



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
УПРАВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра «ФИЗИКА»

## Виртуальный практикум

Лабораторная работа № 25-В

ВЫНУЖДЕННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ  
КОЛЕБАНИЯ

Авторы  
Жданова Т.П.  
Кудря А.П.  
Лемешко Г.Ф.  
Холодова О.М.

Ростов-на-Дону, 2022

## Аннотация

Практикум содержит краткое изложение теории вынужденных электромагнитных колебаний, метод векторных диаграмм, а также описание виртуального эксперимента, позволяющего моделировать вынужденные электромагнитные колебания в колебательном контуре.

Методические указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов при подготовке и проведении учебного виртуального эксперимента.

## Авторы

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика»

Жданова Т.П.

ст. преподаватель кафедры «Физика»

Кудря А.П.

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика»

Лемешко Г.Ф.

ст. преподаватель кафедры «Физика»

Холодова О.М.



Цель работы. Познакомиться: 1) с физическими процессами, протекающими в колебательном контуре при вынужденных колебаниях; 2) с компьютерной иллюстрацией динамики указанных процессов.

Оборудование: персональный компьютер с программным обеспечением.

### Краткая теория

Для получения вынужденных электрических колебаний в колебательном контуре, необходимо в разрыв контура подключить внешний источник с ЭДС (рис.1), изменяющийся по гармоническому закону:  $E = E_m \cos \omega t$ .

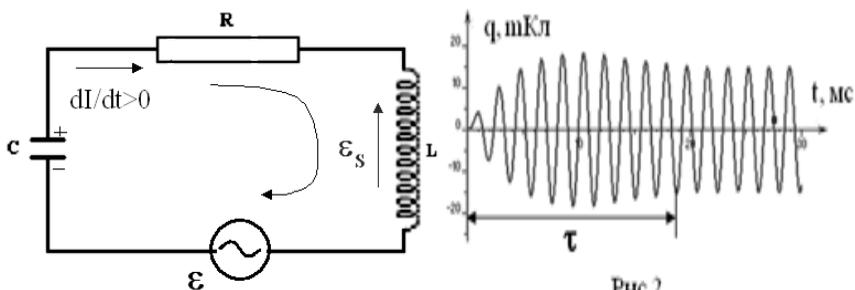


Рис.1

Рис.2

Пусть в некоторый момент времени ток в контуре нарастает (рис.1). Выбрав направление обхода контура по часовой стрелке, запишем второе правило Кирхгофа

$$U_R + U_C = E_S + E, \quad (1)$$

где:  $U_R$  – падение напряжения на сопротивлении  $R$ ;  $U_C$  – напряжение на конденсаторе  $C$ ;  $E_S$  – ЭДС самоиндукции в катушке индуктивности  $L$ ;  $E$  – внешняя ЭДС.

Учитывая, что  $I = \frac{dq}{dt}$ , а в уравнении (1)  $U_R = IR = R \frac{dq}{dt}$ ,

$U_C = \frac{q}{C}$ ,  $E_S = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d^2q}{dt^2}$ , перепишем его в виде:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E \quad (2)$$

Разделив (2) на  $L$  и введя обозначения  $\frac{R}{L} = 2\beta$ ,  $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ ,

получим неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{E}{L} \quad (3)$$

где  $\beta$  – коэффициент затухания,  $\omega_0$  – циклическая частота незатухающих колебаний.

Решение этого неоднородного дифференциального уравнения равно сумме  $q = q_1(t) + q_2(t)$  общего решения соответствующего однородного уравнения  $q_1(t) = q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$  и частного решения неоднородного уравнения  $q_2(t)$ , где  $q_m$ ,  $\varphi$ ,  $\omega$  – соответственно амплитуда заряда, начальная фаза и циклическая частота затухающих колебаний ( $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ ).

Однако  $q_1(t)$  играет роль только в течение времени  $\tau$  восстановления колебаний, т.е. при  $t \leq \tau$  (рис.2). Следовательно для  $t > \tau$   $q = q_2(t)$ .

Частное решение уравнения имеет вид:

$$q = q_m \cos(\omega t - \psi), \quad (4)$$

где  $\psi = \varphi + \pi/2$  – разность фаз между колебаниями заряда и внешней ЭДС, а  $\varphi$  – разность фаз между током и внешней ЭДС.

$$\text{Напряжение на конденсаторе } U_C = \frac{q_m}{C} \cos(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}), \quad (5)$$

где  $\frac{q_m}{C} = U_{Cm}$  – амплитуда напряжения на конденсаторе.

Сила тока в контуре

$$I = -\omega \cdot q_m \sin(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}) = I_m \cos(\omega t - \varphi), \quad (6)$$

где  $\omega \cdot q_m = I_m$  – амплитуда тока в контуре.

Напряжение на сопротивлении

$$U_R = I_m R \cos(\omega t - \varphi) = U_{Rm} \cos(\omega t - \varphi), \quad (7)$$

где  $I_m \cdot R = U_{Rm}$  – амплитуда напряжения на сопротивлении.

Напряжение на катушке индуктивности

$$U_L = E_S = -L\omega^2 \cdot q_m \sin(\omega t - \varphi) = U_{Lm} \cos(\omega t - \varphi + \pi / 2), \quad (8)$$

где  $L\omega^2 \cdot q_m = U_{Lm}$  - амплитуда напряжения на катушке.

Представим уравнение (1) в виде  $U_R + U_C + U_L = E_m \cos \omega t$  и подставим в него уравнения (5)-(8):

$$U_{Rm} \cos(\omega t - \varphi) + U_{Cm} \cos(\omega t - \varphi - \pi / 2) + U_{Lm} \cos(\omega t - \varphi + \pi / 2) = E_m \cos \omega t. \quad (9)$$

Величины, стоящие в (9) перед косинусами, являются векторами, а их фазовые соотношения указаны в аргументах косинусов.

На основании (9) построим векторную диаграмму (рис.3), из которой следует, что

$$(U_{Lm} - U_{Cm})^2 + U_{Rm}^2 = I_m^2 \left( \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 + R^2 \right), \text{ а амплитуда силы}$$

тока

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} = \frac{E_m}{Z}, \quad (10)$$

где:  $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2}$  - импеданс контура;

$\omega \cdot L = X_L$ ,  $\frac{1}{\omega C} = X_C$  - соответственно индуктивное и ёмкостное сопротивление контура.

$$\text{Получаем: } Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (11)$$

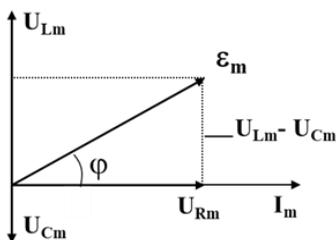


Рис.3

Из векторной диаграммы видно, что

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_{Lm} - U_{Cm}}{U_{Rm}} = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (12)$$

Из анализа (12) следует:

1) если  $X_L > X_C$  ( $\omega > \omega_0$ ), то ток отстает по фазе от

приложенного ЭДС на  $\varphi$ ;

2) если  $X_L < X_C (\omega < \omega_0)$ , то ток опережает по фазе приложенное ЭДС на  $\varphi$ ;

3) если  $X_L = X_C (\omega = \omega_0)$ , то ток совпадает по фазе с приложенным ЭДС.

При равенстве индуктивного и емкостного сопротивлений  $X_L = X_C$  наступает резонанс, при котором величина тока в контуре достигает максимального значения  $I_{m0}$  (см.(10)). Разделим амплитуду тока  $I_m$  при любой частоте на  $I_{m0}$  и построим график зависимости

$\frac{I_m}{I_{m0}}(\omega)$  (рис.4). Из этого графика можно определить

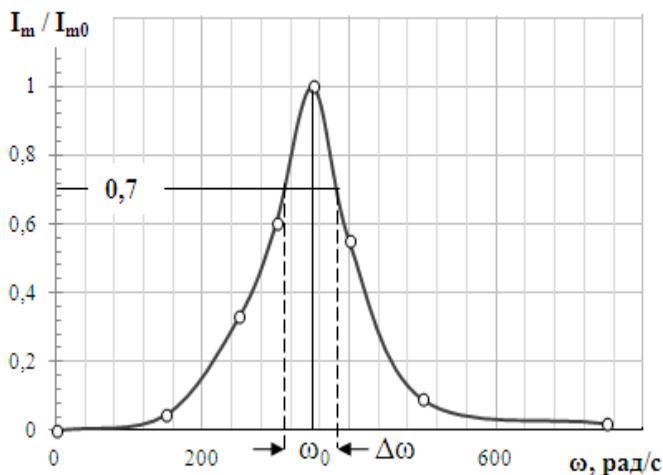


Рис. 4

ширину полосы пропускания  $\Delta\omega$  контура, которая берется на высоте 0,7.

При небольшом коэффициенте затухания  $\beta$  добротность  $Q$  колебательного контура можно определить путем деления резонансной частоты  $\omega_0$  на ширину полосы пропускания  $\Delta\omega$

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} . \quad (13)$$

## Подготовка к эксперименту

1. Открыть папку «Вынужденные электрические колебания» и файл «Project1».
2. Познакомиться с рабочей панелью (рис.5).

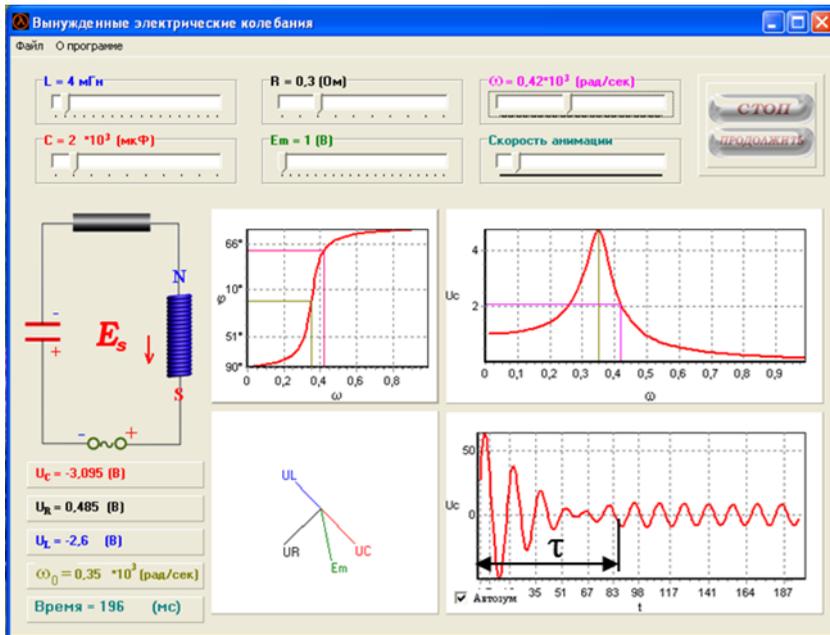


Рис. 5

3. В четырех окнах рабочей панели представлены (слева направо): фазовая зависимость от частоты между током в контуре и внешней ЭДС; зависимость амплитуды напряжения  $U_C$  на конденсаторе от частоты; векторная диаграмма; временная развертка текущего напряжения на конденсаторе.

4. В верхней части панели расположены органы управления, с помощью которых устанавливаются: величину индуктивности  $L$ , емкости  $C$  и сопротивления контура  $R$ ; циклическую частоту  $\omega$  и амплитуду  $E_m$  внешней ЭДС; скорости анимации.

5. В левой части панели расположена модель колебательного контура, с помощью которой отображаются в динамике полярность напряжений на конденсаторе и внешней ЭДС, направление ЭДС самоиндукции в катушке индуктивности и направление магнитного поля.

6. Под контуром отображаются: текущие значения напряжений на конденсаторе, сопротивлении и катушке индуктивности; циклическая частота собственных колебаний контура; время эксперимента.

## Выполнение работы

**Задание 1.** Исследование влияния сопротивления колебательного контура на его характеристики

1. С помощью регуляторов «С», «L», «E<sub>m</sub>» установить на рабочей панели: 1) емкость конденсатора из интервала 1 – 10 мкФ; 2) индуктивность катушки из интервала 3-20 мГн; 4) амплитуду внешней ЭДС из интервала 1-10В. Занести данные в таблицу 1.

Таблица 1

С, мкФ	L, мГн	E <sub>m</sub> , В
2·10 <sup>3</sup>	2	5

2. Установить флажок в окошке «Автозум».
3. Установить частоту  $\omega$  внешней ЭДС примерно в два раза меньше  $\omega_0$ . Занести в таблицу 2.

4. Установить первое значение сопротивления контура ( $R=0,1 \text{ Ом}$ ).

5. Запустить программу в работу клавишей «Пуск» и, наблюдая за временной разверткой  $U(t)$ , дождаться начала вынужденных колебаний с постоянной амплитудой. Остановить работу программы клавишей «Пауза». По оси времени  $t$  измерить время  $\tau$  восстановления вынужденных колебаний (см. рис.5). Зафиксировать при этом амплитудное значение напряжения на конденсаторе  $U_m$ .

4. Для установленной частоты вычислить индуктивное сопротивление ( $X_L = \omega \cdot L$ ) и емкостное сопротивление

$$(X_C = \frac{1}{\omega C}).$$

5. Вычислить: полное сопротивление контура  $Z$  по формуле (11); разность фаз  $\varphi$  между током в контуре и внешней ЭДС по формуле (12).

6. Вычислить амплитудное значение тока в контуре ( $I_m = \frac{U_m}{Z}$ ).

10. Повторить пункты 5– 9 для сопротивлений контура  $R=0,5 \text{ Ом}$  и  $R=0,9 \text{ Ом}$ .

11. Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 2.

## ФИЗИКА

Таблица 2

$\omega = 0,2 \cdot 10^3$ рад/с		$X_L =$			$X_C =$				
	R	$\omega_0$	$\tau$	$U_m$	$I_m$	Z	$\text{tg}\varphi$	$\varphi$	
	Ом	рад/с	с	В	А	Ом	-	-	-
1	0,1	$0,408 \cdot 10^3$							
2	0,5	$0,391 \cdot 10^3$							
3	0,9	$0,349 \cdot 10^3$							

12. Установить частоту внешней ЭДС  $\omega > \omega_0$ .

13. Повторить пункты 4-10, занести данные в таблицу 3.

Таблица 3

$\omega = 0,7 \cdot 10^3$ рад/с		$X_L =$			$X_C =$				
	R	$\omega_0$	$\tau$	$U_m$	$I_m$	Z	$\text{tg}\varphi$	$\varphi$	
	Ом	рад/с	с	В	А	Ом	-	-	-
1	0,1	$0,408 \cdot 10^3$							
2	0,5	$0,391 \cdot 10^3$							
3	0,9	$0,349 \cdot 10^3$							

14. Установить частоту внешней ЭДС  $\omega = \omega_0$ .

15. Повторить пункты 4-10, занести данные в таблицу 4.

Таблица 4

$\omega$		$X_L =$			$X_C =$				
	R	$\omega_0$	$\tau$	$U_m$	$I_m$	Z	$\text{tg}\varphi$	$\varphi$	
	Ом	рад/с	с	В	А	Ом	-	-	-
1	0,1	$0,408 \cdot 10^3$							
2	0,5	$0,391 \cdot 10^3$							
3	0,9	$0,349 \cdot 10^3$							

16. По выполненному заданию сделать вывод.

## ФИЗИКА

Задание 2. *Определение полосы пропускания и добротности колебательного контура по резонансной кривой*

С помощью регуляторов « С », « L », « E<sub>m</sub> », « R » установить на рабочей панели: 1) емкость конденсатора  $C=2 \cdot 10^3 \text{ мкФ}$ ; 2) индуктивность катушки  $L=2 \text{ мГн}$ ; 3) сопротивление контура  $R=0,1 \text{ Ом}$ , 4)  $E_m = 1 \text{ В}$ .

1. Выбрать по три значения  $\omega$ , отличающихся от  $\omega_0$  примерно на 15, 30 и 45%, как в большую, так и в меньшую сторону. Занести в таблицу 5.
2. Установить первое значение циклической частоты  $\omega$ .
3. Запустить программу в работу клавишей «Пуск» и, дождавшись начала вынужденных колебаний с постоянной амплитудой, остановить (клавишей «Пауза»), зафиксировав амплитудное значение напряжения  $U_m$ .
4. Вычислить для каждой  $\omega$  индуктивное  $X_L$ , емкостное  $X_C$  сопротивления и импеданс  $Z$  колебательного контура по формулам (11).
5. Вычислить амплитудное значение силы тока в контуре ( $I_m = \frac{U_m}{Z}$ ).

Таблица 5

	$\omega$ $\times 10^3$	$U_m$	$X_L$	$X_C$	$Z$	$I_m$	$\frac{I_m}{I_{m0}}$
	рад/с	В	Ом	Ом	Ом	А	-
1	0,1						
2	0,2						
3	0,3						
4	0,408						1
5	0,5						
6	0,6						
7	0,7						
$\Delta\omega =$			$Q =$				

6. Повторить пункты 3 – 5 для остальных циклических частот.
7. Каждое значение амплитуды тока  $I_m$  разделить на

максимальную амплитуду тока  $I_{m0}$ , соответствующую резонансной частоте  $\omega_0$ .

9. Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 5.
10. Построить график зависимости  $\frac{I_m}{I_{m0}}(\omega)$ .
11. На уровне 0,7 графика определить полосу пропускания  $\Delta\omega$  колебательного контура (рис.4), а по формуле (13) вычислить добротность контура  $Q$ .
12. По выполненному заданию сделать вывод.

#### *Контрольные вопросы*

1. Что такое колебательный контур? Какие физические процессы протекают в колебательном контуре?
2. Приведите дифференциальное уравнение вынужденных колебаний в реальном колебательном контуре и его решение?
3. Дайте определения основным характеристикам реального колебательного контура:  $L$ ,  $C$ ,  $R$ ,  $\omega_0$ ,  $\beta$ ,  $Q$ .
4. Как с помощью векторной диаграммы определить амплитуду тока в контуре и фазовые соотношения между током и внешней ЭДС?
5. В каких случаях ток в колебательном контуре отстает, опережает или совпадает по фазе по отношению к внешней ЭДС?
6. Как по резонансной кривой для силы тока определить ширину полосы пропускания колебательного контура?
7. Как можно определить добротность колебательного контура?

#### *Список литературы*

1. Трофимова Т. И. Курс физики.- М.: Высш. шк., 2016
2. Грабовский Р.И. Курс физики - СПб.: Лань, 2012