



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра «Физика»

ВИРТУАЛЬНЫЙ ПРАКТИКУМ

Лабораторная работа № 26-В

«ФИЗИКА»

Сложение двух одинаково
направленных колебаний

Авторы
Жданова Т.П.
Кудря А.П.
Лемешко Г.Ф.
Лещёва О.А.

Ростов-на-Дону, 2022

Аннотация

Методические указания содержат краткое изложение теории гармонических колебаний, сложению однонаправленных колебаний одинаковой частоты и с немного отличающимися частотами, а также описание виртуального эксперимента, позволяющего наглядно убедиться в справедливости теоретических выводов.

Указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов при подготовке и проведении учебного виртуального эксперимента.

Авторы

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика»

Жданова Т.П.

ст. преподаватель кафедры «Физика»

Кудря А.П.

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика»

Лемешко Г.Ф.

ст. преподаватель кафедры «Физика»

Лещёва О.А.

Оглавление

Краткая теория.....	4
Описание установки.....	6
Выполнение работы.....	7
Задание 1. Получение негармонических колебаний.....	7
Задание 2. Получение когерентных колебаний.....	7
Задание 3. Получение биений.....	9
Контрольные вопросы.....	10
Список литературы.....	10

Цель работы. Исследовать влияние складываемых однонаправленных гармонических колебаний с различными параметрами на результирующее колебание.

Оборудование: персональный компьютер с программным обеспечением.

Краткая теория

Под **сложением колебаний** понимают нахождение закона результирующих колебаний системы в тех случаях, когда эта система одновременно участвует в нескольких колебательных процессах.

► Для сложения двух однонаправленных гармонических колебаний используют метод векторных диаграмм, согласно которому векторы $A_1(t)$ и $A_2(t)$ вращаются вокруг точки O против часовой стрелки с угловыми скоростями ω_1 и ω_2 (рис.1). Проекция каждого вектора на координатную ось OX изменяется по гармоническому закону:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2), \quad (1)$$

где $(\omega_1 t + \varphi_1)$ и $(\omega_2 t + \varphi_2)$ - фазы колебаний в момент времени t , а φ_1 и φ_2 - начальные фазы.

На рисунке 1 вектором амплитуды $A(t)$ результирующего колебания является диагональ параллелограмма, а модуль

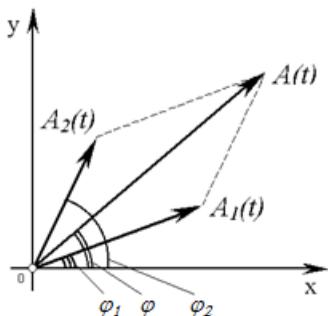


Рис.1

вектора A определяют по теореме косинусов:

$$A(t)^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2 - \omega_1 t - \varphi_1). \quad (2)$$

Если циклические частоты различны, то вектора $A_1(t)$ и $A_2(t)$ вращаются с различными угловыми скоростями, так что построенный на них параллелограмм непрерывно деформируется, а его диагональ - $A(t)$ изменяется по длине и вращается с переменной угловой скоростью. Проекция вектора $A(t)$ на ось OX дает негармонические и **некогерентные** колебания:

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2). \quad (3)$$

► Два колебательных процесса называются **когерентными**, если разность их фаз остаётся постоянной, а циклические частоты одинаковые ($\omega_1 = \omega_2 = \omega$).

Соответственно результирующие колебания являются гармоническими с той же циклической частотой ω , т.е.

$$x = x_1 + x_2 = A \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (4)$$

Из выражения (2) получаем, что амплитуда результирующих гармонических колебаний равна

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (5)$$

а из выражения (1) начальная фаза:

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}. \quad (6)$$

Амплитуда результирующего колебания зависит от разности фаз складываемых колебаний. Из уравнения (5) получаем:

1) если $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm 2k\pi$ ($k = 0, 1, 2, \dots$), то $A = A_1 + A_2$ (max);

2) если $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm(2k + 1)\pi$ ($k = 0, 1, 2, \dots$), то $A = |A_1 - A_2|$ (min);

► Негармонические колебания, получающиеся в результате наложения двух одинаково направленных гармонических колебаний с близкими частотами называются **биениями** (см. рис.2).

Рассмотрим два колебания одинаковой амплитуды без начальной фазы. Пусть частота одного колебания $\omega_1 = \omega$, а другого $\omega_2 = \omega + \Delta\omega$, где $\Delta\omega \ll \omega$, т.е.

$$x_1 = A \cos(\omega t), \quad x_2 = A \cos(\omega + \Delta\omega)t. \quad (7)$$

Уравнение результирующего колебания (**уравнение биений**) имеет вид:

$$x = x_1 + x_2 = \left| 2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \right| \cos(\omega t), \quad (8)$$

где $\left| 2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \right| = A_{\sigma}$ - **амплитуда биений**. (9)

Величина A_{σ} , характеризующая размах при биениях, изменяется в пределах от 0 до $2A$ с циклической частотой $\frac{\Delta\omega}{2}$, называемой

циклической частотой биений,

Поскольку циклические частоты слагаемых колебаний мало отличаются друг от друга, можно записать, что

$$\omega \approx \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, \quad (10)$$

а период колебаний равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (11)$$

Период биений равен

$$T^b = \frac{2\pi}{\Delta\omega}. \quad (12)$$

Описание установки

Панель виртуального эксперимента представлена на рисунке 2. В нижней части панели расположены регуляторы для установки параметров двух суммируемых гармонических колебаний: амплитуду, в мм; угловую скорость (циклическую частоту, в рад/с); начальную фазу, в градусах.

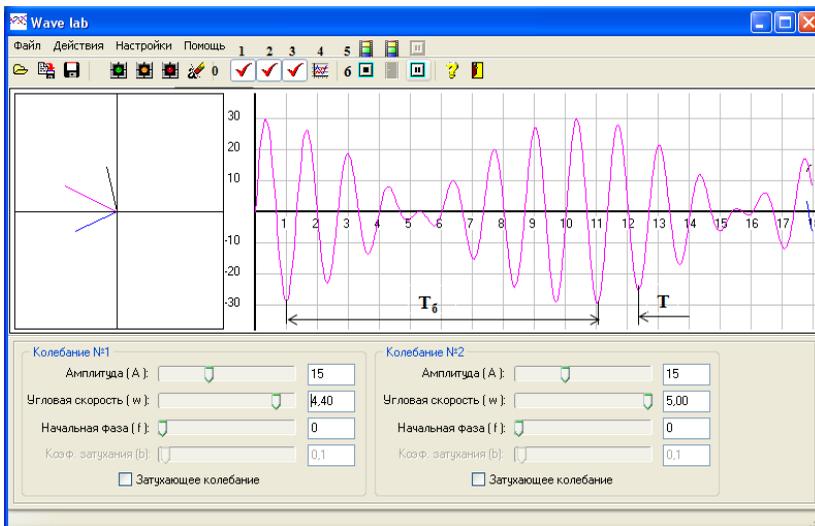


Рис. 2

С помощью закладки «Действия», или пиктограмм под закладкой, можно вывести графики суммируемых гармонических колебаний и график результирующего колебания. Стирание графиков

осуществляется пиктограммой «0».

Анимация вращения векторов A_1, A_2, A и их временные развертки осуществляются нажатием клавиш 1, 2, 3, 5, соответственно рис.2. В процессе работы программы клавиши 5 заменяются клавишами 6, позволяющими кратковременно остановить программу «Пауза» или ее закончить.

Перед выполнением работы установить скорость анимации (Задержка анимации) и цвет векторов и их временных разверток, в закладке «Настройки», которая также вызывается клавишей 4 (опции).

Назначение клавиш инициируется при наведении на них курсора. Ширину рабочей плоскости панели можно увеличить, путем захвата мышью вертикальной стороны панели и перемещения ее на определенное расстояние.

Выполнение работы

Задание 1. Получение негармонических колебаний.

1. Открыть папку «Сложение колебаний 1» и файл «Fizika 6».

2. Установить на главной панели первоначальные параметры:

$$A_1 = 15 \text{ мм}; \omega_1 = 1 \text{ рад/с}; \varphi_1 = 0; A_2 = 20 \text{ мм}; \omega_2 = 0,2; \varphi_2 = 0.$$

3. Запустить в работу программу и наблюдать за анимацией векторов амплитуд и их временными развертками.

4. Повторить пункты 2 и 3 для значений $\omega_2 = 2 \text{ рад/с}; 4 \text{ рад/с}$.

5. Повторить пункты 2 и 3 для $\omega_2 = 4 \text{ рад/с}$, поочередно устанавливая значения $\varphi_2 = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$.

6. Для последних параметров записать уравнения слагаемых гармонических колебаний (1) и результирующего негармонического колебания (3).

7. По выполненному заданию сделать вывод.

Задание 2. Получение когерентных колебаний.

1. Установить на главной панели произвольные значения амплитуд, из интервала 5-15 мм (например, $A_1 \approx 15 \text{ мм}, A_2 \approx 10 \text{ мм}$), и равные циклические частоты, из интервала 1–5 рад/с, начальные фазы $\varphi_1 = 0, \varphi_2 = 90^\circ$.

2. Запустить в работу программу и наблюдать за анимацией векторов амплитуд и их временными развертками.

3. Вычислить результирующую амплитуду, по формуле (5), и начальную фазу, по формуле (6).

4. Записать уравнения слагаемых гармонических колебаний (1) и результирующего когерентного колебания (4). Начальные фазы выразить

в радианах.

5. Повторить пункты 1-3 для $\varphi_2 = 0$ и $\varphi_2 = 180^\circ$. Результаты вычислений занести в таблицу 1.

Таблица1

	$\varphi_1 = 0$		$\omega_1 = \omega_2 = \omega$				
№	A_1	ω	A_2	φ_2	A	φ_0	Уравнения когерентных колебаний
п/п	мм	рад/с	мм	град	мм	град	
1	15	4	10	90			$x_1 =$ $x_2 =$ $x =$
2	15	4	10	0			$x_1 =$ $x_2 =$ $x =$
3	15	4	10	180			$x_1 =$ $x_2 =$ $x =$
4	10	2	10	90			$x_1 =$ $x_2 =$ $x =$
5	10	2	1	0			$x_1 =$ $x_2 =$ $x =$
6	10	2	10	180			$x_1 =$ $x_2 =$ $x =$

6. Повторить пункты 1-5 для произвольных равных амплитуд, из интервала 5-15 мм, и циклических частот, из интервала 1-5 рад/с. Результаты вычислений занести в таблицу 1.

7. По выполненному заданию сделать вывод.

Задание 3. Получение биений.

1. Установить на главной панели: произвольные значения равных амплитуд ($A_1 = A_2$), из интервала 5-15мм; циклическую частоту $\omega_1 = 5$ рад/с; циклическую частоту $\omega_2 = 4,4$ рад/с; начальные фазы $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$.

2. В панели «Настройки» (опции) установить: «Шаг дискретизации при построении» и «Шаг времени при анимации» - 0,100; цвет векторов и их временных разверток; скорость анимации, регулятором «Задержка анимации» ($\approx 200\text{ms}$); увеличить ширину рабочей плоскости панели.

3. Запустить в работу программу и наблюдать за анимацией векторов амплитуд и их временными развертками.

4. По полученной развертке измерить:

- амплитуду биений $A_{\text{эксп}}$;
- период колебаний $T_{\text{эксп}}$;
- период биений $T_{\text{эксп}}^{\bar{\delta}}$.

5. Вычислить:

- циклическую частоту слагаемых колебаний (10);
- амплитуду биений $A_{\text{теор}}$ (9);
- период колебаний $T_{\text{теор}}$ (11);
- период биений $T_{\text{теор}}^{\bar{\delta}}$ (12).

Оценить погрешности измерений по формулам:

$$\delta A = \frac{|A_{\text{теор}} - A_{\text{эксп}}|}{A_{\text{теор}}}, \delta T = \frac{|T_{\text{теор}} - T_{\text{эксп}}|}{T_{\text{теор}}}, \delta T^{\bar{\delta}} = \frac{|T_{\text{теор}}^{\bar{\delta}} - T_{\text{эксп}}^{\bar{\delta}}|}{T_{\text{теор}}^{\bar{\delta}}}.$$

6. Записать уравнения суммируемых колебаний (7) и уравнение биений (8).

7. Измерения и вычисления занести в таблицу 2.

Таблица 2

$\omega_1 = 5 \text{ рад/с}$		$\omega_2 = 4,4 \text{ рад/с}$		$\Delta\omega = 0,6 \text{ рад/с}$		$\omega = \text{ рад/с}$		
$A_{\text{эксн}}$	$A_{\text{теор}}$	δA	$T_{\text{эксн}}$	$T_{\text{теор}}$	δT	$T_{\text{эксн}}^b$	$T_{\text{теор}}^b$	δT^b
мм	мм	%	с	с	%	с	с	%
Уравнения суммируемых колебаний								
Уравнение биений								

8. По выполненному заданию сделать вывод.

Контрольные вопросы

1. При каких параметрах двух слагаемых гармонических колебаний получают некогерентные результирующие колебания? Каким уравнением они описываются?
2. При каких параметрах двух слагаемых гармонических колебаний получают результирующие когерентные колебания? Каким уравнением они описываются?
3. Как определить амплитуду и начальную фазу результирующих когерентных колебаний?
4. При каких условиях возникают максимумы и минимумы?
5. При каких условиях возникают биения?
6. Записать уравнение биений.
7. Записать амплитуду биений. В каких пределах она меняется?
8. Как влияет увеличение разности циклических частот суммируемых колебаний на периоды колебаний и биений?

Список литературы

1. Савельев И.В. Курс физики. Т 2. М.: Наука. 2008. §§44,50.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа. 2010. §§116,131.