ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра «Физика»

ПРАКТИКУМ

Фронтальная лабораторная работа
№ М 1
Определение кинематических характеристик равнопеременного движения
по дисциплине

«ФИЗИКА»

Авторы
Егорова С.И.,
Жданова Т.П.,
Лемешко Г.Ф.,
Пруцакова Н.В.

Ростов-на-Дону, 2024

Аннотация

Настоящее пособие посвящено знакомству студентов с элементарными методами измерений и математической обработки результатов измерений. Дано краткое представление о теории погрешностей прямых и косвенных измерений.

Определены основные кинематические характеристики равнопеременного поступательного и вращательного движений.

Авторы

Егорова С.И. – д.т.н., профессор кафедры «Физика»

Жданова Т.П. - к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика»

Лемешко Г.Ф. - к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика»

Пруцакова Н.В. - к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика»

Оглавление

ФРОНТАЛЬНАЯ ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № М 1

«Определение кинематических характеристик равнопеременного движения»

Цель работы: 1. Знакомство с элементарными методами измерений и математической обработки результатов измерений.

2. Определение основных кинематических характеристик равнопеременного поступательного и вращательного движений.

Оборудование: измерительная установка; масштабная линейка.

Краткая теория

Физические измерения и обработка их результатов

Измерением называется операция, с помощью которой устанавливается, во сколько раз измеряемая величина больше или меньше соответствующей величины, принятой за единицу измерения.

Измерения бывают **прямые** и **косвенные**.

При **прямых** измерениях определяется непосредственно исследуемая величина (при помощи секундомера, линейки и т.д.).

При **косвенных** измерениях величина не измеряется, а вычисляется по результатам измерений величин, связанных с искомой величиной определенной функциональной зависимостью (т.е. по формуле).

Благодаря несовершенству измерительных приборов и наших органов чувств все измерения можно делать только с определенной степенью точности. Поэтому результаты измерений позволяют найти не истинное значение измеряемой величины, а лишь приближенное.

Погрешность измерения - отклонение результата измерения от истинного (действительного) значения измеряемой величины.

Различают три вида погрешностей прямых измерений: *промахи, систематические и случайные.*

Промах – погрешность измерения, которая для данных условий резко отличается от остальных результатов этого ряда.

Промахи возникают в результате небрежности при отсчете по прибору, при неправильном включении прибора, или при нарушении условий опыта. При обнаружении промаха результат измерения следует отбросить, а само измерение повторить.

Систематическая погрешность измерения – составляющая погрешности результата измерения, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же физической величины.

Систематические погрешности являются следствием несовершенства приборов, а также недостатков методики измерений. Увеличение числа измерений этих ошибок не уменьшит.

Погрешность прибора ($\Delta x_{ПР}$) определяется как половина наименьшего деления, кроме приборов, имеющих нониусы, у которых приборная погрешность равна цене деления нониуса.

Случайная погрешность ($\Delta x_{СЛ}$) – погрешность, изменяющаяся случайным образом (по знаку и значению) при повторных измерениях.

Случайные погрешности являются следствием неконтролируемых помех, влияние которых на эксперимент нельзя учесть непосредственно.

Оценку случайных погрешностей и определение интервала, внутри которого с заданной вероятностью лежит истинное значение физической величины, проводят по результатам ее многократных измерений. При этом считается, что среднее арифметическое значение результатов измерений наиболее близко к истинному значению измеряемой величины.

Пусть, например, $x_1, x_2, \ldots x_n$ - результаты отдельных измерений величины x; здесь n – число повторных измерений. Тогда среднее арифметическое значение

$$\langle x \rangle = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

является наиболее близким к истинному значению измеряемой величины.

Абсолютная погрешность показывает, насколько измеренное значение физической величины отличается от истинного, в качестве которого принимается среднее арифметическое значение. Абсолютная погрешность отдельного измерения Δx_i определяется как **модуль** разности среднего $\langle x \rangle$ и измеренного x_i значений физической величины:

$$\Delta x_i = \left| \langle x \rangle - x_i \right|.$$

Относительная погрешность показывает, какую часть измеряемой величины составляет абсолютная погрешность, и является безразмерной величиной (обычно выражается в процентах):

$$\delta x = \frac{\langle \Delta x \rangle}{\langle x \rangle} \qquad \text{или} \qquad \delta x = \frac{\langle \Delta x \rangle}{\langle x \rangle} 100\%$$

Величина $\langle x \rangle \pm \langle \Delta x \rangle$ определяет интервал, внутри которого с доверительной вероятностью α лежит истинное значение измеряемой величины. Этот интервал называют **доверительным** (рис. 1).

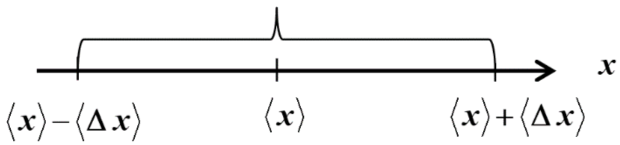

Рис. 1

Доверительная вероятность α показывает, с какой вероятностью истинное значение измеряемой величины x находится внутри доверительного интервала.

Определение случайных погрешностей прямых измерений

Метод Стьюдента

В теории ошибок считается, что случайные погрешности подчиняются вероятностным закономерностям. При постоянном числе измерений n, чем больше ошибка по абсолютной величине,

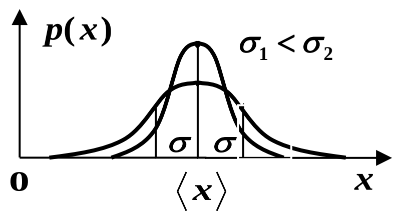

Рис. 2

тем меньше ее вероятность. Зависимость плотности распределения вероятностей измеряемой величины $p(x)$ от измеренного значения x описывается кривой (рис. 2), называемой кривой нормального распределения Гаусса. Площадь, отвечающая какому-либо интервалу оси абсцисс, изображает вероятность попадания случайного результата в данный интервал. По распределению Гаусса наиболее вероятным значением измеряемой величины является ее среднее значение.

Вид кривой распределения определяется величиной σ, называемой среднеквадратичной ошибкой (стандартным отклонением):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \langle x \rangle\right)^2}{n-1}}\,.$$

С увеличением σ точность измерения уменьшается, и кривая нормального закона распределения имеет более пологий вид (рис. 2).

Величина σ характеризует разброс отклонений от среднего значения. На практике число измерений ограничено (чаще всего не более 5-7). В этом случае пользуются распределением Стьюдента.

Английский математик и химик В.С. Госсет (псевдоним Стьюдент) в 1908 г. предложил методику обработки результатов многократных измерений одной и той же величины.

Существуют специальные таблицы, в которых приведены **коэффициенты Стьюдента** $t(\alpha, n)$, определяемые доверительной вероятностью α и числом измерений n. Например, при $n = 5$ для доверительной вероятности $\alpha = 0{,}95$ получим $t(\alpha, n) = 2{,}8$ (см. таблицу в приложении 1).

Согласно методике Стьюдента, средняя квадратичная погрешность результата измерений среднего арифметического определяется формулой:

$$S_{n,x}=\sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\Delta x_i\right)^2}{n(n-1)}},$$

где Δx_i - абсолютная погрешность каждого измерения,

n - число измерений.

Границы средней квадратичной погрешности (случайная погрешность):

$$\Delta x_{СЛ}=t(\alpha,n)\cdot S_{n,x}.$$

Абсолютная погрешность измерений:

$$\Delta x=\sqrt{(\Delta x_{СЛ})^2+(\Delta x_{ПР})^2},$$

где $\Delta x_{ПР}$ – приборная погрешность.

если $\Delta x_{СЛ}>>\Delta x_{ПР}$, то $\Delta x=\Delta x_{СЛ}$;

если $\Delta x_{СЛ}<<\Delta x_{ПР}$, то $\Delta x=\Delta x_{ПР}$.

Окончательный результат записывается в виде:

$$x=\langle x\rangle\pm\Delta x.$$

Определение погрешностей косвенных измерений

1. Взять натуральный логарифм от левой и правой частей формулы, помня, что $\ln(a\cdot b)=\ln a+\ln b$, $\ln(a/b)=\ln a-\ln b$, $\ln\left(a^b\right)=b\ln a$.

2. Найти полный дифференциал полученного выражения, помня, что $d(\ln x)=\frac{dx}{x}$.

3. Знаки «-», стоящие перед дифференциалами, заменить на знаки «+», так как суммарная погрешность всегда больше погрешностей отдельных измерений.

4. Заменить знаки дифференциала d на знаки Δ.

5. В полученную формулу подставить средние арифметические значения прямо измеренных величин и их абсолютные погрешности.

6. Вычислить относительную и абсолютную погрешности косвенно измеряемой величины.

7. Записать окончательный результат в виде $x = \langle x \rangle \pm \Delta x$.

ПРИМЕР:

Найдём относительную и абсолютную погрешности для ускорения при поступательном движении.

$$a = \frac{2h}{t^2},$$

$$\ln a = \ln 2 + \ln h - 2\ln t,$$

$$\frac{da}{a} = \frac{dh}{h} - 2\frac{dt}{t},$$

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta h}{h} + 2\frac{\Delta t}{t} = \delta a.$$

δa - относительная погрешность величины ускорения a.

Абсолютная погрешность равна $\Delta a = \delta a \cdot \langle a \rangle$.

Окончательный результат: $a = \langle a \rangle \pm \Delta a, \quad м / c^2$.

Кинематические характеристики равнопеременного движения

Если тело, поднятое на высоту h (рис. 3), движется поступательно вниз без начальной скорости с ускорением a, то $h = \dfrac{a t^2}{2}$. Отсюда

$$a = \frac{2h}{t^2} \tag{1}$$

Максимальная скорость тела, движущегося без начальной скорости, в нижней точке траектории движения равна:

$$\upsilon = a t . \tag{2}$$

Максимальная угловая скорость блока (шкива, оси) радиуса R:

$$\omega = \frac{\upsilon}{R} . \tag{3}$$

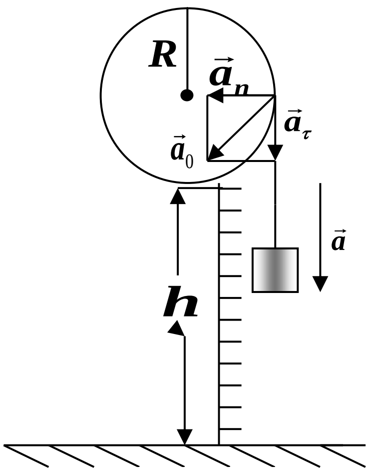

Рис.

Точки, расположенные на ободе колеса, движутся с полным ускорением $\vec{a}_0 = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ (см. рис. 3), где $\vec{a}_\tau$ - тангенциальная составляющая ускорения, направленная по касательной, равная по модулю ускорению поступательного движения тела, т.е. $a_\tau = a$;

$\vec{a}_n$ – нормальная составляющая ускорения, направленная к центру окружности и равная по модулю

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}. \qquad 4)$$

Модуль полного ускорения

$$a_0 = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \qquad (5)$$

Угловое ускорение маховика (блока, шкива) радиуса R:

$$\varepsilon = \frac{a_\tau}{R}. \qquad (6)$$

Порядок выполнения

1. Включить в сеть измерительную установку.

2. Наматывая нить на свободную ось или шкив, поднять тело, участвующее в поступательном движении, на высоту h (по заданию преподавателя).

3. Нажатием кнопки «СБРОС» обнулить показания электронного секундомера.

4. Освободить тело нажатием кнопки "ПУСК" и измерить время t прохождения телом высоты h.

5. Пункты 2-4 повторить 5 – 7 раз для одной и той же высоты h. Данные эксперимента занести в таблицу 1.

6. Записать в таблицу 2 погрешность секундомера (приборная погрешность) $\Delta t_{ПР}$.

7. Измерить штангенциркулем радиус шкива (оси) R, на который наматывается нить.

8. Занести в таблицу 3 значения h, R и абсолютные погрешности линейки Δh и штангенциркуля ΔR (приборные погрешности).

Таблица 1

	1	2	3	4	5	6	7	$\langle \boldsymbol{t} \rangle$
$\boldsymbol{t}$, с								
$\Delta \boldsymbol{t}$, с								
$(\Delta \boldsymbol{t})^2$, с^2								

Таблица 2

$S_{n,t}$	α	$t(n,\alpha)$	$\Delta t_{СЛ}$	$\Delta t_{ПР}$	Δt	δt
с	**–**	**–**	**с**	**с**	**с**	**-**

Обработка результатов измерений

1. Найти среднее арифметическое значение времени по формуле:

$$\langle t \rangle = \frac{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}{n},$$

где n – число измерений; занести среднее значение $\langle t \rangle$ в табл.1.

2. Найти абсолютные погрешности каждого измерения по формулам: $\Delta t_1 = \left| \langle t \rangle - t_1 \right|$; $\Delta t_2 = \left| \langle t \rangle - t_2 \right|$ и т.д.

3. Возвести в квадрат каждое значение Δt.

4. Вычислить среднюю квадратичную погрешность результата измерений среднего арифметического $S_{n,t}$ по формуле:

$$S_{n,t} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\Delta t_i)^2}{n(n-1)}}$$, занести в табл. 2.

5. Задать доверительную вероятность α (обычно $\alpha = 0{,}95$).

6. По таблице найти коэффициент Стьюдента $t(\alpha, n)$ для данного числа измерений n и вероятности α.

7. Найти случайную погрешность $\Delta t_{СЛ}$ по формуле $\Delta t_{СЛ} = t(\alpha, n) \cdot S_{n,t}$.

8. Найти абсолютную погрешность Δt по формуле:

$$\Delta t = \sqrt{(\Delta t_{СЛ})^2 + (\Delta t_{ПР})^2},$$

помня, что абсолютная погрешность **округляется до первой значащей цифры,** округляя в большую сторону**.**

9. Определить относительную погрешность δt по формуле:

$$\delta t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle}.$$

Относительную погрешность обычно округляют до двух значащих цифр.

10. Окончательный результат представить в виде:

$$t = \langle t \rangle \pm \Delta t,\ c.$$

11. По формулам (1) – (6) вычислить все кинематические характеристики движения, подставляя время, как среднее значение $\langle t \rangle$ из таблицы 1. Занести средние значения

кинематических характеристик $\langle a \rangle, \langle \upsilon \rangle, \langle \omega \rangle, \langle \varepsilon \rangle, \langle a_n \rangle, \langle a_0 \rangle$ в таблицу 3.

12. Вычислить относительные погрешности для высоты h и радиуса R по формулам:

$$\delta h = \frac{\Delta h}{h}; \qquad \delta R = \frac{\Delta R}{R}.$$ Занести в таблицу 3.

13. Вычислить относительные и абсолютные погрешности всех кинематических характеристик по следующим формулам:

$$\delta a = \delta h + 2\delta t \qquad \Delta a = \delta a \cdot \langle a \rangle$$

$$\delta \upsilon = \delta h + \delta t \qquad \Delta \upsilon = \delta \upsilon \cdot \langle \upsilon \rangle$$

$$\delta \omega = \delta \upsilon + \delta R \qquad \Delta \omega = \delta \omega \cdot \langle \omega \rangle$$

$$\delta \varepsilon = \delta a + \delta R \qquad \Delta \varepsilon = \delta \varepsilon \cdot \langle \varepsilon \rangle$$

$$\delta a_n = 2\delta \upsilon + \delta R \qquad \Delta a_n = \delta a_n . \langle a_\mathrm{n} \rangle$$

$$\delta a_0 = \frac{a_n \Delta a_n + a_\tau \Delta a_\tau}{a_0^2} \qquad \Delta a_0 = \delta a_0 \cdot \langle a_0 \rangle$$

Относительную погрешность обычно округляют до двух значащих цифр.

Абсолютная погрешность округляется до первой значащей цифры, округляя в большую сторону.

Результаты обработки косвенных измерений занести в табл. 3.

14. **Окончательный результат** записать в виде:

$$a = \langle a \rangle \pm \Delta a,\ м/c^2$$

$$\upsilon = \langle \upsilon \rangle \pm \Delta \upsilon,\ м/c$$

$$\omega = \langle \omega \rangle \pm \Delta \omega,\ рад/c$$

$$\varepsilon = \langle \varepsilon \rangle \pm \Delta \varepsilon,\ рад/c^2$$

$$a_n = \langle a_n \rangle \pm \Delta a_n,\ м/c^2$$

$$a_0 = \langle a_0 \rangle \pm \Delta a_0,\ м/c^2.$$

15. По проделанной работе сделать вывод.

Таблица 3

$h =$ $R =$	$\Delta h =$ 0,001 м $\Delta R =$ 0,0001 м		$\delta h =$ $\delta R =$			
	$\langle a \rangle$ $(\langle a_\tau \rangle)$	$\langle \upsilon \rangle$	$\langle \omega \rangle$	$\langle \varepsilon \rangle$	$\langle a_n \rangle$	$\langle a_0 \rangle$
	м/с^2	м/с	рад/с	рад/с^2	м/с^2	м/с^2
значение величины $\langle\ \rangle$						
относительная погрешность δ						
абсолютная погрешность Δ						

Приложение 1

Таблица некоторых значений

коэффициентов Стьюдента $t(\alpha, n)$

α \ n	2	3	4	5	6	7	10	30
0,9	6,3	2,9	2,4	2,1	2,0	1,9	1.8	1,7
0,95	12,7	4,3	3,2	2,8	2,6	2,4	2,3	2,0

Приложение 2

Точность вычислений

В итоге измерений или вычислений получается число, в котором различают цифры верные, не содержащие ошибок, и сомнительные, в которых содержатся погрешности.

Абсолютная погрешность показывает, в каком знаке определяемой величины содержится неточность. Поэтому абсолютная погрешность должна быть вычислена с точностью до первой значащей цифры (округление производится в большую сторону), а численное значение искомой величины должно оканчиваться на этом знаке (разряде).

Например, $t = 2,86745\ c$, $\Delta t = 0,0743\ c$. Округляем: $\Delta t = 0,0743\ c \approx 0,08\ c$, соответственно $t = 2,86745\ c \approx 2,87\ c$. Окончательный результат: $t = (2,87 \pm 0,08)\ c$.

В промежуточных вычислениях пишут ещё одну цифру, что даёт возможность более точно округлить окончательный результат.

Правила округления

1. При сложении (вычитании) приближённых чисел округление слагаемых производится до разряда, на единицу большего, чем разряд наименее точного числа. В окончательном результате сохраняется столько значащих цифр, сколько их в наименее точном числе.

Например,

$2,38+1,17273+1,026205 \approx 2,38+1,173+1,026 \approx 4,579 \approx 4,58$.

(здесь $2,38$ - наименее точное число).

Без округления это выглядело бы так:

$$2,38+1,17273+1,026205=4,578935 \approx 4,58.$$

2. При умножении (делении) приближённых чисел в каждом сомножителе остаётся столько значащих цифр, сколько их имеется в сомножителе с наименьшим числом цифр. В окончательном результате остаётся такое же число значащих цифр, какое имеется в сомножителях после их округления.

Например, $3,5273 \cdot 0,24 \approx 3,53 \cdot 0,24 = 0,8472 \approx 0,85$.

Без округления это выглядело бы так: $3,5273 \cdot 0,24 = 0,846552 \approx 0,85$.

3. При возведении в степень берётся столько значащих цифр, сколько их в основании степени. Например, $1,32^2 = 1,7424 \approx 1,74$.

4. При извлечении корня в результате берётся столько значащих цифр, сколько их в подкоренном выражении.

Например,

$$\sqrt{1,17 \cdot 10^{-18}} = 1,0816653826392 \cdot 10^{-9} \approx 1,08 \cdot 10^{-9}.$$

Контрольные вопросы

1. Описать ход работы, объясняя смысл всех операций. Знать все обозначения, используемые в таблицах.

2. Какие измерения называются прямыми, какие косвенными? Приведите примеры.

3. Что такое промах, систематическая и случайная погрешности?

4. Как находится абсолютная и относительная погрешности?

5. Как записать окончательный результат при прямых измерениях?

6. Что такое доверительная вероятность и доверительный интервал?

7. Знать последовательность операций при нахождении погрешности прямых измерений.

8. Знать последовательность операций при нахождении погрешности косвенных измерений.

9. Сколько значащих цифр должна иметь абсолютная погрешность результата измерений и почему?

10. Дать определения всех кинематических характеристик, знать формулы для их расчета и уметь определять направления их векторов.

11. Вывести формулы для определения $\delta\upsilon, \delta\omega, \delta\varepsilon$.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ

При выполнении работы необходимо убедиться, что все токоведущие части электрической схемы изолированы. категорически запрещается касаться руками или другими предметами зажимов цепи, находящихся под напряжением. по окончании работы обязательно отключить электрическую схему от источника напряжения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Благин А.В. Физика для инженеров / А.В. Благин, Т.С. Беликова, Т.П. Жданова и др. – Ростов-на-Дону.: ДГТУ, 2022. - 601 с.

2. Трофимова, Т. И. Физика. Краткий курс.: учебное пособие / Т. И. Трофимова. - Москва: КноРус, 2020. - 271 с.