



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра «ФИЗИКА»

Виртуальный практикум

Лабораторная работа № 25-В

ВЫНУЖДЕННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ
КОЛЕБАНИЯ

Авторы
Жданова Т.П.
Кудря А.П.
Лемешко Г.Ф.
Холодова О.М.

Ростов-на-Дону, 2022

Аннотация

Практикум содержит краткое изложение теории вынужденных электромагнитных колебаний, метод векторных диаграмм, а также описание виртуального эксперимента, позволяющего моделировать вынужденные электромагнитные колебания в колебательном контуре.

Методические указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов при подготовке и проведении учебного виртуального эксперимента.

Авторы

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика»

Жданова Т.П.

ст. преподаватель кафедры «Физика»

Кудря А.П.

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика»

Лемешко Г.Ф.

ст. преподаватель кафедры «Физика»

Холодова О.М.

Оглавление

Краткая теория.....	4
Подготовка к эксперименту.....	8
Выполнение работы.....	9
Задание 1. <i>Исследование влияния сопротивления колебательного контура на его характеристики.</i>	9
Задание 2. <i>Определение полосы пропускания и добротности колебательного контура по резонансной кривой.</i>	11
Контрольные вопросы.....	12
Список литературы.....	12

Цель работы. Познакомиться: 1) с физическими процессами, протекающими в колебательном контуре при вынужденных колебаниях; 2) с компьютерной иллюстрацией динамики указанных процессов.

Оборудование: персональный компьютер с программным обеспечением.

Краткая теория

Для получения вынужденных электрических колебаний в колебательном контуре, необходимо в разрыв контура подключить внешний источник с ЭДС (рис.1), изменяющийся по гармоническому закону: $E = E_m \cos \omega t$.

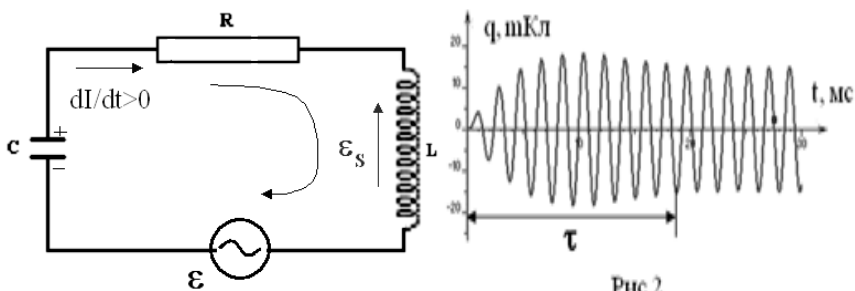


Рис.1

Пусть в некоторый момент времени ток в контуре нарастает (рис.1). Выбрав направление обхода контура по часовой стрелке, запишем второе правило Кирхгофа

$$U_R + U_C = E_S + E, \quad (1)$$

где: U_R – падение напряжения на сопротивлении R ; U_C – напряжение на конденсаторе C ; E_S – ЭДС самоиндукции в катушке индуктивности L ; E – внешняя ЭДС.

Учитывая, что $I = \frac{dq}{dt}$, а в уравнении (1) $U_R = IR = R \frac{dq}{dt}$,

$U_C = \frac{q}{C}$, $E_S = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d^2q}{dt^2}$, перепишем его в виде:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E \quad (2)$$

Разделив (2) на L и введя обозначения $\frac{R}{L} = 2\beta$, $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$,

получим неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{E}{L} \quad (3)$$

где β – коэффициент затухания, ω_0 – циклическая частота незатухающих колебаний.

Решение этого неоднородного дифференциального уравнения равно сумме $q = q_1(t) + q_2(t)$ общего решения соответствующего однородного уравнения $q_1(t) = q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$ и частного решения неоднородного уравнения $q_2(t)$, где q_m , φ , ω – соответственно амплитуда заряда, начальная фаза и циклическая частота затухающих колебаний ($\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$).

Однако $q_1(t)$ играет роль только в течение времени τ восстановления колебаний, т.е. при $t \leq \tau$ (рис.2). Следовательно для $t > \tau$ $q = q_2(t)$.

Частное решение уравнения имеет вид:

$$q = q_m \cos(\omega t - \psi), \quad (4)$$

где $\psi = \varphi + \pi/2$ – разность фаз между колебаниями заряда и внешней ЭДС, а φ – разность фаз между током и внешней ЭДС.

$$\text{Напряжение на конденсаторе } U_C = \frac{q_m}{C} \cos(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}), \quad (5)$$

где $\frac{q_m}{C} = U_{Cm}$ – амплитуда напряжения на конденсаторе.

Сила тока в контуре

$$I = -\omega \cdot q_m \sin(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}) = I_m \cos(\omega t - \varphi), \quad (6)$$

где $\omega \cdot q_m = I_m$ – амплитуда тока в контуре.

Напряжение на сопротивлении

$$U_R = I_m R \cos(\omega t - \varphi) = U_{Rm} \cos(\omega t - \varphi), \quad (7)$$

где $I_m \cdot R = U_{Rm}$ – амплитуда напряжения на сопротивлении.

Напряжение на катушке индуктивности

$$U_L = E_S = -L\omega^2 \cdot q_m \sin(\omega t - \varphi) = U_{Lm} \cos(\omega t - \varphi + \pi/2), \quad (8)$$

где $L\omega^2 \cdot q_m = U_{Lm}$ - амплитуда напряжения на катушке.

Представим уравнение (1) в виде $U_R + U_C + U_L = E_m \cos \omega t$ и подставим в него уравнения (5)-(8):

$$U_{Rm} \cos(\omega t - \varphi) + U_{Cm} \cos(\omega t - \varphi - \pi/2) + U_{Lm} \cos(\omega t - \varphi + \pi/2) = E_m \cos \omega t. \quad (9)$$

Величины, стоящие в (9) перед косинусами, являются векторами, а их фазовые соотношения указаны в аргументах косинусов.

На основании (9) построим векторную диаграмму (рис.3), из которой следует, что

$$(U_{Lm} - U_{Cm})^2 + U_{Rm}^2 = I_m^2 \left(\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 + R^2 \right), \text{ а амплитуда силы}$$

тока

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} = \frac{E_m}{Z}, \quad (10)$$

где: $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2}$ - импеданс контура;

$\omega \cdot L = X_L$, $\frac{1}{\omega C} = X_C$ - соответственно индуктивное и ёмкостное сопротивление контура.

$$\text{Получаем: } Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (11)$$

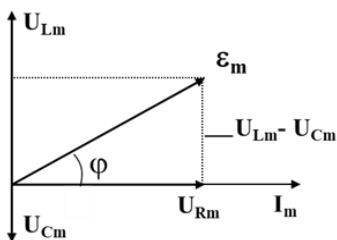


Рис.3

Из векторной диаграммы видно, что

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_{Lm} - U_{Cm}}{U_{Rm}} = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (12)$$

Из анализа (12) следует:

- 1) если $X_L > X_C$ ($\omega > \omega_0$), то ток отстает по фазе от

приложенного ЭДС на φ ;

2) если $X_L < X_C (\omega < \omega_0)$, то ток опережает по фазе приложенное ЭДС на φ ;

3) если $X_L = X_C (\omega = \omega_0)$, то ток совпадает по фазе с приложенным ЭДС.

При равенстве индуктивного и емкостного сопротивлений $X_L = X_C$ наступает резонанс, при котором величина тока в контуре достигает максимального значения I_{m0} (см.(10)). Разделим амплитуду тока I_m при любой частоте на I_{m0} и построим график зависимости

$\frac{I_m}{I_{m0}}(\omega)$ (рис.4). Из этого графика можно определить

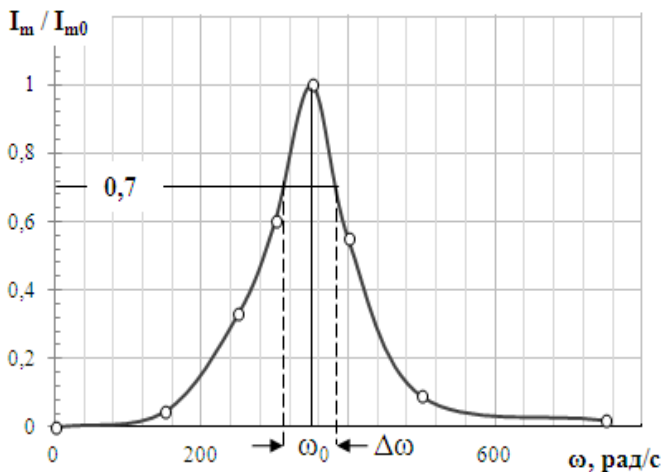


Рис. 4

ширину полосы пропускания $\Delta\omega$ контура, которая берется на высоте 0,7.

При небольшом коэффициенте затухания β добротность Q колебательного контура можно определить путем деления резонансной частоты ω_0 на ширину полосы пропускания $\Delta\omega$

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} . \quad (13)$$

Подготовка к эксперименту

1. Открыть папку «Вынужденные электрические колебания» и файл «Project1».
2. Познакомиться с рабочей панелью (рис.5).

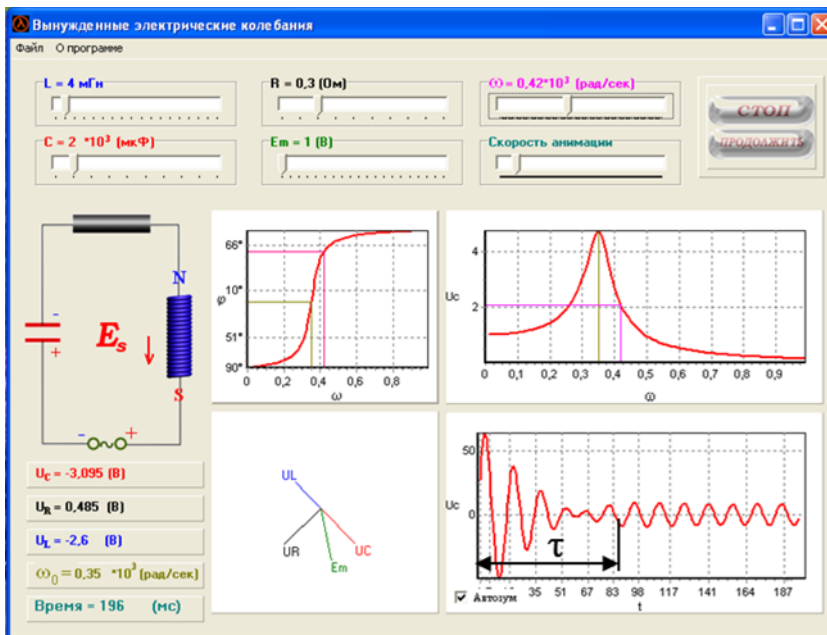


Рис. 5

3. В четырех окнах рабочей панели представлены (слева направо): фазовая зависимость от частоты между током в контуре и внешней ЭДС; зависимость амплитуды напряжения U_C на конденсаторе от частоты; векторная диаграмма; временная развертка текущего напряжения на конденсаторе.

4. В верхней части панели расположены органы управления, с помощью которых устанавливаются: величину индуктивности L , емкости C и сопротивления контура R ; циклическую частоту ω и амплитуду E_m внешней ЭДС; скорости анимации.

5. В левой части панели расположена модель колебательного контура, с помощью которой отображаются в динамике полярность напряжений на конденсаторе и внешней ЭДС, направление ЭДС самоиндукции в катушке индуктивности и направление магнитного поля.

6. Под контуром отображаются: текущие значения напряжений на конденсаторе, сопротивлении и катушке индуктивности; циклическая частота собственных колебаний контура; время эксперимента.

Выполнение работы

Задание 1. Исследование влияния сопротивления колебательного контура на его характеристики

1. С помощью регуляторов «С», «L», «E_m» установить на рабочей панели: 1) емкость конденсатора из интервала 1 – 10 мкФ; 2) индуктивность катушки из интервала 3-20 мГн; 4) амплитуду внешней ЭДС из интервала 1-10В. Занести данные в таблицу 1.

Таблица 1

С, мкФ	L, мГн	E _m , В
2·10 ³	2	5

2. Установить флажок в окошке «Автозум».
3. Установить частоту ω внешней ЭДС примерно в два раза меньше ω_0 . Занести в таблицу 2.

4. Установить первое значение сопротивления контура ($R=0,1 \text{ Ом}$).

5. Запустить программу в работу клавишей «Пуск» и, наблюдая за временной разверткой $U(t)$, дождаться начала вынужденных колебаний с постоянной амплитудой. Остановить работу программы клавишей «Пауза». По оси времени t измерить время τ восстановления вынужденных колебаний (см. рис.5). Зафиксировать при этом амплитудное значение напряжения на конденсаторе U_m .

4. Для установленной частоты вычислить индуктивное сопротивление ($X_L = \omega \cdot L$) и емкостное сопротивление

$$(X_C = \frac{1}{\omega C}).$$

5. Вычислить: полное сопротивление контура Z по формуле (11); разность фаз φ между током в контуре и внешней ЭДС по формуле (12).

6. Вычислить амплитудное значение тока в контуре ($I_m = \frac{U_m}{Z}$).

10. Повторить пункты 5– 9 для сопротивлений контура $R=0,5 \text{ Ом}$ и $R=0,9 \text{ Ом}$.

11. Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 2.

ФИЗИКА

Таблица 2

$\omega = 0,2 \cdot 10^3$ рад/с		$X_L =$			$X_C =$				
	R	ω_0	τ	U_m	I_m	Z	$\text{tg}\varphi$	φ	
	Ом	рад/с	с	В	А	Ом	-	-	-
1	0,1	$0,408 \cdot 10^3$							
2	0,5	$0,391 \cdot 10^3$							
3	0,9	$0,349 \cdot 10^3$							

12. Установить частоту внешней ЭДС $\omega > \omega_0$.

13. Повторить пункты 4-10, занести данные в таблицу 3.

Таблица 3

$\omega = 0,7 \cdot 10^3$ рад/с		$X_L =$			$X_C =$				
	R	ω_0	τ	U_m	I_m	Z	$\text{tg}\varphi$	φ	
	Ом	рад/с	с	В	А	Ом	-	-	-
1	0,1	$0,408 \cdot 10^3$							
2	0,5	$0,391 \cdot 10^3$							
3	0,9	$0,349 \cdot 10^3$							

14. Установить частоту внешней ЭДС $\omega = \omega_0$.

15. Повторить пункты 4-10, занести данные в таблицу 4.

Таблица 4

ω		$X_L =$			$X_C =$				
	R	ω_0	τ	U_m	I_m	Z	$\text{tg}\varphi$	φ	
	Ом	рад/с	с	В	А	Ом	-	-	-
1	0,1	$0,408 \cdot 10^3$							
2	0,5	$0,391 \cdot 10^3$							
3	0,9	$0,349 \cdot 10^3$							

16. По выполненному заданию сделать вывод.

ФИЗИКА

Задание 2. *Определение полосы пропускания и добротности колебательного контура по резонансной кривой*

С помощью регуляторов « С », « L », « E_m », « R » установить на рабочей панели: 1) емкость конденсатора $C=2 \cdot 10^3 \text{ мкФ}$; 2) индуктивность катушки $L=2 \text{ мГн}$; 3) сопротивление контура $R=0,1 \text{ Ом}$, 4) $E_m = 1 \text{ В}$.

1. Выбрать по три значения ω , отличающихся от ω_0 примерно на 15, 30 и 45%, как в большую, так и в меньшую сторону. Занести в таблицу 5.
2. Установить первое значение циклической частоты ω .
3. Запустить программу в работу клавишей «Пуск» и, дождавшись начала вынужденных колебаний с постоянной амплитудой, остановить (клавишей «Пауза»), зафиксировав амплитудное значение напряжения U_m .
4. Вычислить для каждой ω индуктивное X_L , емкостное X_C сопротивления и импеданс Z колебательного контура по формулам (11).
5. Вычислить амплитудное значение силы тока в контуре ($I_m = \frac{U_m}{Z}$).

Таблица 5

	ω $\times 10^3$	U_m	X_L	X_C	Z	I_m	$\frac{I_m}{I_{m0}}$
	рад/с	В	Ом	Ом	Ом	А	-
1	0,1						
2	0,2						
3	0,3						
4	0,408						1
5	0,5						
6	0,6						
7	0,7						
$\Delta\omega =$			$Q =$				

6. Повторить пункты 3 – 5 для остальных циклических частот.
7. Каждое значение амплитуды тока I_m разделить на

ФИЗИКА

максимальную амплитуду тока I_{m0} , соответствующую резонансной частоте ω_0 .

9. Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 5.
10. Построить график зависимости $\frac{I_m}{I_{m0}}(\omega)$.
11. На уровне 0,7 графика определить полосу пропускания $\Delta\omega$ колебательного контура (рис.4), а по формуле (13) вычислить добротность контура Q .
12. По выполненному заданию сделать вывод.

Контрольные вопросы

1. Что такое колебательный контур? Какие физические процессы протекают в колебательном контуре?
2. Приведите дифференциальное уравнение вынужденных колебаний в реальном колебательном контуре и его решение?
3. Дайте определения основным характеристикам реального колебательного контура: L , C , R , ω_0 , β , Q .
4. Как с помощью векторной диаграммы определить амплитуду тока в контуре и фазовые соотношения между током и внешней ЭДС?
5. В каких случаях ток в колебательном контуре отстает, опережает или совпадает по фазе по отношению к внешней ЭДС?
6. Как по резонансной кривой для силы тока определить ширину полосы пропускания колебательного контура?
7. Как можно определить добротность колебательного контура?

Список литературы

1. Трофимова Т. И. Курс физики.- М.: Высш. шк., 2016
2. Грабовский Р.И. Курс физики - СПб.: Лань, 2012