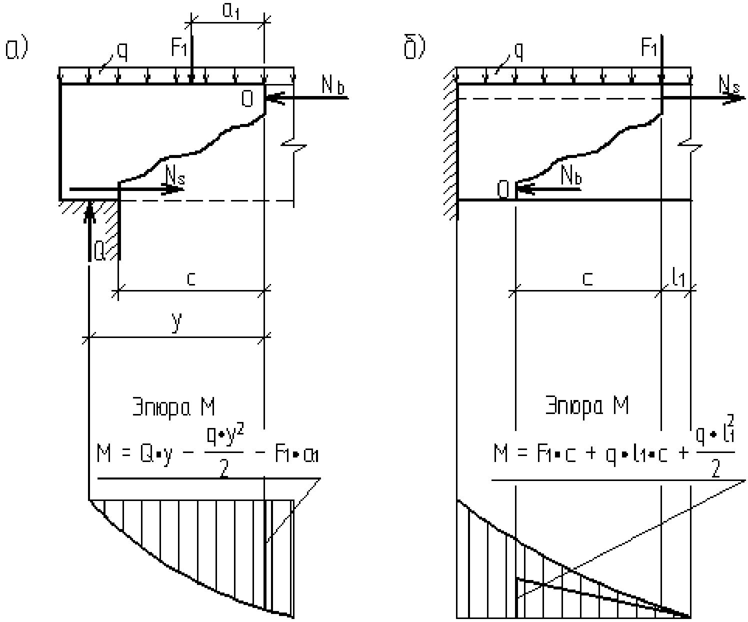


Рис.3.11. Определение значения изгибающего момента:
а – для свободно опертой балки; б – для консоли

Фактическую длину анкеровки принимают:

- не менее $15d_s$;
- 200 мм;
- не менее чем $0,3\frac{R_s A_s}{u_s R_{bond}}$.

В общем случае рассматривается ряд наклонных сечений. В качестве несущей способности принимают наименьшее из полученных значений.

Вместе с тем, нормами допускается:

при определении внешнего момента M величину C принимать равной $2h_0$;

при определении величины M_{sw} проекцию C принимать равной h_0.

Во всех случаях при проектировании железобетонных конструкций необходимо соблюдать конструктивные требования, приведенные в главе 10 [1].

3.7 Усиление железобетонных конструкций

Усиление железобетонных конструкций осуществляют с помощью стальных элементов, бетона и железобетона, арматуры и полимерных материалов. Существует два основных типа усиления: с изменением расчетной схемы усиливаемого элемента, и без изменения его расчетной схемы.

С изменением расчетной схемы усиление выполняется, как правило, устройством шпренгельных систем, подведением дополнительных опор, изменением условий опирания или сопряжения элементов. Сюда же относятся варианты усиления конструкций путем включения в работу дополнительных, параллельно работающих элементов разгружающих усиливаемую конструкцию.

К усилению без изменения расчетной схемы относят различные варианты наращивания сечения, то есть увеличения площади поперечного сечения усиливаемого элемента путем устройства армированных набетонок. Широко используются также стальные обоймы из прокатных уголков и усиление композитными материалами.

При усилении железобетонных конструкций следует учитывать несущую способность как элементов усиления, так и усиливаемой конструкции. Для этого должно быть обеспечено включение в работу элементов усиления и совместная их работа с усиливаемой конструкцией. Для сильно поврежденных конструкций (при разрушении 50 % и более сечения бетона или 50 % и более площади сечения рабочей арматуры) элементы усиления следует рассчитывать на полную действующую нагрузку, при этом несущая способность усиливаемой конструкции в расчете не учитывается.

Расчетные значения характеристик материалов усиления принимают по действующим нормативным документам, а расчетные значения характеристик материалов усиливаемой конструкции принимают по результатам инструментального обследования.

Расчет усиливаемой железобетонной конструкции следует производить по общим правилам расчета железобетонных конструкций с учетом напряженно-деформированного состояния конструкции, полученного ею до усиления.

4 РАСЧЕТ ПО НЕЛИНЕЙНОЙ ДЕФОРМАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

4.1 Предпосылки расчета

Расчет железобетонных элементов по нелинейной деформационной модели производят на основе диаграмм состояния (диаграмм "$\sigma - \varepsilon$") бетона и арматуры исходя из гипотезы плоских сечений. Критерием прочности нормальных сечений является достижение деформациями бетона и арматуры предельных значений.

В основу метода определения несущей способности и усилия трещинообразования железобетонного элемента на основе нелинейной деформационной модели положены следующие предпосылки:

- для определения усилий в нормальном сечении используются уравнения равновесия внешних сил и внутренних усилий в сечении элементов;

- распределение относительных деформаций бетона по высоте сечения элемента принимают согласно гипотезе плоских сечений по линейному закону;

- относительные деформации бетона по ширине сечения постоянны;

- относительные деформации арматуры определяются относительными деформациями соседних волокон бетона (отсутствует проскальзывание арматуры относительно бетона);

- связь между относительными деформациями ε_b и напряжениями σ_b в бетоне принимается либо по полным криволинейным диаграммам, либо по кусочно-линейным диаграммам состояния "$\sigma_b - \varepsilon_b$", аппроксимирующим фактические криволинейные зависимости;

- сопротивление бетона растянутой зоны допускается не учитывать. Если принято решение о необходимости учета работы растянутого бетона то для волокон бетона, в которых значения относительных деформаций растяжения превышают величину предельной растяжимости бетона, напряжения принимаются равными нулю. Это свидетельствует об образовании трещины в сечении;

- связь между напряжениями арматуры σ_s и относительными ее деформациями ε_s принимается в виде двух- или трехлинейных диаграмм состояния.

- критерием образования трещины в поперечном сечении является превышение деформаций растяжения крайнего растянутого волокна бетона величины предельной растяжимости бетона.

- внутренние усилия в сечении определяют с помощью процедуры численного интегрирования напряжений.

При расчете прочности железобетонных элементов по нелинейной деформационной модели для определения напряженно-деформированного состояния сжатой зоны бетона СП [1] рекомендуют использовать двух- или трехлинейные диаграммы состояния сжатого бетона с деформационными характеристиками, отвечающими непродолжительному действию нагрузки. При этом в качестве наиболее простой рекомендуется двухлинейная диаграмма.

При расчете по второй группе предельных состояний нормы рекомендуют использовать трехлинейную диаграмму состояния бетона с деформационными характеристиками, отвечающими как непродолжительному, так и продолжительному действию нагрузки.

При расчете внецентренно сжатых элементов следует учитывать случайный эксцентриситет и влияние продольного изгиба.

4.2 Диаграммы состояния бетона

При расчете железобетонных конструкций по предельным усилиям эпюра напряжений в сжатой зоне бетона принималась прямоугольной. Иными словами, принималось, что по высоте сжатой зоны бетона напряжения постоянны (равны R_b) и не зависят от деформаций волокон бетона и их положения относительно нейтральной линии. По этой причине используемая в расчетах по предельным усилиям высота сжатой зоны является условной – она всегда меньше фактической высоты сжатой зоны бетона.

В расчетах по нелинейной деформационной модели принято, что напряжения по высоте сжатой зоны бетона не постоянны, а зависят от деформаций. Принятые в нормах зависимости "$\sigma_b - \varepsilon_b$" носят название "диаграммы состояния бетона". С физической точки зрения использование диаграмм состояния бетона позволяет использовать в расчетной модели не прямоугольную эпюру напряжений, а более сложную фигуру, описываемую одной из предлагаемых нормами зависимостей. Так, при использовании двухлинейной зависимости "$\sigma_b - \varepsilon_b$" эпюра напряжений состоит из двух фигур – прямоугольника в верхней части и треугольника над нейтральной линией (см.рис.4.1,а), а при трехлинейной диаграмме – из трех фигур (см.рис.4.1,б).

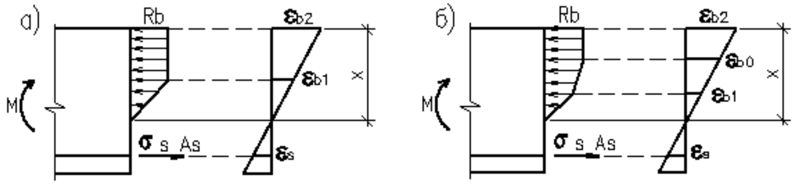


Рис.4.1. Схема напряжений и деформаций в поперечном сечении:
а – при двухлинейной диаграмме;
б – при трехлинейной диаграмме

Сравнивая изображения, приведенные на рис.4.1, 4.2 и 4.3 видим, что графики зависимостей "$\sigma_b - \varepsilon_b$" определяют форму эпюры напряжений в сжатой зоне бетона. Что касается высоты сжатой зоны бетона x, то в расчетах по нелинейной деформационной модели используется не условная, а весьма близкая к фактической величина. Очевидно, что использование криволинейной зависимости (см.рис.4.4) позволит описать эпюру напряжений в сжатой зоне бетона и высоту сжатой зоны бетона наиболее точно.

В качестве расчетных диаграмм состояния бетона в [1] предлагаются две диаграммы – двухлинейная (см. рис.4.2) и трехлинейная (см. рис.4.3).

4.2.1 Двухлинейная диаграмма

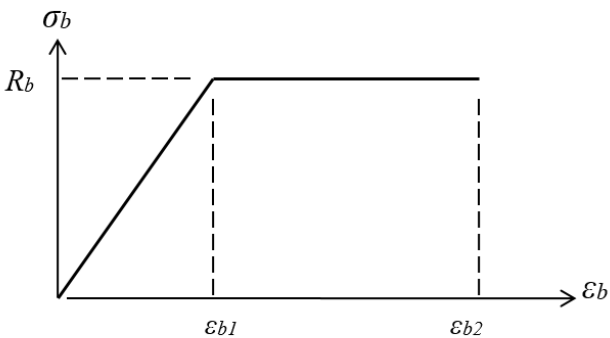


Рис.4.2. Двухлинейная диаграмма "σ_b–ε_b"

В диапазоне значений деформаций $0 \le \varepsilon_b \le \varepsilon_{b1} = \varepsilon_{b1,red}$ сжимающие напряжения бетона σ_b линейно зависят от относительных деформаций ε_b и вычисляются по формуле:

$$\sigma_b = E_{b,red} \cdot \varepsilon_b , \qquad (4.1)$$

где $E_{b,red} = \dfrac{R_b}{\varepsilon_{b1,red}}$ – значение приведенного модуля деформаций бетона.

Значения относительных деформаций $\varepsilon_{b1,red}$ принимают:

- при непродолжительном действии нагрузки $\varepsilon_{b1,red}$ = 0,0015;
- при продолжительном действии нагрузки — по табл. 6.10 [1].

Для диапазона значений деформаций $\varepsilon_{b1} < \varepsilon_b \le \varepsilon_{b2}$ принято, что напряжения в бетоне постоянны и равны R_b.

Значения относительных деформаций ε_{b2} принимают:

- при непродолжительном действии нагрузки ε_{b2} = 0,0035;
- при продолжительном действии нагрузки – по табл. 6.10 [1].

Значения R_b принимаются в формулах с учетом коэффициентов условий работы в соответствии с п. 2.1.

4.2.2 Трехлинейная диаграмма

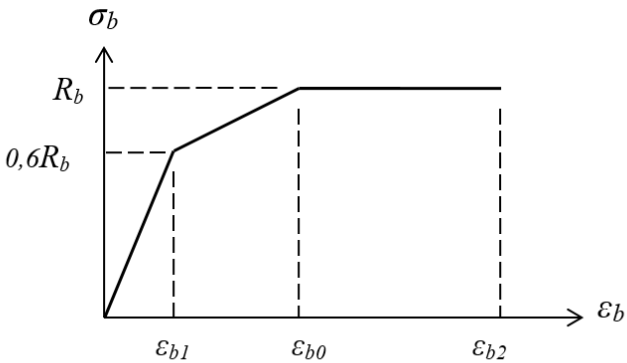


Рис.4.3. Трехлинейная диаграмма "σb–εb"

На трехлинейной диаграмме имеется три параметрические точки, соответствующие относительным деформациям бетона ε_{b1}, ε_{b0} и ε_{b2}.

Значение относительных деформаций ε_{b1} принимают: $\varepsilon_{b1} = \dfrac{0,6R_b}{E_b}$.

Значение ε_{b2} при непродолжительном действии нагрузки принимают равным $\varepsilon_{b2} = 0,0035$, при продолжительном действии – по табл. 6.10 [1].

При непродолжительном действии нагрузки относительная деформация бетона ε_{b0} принимается равной 0,002, при продолжительном действии – по табл. 6.10 [1].

При трехлинейной диаграмме сжимающие напряжения бетона σ_b в зависимости от относительных деформаций бетона ε_b определяют по формулам:

при $0 \le \varepsilon_b \le \varepsilon_{b1}$ $\quad \sigma_b = E_b \cdot \varepsilon_b$;

при $\varepsilon_{b1} < \varepsilon_b < \varepsilon_{b0}$ $\quad \sigma_b = \left[\left(1 - \frac{\sigma_{b1}}{R_b}\right)\frac{\varepsilon_b - \varepsilon_{b1}}{\varepsilon_{b0} - \varepsilon_{b1}} + \frac{\sigma_{b1}}{R_b}\right]R_b$; (4.2)

при $\varepsilon_{b0} \le \varepsilon_b \le \varepsilon_{b2}$ $\quad \sigma_b = R_b$.

4.2.3 Криволинейная диаграмма

По сравнению с кусочно-линейным диаграммами (см. рис.4.2 и 4.3) криволинейные диаграммы (рис.4.4) более точно описывают зависимость "σ_b–ε_b", что положительно сказывается на сходимости результатов опытов и расчетов.

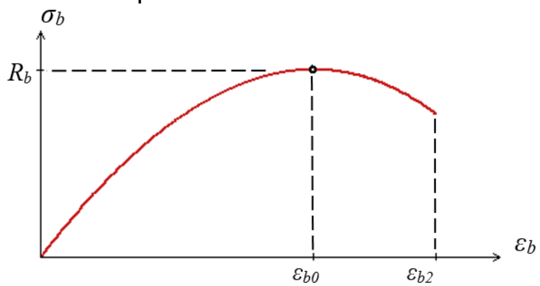


Рис.4.4. Криволинейная диаграмма "σb–εb"

Учитывая тенденцию гармонизации отечественных и зарубежных норм проектирования, приведем наиболее адекватную с физической точки зрения и удобную с точки зрения математического описания зависимость Сарджина, принятую в качестве основной модели европейским комитетом по железобетону ЕКБ ФИП и используемую в европейских нормах, Eurocode 2:

$$\frac{\sigma_b}{R_b} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta}, \qquad (4.3)$$

где $\eta = \varepsilon_b / \varepsilon_{b0}$, $\quad k = \frac{1{,}1 \cdot E_b \cdot |\varepsilon_{b0}|}{R_b}$.

Следует отметить, что зависимость (4.3) несложно адаптировать с целью описания зависимости " $\sigma-\varepsilon$ " для арматуры.

На рис.4.5 для сравнения приведен график трех упомянутых выше диаграмм для бетона класса по прочности на сжатие В60.

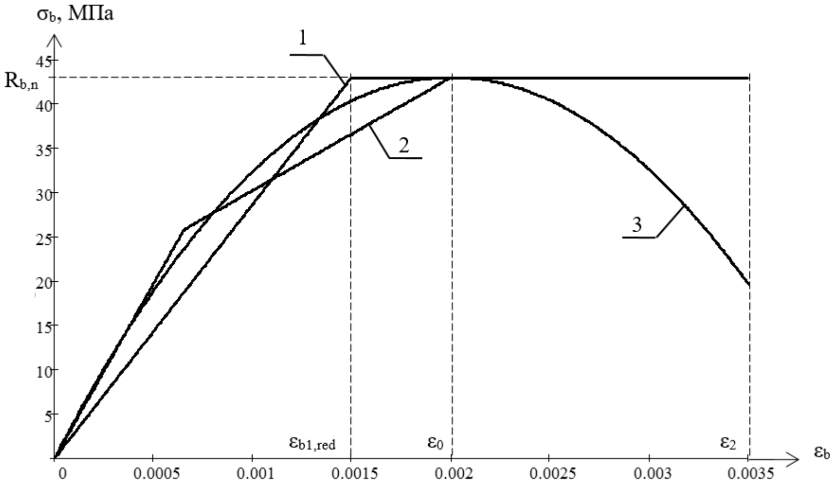


Рис.4.5. Диаграммы состояния бетона класса В60 при одноосном сжатии:
1 – двухлинейная; 2 – трехлинейная; 3 – криволинейная

4.3 Диаграммы состояния арматуры

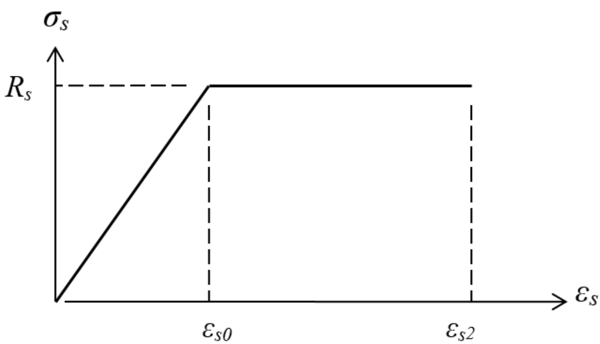


Рис.4.6. Диаграмма состояния арматуры "σ_s–ε_s"

При расчете железобетонных элементов по нелинейной деформационной модели в качестве расчетной диаграммы состояния арматуры, устанавливающей связь между напряжениями σ_s и относительными деформациями ε_s арматуры, принимают двухлинейную диаграмму (диаграмму Прандтля), приведенную на рис.4.6.

Диаграммы при растяжении и сжатии арматуры принимают одинаковыми, а значения относительных деформаций ε_{s2} – равными 0,025. Значение ε_{s0} определяется из условия: $\varepsilon_{s0} = \frac{R_s}{E_s}$

Значения модуля упругости арматуры E_s принимают одинаковыми при растяжении и сжатии и равными $E_s = 2{,}0 \cdot 10^5$ МПа.

Таким образом, в диапазоне значений деформаций $0 < \varepsilon_s < \varepsilon_{s0}$ напряжения равны $\sigma_s = \varepsilon_s E_s$, а при $\varepsilon_{s0} \le \varepsilon_s \le \varepsilon_{s2}$ напряжения равны $\sigma_s = R_s$.

4.4 Методика расчета

Расчет ведется методом итераций. Поскольку принята гипотеза плоских сечений то деформации любого волокна по высоте сечения можно определить, если известны деформации не менее, чем в двух характерных точках. При двузначной эпюре деформаций первую точку располагаем в крайнем сжатом волокне, деформации которого равны предельной сжимаемости бетона ε_{b2}. Вторую точку располагаем на нейтральной линии сечения, где относительные деформации равны нулю. Но положение нейтральной линии нам пока неизвестно, и поэтому требуется вычислить значение высоты сжатой зоны x. Делается это последовательными приближениями, в ходе которых подбирают такую высоту сжатой зоны x, при которой выполнялось бы условие равенства нулю одного из условий равновесия. Для внецентренно сжатых элементов в качестве этого условия принимают сумму моментов внешних сил и внутренних усилий относительно оси параллельной нейтральной линии и проходящей через линию действия внешней силы. Для изгибаемых элементов рассматривается сумма проекций внутренних усилий на нормаль к сечению.

Решается эта задача любым из численных методов.

Предварительно нормальное сечение по высоте условно разделяют на элементарные участки. Зная величину x (окончательную, либо промежуточную, фигурирующую в процессе поиска решений) по линейному закону определяется значение относительных деформаций ε_{bi} на уровне центра тяжести каждого элементарного участка бетона, а также ε_{si} на уровне центра тяжести каждого стержня арматуры. Затем при помощи диаграмм состояния бетона и арматуры по найденным деформациям определяются напряжения в каждом элементарном участке бетона и в каждом ряду арматуры. Полученные таким образом усилия суммируются. Затем проверяется одно из упомянутых выше условий равновесия. Итерации повторяются до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность расчета. Например, текущее и предыдущее значения величины x отличаются не более чем на 0,1%. Или сумма моментов (сумма проекций) нулю не равна, но не более некоторой предварительно заданной величины δ, определяющей точность расчета. Затем, используя полученное таким образом значение высоты сжатой зоны x, из второго, оставшегося не использованным, уравнения статики определяют несущую способность элемента. При расчете внецентренно сжатых элементов используют сумму проекций внешних сил и внутренних усилий на продольную ось элемента, а при расчете изгибаемых – сумму моментов внутренних усилий относительно оси параллельной нейтральной линии и проходящей через центр тяжести растянутой арматуры. Для изгибаемых элементов расчет на этом заканчивается.

При расчете внецентренно сжатых элементов полученный результат является первым приближением, поскольку получен без учета влияния прогиба. На следующем этапе расчета определяется прогиб элемента f при текущем значении высоты сжатой зоны x. Влияние прогиба на несущую способность стоек учитывается увеличением начального значения осевого эксцентриситета на величину прогиба: $e_0 = e_0 + f$. С новым значением эксцентриситета внешней силы повторно выполняется расчет несущей способности элемента.

Приведенная последовательность операций (вычисление несущей способности $\rightarrow$ определение прогиба $\rightarrow$ корректировка эксцентриситета $\rightarrow$ вычисление несущей способности при новом эксцентриситете…) выполняется до тех пор, пока не будет обеспечена сходимость значения N на предыдущей и последующей ступенях расчета в пределах заданной точности решения.

При малых эксцентриситетах или малой гибкости сжатых элементов возможны случаи, когда все поперечное сечение оказывается сжатым. При однозначной эпюре деформаций предельная сжимаемость бетона оказывается ниже значения ε_{b2}. Соответствующую этому напряженному состоянию предельную сжимаемость бетона $\varepsilon_{b,ult}$ рекомендуется находить по следующей зависимости:

$$\varepsilon_{b,ult} = \varepsilon_{b2} - \alpha(\varepsilon_{b2} - \varepsilon_{b0}), \quad (4.4)$$

где соотношение деформаций противоположных граней сечения α равно:

$$\alpha = \varepsilon 1 / \varepsilon 2 \le 1. \quad (4.5)$$

здесь $\varepsilon 2$ – относительная деформация наиболее сжатого волокна бетона, а $\varepsilon 1$ – относительная деформация наименее сжатого волокна. Варьируя величиной α от 0 до 1,0, определяем такое его значение, при котором будет выполняться условие статики *ΣM=0*. Затем определяется несущая способность *N,* вычисляется прогиб *f*, и расчет повторяется до тех пор, пока не будет обеспечена сходимость по *N*.

При вычислении прогибов необходимо учитывать возможность образования трещин и определять кривизны по формулам, соответствующим случаю (сечение с трещинами или без трещин). Критерием образования трещин в поперечном сечении является превышение деформациями крайнего растянутого волокна величины предельной растяжимости $\varepsilon_{bt,2}$.

5 ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОНСТРУКЦИЙ

5.1 Общие понятия теории оптимального проектирования

В процессе работы над проектом инженер весьма часто оказывается в ситуации, когда достижение некоторого результата может быть получено не единственным способом и приходится отыскивать наилучший. В ряде случаев этого можно добиться простым перебором вариантов или исходя из опыта и интуиции. Однако, чем сложней конструкция, тем меньше помощи от интуиции, а перебор вариантов становится непосильной задачей. Более того, в различных ситуациях наилучшими могут оказаться совершенно разные решения. Все зависит от выбранного или заданного критерия оценки, скажем, минимума затрат, минимума массы конструкции, максимума механизации, максимума прибыли и т. п. Как правило, все интересующие нас критерии количественные, поэтому задача сводится к отысканию максимума или минимума некоторой функции, полученной в результате формализации поставленной задачи. Другими словами, отыскивается оптимальный (***optimum*** - наилучший) результат. Задачи на отыскание оптимального решения называют ***оптимизационными задачами***. Применяемые при этом методы называют ***методами оптимизации***.

Цель оптимального проектирования заключается в получении проекта конструкции, здания или сооружения, которые удовлетворяли бы всем требованиям соответствующих норм проектирования, и при этом обеспечивали бы минимум (или максимум) критерия по которому они оцениваются. Этот критерий называют ***критерием оптимизации***, а его математическую запись – ***целевой функцией***.

Процесс оптимального проектирования можно условно представить в виде нескольких этапов:

Первый этап – это постановка задачи инженерной оптимизации. В первую очередь необходимо установить границы подлежащей оптимизации системы (отдельный элемент, строительная конструкция, каркас, здание в целом). Затем следует определить (назначить) количественный критерий, по которому можно провести сравнение и анализ вариантов с целью отыскания наилучшего. То есть выбрать критерий оптимизации. Необходимо так же выбрать внутрисистемные переменные – независимые параметры, которые определяют свойства того или иного варианта, например, геометрические размеры, класс бетона и арматуры, величина предварительного напряжения, стоимостные показатели исходного сырья или материалов и т.п. Сделать это можно, всесторонне изучив "объект", и создав его описательную (словесную) модель. В такой модели описываются основные связи, зависимости, различного рода ограничения и требования, характеризующие "функционирование" рассматриваемой системы. Наиболее часто это расчетные формулы и конструктивные требования соответствующих глав СНиП. Завершается этот этап созданием математической модели. ***Математическая модель*** отражает влияние независимых переменных и описывает ограничения уже не в словесном, а в формализованном - математическом виде. В самом общем виде структура модели складывается из уравнений материальных или энергетических балансов, уравнений описывающих физические процессы, происходящие в рассматриваемой "системе" и неравенств. Последние могут определять область допустимых значений, определять верхние и нижние границы параметров функционирования. Например, ограничения по ширине раскрытия трещин или прогибу, несущая способность или масса конструкции, угол поворота или допустимое значение напряжения и многие другие. Процесс создания математической модели можно охарактеризовать как перевод описательной (словесной) модели на формальный математический язык. При этом все условия записываются в виде системы ограничений (уравнений и неравенств). Любое решение этой системы называется ***допустимым решением***. Решение задачи оптимизации состоит в отыскании на множестве допустимых решений системы максимального или минимального значения целевой функции. Таким образом, задачу оптимального проектирования железобетонных конструкций можно сформулировать таким образом: найти такие значения независимых параметров $x_1 \dots x_n$, при которых достигается минимум (или максимум) целевой функции $F(x_1 \dots x_n)$. При этом должны выполняться ограничения, включающие нормативные, геометрические и конструктивные требования. Корректная постановка задачи имеет первостепенное значение и определяет успех в оптимизационном исследовании.

Второй этап – это выбор или создание метода оптимизации (решения системы ограничений). Поскольку математическая модель процесса или объекта представляет собой запись в математической форме, ее конкретное содержание уже не играет роли, и при выборе метода решения основное внимание уделяется математической структуре полученной модели.

Третий этап – включает в себя решение системы ограничений, то есть оптимизацию параметров модели и анализ полученного решения. Анализ ведется в двух направлениях: формальном (математическом), когда проверяется правильность работы матобеспечения, и содержательном – проверка соответствия полученных результатов объекту моделирования с позиции теории расчета, технологии, конструктивных требований или иных аспектов. Модель завершена, если она с достаточной точностью характеризует функционирование объекта по выбранному критерию в заданной области.

Структура оптимизационных задач. Почти все задачи оптимизации можно классифицировать как задачи минимизации вещественнозначной функции $F(x)$ n-мерного векторного аргумента $x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$, компоненты которого удовлетворяют системе уравнений $h_k(x)=0$, набору неравенств $g_j(x)\geq 0$, и ограничены сверху и снизу $x_i^{\min}\leq x\leq x_i^{\max}$. Предполагается, что все фигурирующие в задаче функции вещественнозначны, а число ограничений – конечно.

Задача общего вида: Минимизировать целевую функцию $F(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ при ограничениях:

$$h_k(x)=0; \qquad k=1,\ldots,K$$

$$g_j(x)\geq 0; \qquad j=1,\ldots,J$$

$$x_i^{\min}\leq x\leq x_i^{\max} \qquad i=1,\ldots,n.$$

Такая задача называется задачей оптимизации с ограничениями или задачей ***условной оптимизации***. Задачи, в которых ограничения не задаются, называют оптимизационными задачами без ограничений или ***безусловной оптимизацией***.

Оптимизационные задачи классифицируют в зависимости от вида функций $F(x)$, $h_k(x)$, $g_j(x)$ и размерности вектора x:

- задачи с одной переменной – когда x - одномерный вектор;
- задачи линейного программирования – все ограничения и целевая функция линейны;
- задачи нелинейного программирования – в случае нелинейности целевой функции $F(x)$.

В зависимости от типа используемых данных методы оптимизации можно разделить на три класса:

1. *Методы прямого поиска*, основанные на вычислении только значений целевой функции.
2. *Градиентные методы*, в которых используются значения первых производных.
3. *Методы второго порядка*, в которых используются значения, как первых, так и вторых производных функции.

Встречаемые в практике проектирования железобетонных конструкций задачи всегда имеют ограничения, включающие нормативные, геометрические, конструктивные и технологические требования. Более того, все параметры оптимизации имеют ограничения как сверху, так и снизу. Задачи подобного рода принято называть ***задачами условной оптимизации***. Следует заметить, что наличие ограничений не облегчает, а усложняет процесс оптимизации.

В общем, виде задача условной оптимизации содержит ограничения в виде верхних и нижних значений параметров оптимизации, а также ограничения в виде равенств и неравенств, связывающих параметры оптимизации. Таким образом, ограничения выделяют из пространства управляемых переменных область допустимых точек, то есть точек, в которых выполняются все ограничения. Задача оптимизации сводится к отысканию из числа допустимых точек такой точки, которой соответствует наименьшее значение целевой функции.

Общий принцип решения выглядит весьма просто: используя некоторое правило осуществить перебор допустимых точек с целью отыскать точку (точки), которой (которым) соответствует наименьшее значение целевой функции. Как видим, процесс оптимизации будет вестись с использованием только значений целевой функции и ограничений, а производные использоваться не будут. Очевидно, что при проектировании строительных конструкций наибольшую практическую ценность имеют ***методы прямого поиска***, которым и посвящена эта глава.

Алгоритм оптимизационного расчета железобетонного элемента можно условно представить в виде трех блоков:

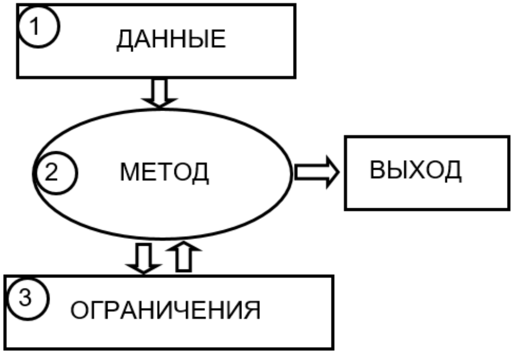


Рис.5.1. Принципиальная схема процесса оптимизации

Блок 1 – "ДАННЫЕ"

Этот блок организует ввод исходных данных, которые обязательно должны включать интервалы варьирования (верхние и нижние границы области поиска) оптимизируемых параметров.

Блок 2 – "МЕТОД"

Этот блок реализует алгоритм того или иного метода оптимизации. Каждый из методов предусматривает определенную стратегию выбора из пространства оптимизируемых параметров пробных точек и поиска точки оптимума. Иными словами, следуя определенному правилу, из области поиска выбирают ***пробные точки***, координатами которых являются численные значения оптимизируемых параметров (например, размеры сечения и площади сжатой и растянутой арматур внецентренно сжатого элемента: b, h, A_s' и A_s). Поочередно координаты для каждой пробной точки передаются в блок проверки ограничений, где точка проверяется на допустимость. Когда получено нужное количество допустимых точек (у каждого метода оно свое) реализуется механизм поиска оптимальной точки. Поиск осуществляется на основании анализа результатов, полученных при сравнении значений целевой функции в упомянутых точках. На основании результатов анализа выбирают новые пробные точки, которые с целью проверки на допустимость также передаются в блок проверки ограничений. Эта процедура повторяется многократно до тех пор, пока не выполнится требование критерия окончания поиска.

В качестве ***критерия оптимизации*** обычно принимается минимум стоимости конструкции, которая зависит от многих факторов. Для простоты изложения примем, что она складывается из стоимости бетона и продольной арматуры одного погонного метра внецентренно сжатого элемента. В этом случае ***целевая функция*** имеет вид:

$$y = c_в \cdot b \cdot h + c_s \cdot A_{s.tot} \cdot 7{,}8\ ,$$

где b и h – соответственно ширина и высота поперечного сечения элемента в метрах;

$A_{s.tot} = A_s + A_s'$ – суммарная площадь продольной арматуры в м^2;

7,8 – объемный вес стали в т/м^3;

c_b – стоимость одного кубометра бетона в руб./м3;

c_s – стоимость одной тонны арматуры в руб./т.

Блок 3 – "ОГРАНИЧЕНИЯ"

Итак, полученные из блока "МЕТОД" значения оптимизируемых параметров (в нашем примере значения b, h, A_s' и A_s) определяют размеры и армирование рассчитываемого элемента.

Теперь требуется ответить на вопрос, а удовлетворяет ли элемент с такими размерами и армированием требованиям норм проектирования или нет, или, иными словами – допустимая это точка или нет? Для ответа на этот вопрос в блоке должны быть предусмотрены все необходимые проверки (конструктивные требования, проверка прочности, проверка ширины раскрытия трещин, и т.д.), в соответствии с требованиями действующих нормативных документов. Следуя терминологии теории оптимизации, каждую из проверок будем называть ограничением. Таким образом, все требования нормативных документов в данном контексте являются ***ограничениями***.

Принцип работы этого блока заключается в следующем: если хотя бы одно из ограничений не выполняется, пробная точка признается ***недопустимой***, если все ограничения выполняются – точка признается ***допустимой***.

5.2 Функции одной переменной

Оптимизационные задачи, в которых целевая функция – это функция одной переменной, относятся к наиболее простому и не часто встречающемуся на практике типу. Вместе с тем, если возникла такая необходимость, можно воспользоваться одним из предлагаемых ниже методом прямого поиска. ***Методы исключения интервалов.*** Наиболее часто решаемая задача оптимизации – нахождение точки оптимума в заданном интервале (рис. 5.2).

Оптимизационные исследования можно вести последовательно, отбрасывая части интервала (подынтервалы), где наверняка нет точки оптимума. В результате такого подхода интервал поиска с каждым шагом вычислений сужается. Исключение подынтервалов выполняют до тех пор, пока длина оставшегося интервала больше некоторой величины ε - допустимой погрешности решения. Методы поиска, которые позволяют определить оптимум функции одной переменной путем последовательного исключения подынтервалов, носят название методов исключения интервалов и основываются на предположении о том, что функция обладает свойством унимодальности.

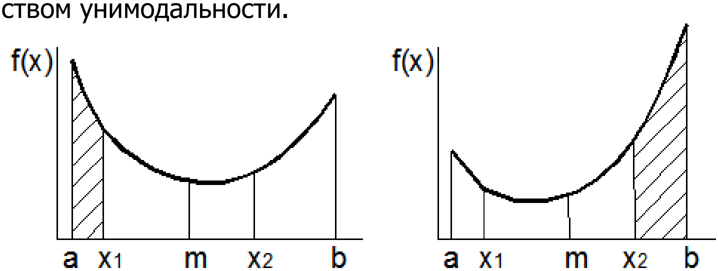


Рис. 5.2 Графики функций и исключаемые интервалы

Если функция унимодальна на замкнутом интервале $a \le x \le b$ и ее минимум достигается в точке m, то для точек x_1 и x_2, расположенных таким образом (рис. 5.2), что $a < x_1 < x_2 < b$, справедливы следующие выводы:

1. Если $f(x_1) > f(x_2)$, то точка минимума не лежит в интервале (a, x_1);
2. Если $f(x_1) < f(x_2)$, то точка минимума не лежит в интервале (x_2, b);
3. Если $f(x_1) = f(x_2)$, то исключаются крайние интервалы (a, x_1) и (x_2, b).

Достоинство методов исключения интервалов в том, что к исследуемой функции не предъявляется требование дифференцируемости, она может быть прерывистой или быть заданной дискретно.

Рассмотрим один из таких методов.

Метод деления отрезка пополам.

На заранее выбранном интервале поиска (a,b), содержащем точку оптимума, назначаем три пробных точки x_1, x_m, x_2 так, что они делят интервал на четыре равных части, в этих точках находим значения функции. Сравнивая полученные значения, определяем подынтервал не содержащий точку минимума и его исключаем, в результате чего интервал поиска сужается ровно вдвое.

Последовательность действий такова:

1.Определяем длину интервала $L = b - a$;

2. Вычисляем координаты трех точек $x_m = \frac{b+a}{2}$, $x_1 = a + \frac{L}{4}$, $x_2 = b - \frac{L}{4}$;

3. Определяем в этих точках значения функции $f(x_1)$, $f(x_2)$, $f(x_m)$;

4. Если $f(x_1) < f(x_m)$ исключаем интервал (x_m, b), принимая $b = x_m$ и $x_m = x_1$;

5. Если $f(x_1) \geq f(x_m)$ и $f(x_2) < f(x_m)$, исключаем интервал (a, x_m), принимая $a = x_m$ и $x_m = x_2$;

6. Если $f(x_1) \geq f(x_m)$ и $f(x_2) \geq f(x_m)$, исключаем интервалы (a, x_1) и (x_2, b), принимая $a = x_1$ и $b = x_2$.

Определяем длину нового интервала $L = b - a$, если она мала $(L \leq \varepsilon)$, в качестве точки минимума принимаем среднюю точку x_m.

Если условие $L \leq \varepsilon$ не выполняется, переходим к пункту 1, выполняем следующую итерацию. Если условие $L \leq \varepsilon$ выполняется – процесс поиска точки оптимума завершён. Следует уточнить, что точка x_m на самом деле точкой минимума не является, а представляет собой некоторую величину $\widehat{x}$ - ее приближенную оценку, вычисленную с предварительно заданной погрешностью ε.

Существует несколько методов анализа функции исключением интервалов. Например, метод золотого сечения, метод равномерного поиск и другие. Различие между ними заключается в способе (правиле) назначения координат пробных точек, в остальном они схожи.

5.3 Функции нескольких переменных

Для определения положения точек оптимума разработан ряд методов поиска, основанный на итерационном подходе определения оценки $\hat{x}$ - вектора управляемых переменных, которому соответствует минимальное значение функции $f(x)$. Эти методы используются и в случае поиска максимальных значений функции, в этом случае целевую функцию $f(x)$ заменяют на минус $f(x)$ и определяют точки ее минимума. Для реализации подобных методов область определения целевой функции заменяется дискретным множеством точек пространства управляемых переменных, а затем используются различные стратегии уменьшения области, содержащей точку оптимума.

Одна из стратегий заключается в выборе базовой точки и оценивании значений целевой функции в точках, окружающих базовую. Например, в случае двух переменных можно воспользоваться квадратным образцом (Рис. 5.3).

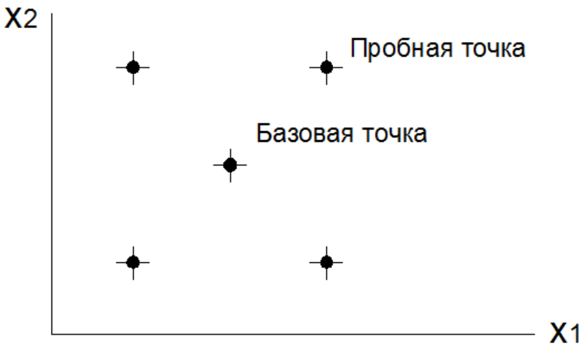


Рис. 5.3 Образец в случае двух управляемых переменных

Анализируя значения функции в вершинах и центре квадрата, выбираем наименьшее значение и эту точку принимаем в качестве новой базовой точки. Вокруг новой базовой точки строится аналогичный квадратный образец. Если значения функции в угловых пробных точках превышают значение функции в базовой точке, размеры образца следует уменьшить, и продолжить поиск по новому образцу. Вычисления ведут до тех пор, пока размер образца или разница значений целевой функции не станут меньше предварительно заданных величин, определяющих точность расчета.

В задачах с тремя управляемыми переменными пробные точки располагаются в вершинах куба, а базовая точка находится в его центре тяжести. При большей размерности пространства управляемых переменных вычисление значений целевой функции производится во всех вершинах и в центре тяжести образца, представляющего собой гиперкуб. Легко заметить, что в случае n управляемых переменных для одного образца требуется выполнить 2^n+1 вычислений, таким образом, в задачах большой размерности кубический образец обрекает исследователя на большое количество вычислений, снижая тем самым эффективность оптимизационного поиска. Поэтому разработан ряд методов, использующих для поиска оптимума образцы меньшей размерности.

5.3.1 Метод поиска по симплексу (S2 – метод)

Метод поиска по симплексу, предложенный Спендли, Хекстом и Химсвортом, основывается на том, что образец, содержащий наименьшее количество точек, должен быть регулярным симплексом (Рис. 5.4).

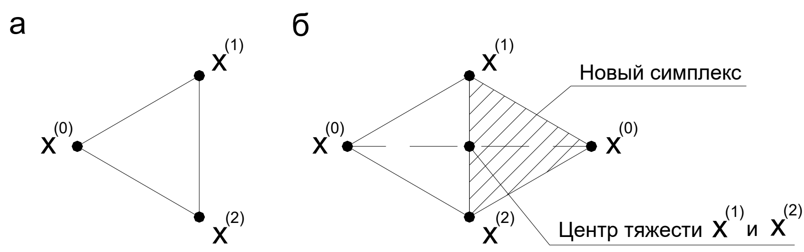


Рис. 5.4 Построение нового симплекса:

а – начальный симплекс $x^{(0)}, x^{(1)}, x^{(2)}$;

б – новый симплекс $x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(0)}$.

В n - мерном пространстве регулярный симплекс представляет собой многогранник, образованный $n+1$ равноотстоящими друг от друга точками-вершинами. В случае двух переменных симплексом является равносторонний треугольник (Рис. 5.4.а), в трехмерном пространстве управляемых переменных симплексом будет тетраэдр. В этом методе поиска используется свойство симплексов, согласно которому новый симплекс можно построить на любой грани исходного симплекса путем переноса одной из вершин на определенное расстояние вдоль прямой, проведенной из этой вершины через центр тяжести остальных вершин исходного симплекса. Полученная таким образом точка является вершиной нового симплекса, а выбранная для переноса вершина исходного симплекса исключается. Таким образом, на каждой итерации требуется вычисление целевой функции только в одной точке. Процесс получения новой вершины симплекса для случая двух переменных показан на Рис. 5.4.б.

Поиск точки минимума начинается в базовой точке $x^{(0)}$ с построения регулярного симплекса в n - мерном пространстве независимых переменных. Предварительно задаются величиной масштабного множителя α, который устанавливает желаемую длину ребра симплекса, например, при $\alpha=1$ ребра симплекса имеют единичную длину. Затем при заданных базовой точке $x^{(0)}$ и масштабном множителе α координаты остальных n вершин симплекса вычисляются по формуле

$$x^{(i)}=\begin{cases} x_j^{(0)}+\delta_1, & если \quad j\neq i, \\ x_j^{(0)}+\delta_2, & если \quad j=i, \end{cases}$$

для i и j = 1, 2, 3, . . . , n.

Приращения δ_1 и δ_2, зависящие только от n и выбранного масштабного множителя α определяются по формулам:

$$\delta_1=\frac{\sqrt{n+1}+n-1}{n\sqrt{2}}\times\alpha ,$$

$$\delta_2=\frac{\sqrt{n+1}-1}{n\sqrt{2}}\times\alpha .$$

В каждой из вершин симплекса вычисляют значения целевой функции. Среди них, отыскивается наибольшее значение и соответствующая ему вершина проецируется через центр тяжести остальных вершин симплекса.

Пусть $x^{(k)}$ - вершина, подлежащая переносу, тогда центр тяжести остальных n вершин расположен в точке x_c с координатами:

$$x_c = \frac{1}{n}\sum_{\substack{i=0 \\ i\neq k}}^{n} x^{(i)}.$$

Координаты новой вершины находят из выражения: $x^{(k)}_{новая} = 2x_c - x^{(k)}_{предыдущая}$.

В найденной вершине вычисляется значение целевой функции, и процедура повторяется снова, в результате чего симплекс как бы перемещается в пространстве независимых переменных, постепенно приближаясь к области, содержащей точку минимума. Если функция убывает достаточно плавно, итерации продолжаются до тех пор, пока либо не будет "накрыта" точка минимума, либо не начнется циклическое движение по двум или более симплексам.

В таких ситуациях следует воспользоваться следующими правилами.

"Накрытие" точки минимума

Признак "накрытия" ситуация, когда при отражении вершины текущего симплекса координаты новой точки совпадут с вершиной симплекса, отброшенной на предыдущей итерации. Это указывает на то, что размеры симплекса следует уменьшить. Размеры симплекса уменьшают с помощью коэффициента редукции λ – числа меньше единицы, на которое следует умножить масштабный множитель α. В качестве базовой выбирается вершина с наименьшим значением функции и строится новый симплекс с ребром $\alpha = \alpha \times \lambda$, затем поиск возобновляется.

Циклическое движение

Если, некоторая вершина симплекса не исключается на протяжении более чем m итераций, то необходимо уменьшить размеры симплекса и построить новый симплекс, выбрав в качестве базовой точку, которой соответствует наименьшее значение целевой функции в текущем симплексе. Значение критерия цикличности m определяется по формуле $m = 1.65n + 0.05n^2$ с последующим округлением до ближайшего целого числа.

Критерий окончания поиска

Поиск завершается в том случае, когда, либо размеры симплекса, либо разности между значениями функции в вершинах становятся приемлемо малыми, другими словами будут меньше некоторой предварительно заданной величины, определяющей достаточную для практических целей точность (погрешность) вычисления минимума целевой функции.

5.3.2 Метод поиска Хука - Дживса

Существует ряд методов, стратегия поиска которых основывается на циклическом изменении переменных. Поиск начинается с назначения базовой точки x_b и вычисления в ней значения минимизируемой функции $f(x_b)$, затем проводится исследующий поиск - поочередно вдоль каждого из координатных направлений делается попытка найти точку оптимума. Иными словами, первой переменной дается приращение Δx и вычисляется соответствующее значение функции. Если полученное значение меньше предыдущего, шаг признается удачным и базовая точка переносится в точку с текущими координатами и процедура повторяется. В противном случае, базовая точка не переносится, а приращение получает вторая управляемая переменная, если это не привело к уменьшению значения функции, меняют третью переменную и так далее. Если поочередное изменение всех переменных не привело к уменьшению значения функции, следует уменьшить Δx и повторить поиск. Эту последовательность операций повторяют до тех пор, пока не выполнится условие $\Delta x \le \varepsilon$, где ε - заданная точность решения. Такой метод покоординатного спуска обладает невысокой скоростью так, как требует большого объема вычислений. Модификация метода, предложенная Хуком и Дживсом, позволяет при определении нового направления поиска учитывать информацию, полученную на предыдущих итерациях. Алгоритм поиска состоит из двух чередующихся процедур: исследующего поиска и поиска по образцу. Такой подход существенно сокращает объем вычислений и позволяет ускорить процесс поиска.

Исследующий поиск.

Поведение функции исследуют в окрестностях базовой (или пробной) точки. В результате циклического изменения переменных выявляют характер локального поведения функции. Для этого необходимо задать величину шага изменения параметров Δx, которая может быть различной для разных координатных осей. Исследующий поиск начинается в некоторой исходной точке. Первой переменной дают приращение, если значение целевой функции в этой точке не превышает значения в исходной точке, шаг признают удачным. В противном случае необходимо вернуться в исходную точку и сделать шаг в противоположном направлении. После перебора всех n координат исследующий поиск завершается, полученную в результате точку называют базовой. Описанная процедура может быть представлена в виде блок-схемы, показанной на рис. 5.6.

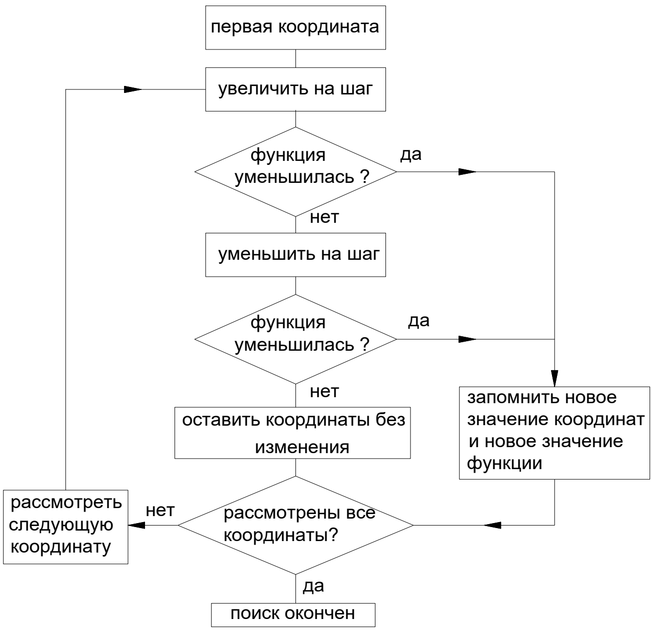


Рис. 5.6. Блок-схема исследующего поиска

Поиск по образцу.

Эту процедуру иногда называют ускоряющимся поиском. На прямой, проходящей через текущую базовую точку b_i и предыдущую базовую точку b_{i-1}, назначают пробную точку $p = b_i + (b_i - b_{i-1})$. В пробной точке проводят исследующий поиск, полученное значение целевой функции сравнивают со значением в базовой точке. В зависимости от результата возможны два типа действий. Если в пробной точке или ее окрестности найдена точка со значением функции меньшим чем в базовой, то она принимается в качестве новой базовой точки b_{i+1}. В противном случае возвращаемся в "старую" базовую точку b_i и там выполняем исследующий поиск. Алгоритм поиска поясняет приведенная ниже блок-схема.

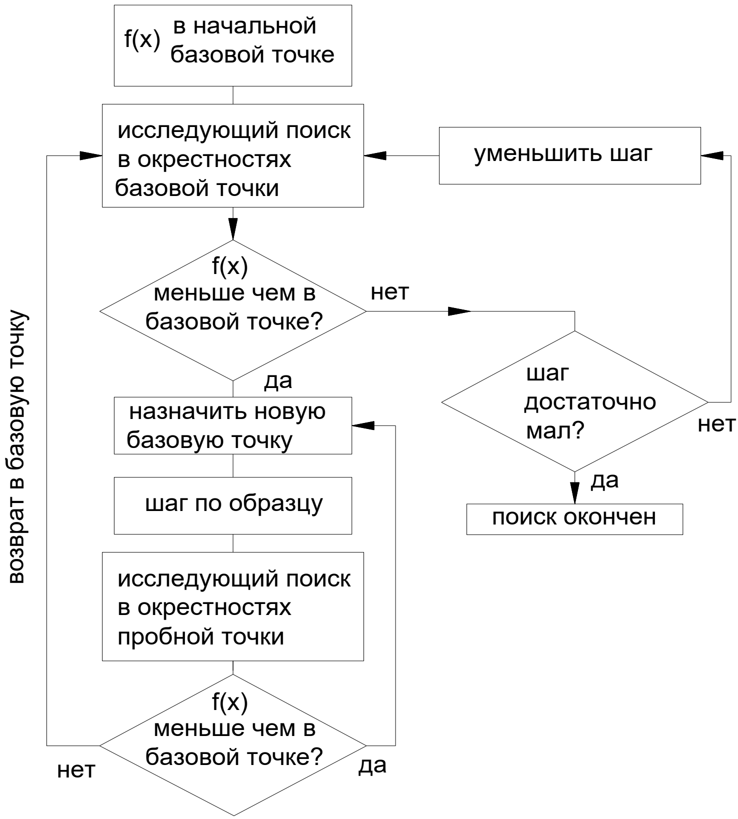


Рис. 5.7. Блок-схема поиска по образцу

Следует заметить, что, если из приведенного алгоритма исключить поиск по образцу и следующий за ним анализ функции в пробной точке, получим алгоритм минимизации функции ***методом покоординатного спуска***.

5.3.3 Метод случайного поиска с уменьшением интервала

Наиболее простым способом перебора точек в допустимой области пространства управляемых переменных представляется использование прямых выборочных процедур, то есть случайная генерация пробных точек. Координаты пробных точек подсчитывают по заданным верхним $x_i^{(U)}$ и нижним $x_i^{(L)}$ границам каждой переменной

$$x_i^{(j)} = x_i^{(L)} + r_i(x_i^{(U)} - x_i^{(L)}), \text{ при } i = 1,\dots,N,$$

где r_i - случайные числа, равномерно распределенные на интервале (0,1), а значение j - не определено, поскольку число итераций заранее не известно. Каждую из полученных точек проверяют на допустимость подстановкой в ограничения и если получена допустимая точка, в ней вычисляют значение функции, которое сравнивают с текущим наилучшим решением. Если решение улучшается, точку запоминают, в противном случае отбрасывают. Естественно, что при таком поиске точка оптимума может быть обнаружена лишь случайно. Поэтому критерием окончания поиска служит заданное число итераций, а полученные результаты используются для определения точки начального допустимого решения другого метода.

Использование выборок с уменьшением интервала позволяет принять в качестве критерия окончания поиска величину интервала изменения оптимизируемых параметров. Стратегия метода предусматривает случайный поиск точки оптимума в P последовательных выборках (сериях), состоящих из M случайных точек. Наилучшая точка в каждой серии используется как начальная точка в следующей серии, точки которой выбираются из интервала меньшей величины. Поиск считается завершенным, когда интервал станет достаточно мал.

Начальный интервал задается нижней и верхней границами переменных

$$Z_i^{(1)} = x_i^{(U)} - x_i^{(L)} \text{ при } i = 1,\dots,N.$$

Координаты начальной точки $X_i^{(1)}$ вычисляем следующим образом:

$$X_i^{(1)} = x_i^{(L)} + r_i(x_i^{(U)} - x_i^{(L)}), \text{ при } i = 1,\dots,N.$$

Полученные точки проверяем на допустимость, подставляя в блок ограничений. Первая допустимая точка принимается в качестве начальной точки для последующего поиска.

Итак, задаемся числом серий P, количеством точек в каждой серии M и параметром ε, определяющим уменьшение интервала $(0<\varepsilon<1)$.

<u>Серия 1</u>

Длина интервала первой серии равна начальному интервалу $Z_i^{(1)}$

Вычисляем координаты и проверяем допустимость пробных точек

$$x_i^{(j)} = X_i^{(1)} + r_i Z_i^{(1)} \quad \text{при} \quad i=1,\ldots,N \quad \text{и} \quad j=1,\ldots,M,$$

где r_i – случайная величина, равномерно распределенная на интервале (от минус 0,5 до плюс 0,5).

Если в процессе генерации случайных точек встречается недопустимая точка, ее следует отбросить и продолжать процесс построения пробных точек до тех пор, пока не будет получено M допустимых точек.

В полученных точках вычисляем значения функции $f(x_i^{(1)}),\ldots, f(x_i^{(M)})$, из их числа выбираем наилучшее решение (наименьшее значение). Соответствующую наилучшему решению точку принимаем в качестве начальной точки $X_i^{(2)}$ для следующей серии.

<u>Серия 2</u>

Уменьшаем интервал $Z_i^{(2)} = (1-\varepsilon) Z_i^{(1)}$.

Вычисляем координаты и проверяем допустимость пробных точек

$$x_i^{(j)} = X_i^{(2)} + r_i Z_i^{(2)} \quad \text{при} \quad i=1,\ldots,N \quad \text{и} \quad j=1,\ldots,M.$$

Затем отыскиваем точку, которой соответствует наименьшее значение функции, и принимаем ее начальной точкой $X_i^{(3)}$ для следующей серии.

<u>Серия К</u>

Уменьшаем интервал $Z_i^{(k)} = (1-\varepsilon) Z_i^{(k-1)}$.

Координаты точек $x_i^{(j)} = X_i^{(k)} + r_i Z_i^{(k)}$ при $i=1,\ldots,N$, $j=1,\ldots,M$.

Начальная точка для следующей серии $X_i^{(k+1)}$.

Итерации продолжать до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность. Например, один из оптимизируемых параметров высота балки h может изменяться от 30см до 60см, следовательно, разница между верхним и нижним значениями составляет $Z_h^{(1)} = h^{(U)} - h^{(L)} = 30см$. При 100 сериях и коэффициенте редукции $\varepsilon = 0{,}05$ интервал поиска уменьшится до размера $Z_h^{(100)} = Z_h^1(1-\varepsilon)^{99} = \quad h(1-0{,}05)^{99} \approx 30 \cdot 5{,}9 \cdot 10^{-3} = 0.18$ см, что представляется вполне приемлемым приближением к точке истинного оптимума.

5.3.4 Метод комплексов

Этот метод является модификацией метода симплексов, предложенной Боксом. Процесс оптимизации начинается с последовательного построения случайным образом P пробных точек. Если N это размерность задачи, то число пробных точек по Боксу следует принять равным $P = 2N$, однако некоторые авторы доказывают возможность уменьшения числа пробных точек до $P = N + 2$.

Пробные точки, представляют собой вершины комплекса - многогранника в пространстве оптимизируемых параметров. Их координаты подсчитывают по заданным верхним $x_i^{(U)}$ и нижним $x_i^{(L)}$ границам каждой переменной

$$x_i^{(j)} = x_i^{(L)} + r_i(x_i^{(U)} - x_i^{(L)}), \text{ при } \quad i = 1,\dots, N, \quad j = 1,\dots, P,$$

где r_i - случайные числа, равномерно распределенные на интервале (0,1).

Каждую из полученных точек проверяют на допустимость подстановкой в ограничения. Если получена недопустимая точка, то ее сдвигают к центру тяжести X_C уже построенных точек до тех пор, пока она не станет допустимой.

Пусть построено k допустимых точек, а следующая точка $x^{(k+1)}$ оказалась недопустимой. В этом случае центр тяжести уже построенных k вершин располагается в точке $X_c = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{i=k} x^{(i)}$. Тогда координаты вершины после ее смещения составят

$$x_{новая}^{(k+1)} = x_{старая}^{(k+1)} + \frac{1}{2}(X_c - x_{старая}^{(k+1)}).$$

Процедура перемещения вершины повторяется до тех пор, пока точка $x^{(k+1)}$ не станет допустимой. Следуя приведенной методике, строим все P вершин комплекса. После того как комплекс построен, в каждой из его вершин вычисляем значения целевой функции и переходим к поиску точки минимума. С этой целью выполняем следующие действия.

Шаг 1. Сопоставляем значения целевой функции в вершинах комплекса, находим вершину, которой соответствует наибольшее значение функции. Затем эту вершину отражаем через центр тяжести X_c оставшихся $P-1$ вершин.

Например, в вершине $x^{(k)}$ целевая функция имеет наибольшее значение, равное $Y_{\max}$. В результате отражения $x^{(k)}$ получают новую вершину $x_{новая}^{k}$ с координатами, вычисляемыми по формуле

$$x_{новая}^{k} = X_c + \alpha(X_c - x_{старая}^{k}),$$

где $\alpha > 1$ параметр, задающий расстояние отражения, который компенсирует сжатие комплекса в результате переноса его вершин в сторону центра тяжести.

В процессе перемещения вершина может оказаться за пределами интервала, заданного границам изменения, поэтому, после переноса ее следует проверить на принадлежность интервалу. Значение параметра, который вышел за рамки интервала, принимаем равным его граничному значению. То есть, если $x_j^{(k)} < X_j^{(L)}$, следует принять $x_j^{(k)} = X_j^{(L)}$, а если $x_j^{(k)} > X_j^{(U)}$, принять $x_j^{(k)} = X_j^{(U)}$, и только после завершения этой проверки точку можно передавать в блок проверки ограничений.

Шаг 2. Если полученная таким образом новая точка $x^{(k)}$ допустимая и значение функции в ней меньше $Y_{\max}$, то точку $x^{(k)}$ принимаем в качестве новой вершины и переходим к шагу 1.

Шаг 3. Если новая точка $x^{(k)}$ допустимая, но значение целевой функции в ней равно или больше $Y_{\max}$, то сдвигаем ее в направлении центра тяжести

$$x^{(k)}_{новая} = x^{(k)}_{старая} + \frac{1}{2}(X_c - x^{(k)}_{старая}).$$

Затем проверяем полученную точку на допустимость. Если точка недопустима, вновь сдвигаем ее к центру тяжести и проверяем на допустимость (возможно несколько раз). Если получена допустимая точка, то вычисляем в ней значение функции $Y(x^{(k)})$ и выполняем следующие проверки:

· если $Y(x^{(k)}) \geq Y_{\max}$, повторяем шаг 3 (возможно несколько раз);

· если $Y(x^{(k)}) < Y_{\max}$, принимаем точку в качестве новой вершины комплекса и переходим к выполнению шага 1.

Следует обратить внимание на то обстоятельство, что рассматриваемый алгоритм поиска предусматривает использование фиксированного числа точек, которое равно числу вершин комплекса P. Именно по этой причине и введены понятия "старая точка" и "новая точка", которые характеризуют положение вершины до и после ее перемещения соответственно.

Поиск продолжается до тех пор, пока многогранник не будет, стянут в центр тяжести в пределах заданной точности и (или) пока разница между значениями целевой функции в вершинах не станет допустимо мала.

Средние значения: $\bar{f} = \frac{1}{p}\sum_{1}^{p} f^{(j)}$, $\bar{x} = \frac{1}{p}\sum_{1}^{p} x^{(j)}$.

Критерии окончания поиска: $\max\left|x^{(j)} - \bar{x}\right| \leq \varepsilon$, и (или) $\max\left|f^{(j)} - \bar{f}\right| \leq \delta$;

или более строго $\sum_{1}^{p}(x^{(j)} - \bar{x})^2 \leq \varepsilon$, и (или) $\sum_{1}^{p}(f^{(j)} - \bar{f})^2 \leq \delta$.

5.3.5 Метод последовательного перебора

Метод основан на использовании системы вложенных циклов, которые организуют перебор значений оптимизируемых параметров в области, заданной их верхними и нижними границами. Такой подход гарантирует рассмотрение всех возможных их комбинаций и, соответственно, отыскание глобального минимума функции. Каждую из комбинаций значений параметров проверяют на допустимость подстановкой в блок проверки ограничений. Если все ограничения (требования нормативных документов) выполняются – получена допустимая точка. В ней вычисляют значение целевой функции Y, которое сравнивают с текущим наилучшим решением $Y_{\min}$. Если решение улучшается, то есть выполняется условие $Y < Y_{\min}$, точку запоминают, в противном случае отбрасывают. Процесс поиска продолжается до тех пор, пока не будут рассмотрены все возможные комбинации значений оптимизируемых параметров. Метод этот отличается невысокой скоростью поиска, но он легко алгоритмизируется и очень надежен.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. – М.: Минрегион России, 2011. – 155 с
2. СП 52-103-2007. Железобетонные монолитные конструкции зданий. – М.: ФГУП ЦПП, 2007. – 18 с.
3. Новое в проектировании бетонных и железобетонных конструкций / Под ред. Гвоздева А.А. – М.: Стройиздат, 1978. – 204 с.