ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Физика»

Учебное пособие

по дисциплине

«Физика»

Авторы

Егорова С.И.,
Жданова Т.П.,
Кунаков В.С.,
Лемешко Г.Ф.,
Лещева О.А.,
Попова И.Г.,
Холодова О.М.,

Ростов-на-Дону, 2022

Аннотация

Цель пособия – оказать помощь студентам-заочникам ускоренной формы обучения в изучении курса физики. В пособие включены рабочая программа курса физики, основные формулы и законы, примеры решения и оформления задач, контрольные задания по всем изучаемым разделам физики

Авторы

Д.т.н., профессор кафедры «Физика» Егорова С.И.
К.ф-м.н., доцент кафедры «Физика» Жданова Т.П.
Д.т.н., профессор кафедры «Физика» Кунаков В.С.
К.ф-м.н., доцент кафедры «Физика» Лемешко Г.Ф.
Доцент кафедры «Физика» Лещева О.А.
Доцент кафедры «Физика» Холодова О.М.
Старший преподаватель кафедры «Физика» Попова И.Г.

Оглавление

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Прежде чем приступить к выполнению контрольных работ, необходимо прочитать общие указания.

1. Физику студенты-заочники изучают в течение одного семестра.
2. В каждом семестре студент должен представить в деканат одну контрольную работу.
3. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблице вариантов. Номер варианта соответствует последней цифре из номера зачетной книжки. Например, к варианту 1 относятся задачи:

1.1; 2.1; 3.1; 3.11; 4.1; 5.1; 6.1; 6.11; 7.1; 8.1; 8.11; 9.1; 10.1; 11.1; 12.1; 13.1.

Контрольные работы нужно выполнять чернилами в школьной тетради, на обложке которой приведены сведения по следующему образцу:

ГОУ ВПО «Донской государственный технический университет»
Заочная форма обучения

Студент ________________ **Адрес**________________________

Группа________________ **Шифр**________________________
(номер зачетной книжки)

Контрольная работа
по физике

Контрольная работа, выполненная в напечатанном виде, на проверку не принимается.

4. Условия задач в контрольной работе надо переписать полностью, без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах необходимо оставлять поля.
5. Вникнув в условие задачи, сделать краткую запись, выразить все данные в СИ и, где это только возможно, дать схематический чертеж, поясняющий содержание задачи.
6. Выявив, какие физические законы лежат в основе данной задачи, решить ее в общем виде.

7. Проверив правильность общего решения, подставить числа в окончательную формулу и указать единицу искомой физической величины, проверив правильность ее размерности.

8. При подстановке в расчетную формулу значения величин представить в виде произведения десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 1250 надо записать $1,25 \cdot 10^3$. В таком виде представляется и окончательный ответ задачи. При получении численного ответа нужно обращать внимание на степень точности окончательного результата. Точность ответа не должна превышать точности, с которой даны исходные величины.

9. В тех задачах, где требуется начертить график, необходимо правильно выбрать масштаб и начало координатных осей.

10. В конце контрольной работы студент должен указать, какими учебниками или учебными пособиями пользовался при решении задач (название учебника, автор, год издания).

11. После проверки контрольной работы преподаватель может вернуть её на доработку.

12. Окончательное решение по контрольной работе принимает преподаватель во время устного собеседования со студентом, проводимого до сдачи экзамена.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА «ФИЗИКА» ДЛЯ СТУДЕНТОВ-БАКАЛАВРОВ ЗАОЧНОЙ УСКОРЕННОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

Элементы кинематики

Физические модели: материальная точка, абсолютно твердое тело. Система отсчета, траектория, путь, перемещение. Поступательное и вращательное движения. Скорость и ускорение. Нормальное и тангенциальное ускорения, полное ускорение.

Угловая скорость и угловое ускорение, их связь с линейной скоростью и тангенциальным ускорением. Типы движения: переменное, равнопеременное, равномерное.

Динамика материальной точки и поступательного движения твёрдого тела. Работа и энергия

Инерциальные и неинерциальные системы отсчета. I закон Ньютона. Основные динамические характеристики: масса, импульс, сила.

Центр масс. II закон Ньютона – основной закон динамики поступательного движения. III закон Ньютона. Закон Всемирного тяготения. Силы упругости и трения, сила тяжести и вес тела.

Работа и мощность. Закон сохранения и превращения энергии. Закон сохранения импульса.

Динамика вращательного движения твёрдого тела

Момент инерции. Теорема Штейнера. Момент силы. Момент импульса. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела.

Закон сохранения момента импульса. Кинетическая энергия и работа при вращательном движении.

Молекулярно-кинетическая теория идеального газа

Основные положения МКТ. Законы Бойля-Мариотта, Гей-Люссака, Шарля. Уравнение Клапейрона - Менделеева. Основное уравнение МКТ. Молекулярно-кинетический смысл понятия термодинамической температуры.

Основы термодинамики

Внутренняя энергия как термодинамическая функция состояния системы. Число степеней свободы молекулы. Первое начало термодинамики. Работа газа и количество теплоты. Удельная и молярная теплоемкости. Уравнение Майера.

Применение первого начала термодинамики к изопроцессам. Адиабатный процесс.

Электростатика

Электрические заряды и их свойства. Закон Кулона. Напряженность электростатического поля. Принцип суперпозиции электростатических полей.

Поток вектора напряженности. Теорема Гаусса и ее применение для расчета электростатических полей.

Потенциал и разность потенциалов электростатического поля. Эквипотенциальные поверхности. Связь между напряженностью и потенциалом.

Проводники в электростатическом поле. Электроемкости уединенного проводника и конденсатора. Параллельное и последовательное соединения конденсаторов. Энергии заряженного проводника и конденсатора. Энергия электростатического поля.

Постоянный электрический ток

Сила и плотность тока. Электродвижущая сила и напряжение. Закон Ома. Сопротивление проводников. Последовательное и параллельное соединение проводников. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей.

Магнитное поле

Магнитное поле, его свойства и характеристики. Закон Ампера. Принцип суперпозиции магнитных полей. Закон Био-Савара-Лапласа и его применение для расчета магнитных полей. Теорема о циркуляции.

Взаимодействие параллельных токов. Контур с током в магнитном поле. Магнитный момент контура с током.

Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях. Ускорители заряженных частиц.

Электромагнитная индукция

Магнитный поток. Опыты Фарадея. Явление и закон электромагнитной индукции. Правило Ленца. Вихревые токи (токи Фуко).

Индуктивность контура. Самоиндукция. Токи при размыкании и замыкании цепи. Взаимная индукция. Энергия и плотность энергии магнитного поля.

Гармонические колебания и волны

Гармонические колебания и их характеристики. Пружинный, математический и физический маятники. Энергия материальной точки, совершающей незатуха- ющие колебания.

Колебательный контур. Процессы в идеализированном колебательном контуре. Уравнение свободных незатухающих электромагнитных колебаний. Формула Томсона. Закон сохранения и превращения энергии в идеализированном колебательном контуре.

Свободные затухающие механические и электромагнитные колебания. Их уравнение и характеристики. Логарифмический декремент затухания и добротность колебательного контура.

Вынужденные механические и электромагнитные колебания. Резонанс. Сложение колебаний.

Волновое уравнение. Уравнения плоской и сферической волн. Энергия упругой волны. Стоячие волны. Звуковые волны. Эффект Доплера для звуковых волн.

Электромагнитные волны и их свойства. Энергия электромагнитных волн. Поток энергии. Вектор Умова-Пойтинга.

Волновая оптика

Когерентность и монохроматичность световых волн. Интерференция света от двух точечных когерентных источников. Условия наблюдения максимумов и минимумов при интерференции. Кольца Ньютона. Дифракция света. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля. Дифракция Френеля на круглом отверстии. Дифракция Фраунгофера на одной щели и на дифракционной решетке.

Дисперсия света. Опыт Ньютона. Нормальная и аномальная дисперсии.

Поляризация света. Естественный и поляризованный свет. Поляризация света при отражении и преломлении. Законы Брюстера и Малюса.

Квантовая оптика

Тепловое излучение и его характеристики. Абсолютно черное тело (АЧТ). Закон Кирхгофа. Законы Стефана-Больцмана и Вина. Распределение энергии в спектре излучения АЧТ. Формула Рэлея-Джинса и «ультрафиолетовая катастрофа». Квантовая гипотеза Планка. Формула Планка.

Внешний фотоэффект. Вольт-амперная характеристика и законы внешнего фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта.

Энергия и импульс фотона. Применение фотоэффекта. Корпускулярно-волновой дуализм света.

Теория атома водорода по Бору

Модели атома Томсона и Резерфорда. Опыт Резерфорда.

Ядерная модель атома. Постулаты Бора. Энергетический спектр атома водорода. Закономерности атомных спектров. Формула Бальмера.

Элементы квантовой механики

Корпускулярно-волновой дуализм свойств микрочастиц. Гипотеза де Бройля и ее экспериментальное подтверждение. Опыты Дэвиссона и Джермера.

Соотношения неопределенностей Гейзенберга. Волновая функция и её статистический смысл. Уравнение Шредингера. Постулаты Бора.

Элементы физики атомного ядра

Состав и характеристики атомных ядер. Дефект массы и энергия связи ядра. Ядерные силы.

Радиоактивное излучение и его виды. Закон радиоактивного распада. Правила смещения при радиоактивных распадах. Законы сохранения при ядерных реакциях.

Ядерные реакции и элементарные частицы

Цепная реакция деления. Коэффициент размножения нейтронов. Критическая масса. Атомная бомба и ядерный реактор. Реакция синтеза атомных ядер. Неуправляемая термоядерная реакция.

Классификация элементарных частиц. Частицы и античастицы. Лептоны и адроны, кварки.

№ вар	НОМЕРА ЗАДАЧ													
1	1.1	2.1	3.1	3.11	4.1	5.1	6.1	7.1	8.1	8.11	9.1	10.1	11.1	12.1	13.1
2	1.2	2.2	3.2	3.12	4.2	5.2	6.2	7.2	8.2	8.12	9.2	10.2	11.2	12.2	13.2
3	1.3	2.3	3.3	3.13	4.3	5.3	6.3	7.3	8.3	8.13	9.3	10.3	11.3	12.3	13.3
4	1.4	2.4	3.4	3.14	4.4	5.4	6.4	7.4	8.4	8.14	9.4	10.4	11.4	12.4	13.4
5	1.5	2.5	3.5	3.15	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	8.15	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5
6	1.6	2.6	3.6	3.16	4.6	5.6	6.6	7.6	8.6	8.16	9.6	10.6	11.6	12.6	13.6
7	1.7	2.7	3.7	3.17	4.7	5.7	6.7	7.7	8.7	8.17	9.7	10.7	11.7	12.7	13.7
8	1.8	2.8	3.8	3.18	4.8	5.8	6.8	7.8	8.8	8.18	9.8	10.8	11.8	12.8	13.8
9	1.9	2.9	3.9	3.19	4.9	5.9	6.9	7.9	8.9	8.19	9.9	10.9	11.9	12.9	13.9
0	1.10	2.10	3.10	3.20	4.10	5.10	6.10	7.10	8.10	8.10	9.10	10.10	11.10	12.10	13.10

1. ЭЛЕМЕНТЫ КИНЕМАТИКИ

Основные формулы

1. Средняя и мгновенная скорости материальной точки:

$<\vec{\upsilon}>=\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$, $\vec{\upsilon}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}$, где $\Delta\vec{r}$ - перемещение точки за время Δt, $\vec{r}$ - радиус-вектор, определяющий положение точки.

2. Для прямолинейного равномерного движения ($\vec{\upsilon}=const$): $\upsilon=\dfrac{S}{t}$, где S – путь, пройденный точкой за время t.

3. Среднее и мгновенное ускорения материальной точки:

$<\vec{a}>=\dfrac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$, $\vec{a}=\dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt}$.

4. Полное ускорение при криволинейном движении:

$\vec{a}=\vec{a}_\tau+\vec{a}_n$, $a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}$, где $a_\tau=\dfrac{d\upsilon}{dt}$ - тангенциальная составляющая ускорения, направленная по касательной к траектории; $a_n=\dfrac{\upsilon^2}{R}$ - нормальная составляющая ускорения, направленная к центру кривизны траектории (R - радиус кривизны траектории в данной точке).

5. Путь и скорость для равнопеременного движения материальной точки ($\vec{a}=const$):

$S=\upsilon_0 t\pm\dfrac{at^2}{2}$; $\upsilon=\upsilon_0\pm at$, где υ_0 - начальная скорость, «+» соответствует равноускоренному движению, «-» - равнозамедленному.

6. Угловая скорость:

$$\vec{\omega}=\frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

7. Угловое ускорение:

$\vec{\varepsilon} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$.

8. Угловая скорость для равномерного вращательного движения твердого тела:

$\omega = \dfrac{\varphi}{t} = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$, где φ - угол поворота тела, T – период вращения; $\nu = \dfrac{N}{t}$ - частота вращения (N – число оборотов, совершаемых телом за время t).

9. Угол поворота и угловая скорость для равнопеременного вращательного движения твердого тела ($\vec{\varepsilon} = const$):

$\varphi = \omega_0 t \pm \dfrac{\varepsilon t^2}{2}$; $\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$, где ω_0 - начальная угловая скорость, «+» соответствует равноускоренному вращению, «-» - равнозамедленному.

10. Связь между линейными и угловыми величинами:

$S = R\varphi$; $\upsilon = R\omega$; $a_\tau = R\varepsilon$; $a_n = \omega^2 R$, где R – расстояние от точки до мгновенной оси вращения.

Примеры решения задач

Задача 1. Колесо автомобиля вращается равнозамедленно. За время 2 мин оно изменило частоту вращения от 240 до 60 мин$^{-1}$. Определите: 1) угловое ускорение колеса; 2) число полных оборотов, сделанных колесом за это время.

Дано:

$t = 2\,мин = 120\,c$;

$\nu_0 = 240\,мин^{-1} = 4\,c^{-1}$;

$\nu = 60\,мин^{-1} = 1 c^{-1}$.

$\varepsilon - ?\quad N - ?$

Решение:

Запишем формулы для угла поворота и угловой скорости при равнозамедленном вращении:

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}, \qquad (1)$$

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon t, \qquad (2)$$

где $\omega_0 = 2\pi\nu_0$, $\omega = 2\pi\nu$ - угловые скорости в начальный и конечный моменты времени соответственно.

Из уравнения (2) получаем:

$$\varepsilon = \frac{2\pi(\nu_0 - \nu)}{t} = \frac{2 \cdot 3{,}14\, рад(4\,c^{-1} - 1\,c^{-1})}{120\,c} = 0{,}157\, рад/c^2$$

Угол поворота $\varphi = 2\pi N$. Поэтому выражение (1) можно записать так: $2\pi N = 2\pi\nu_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2} = 2\pi\nu_0 t - \pi(\nu_0 - \nu_1)t$.

Отсюда:

$$N = \nu_0 t - \frac{(\nu_0 - \nu)t}{2} = 4\,c^{-1}120c - \frac{(4\,c^{-1} - 1\,c^{-1})120c}{2} = 300.$$

Ответ: $\varepsilon = 0{,}157\,рад/c^2$; $N = 300$.

Задача 2. Точка движется по окружности радиусом $R = 0{,}1\,м$ так, что зависимость угла поворота радиуса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $B = 2\, рад/c$, $C = 1\,рад/c^3$. Определите к концу второй секунды вращения: а) угловую скорость; б) линейную скорость; в) угловое ускорение; г) нормальное ускорение; д) тангенциальное ускорение.

Дано:

$R = 0{,}1\,м$;

$\varphi = A + Bt + Ct^3$;

$B = 2\, рад/c$;

$C = 1\,рад/c^3$;

$t = 2\,c$.

$\omega - ?$ $\upsilon - ?$

$\varepsilon - ?$

$a_n - ?$ $a_\tau - ?$

Решение:

Зависимость угловой скорости от времени определяем, взяв первую производную от угла поворота по времени, т.е. $\omega = \dot{\varphi} = B + 3Ct^2$.

Для момента времени $t = 2\,c$

$$\omega = 2\,рад/c + 3 \cdot 1\,рад/c^3 \cdot 4\,c^2,$$

$\omega = 14\,рад/c$.

Линейная скорость точки $\upsilon = \omega \cdot R$, или после подстановки $\upsilon = 1{,}4\,м/c$.

Зависимость углового ускорения точки от времени определится первой производной от угловой скорости по времени, т.е. $\varepsilon = \dot{\omega} = 6Ct$.

Для момента времени $t = 2c$ $\varepsilon = 6 \cdot 1 \cdot 2 = 12\, рад/c^2$. Нормальное и тангенциальное ускорения определяются по формулам соответственно:

$a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R} = \dfrac{1{,}4^2}{0{,}1} = 19{,}6(м/c^2)$ и $a_\tau = \varepsilon \cdot R = 12 \cdot 0{,}1 = 1{,}2\, м/c^2$.

Ответ: $\omega = 14\, рад/c$; $\upsilon = 1{,}4\, м/c$; $\varepsilon = 12\, рад/c^2$; $a_n = 19{,}6\, м/c^2$; $a_\tau = 1{,}2\, м/c^2$.

Контрольные задания

1.1. Диск радиусом 10 см вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ (B = 1 рад/с, C = 1 рад/с^2, D = 1 рад/с^3). Определите для точек на ободе диска к концу второй секунды после начала движения тангенциальное, нормальное и полное ускорения.

1.2. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = At^2$ (A =0,5 рад/с^2). Определите к концу второй секунды после начала движения: 1) угловую скорость диска; 2) угловое ускорение диска; 3) для точки, находящейся на расстоянии 80 см от оси вращения, тангенциальное, нормальное и полное ускорения.

1.3. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = At^2$(A =0,1рад/с^2). Определите полное ускорение точки на ободе диска к концу второй секунды после начала движения, если в этот момент линейная скорость этой точки 0,4 м/с.

1.4. Диск радиусом 0,2 м вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угловой скорости от времени задается уравнением $\omega = 5At^2$, где $A = 1 рад/c^3$. Определите для точек на ободе диска к концу первой секунды после начала движения полное ускорение и число оборотов, сделанных диском за первую минуту движения.

1.5. Диск радиусом 10 см вращается так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = A + Bt^3$ (A = 2 рад, B = 4 рад/с^3). Определите для точек на ободе колеса: 1) нормальное ускорение в момент времени 2 с; 2) тангенциальное ускорение для этого же момента; 3) угол поворота, при котором полное ускорение составляет с радиусом колеса 45°.

1.6. Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения 50 с$^{-1}$, после выключения тока, сделав 628 оборотов, остановился. Определите угловое ускорение якоря.

1.7. Колесо автомобиля вращается равноускоренно. За время 2 мин оно изменило частоту вращения от 60 до 240 мин$^{-1}$. Определите: 1) угловое ускорение колеса; 2) число полных оборотов, сделанных колесом за это время.

1.8. Колесо, вращаясь равноускоренно, достигло угловой скорости 20 рад/с через 10 оборотов после начала вращения. Найдите угловое ускорение колеса.

1.9. Колесо спустя 1 мин после начала вращения приобретает скорость, соответствующую частоте 720 об/мин. Найдите угловое ускорение колеса и число оборотов, сделанных колесом за эту минуту. Движение считать равноускоренным.

1.10. Колесо, вращаясь равнозамедленно, при торможении уменьшило частоту вращения за 1 мин с 300 об/мин до 180 об/мин. Найдите угловое ускорение колеса и число оборотов, сделанных за это время.

2. ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Основные формулы

• Импульс материальной точки:

$\vec{P} = m\vec{\upsilon}$, где m-масса материальной точки, $\vec{\upsilon}$ - скорость движения.

• Второй закон Ньютона (основное уравнение динамики материальной точки):

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt}.$$

• Это же уравнение в проекциях на касательную и нормаль к траектории движения точки:

$F_\tau = ma_\tau = m\dfrac{d\upsilon}{dt}$; $F_n = ma_n = \dfrac{m\upsilon^2}{R} = m\omega^2 R$, где $a_\tau = \dfrac{d\upsilon}{dt}$ – тангенциальное (касательное) ускорение, $a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R$ – нормальное (центростремительное) ускорение.

• Сила трения скольжения:

$F_{тр} = \mu N$, где μ – коэффициент трения скольжения; N – сила нормального давления.

• Сила упругости:

$F = -kx$, где x - величина деформации; k - коэффициент жесткости.

• Сила гравитационного притяжения двух материальных точек:

$F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$, где $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\, м^3/(кг \cdot с^2)$ – гравитационная постоянная, m_1 и m_2 – массы взаимодействующих точек, r – расстояние между точками.

- Закон сохранения импульса для замкнутой системы:

$\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i = const$, где n - число материальных точек (или тел), входящих в систему.

- Работа, совершаемая телом

$dA = F_s ds = F ds \cos\alpha$, где F_s — проекция силы на направление перемещения; α — угол между направлениями силы и перемещения.

- Работа, совершаемая переменной силой, на пути s:

$$A = \int_s F_s ds = \int_s F \cos\alpha \, ds$$

- Средняя мощность за промежуток времени Δt:

$\langle N \rangle = \dfrac{\Delta A}{\Delta t}$, где ΔA – работа за промежуток времени Δt.

- Мгновенная мощность:

$N = \dfrac{dA}{dt}$, или $N = \vec{F}\vec{\upsilon} = F_s \upsilon = F \upsilon \cos\alpha$.

- Кинетическая энергия движущегося со скоростью υ тела массой m:

$$E_K = \frac{m\upsilon^2}{2}.$$

• Потенциальная энергия тела массой m, поднятого над поверхностью земли на высоту h:

$E_П = mgh$, где g – ускорение свободного падения.

• Потенциальная энергия упруго деформированного тела:

$$E_П = \frac{kx^2}{2}.$$

• Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия:

$$E_П = -G\frac{m_1 m_2}{r}.$$

• Закон сохранения механической энергии (для консервативной системы):

$$E_К + E_П = E = const.$$

Примеры решения задач

Задача 1. Движущееся тело массой m_1 ударяется о неподвижное тело массой m_2. Считая удар упругим и центральным, определите, какую часть своей первоначальной кинетической энергии первое тело передает второму при ударе. Задачу решите сначала в общем виде, а затем рассмотрите случаи: 1) $m_1 = m_2$; 2) $m_1 = 9m_2$.

Дано:	Решение:
$m_1, m_2, \upsilon_1,$ $\upsilon_2 = 0$; 1) $m_1 = m_2$; 2) $m_1 = 9m_2$.	Пусть скорость первого тела до удара υ_1. Скорость второго тела до удара $\upsilon_2 = 0$. Кинетическая энергия первого тела до удара

$\dfrac{E'_{K2}}{E_{K1}}$ - ?

$E_{K1}=\dfrac{m_1\cdot\upsilon_1^{\,2}}{2}$. Предположим, что скорость второго тела после удара равна u_2. Тогда кинетическая энергия второго тела после удара $E'_{K2}=\dfrac{m_2\cdot u_2^{\,2}}{2}$, а отношение энергий

$$\frac{E'_{K2}}{E_{K1}}=\frac{m_2\cdot u_2^{\,2}}{m_1\cdot\upsilon_1^{\,2}}. \qquad (1)$$

Для определения скорости второго тела после удара запишем закон сохранения импульса в проекции на направление движения и закон сохранения механической энергии, полагая, что система тел замкнута и в ней действуют только консервативные силы.

$$\left.\begin{aligned} m_1\cdot\upsilon_1&=m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2\\ \frac{m_1\cdot\upsilon_1^2}{2}&=\frac{m_1\cdot u_1^2}{2}+\frac{m_2\cdot u_2^2}{2}\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Преобразуем систему (2) к виду

$$\left.\begin{aligned} m_1\cdot\upsilon_1-m_1\cdot u_1&=m_2\cdot u_2\\ m_1\cdot\upsilon_1^2-m_1\cdot u_1^2&=m_2\cdot u_2^2\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Разделив одно на другое выражения системы (3), получим $u_1=u_2-\upsilon_1$, а после подстановки скорости u_1 в первую формулу системы (3) получим

$$u_2=\frac{2m_1\cdot\upsilon_1}{m_1+m_2}. \qquad (4)$$

Отношение энергий (1) приобретает вид

$$\frac{E'_{K2}}{E_{K1}}=\frac{4m_1\cdot m_2}{(m_1+m_2)^2}.$$

1) Если $m_1=m_2$, то $\dfrac{E'_{K2}}{E_{K1}}=1$. При равенстве масс первое тело полностью отдает энергию второму, т.е. первое тело остановится, а второе начнет двигаться со скоростью первого тела.

2) Если $m_1=9m_2$, то $\dfrac{E'_{K2}}{E_{K1}}=\dfrac{4\cdot 9m_2\cdot m_2}{100m_2^2}=0{,}36$.

Ответ: 1) $\dfrac{E'_{K2}}{E_{K1}} = 1$; 2) $\dfrac{E'_{K2}}{E_{K1}} = 0,36$.

Контрольные задания

2.1. Автомобиль массой 1,8 т движется равномерно в гору, уклон которой составляет 3 м на каждые 100 м пути. Определите работу, совершаемую двигателем автомобиля на пути 5 км, если коэффициент трения равен 0,1, а также развиваемую двигателем мощность, если известно, что этот путь был преодолен за 5 мин.

2.2. Определите работу, совершаемую при подъеме груза массой 50 кг по наклонной плоскости с углом наклона 30° к горизонту на расстояние 4 м, если время подъема 2 с, а коэффициент трения 0,06.

2.3. Тело скользит с наклонной плоскости высотой h и углом наклона α к горизонту и движется далее по горизонтальному участку. Принимая коэффициент трения на всем пути постоянным и равным μ, определите расстояние s, пройденное телом на горизонтальном участке, до полной остановки.

2.4. Самолет массой 5 т двигался горизонтально со скоростью 360 км/ч. Затем он поднялся на 2 км. При этом его скорость стала 200 км/ч. Найдите работу, затраченную мотором на подъем самолета.

2.5. Гиря массой 10 кг падает с высоты 0,5 м на подставку, скреплённую с пружиной жёсткостью 30 Н/см. Определите при этом смещение пружины.

2.6. С башни высотой 20 м горизонтально со скоростью 10 м/с брошен камень массой 400 г. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите для момента времени 1 с после начала движения кинетическую и потенциальную энергии камня.

2.7. К нижнему концу пружины жесткостью k_1 присоединена другая пружина жесткостью k_2, к концу которой прикреплена гиря. Пренебрегая массой пружин, определите отношение потенциальных энергий пружин.

2.8. Из пружинного пистолета вылетела в горизонтальном направлении пулька, масса которой 5 г. Жесткость пружины 1,25 кН/м. Пружина была сжата на 8 см. Определите скорость пульки при вылете ее из пистолета.

2.9. Струя воды сечением 6 см^2 ударяет о стенку под углом 60° к нормали и упруго отскакивает от стенки без потери скорости. Найдите силу, действующую на стенку, если известно, что скорость течения воды в струе 12 м/с.

2.10. Из реактивной установки массой 0,5 т, находящейся первоначально в покое, в горизонтальном направлении выбрасывается последовательно две порции вещества со скоростью 1000 м/с относительно установки. Масса каждой порции 25 кг. Какой станет скорость установки после выброса второй порции? Трение отсутствует.

3. ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Основные формулы

• Момент инерции материальной точки:

$J = m\,r^2$, где m — масса точки; r — расстояние до оси вращения.

• Момент инерции механической системы (тела) относительно неподвижной оси:

$J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$, где r_i - расстояние материальной точки массой m_i до оси вращения; в случае непрерывного распределения масс:

$J = \int r^2 dm.$

• Моменты инерции тел правильной геометрической формы (тела считаются однородными; m — масса тела):

Тело	Положение оси вращения	Момент инерции
Обруч или полый тонкостенный цилиндр радиусом R	Ось симметрии проходит через центр цилиндра	mR^2
Сплошной цилиндр или диск радиусом R	Ось симметрии проходит через центр цилиндра (диска)	$\frac{1}{2}mR^2$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его середину	$\frac{1}{12}ml^2$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его конец	$\frac{1}{3}ml^2$
Шар радиусом R	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mR^2$

- Теорема Штейнера:

$J = J_c + md^2$, где J_c – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс; J – момент инерции относительно параллельной оси, отстоящей от первой на расстоянии d; m - масса тела.

- Момент силы относительно неподвижной точки:

$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$, где r – радиус-вектор, проведенный из этой точки в точку приложения силы $\vec{F}$. Модуль момента силы относительно неподвижной оси:

$M = Fl$, где l - плечо силы (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения).

- Основной закон динамики вращательного движения твердого тела:

$\vec{M}dt = d(J\vec{\omega})$, где $\vec{M}$ - момент сил, приложенных к телу; J – момент инерции тела относительно оси вращения; $\vec{\omega}$ - угловая скорость тела.

- Уравнение (закон) динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси:

$M_z = J_z \dfrac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon$, где ε - угловое ускорение; J_z - момент инерции тела относительно оси z.

- Момент импульса (момент количества движения) твердого тела относительно оси вращения:

$L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i \upsilon_i r_i = J_z \omega$, где r_i - расстояние от оси z до отдельной частицы тела; $m_i \upsilon_i$ - импульс этой частицы; J_z - момент инерции тела относительно оси z; ω - его угловая скорость.

- Закон сохранения момента импульса для замкнутой системы:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{N} \vec{L}_i = const.$$

- Работа при вращательном движении тела:

$dA = M_z d\varphi$, где $d\varphi$ - угол поворота тела; M_z - момент силы относительно оси z.

• Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z:

$E_K = \dfrac{J_z\omega^2}{2}$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ω - его угловая скорость.

• Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения:

$E_K = \dfrac{1}{2}m\upsilon_c^2 + \dfrac{1}{2}J_c\omega^2$, где m – масса тела; υ_c - скорость центра масс тела; J_c – момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс; ω – угловая скорость тела.

• Связь работы и кинетической энергии тела при вращательном движении:

$A = \dfrac{J\omega_2{}^2}{2} - \dfrac{J\omega_1{}^2}{2}$, где J – момент инерции тела относительно оси вращения; ω_2 – угловая скорость тела в конечном состоянии; ω_1 – угловая скорость тела в начальном состоянии.

Примеры решения задач

Задача 1. Найдите момент инерции шара радиусом R относительно оси OO', находящейся на расстоянии l от поверхности шара (рис.3.1).

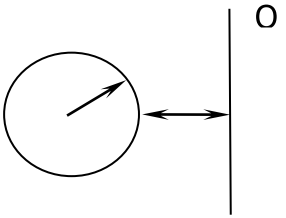
Дано:
R, l
$J = ?$

Решение:

Записываем теорему Штейнера:

$J = J_c + md^2$, где $J_c = \dfrac{2}{5}mR^2$,

- момент инерции шара относительно оси, проходящей через центр масс; $d = R + l$ - расстояние между осями. Получаем: $J = \dfrac{2}{5}mR^2 + m(R+l)^2$.



Задача 2. На шнуре, перекинутом через блок в виде однородного цилиндра массой $m = 0{,}2\,кг$ подвешены грузы массами $m_1 = 0{,}3\,кг$ и $m_2 = 0{,}6\,кг$. Считаем нить невесомой и пренебрегаем трением в блоке. С каким ускорением движутся грузы? Каковы силы натяжения шнура, действующие на грузы во время движения?

Дано:

$m = 0{,}2\,кг$;

$m_1 = 0{,}3\,кг$;

$m_2 = 0{,}6\,кг$.

$a - ?$ $T_1 - ?$ $T_1 - ?$

Решение:

Делаем рисунок, расставляем силы, действующие на каждое тело и на блок (рис. 3.2):

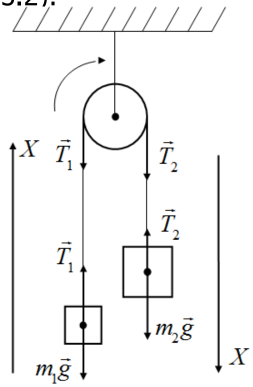


Рис.3.2

1

Записываем второй закон Ньютона для каждого тела в векторной и скалярной форме:

$$\begin{cases} m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T}_1 \\ m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T}_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} m_1 a = T_1 - m_1 g \\ m_2 a = m_2 g - T_2 \end{cases}. \tag{1}$$

Для блока записываем основное уравнение динамики вращательного движения в векторной и скалярной форме:

$$\vec{M} = J\cdot\vec{\varepsilon} \qquad M = J\cdot\varepsilon, \tag{2}$$

где $M = (T_2 - T_1)R$ - момент сил, $J = \dfrac{1}{2}mR^2$ - момент инерции блока; $\varepsilon = \dfrac{a}{R}$ - угловое ускорение блока. Подставляя эти выражения в (2), получаем:

$$(T_2 - T_1)R = \frac{mR^2}{2}\frac{a}{R}, \text{ т.е. } (T_2 - T_1) = \frac{m\,a}{2}\ . \qquad (3)$$

Решая совместно уравнения (1) и (3), получаем:

$T_2 - T_1 = m_2 g - m_2 a - m_1 a - m_1 g$. Отсюда:

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + m/2},$$

$$T_2 = m_2(g - a), \quad T_1 = m_1(g + a).$$

Подставляем числа: $a = \dfrac{(0{,}6 - 0{,}3)10}{0{,}3 + 0{,}6 + 0{,}2/2} = 3\left(м/с^2\right)$,

$T_2 = 0{,}6(10 - 3) = 4{,}2\,Н$,

$T_1 = 0{,}3(10 + 3) = 3{,}9\,Н$.

Ответ: $a = 3\left(м/с^2\right), T_1 = 3{,}9\,Н, T_2 = 4{,}2\,Н$.

Задача 3. Шар и обруч одинаковой массы и радиуса, изготовленные из одного и того же материала, катятся без скольжения с одинаковой скоростью. Во сколько раз кинетическая энергия шара меньше кинетической энергии обруча?

Дано:	**Решение:**
$m,\ R,\ \upsilon$	Кинетическая энергия тела, катящегося по поверхности, складывается из кинетической энергии вращательного движения и поступательного движения центра масс:
$\dfrac{E_1}{E_2} = ?$	

$$E = \frac{J\,\omega^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2}\ . \qquad (1)$$

Моменты инерции относительно центра масс обруча $J_1 = mR^2$ (2) и шара $J_2 = \frac{2}{5}mR^2$ (3). Связь линейной и угловой скорости - $\upsilon = \omega \cdot R$ (4). Подставляя (2), (3) и (4) в (1), получаем:

$$E_1 = \frac{mR^2\upsilon^2}{2R^2} + \frac{m\upsilon^2}{2} = m\upsilon^2$$ - для обруча,

$$E_2 = \frac{2mR^2\upsilon^2}{5\cdot 2R^2} + \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{7}{10}m\upsilon^2$$ - для шара.

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{m\upsilon^2\cdot 10}{7m\upsilon^2} = \frac{10}{7} \approx 1{,}4$$

Ответ: в 1,4 раза.

Контрольные задания

3.1. Определите момент инерции сплошного однородного диска радиусом 40 см и массой 1 кг относительно оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярной плоскости диска.

3.2. Два шара одинакового радиуса R = 5 см закреплены на концах невесомого стержня. Расстояние между центрами шаров r = 0,5 м. Масса каждого шара m= 1 кг. Найдите момент инерции системы относительно оси, проходящей через середину стержня перпендикулярно к нему.

3.3. Определите момент инерции тонкого однородного стержня длиной 50 см и массой 360 г относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец.

3.4. Определите момент инерции тонкого однородного стержня длиной 50 см и массой 360 г относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через точку, отстоящую от конца стержня на 1/6 его длины.

3.5. Длина тонкого прямого стержня 60 см, масса 100 г. Определите момент инерции стержня относительно оси, перпендикулярной к его длине и проходящей через точку стержня, удаленную на 20 см от одного из его концов.

3.6. Тонкий обруч диаметром 56 см и массой 300 г висит на гвозде, вбитом в стену. Определите его момент инерции относительно этого гвоздя.

3.7. Однородный шарик массой 100 г подвешен на нити, длина которой равна радиусу шарика. Определите момент инерции шарика относительно точки подвеса, если длина нити 20 см.

3.8. Определите момент инерции сплошного однородного цилиндра радиусом 20 см и массой 1 кг относительно оси, проходящей через образующую цилиндра.

3.9. Два шара одинакового радиуса R = 6 см закреплены на концах невесомого стержня. Расстояние между шарами r = 0,8 м. Масса каждого шара m= 2 кг. Найдите момент инерции системы относительно оси, проходящей через середину стержня перпендикулярно к нему.

3.10. Длина тонкого прямого стержня 60 см, масса 200 г. Определите момент инерции стержня относительно оси, перпендикулярной к его длине и проходящей через точку, лежащую на продолжении стержня, удаленную на 10 см от одного из его концов.

3.11. Через неподвижный блок в виде полого тонкостенного цилиндра массой 160 г перекинута невесомая нить, к концам которой подвешены грузы массами 200 г и 300 г. Пренебрегая трением в оси блока, определите ускорение грузов и силы натяжения.

3.12. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом 50 см намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой 6,4 кг. Груз, разматывая нить, опускается с ускорением 2 м/с^2. Определите момент инерции и массу вала.

3.13. На барабан массой 9 кг намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 2 кг. Найдите ускорение груза. Барабан считать однородным диском. Трением пренебречь.

3.14. На барабан радиусом 0,5 м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 1 кг. Найдите момент инерции барабана, если известно, что груз опускается с ускорением 2,04 м/с^2.

3.15. Через подвижный блок в виде однородного сплошного цилиндра массой 0,2 кг перекинута невесомая нить, к концам которой прикреплены тела массами 0,35 кг и 0,55 кг. Пренебрегая трением в оси блока, определите ускорение грузов и отношение сил натяжения нити.

3.16. Тело массой 0,25 кг, соединенное невесомой нитью посредством блока (в виде полого тонкостенного цилиндра) с телом массой 0,2 кг, скользит по поверхности горизонтального стола (рис. 2.3). Масса блока 0,15 кг. Коэффициент трения тела о поверхность равен 0,2. Пренебрегая трением в подшипниках, определите ускорение, с которым будут двигаться эти тела и силы натяжения нити по обе стороны блока.

3.17. К ободу однородного сплошного диска массой 10 кг, насаженного на ось, приложена постоянная касательная сила 30 Н. Определите кинетическую энергию диска через время 4 с после начала действия силы.

3.18. Шар и сплошной цилиндр одинаковой массы, изготовленные из одного и того же материала, катятся без скольжения с одинаковой скоростью. Определите, во сколько раз кинетическая энергия шара меньше кинетической энергии сплошного цилиндра.

3.19. Обруч и диск имеют одинаковую массу и катятся без скольжения с одинаковой линейной скоростью. Кинетическая энергия обруча равна 4 Дж. Найдите кинетическую энергию диска.

3.20. Определите, во сколько раз полная кинетическая энергия обруча, скользящего вдоль наклонной плоскости, меньше полной кинетической энергии обруча, катящегося по наклонной плоскости.

4. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Основные формулы

- Основное уравнение молекулярно-кинетической теории:

$P = \frac{1}{3} n m_0 \langle \upsilon^2_{кв.} \rangle = \frac{2}{3} n \langle E_к \rangle = \frac{1}{3} \rho \langle \upsilon^2_{кв.} \rangle = nkT$, где P – давление газа, $n = N/V$ – концентрация молекул, m_0 – масса одной молекулы, $\langle \upsilon_{кв.} \rangle$ – средняя квадратичная скорость одной молекулы, $\rho = n m_0 = m/V$ - плотность газа, T –абсолютная температура, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ Дж/К$ – постоянная Больцмана.

- Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы:

$$\langle E_k \rangle = \frac{m_0 \langle \upsilon^2_{кв} \rangle}{2} = \frac{3}{2} kT.$$

- Изопроцессы (газовые законы) – для $m = const$:

1) $T - const$ - изотермический: $P_1V_1 = P_2V_2$;

2) $P - const$ - изобарный: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$;

3) $V - const$ - изохорный: $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$.

- Уравнение Менделеева-Клапейрона:

$PV = \frac{m}{M} RT$, где V – объём газа, m – масса газа, M – молярная масса; $R = 8{,}31 (Дж/моль \cdot К))$ – универсальная газовая постоянная.

- Количество вещества:

$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}$, где N – общее число молекул; $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ моль^{-1}$ – постоянная Авогадро.

- Скорости молекул:

$$\langle \upsilon_{кв.} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3PV}{m}}$$ - средняя квадратичная,

$$\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8PV}{\pi m}}$$ - средняя арифметическая,

$$\upsilon_в = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2PV}{m}}$$ - наиболее вероятная.

- Нормальные условия:

$T_0 = 273K\,(0^0 C);\ P_0 \approx 10^5\ Па\,(760\ мм\ рт.ст.);$

$V_0 = 22{,}4\ м^3\ /\ моль$ - объём одного моля газа.

Примеры решения задач

Задача 1. Смесь кислорода и азота при температуре t=27^{0}С находится под давлением P=2,3·10^2 Па. Масса кислорода составляет 75% от общей массы смеси. Определите концентрацию молекул каждого из газов.

Дано:

T=300 К;
P=2,3·10^2 Па;
m_1=0,75 m;
M_1=0,032 кг/моль;
M_2=0,028 кг/моль.

n_1 - ? n_2 - ?

Решение:

Смесь газов принимаем за идеальный газ, описываемый уравнением Менделеева– Клапейрона:

$P = nkT$, (1)

где $n = n_1 + n_2$ - (2) концентрация смеси газов; n_1 – концентрация молекул кислорода, n_2 – концентрация молекул азота; k – постоянная Больцмана.

Из выражений (1) и (2) имеем:

$$n_1 + n_2 = \frac{P}{kT}\,. \qquad (3)$$

Выразим концентрацию n_1 через концентрацию n_2.
По условию задачи масса кислорода:

$m_1 = 0{,}75\, m$, (4)

где m – масса смеси.

Массу кислорода можно выразить также через концентрацию n_1 и объем газа:

$$m_1 = \frac{M_1}{N_A} n_1 V , \qquad (5)$$

где M_1 – молярная масса кислорода; N_A – число Авогадро; V – объем газа.

Приравняв правые части выражений (4) и (5), получим:

$$n_1 = \frac{0{,}75mN_A}{M_1 V} . \qquad (6)$$

Масса азота $m_2=0{,}25m$, или иначе $m_2 = \frac{M_2}{N_A} n_2 V$. Приравняв значения m_2 из последних двух формул, найдем:

$$n_2 = \frac{0{,}25mN_A}{M_2 V} . \qquad (7)$$

Из выражений (6) и (7) имеем:

$$n_2 = \frac{n_1 M_1}{3M_2} . \qquad (8)$$

Подставив в формулу (3) значение n_2 из последнего выражения, получим $n_1 = \frac{3M_2 P}{kT(3M_2 + M_1)}$. После подстановки значений и вычисления $n_1 = 0{,}40 \cdot 10^{23}$ 1/м^3, $n_2 = 0{,}15 \cdot 10^{23}$ (1/м^3).

Ответ: $n_1 = 0{,}40 \cdot 10^{23}$ 1/м^3, $n_2 = 0{,}15 \cdot 10^{23}$ (1/м^3).

Задача 2. В закрытом сосуде объемом V=1 м^3 находится m_1=1кг азота и m_2=1,5 кг воды. Определите давление в сосуде при температуре t=600^{0}С, зная, что при этой температуре вся вода превратится в пар.

Дано:

$V=1$ м^3;
$m_1=1$ кг;
$m_2=1{,}5$ кг;
$T=873$ К;
$M_1=0{,}028$ кг/моль;
$M_2=0{,}018$ кг/моль.

Решение:

По закону Дальтона давление в сосуде после превращения воды в пар:

$$P=P_1+P_2 , \qquad (1)$$

где P_1 - давление азота, P_2 – давление водяного пара. Состояние азота в сосуде определяется уравнением Менделеева - Клапейрона:

P - ?	$$P_1V = \frac{m_1}{M_1}RT, \qquad (2)$$ где M_1 – молярная масса азота, R – универсальная газовая постоянная. Аналогично для водяного пара: $$p_2V = \frac{m_2}{M_2}RT, \qquad (3)$$ где M_2 – молярная масса водяного пара.

Из уравнений (2) и (3) имеем: $P_1 = \frac{m_1RT}{M_1V}$, $P_2 = \frac{m_2RT}{M_2V}$. После подстановки давлений P_1 и P_2 в выражение (1) имеем $P = \frac{RT}{V}(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2})$. Используя числовые значения, получим:
$P = 8{,}62\cdot10^5$ Па.
Ответ: $P = 8{,}62\cdot10^5$ Па.

Задача 3. Определите число молекул воздуха в аудитории объемом V=180 м^3 при температуре t=22^{0}C и давлении P=0,98$\cdot10^5$ Па. Какова концентрация молекул воздуха при этих условиях?

Дано:	**Решение:**
V=180 м^3; T=295 К; P=0,98$\cdot$ 10^5 Па; N - ? , n - ?	Число молей воздуха в аудитории: $$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}, \qquad (1)$$ где – N_A - число Авогадро, m – масса воздуха в аудитории, M – молярная масса воздуха. Из выражения (1): $$N = \frac{m}{M}N_A. \qquad (2)$$

Число молей воздуха в аудитории можно выразить, используя уравнение Клапейрона-Менделеева $PV = \frac{m}{M}RT$, откуда $\frac{m}{M} = \frac{PV}{RT}$. После подстановки $\frac{m}{M}$ из последней формулы в выражение (2) получим:

$$N = N_A\frac{PV}{RT}. \qquad (3)$$

Используя числовые значения, определим $N = 0{,}43\cdot10^{28}$. Проверим единицы измерения правой части выражения (3)

$\left[N\right]=\dfrac{Н\cdot м^3\cdot моль\cdot К}{моль\cdot м^2\cdot Дж\cdot К}=1$. Концентрацию (число молекул в единице объема) определим по формуле:

$n=\dfrac{N}{V}$. После подстановки: n=0,24·10^{26} $1/м^3$.

Ответ: N = 0,43·10^{28}, n=0,24·10^{26} $1/м^3$.

Контрольные задания

4.1. Определите число молей и концентрацию молекул газа, объем которого V = 2,4·10^{-4} м^3, температура t = 27^0 С и давление P=0,5·10^{5}Па.

4.2. В сосуде находится смесь m_1 = 0,02 кг углекислого газа (CO_2) и m_2 = 0,015 кг кислорода (O_2). Определите плотность этой смеси при температуре t = 27^0 С и давлении P = 1,5·10^5 Па.

4.3. В закрытом сосуде объемом V=0,5 м^3 находится m_1=0,45 кг воды (H_2O) и m_2 = 0,8 кг азота (N_2). Определите давление в сосуде при температуре t = 500^0 С, полагая, что при этой температуре вся вода превращается в пар.

4.4. В закрытом сосуде находится m_1=0,015 кг азота (N_2) и m_2=0,018кг кислорода (O_2) при температуре t=27^0 С и давлении P=5·10^5 Па. Определите объем и молярную массу смеси газов.

4.5. При каком давлении следует наполнить воздухом баллон объемом V_1 = 2·10^{-3} м^3, чтобы при соединении его с баллоном объемом V_2 = 4·10^{-3} м^3, содержащим воздух при давлении P_2 = 0,1 МПа, установилось общее давление P = 0,25 МПа ?

4.6. В баллоне объемом V = 6·10^{-2} м^3 находится кислород (O_2) при температуре t = 27^{0}С. Определите массу израсходованного кислорода, если давление в баллоне уменьшилось на ΔP = 100 кПа. Процесс считать изотермическим.

4.7. В баллоне объемом V = 0,01 м^3 находится гелий (He) под давлением P = 10^6 Па и при температуре t = 27^{0}С. Определите давление в баллоне после того, когда из баллона выпустили m = 0,01 кг гелия, а температура понизилась до 17^{0}С.

4.8. В сосуде находится смесь m_1=0,06 кг углекислого газа (CO_2) и m_2=0,010 кг азота (N_2) Определите плотность этой смеси при t=37^o С и давлении P=1,5·10^5 Па.

4.9. В сосуде емкостью V = 0,02 м^3 содержится смесь водорода (H_2) и азота (N_2) при температуре t = 27^{0}С и давлении P =

$1{,}2 \cdot 10^6$ Па. Масса смеси m = 0,145 кг. Определите массу водорода и азота в сосуде.

4.10. Определите плотность углекислого газа (CO_2), находящегося в сосуде под давлением $P = 2 \cdot 10^5$ Па и имеющего температуру $t = 7^0$C.

5. ОСНОВЫ РАВНОВЕСНОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ

Основные формулы

- Молярные теплоёмкости при постоянном объёме (C_V) и постоянном давлении (C_P):

$C_V = \frac{i}{2}R,\qquad C_P = \frac{i+2}{2}R$, где i – число степеней свободы, $R = 8{,}31\,Дж/(моль\cdot К)$ - универсальная газовая постоянная.

- Связь между удельной (c) и молярной (C) теплоёмкостями:

$c = C/M$, где M – молярная масса.

- Внутренняя энергия идеального газа:

$U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT = \frac{m}{M}C_V T$, где m - масса газа, T - абсолютная температура.

- Изменение внутренней энергии идеального газа:

$\Delta U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}R\Delta T$,

- Работа расширения газа:

$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV$ - в общем случае, где P - давление газа, V - объём газа.

$A = P(V_2 - V_1)$ - при изобарном процессе.

$A = \frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1}$ - при изотермическом процессе.

$A = -\Delta U = -\frac{m}{M}C_V\Delta T = \frac{RT_1}{\gamma - 1}\frac{m}{M}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]$ - при адиабатном процессе, где $\gamma = C_p/C_V = (i+2)/i$.

- Первое начало термодинамики:

$Q = \Delta U + A$, где Q – количество теплоты, сообщённое системе; ΔU - изменение внутренней энергии системы; A – работа, совершённая системой против внешних сил.

- Уравнение Пуассона для адиабатного процесса:

$PV^{\gamma} = const$.

- Уравнение адиабаты идеального газа в переменных T и V:

$TV^{\gamma - 1} = const$.

- Коэффициент полезного действия цикла Карно:

$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, где Q_1 - количество теплоты, полученное от нагревателя; Q_2 - количество теплоты, переданное холодильнику; T_1 - температура нагревателя; T_2 - температура холодильника.

Примеры решения задач

Задача 1. Кислород, занимающий при давлении P=10^5 Па объем V = 0,04 м^3, расширяется так, что объем увеличивается в два раза. Определите конечное давление и работу, совершенную газом при изобарном, изотермическом и адиабатном процессах.

Дано:	Решение:
P = 10^5 Па; V = 0,04 м^3; V_1 =2V =0,08 м^3. P_1 - ? P_2 - ? P_3 - ? A_1 - ? A_2 - ? A_3 - ?	1. При изобарном процессе P=const, следовательно, P_1=P=10^5 Па. Работа при изобарном процессе $A_1=P\Delta V=10^5 \frac{н}{м^2}(0{,}08м^3 – 0{,}04м^3) = 0{,}4 \cdot 10^4$Дж. 2. При изотермическом процессе начальные и конечные значения давления и объема связаны между собой выражением $PV=P_2V_1$, откуда: $P_2 = \frac{PV}{V_1} = \frac{10^5\,Па \cdot 0{,}04м^3}{0{,}08м^3} = 0{,}5 \cdot 10^5\,Па.$

Для определения работы газа при изотермическом процессе воспользуемся выражением: $A_2 = \frac{mRT}{M} ln\frac{V_1}{V}$. Из уравнения Клапейрона-Менделеева: $\frac{mRT}{M} = PV$., следовательно $A_2 = P \cdot \ln\frac{V_1}{V}$. После подстановки числовых значений и вычисления получаем:

$A_2 = 10^5 \frac{Н}{м^2} 0{,}04 м^3 \ln\frac{0{,}08 м^3}{0{,}04 м^3} = 0{,}27 \cdot 10^4$ *Дж.*.

3. При адиабатном процессе давление и объем связаны между собой уравнением Пуассона: $PV^{\gamma} = P_3 V_1^{\gamma}$, где $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$, $C_P = \frac{i}{2}R + R$ -молярная теплоемкость газа при постоянном давлении, $C_V = \frac{i}{2}R$ - молярная теплоемкость газа при постоянном объеме. Так как молекула кислорода состоит из двух атомов, то $i = 5$, а отношение $\frac{C_P}{C_V} = 1{,}4$. Из уравнения Пуассона: $P_3 = P\left(\frac{V}{V_1}\right)^{\gamma}$. После подстановки и вычисления, получаем: $P_3 = 10^5\left(\frac{0{,}04 м^3}{0{,}08 м^3}\right)^{1{,}4} = 0{,}38 \cdot 10^5$ *Па*. Работа, совершаемая газом при адиабатном расширении, равна убыли внутренней энергии, т.е. $A_3 = -\Delta U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}R(T - T_3)$, где T_3 – абсолютная температура газа после адиабатного расширения. Запишем уравнение состояния до и после адиабатного расширения газа: $PV = \frac{mRT}{M}$ и $P_3 V_1 = \frac{mRT_3}{M}$, где T_3 – абсолютная температура газа после адиабатного расширения. Из последних двух уравнений: $T - T_3 = (PV - P_3 V_1)\frac{M}{mR}$, а следовательно, $A_3 = \frac{i}{2}(PV - P_3 V_1)$.

После подстановки числовых значений и вычисления:

$A_3 = \frac{5}{2}(10^5 \frac{Н}{м^2} 0{,}04 м^3 - 0{,}38 \cdot 10^5 \frac{Н}{м^2} 0{,}08 м^3) = 0{,}25 \cdot 10^4$ *Дж.*

Ответ: $P_1 = 10^5$ *Па*; $P_2 = 0{,}5 \cdot 10^5$ *Па*; $P_3 = 0{,}38 \cdot 10^5$ Па; $A_1 = 0{,}4 \cdot 10^4$ *Дж.*; $A_2 = 0{,}27 \cdot 10^4$ *Дж.*; $A_3 = 0{,}25 \cdot 10^4$ *Дж*.

Контрольные задания

5.1. При изотермическом расширении 2 г азота (N_2) при температуре 280 К объём увеличился в два раза. Определите совершённую газом работу, изменение внутренней энергии и количество теплоты, полученное газом.

5.2. Азот (N_2) массой 0,1 кг изобарно нагрет от температуры 200 К до температуры 400 К. Определите работу, совершённую газом, полученную им теплоту и изменение внутренней энергии.

5.3. Водород (H_2) массой 6,5 г при температуре 300 К и постоянном давлении расширяется вдвое за счет притока тепла извне. Определите работу расширения, изменение внутренней энергии газа и количество теплоты, полученное газом.

5.4. 2 кмоля углекислого газа (CO_2) нагреваются при постоянном давлении на 50 К. Найдите изменение его внутренней энергии, работу расширения и количество теплоты, полученное газом.

5.5. При адиабатном расширении двух моль кислорода (O_2), находящегося при нормальных условиях, объём увеличился в 3 раза. Определите изменение внутренней энергии газа и работу расширения газа.

5.6. Азот (N_2), находившийся при температуре 400 К, подвергли адиабатному расширению, в результате которого его объем увеличился в 5 раз, а внутренняя энергия уменьшилась на 4 кДж. Определите массу азота.

5.7. Газ расширяется адиабатно и при этом его объём увеличивается вдвое, а температура падает в 1,32 раза. Найдите число степеней свободы этого газа.

5.8. Два моля двухатомного идеального газа нагревают при постоянном объеме до температуры 289 К. Определите количество теплоты, которое необходимо сообщить газу, чтобы увеличить его давление в 3 раза.

5.9. Работа расширения некоторого двухатомного идеального газа составляет 2 кДж. Определите количество подведенной к газу теплоты, если процесс протекал изобарно.

5.10. Определите количество теплоты, которое надо сообщить кислороду (O_2) объёмом 50 л при изохорном нагревании, чтобы давление повысилось на 0,5 МПа.

6. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Основные формулы

- Закон Кулона:

$F=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2}$, где F – модуль силы взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2; r – расстояние между зарядами; $\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}\,Ф/м$ - электрическая постоянная; ε - диэлектрическая проницаемость среды, в которой находятся заряды (для вакуума $\varepsilon=1$).

- Напряженность и потенциал электростатического поля:

$\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q_0}$, $\varphi=\dfrac{W_п}{q_0}$, или $\varphi=\dfrac{A_\infty}{q_0}$, где $\vec{F}$ – сила, действующая на точечный положительный заряд q_0, помещенный в данную точку поля; $W_п$ – потенциальная энергия заряда q_0; A_∞ – работа по перемещению заряда q_0 из данной точки поля в бесконечность.

- Напряженность и потенциал электростатического поля, создаваемого точечным зарядом q на расстоянии r от него

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r^2};\ \varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r}.$$

- Поток вектора напряженности через площадку dS:

$d\varPhi_E=\vec{E}d\vec{S}=E_n dS$, где $d\vec{S}=dS\cdot\vec{n}$ – вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с нормалью $\vec{n}$ к площадке; E_n – составляющая вектора $\vec{E}$ по направлению нормали $\vec{n}$ к площадке.

- Поток вектора напряженности через произвольную поверхность S:

$$\varPhi_E=\int_S \vec{E}d\vec{S}=\int_S E_n dS.$$

- Напряженность и потенциал поля, создаваемого системой точечных зарядов (принцип суперпозиции (наложения) электростатических полей):

$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i\, ; \varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i$, где $\vec{E}_i$, φ_i – соответственно напряженность и потенциал поля, создаваемого зарядом q_i, n – число зарядов, создающих поле.

- Для однородного поля (поля плоского конденсатора):

$E = \dfrac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$, где $(\varphi_1 - \varphi_2)$– разность потенциалов между пластинами конденсатора, d – расстояние между ними.

- Напряженность поля, создаваемая равномерно заряженной бесконечной плоскостью:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

- Напряженность и потенциал поля, создаваемого проводящей заряженной сферой радиусом R с зарядом q на расстоянии r от центра сферы:

$E = 0;\ \varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{\varepsilon R}$ при $r < R$ (внутри сферы);

$E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{\varepsilon r^2};\ \varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{\varepsilon r}$ при $r \ge R$ (вне сферы).

- Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной бесконечной цилиндрической поверхностью радиусом R на расстоянии r от оси цилиндра:

$E = 0$ при $r < R$ (внутри цилиндра);

$E = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{\tau}{\varepsilon r}$ при $r \ge R$ (вне цилиндра).

- Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q из точки 1(потенциал φ_1) в точку 2 (потенциал φ_2):

$A_{12} = q\ (\varphi_1 - \varphi_2)$, или $A_{12} = q\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} = q\int_1^2 E_l \cdot dl$, где E_l – проекция вектора $\vec{E}$ на направление элементарного перемещения $d\vec{l}$.

Примеры решения задач

Задача 1. Два точечных электрических заряда q_1=1 нКл и q_2=–2 нКл находятся в вакууме на расстоянии d = 10 см друг от друга. Определите напряженность и потенциал поля, создаваемого этими зарядами в точке А, удаленной от заряда q_1 на расстояние r_1=9 см и от заряда q_2 на расстояние r_2=7 см. Какая сила будет действовать на точечный заряд q'=1 пКл, если его поместить в точку А?

Дано:
q_1 = 1 нКл;
q_2 = -2 нКл;
d = 10 см;
r_1 = 9 см;
r_2 = 7 см;
q' = 1 пКл

E = ? φ =?
F = ?

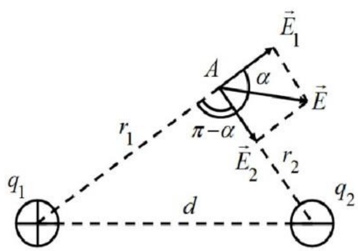


Рис.6.1

Решение:
Согласно принципу суперпозиции электрических полей каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов.

Напряженность $\vec{E}$ электрического поля в искомой точке будет равна геометрической сумме напряженностей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Модуль вектора $\vec{E}$ найдем по теореме косинусов (рис.6.1):

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}\,, \qquad (1)$$

где α – угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, который может быть найден из треугольника со сторонами r_1, r_2 и d: $\cos\alpha = \dfrac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}$. В данном случае во избежание громоздких записей удобно значение $\cos\alpha$ вычислить отдельно:

$$\cos\alpha = \frac{(10^2 - 9^2 - 7^2)}{2\cdot 9\cdot 7} = -0{,}238$$

Напряженность электрических полей, создаваемых соответственно зарядами q_1 и q_2:

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}\ ; \qquad E_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}\ . \qquad (2)$$

Подставляя выражения для E_1 и E_2 из (2) в (1) и вынося общий множитель $1/(4\pi\varepsilon_0)$ за знак корня, получаем:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{q_1}{r_1^2}\frac{q_2}{r_2^2}\cos\alpha}\ . \qquad (3)$$

Сила, действующая на заряд q':

F = q'E. (4)

В соответствии с принципом суперпозиции электростатических полей потенциал φ результирующего поля, создаваемого двумя зарядами q_1 и q_2, равен алгебраической сумме потенциалов, т.е.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2\,. \qquad (5)$$

Потенциал поля точечного заряда q на расстоянии r от него выражается формулой:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\,. \qquad (6)$$

В нашем случае согласно формулам (5) и (6) получаем:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right)\,. \qquad (7)$$

Подставив в формулы (3), (4) и (7) численные значения физических величин, произведем вычисления:

$$E = \frac{1}{4\pi \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{(10^{-9})^2}{(0.09)^4} + \frac{(2 \cdot 10^{-9})^2}{(0.07)^4} + 2\frac{10^{-9}}{(0.09)^2}\frac{2 \cdot 10^{-9}}{(0.07)^2}(-0.238)} =$$

$$= 3.53 \cdot 10^3 \frac{В}{м} = 3.58 \frac{кВ}{м};$$

$$F = 10^{-12} \cdot 3.58 \cdot 10^3 = 3.53 \cdot 10^{-9}\,\text{Н} = 3.53\,нН;$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}}\left(\frac{10^{-9}}{0.09} + \frac{-2 \cdot 10^{-9}}{0.07}\right) = -157В.$$

Ответ: $E = 3.58\frac{кВ}{м}$; $F = 3{,}53\,нН$; $\varphi = -157\,В$.

Контрольные задания

6.1. Расстояние между одноименными одинаковыми зарядами q = 2 нКл равно 10 см. Определите напряженность поля, создаваемого этими зарядами в точке, находящейся на расстоянии 8 см от первого и 6 см от второго заряда.

6.2. Расстояние между двумя точечными зарядами q_1= 2 нКл и q_2 = – 3 нКл, расположенными в вакууме, равно 25 см. Определите напряженность поля, создаваемого этими зарядами в точке, удаленной от первого заряда на расстояние 20 см и от второго заряда на 15 см.

6.3. Расстояние между одноименными одинаковыми зарядами q = 2 нКл равно 10 см. Определите напряженность поля, создаваемого этими зарядами в точке, находящейся на расстоянии 8 см от первого и 6 см от второго заряда.

6.4. Расстояние между двумя точечными зарядами q_1= 2 нКл и q_2 = – 3 нКл, расположенными в вакууме, равно 25 см. Определите напряженность поля, создаваемого этими зарядами в точке, удаленной от первого заряда на расстояние 20 см и от второго заряда на 15 см.

6.5. Определите напряженность поля в точке, находящейся на прямой, соединяющей заряды q_1 =10 нКл и q_2 =-8 нКл, на расстоянии 8 см справа от отрицательного заряда. Расстояние между зарядами равно 20 см.

6.6. С какой силой, приходящейся на единицу площади, отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно протяженные плоскости? Поверхностная плотность заряда на каждой плоскости 2 мкКл/м^2.

6.7. К бесконечно заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда 8,85 нКл/см^2 прикреплен на нити одноименно заряженный шарик с массой 1г и зарядом 2нКл. Какой угол с плоскостью образует нить, на которой висит шарик?

6.8. Два шарика массой 1 кг каждый подвешены на нитях, верхние концы которых соединены вместе. Длина каждой нити 10 см. Какие одинаковые заряды надо сообщить шарикам, чтобы нити разошлись на угол 60°?

6.9. Два шарика одинакового радиуса и массы подвешены на двух нитях так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда $4 \cdot 10^{-7}$Кл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол 60°. Найдите массу каждого шарика, если длина нити 20 см.

6.10. Четыре одинаковых точечных заряда $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 2$ нКл находятся в вершинах квадрата со стороной 10 см. Определите силу, действующую на один из зарядов со стороны трех других.

7. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Основные формулы

- Сила тока:

$I=\dfrac{dq}{dt}$; $I=\dfrac{q}{t}$ (если $I=const$).

- Плотность тока:

$j=\dfrac{I}{S}$, $\vec{j}=ne\langle\vec{\upsilon}\rangle$, где S – площадь поперечного сечения проводника, $\langle\vec{\upsilon}\rangle$ – средняя скорость упорядоченного движения зарядов в проводнике, n – концентрация зарядов, e – элементарный заряд.

- Зависимость сопротивления от параметров проводника:

$R=\rho\dfrac{l}{S}$, где l – длина проводника, S – площадь поперечного сечения проводника, $\rho=\dfrac{1}{\gamma}$ – удельное сопротивление, γ – удельная проводимость.

- Сопротивление системы проводников: при последовательном (а) и параллельном (б) соединениях:

а) $R=\sum\limits_{i=1}^{n}R_i$, б) $\dfrac{1}{R}=\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{1}{R_i}$, где R_i – сопротивление i-го проводника, n – число проводников.

- Законы Ома:

для однородного участка цепи:

$$I=\frac{\varphi_1-\varphi_2}{R}=\frac{U}{R},$$

для неоднородного участка цепи:

$$I=\frac{\varphi_1-\varphi_2+\mathrm{E}_{1,2}}{R},$$

для замкнутой цепи:

$I=\dfrac{\mathrm{E}}{R+r}$, где U – напряжение на однородном участке цепи, $(\varphi_1-\varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи, E –

ЭДС источника, r – внутреннее сопротивление источника тока.

В дифференциальной форме:

$\vec{j} = \gamma \vec{E}$, где $\vec{j}$ – плотность тока, γ – удельная проводимость, $\vec{E}$ –напряжённость поля.

- Сила тока короткого замыкания:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r}.$$

- Работа тока за время t:

$$A = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t.$$

Закон Джоуля-Ленца (количество теплоты, выделяемой при прохождении тока через проводник):

$$Q = I^2Rt.$$

- Мощность тока, выделяемая в нагрузке (полезная):

$$P = IU = I^2R = \frac{U^2}{R}.$$

- Полная мощность, выделяемая в цепи:

$$P = \mathcal{E} \cdot I.$$

- Мощность, теряемая в источнике:

$$P = I^2r.$$

- Коэффициент полезного действия источника тока:

$$\eta = \frac{P_{полезная}}{P_{полная}} = \frac{R}{R+r}.$$

- Правила Кирхгофа:

1) $\sum\limits_i I_i = 0$ – для узлов;

2) $\sum\limits_i I_i R_i = \sum\limits_k \mathcal{E}_k$ – для контуров,

где $\sum\limits_i I_i$ – алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, $\sum\limits_k \mathcal{E}_k$ – алгебраическая сумма ЭДС в контуре.

Примеры решения задач

Задача 1. Электрическая цепь состоит из двух источников тока, трех сопротивлений и амперметра (рис.7.1). В этой цепи R_1=100 Ом, R_2=50 Ом, R_3=20 Ом, ЭДС одного из источников тока E_1=2 В. Амперметр регистрирует ток I_3=50 мА, идущий в направлении, указанном стрелкой. Определите ЭДС второго источника тока E_2. Сопротивлением амперметра и внутренним сопротивлением источников тока пренебречь.

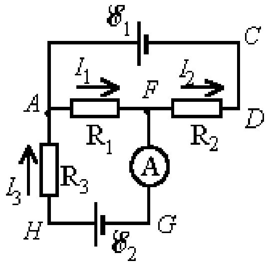


Рис.7.1

Указания: Для расчета разветвленных цепей применяются правила Кирхгофа:

а) $\sum\limits_i I_i = 0$ – первое правило Кирхгофа;

б) $\sum\limits_i I_i R_i = \sum\limits_k \mathrm{E}_k$ - второе правило.

На основании этих правил можно составить уравнения, необходимые для определения искомых величин (силы тока, сопротивления и ЭДС). Применяя правила Кирхгофа, следует соблюдать следующие указания:

1. Перед составлением уравнений произвольно выбрать: а) направления токов (если они не заданы по условию задачи) и указать их стрелками на чертеже; б) направления обхода контуров (например, по часовой стрелке).

2. При составлении уравнений по первому правилу Кирхгофа считать токи, подходящие к узлу, положительными, а токи, отходящие от узла, отрицательными. Число уравнений, составляемых по первому правилу Кирхгофа, должно быть на единицу меньше числа узлов, содержащихся в цепи.

3. При составлении уравнений по второму правилу Кирхгофа надо считать, что а) произведение силы тока на сопротивление участка контура $I_к R_к$ входит в уравнение со знаком “плюс”, если направление тока в данном участке совпадает с выбранным направлением обхода контура, в противном случае произведение $I_к R_к$ входит в уравнение со знаком “минус”, б) ЭДС входит в уравнение со знаком “плюс”, если она повышает потенциал в направлении обхода контура, т.е. если при обходе приходится идти от минуса к плюсу внутри источника тока; в противном случае

ЭДС входит в уравнение со знаком “минус”. Число уравнений, составленных по второму правилу Кирхгофа должно быть равно числу независимых контуров, имеющихся в цепи. Для составления уравнений первый контур можно выбирать произвольно. Все последующие контуры следует выбрать таким образом, чтобы в каждый новый контур входила хотя бы одна ветвь цепи, не участвовавшая ни в одном из ранее использованных контуров. Если при решении уравнений, составленных указанным выше способом, получены отрицательные значения силы тока или сопротивления, то это означает, что ток через данное сопротивление в действительности течет в направлении, противоположном произвольно выбранному. При этом числовые значения силы тока будут правильными. Однако в этом случае неверным окажется вычисленное значение сопротивления. Тогда необходимо, изменив на чертеже направление тока в сопротивлении, составить новую систему уравнений и, решив ее, определить искомое сопротивление.

Дано:

R_1=100 Ом;
R_2 = 50 Ом;
R_3 = 20 Ом;
$\mathcal{E}_1$= 2 В;
I_3= 50 мА.

ε_2 = ?

$\mathcal{E}$

Решение:

Выберем направления токов, как они показаны на рисунке, и условимся обходить контуры по часовой стрелке. По первому правилу Кирхгофа для узла F имеем:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \qquad (1)$$

По второму правилу Кирхгофа имеем для контура $ACDFA$: $-I_1R_1 - I_2R_2 = -\mathcal{E}_1$, или после умножения обеих частей равенства на – 1:

$$I_1R_1 + I_2R_2 = \mathcal{E}_1. \qquad (2)$$

Соответственно для контура $AFGHA$ найдем:

$$I_1R_1 + I_3R_3 = \mathcal{E}_2. \qquad (3)$$

После подстановки известных числовых значений в формулы (1), (2) и (3) получим: $I_1 - I_2 - 0{,}05 = 0$, $50I_1 + 25I_2 = 1$, $100I + 0{,}05\cdot 20 = \mathcal{E}_2$.

Перенеся в этих уравнениях неизвестные величины в левые части, а известные – в правые, получим систему 3 уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + \cdot 0 = 0{,}05 \\ 50I_1 + 25I_2 + 0 = 1 \\ 100I_1 + 0 - \cdot_2 = -1. \end{cases}$$

Выразим из первого уравнения системы I_2 и подставим во второе:

$$I_2 = I_1 - 0{,}05, \quad 50I_1 + 25(I_1 - 0{,}05) = 1 \quad \Rightarrow I_1 = 0{,}03.$$

Подставляя I_1 в третье уравнение, получаем $E_{.}$ =4 В.

Ответ: $E_{.}$ =4 В.

Контрольные задания

7.1. На рис. 7.2 $E_1 = E_2 = E_3$, R_1 = 48 Ом, R_2 = 24 Ом, падение напряжения U_2 на сопротивлении R_2 равно 12 В. Пренебрегая внутренним сопротивлением элементов, определите силу тока во всех участках цепи и сопротивление R_3.

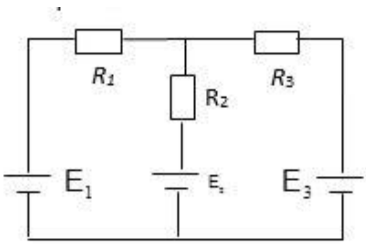


Рис. 7.2

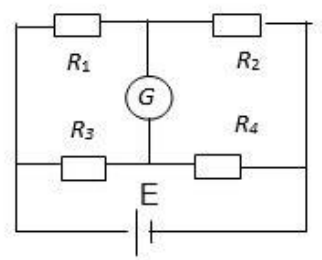


Рис.7.3

7.2. На рис. 7.3 E =2В, R_1= 60 Ом, R_2= 40 Ом, R_3=R_4 = 20 Ом, R_G= 100 Ом. Определите силу тока I_G через гальванометр.

7.3. На рис. 7.4 E_1 = 2,1 В, E_2 = 1,9 В, R_1=45 Ом, R_2= 10 Ом, R_3= 10 Ом. Найдите силу тока во всех участках цепи. Внутренним сопротивлением элементов пренебречь.

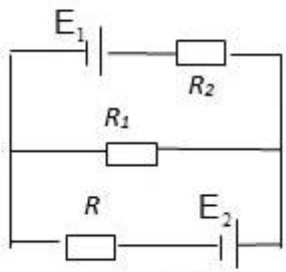


Рис. 7.4

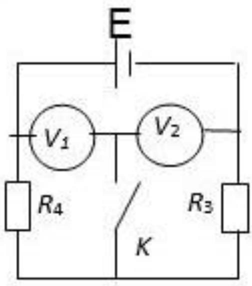


Рис. 7.5

7.4. На рис. 7.5 сопротивления вольтметров равны R_1=3000 Ом и R_2=2000 Ом; R_3=3000 Ом, R_4=2000 Ом; Е =200 В. Найдите показания вольтметров, если ключ К разомкнут. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

7.5. На рис.7.6 $E_1 = E_2$ =110 В, R_1=R_2= 200 Ом, сопротивление вольтметра 1000 В. Найдите показание вольтметра. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

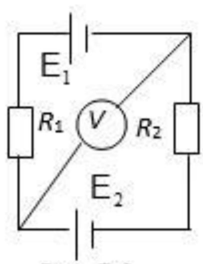


Рис. 7.6

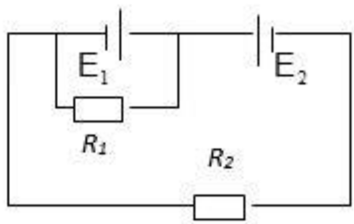


Рис. 7.7

7.6. На рис.7.7 $E_1 = E_2 =$ 2В, внутренние сопротивления источников равны 0,5 Ом, R_1= 0,5 Ом, R_2= 1,5 Ом. Найдите силу тока во всех участках цепи.

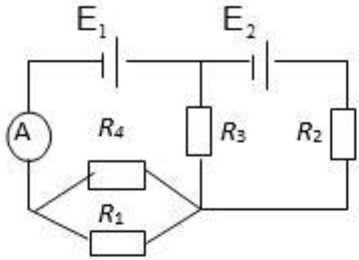


Рис. 7.8

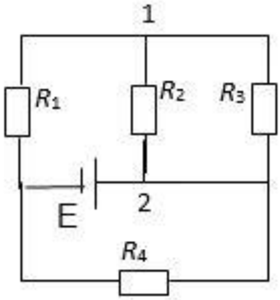


Рис.7.9

7.7. На рис.7.8 $E_1 = E_2$ = 100 В, R_1= 20 Ом, R_2= 10 Ом, R_3= 40 Ом, R_4=30 Ом. Найдите показание амперметра. Внутренним сопротивлением источников и амперметра пренебречь.

7.8. В схеме на рис. 7.9 R_1=1 Ом, R_2=2 Ом, R_3=3 Ом, сила тока через источник равна 2А, разность потенциалов между точками *1* и *2* равна 2 В. Найдите сопротивление R_4.

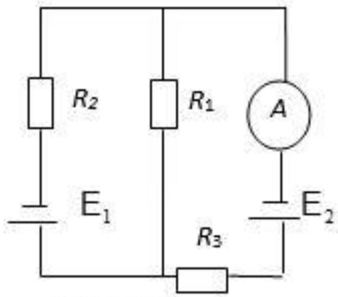


Рис. 7.10

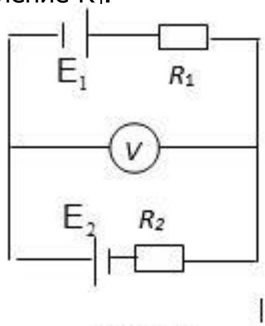


Рис. 7.11

7.9. Какую силу тока показывает амперметр на рис. 7.10, сопротивление которого R_A=500 Ом, если E_1=1 В, E_2 =2 В, R_3=1500 Ом и падение напряжения на сопротивлении R_2 равно 1 В. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

7.10. На рис. 7.11 E_1=1,5 В, E_2 =1,6 В, R_1=1 кОм, R_2=2 кОм. Определите показания вольтметра, если его сопротивление R_V=2 кОм. Сопротивлением источников пренебречь.

8. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

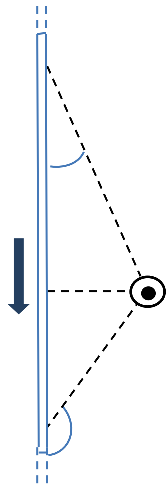
Основные формулы

• Сила взаимодействия между двумя прямолинейными парал-лельными бесконечно длинными проводниками с токами I_1 и I_2, приходящаяся на единицу длины:

$F = \dfrac{\mu_0 \mu I_1 I_2}{2\pi r}$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ $Гн/м$ – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость изотропной среды (для вакуума $\mu = 1$); r – расстояние между проводниками.

• Связь магнитной индукции $\vec{B}$ с напряженностью $\vec{H}$ магнитного поля:

$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$.



• Принцип суперпозиции магнитных полей:

$\vec{B} = \sum\limits_i \vec{B}_i$, $\vec{H} = \sum\limits_i \vec{H}_i$, где $\vec{B}_i (\vec{H}_i)$ – магнитная индукция (напряжённость), создаваемая каждым током или движущимся зарядом в отдельности.

• Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямолинейным провод-ником с током:

$B = \dfrac{\mu_0 \mu}{2\pi} \cdot \dfrac{I}{r}$, где $\boldsymbol{r}$ – расстояние от проводника с током до точки, в которой определяется магнитная индукция.

• Магнитная индукция поля, создаваемого прямолинейным проводником с током конечной длины:

$B = \dfrac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \dfrac{I}{r} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$, где α_1, α_2 – углы между элементом тока и радиус-вектором, проведенным из рассматриваемой точки к концам проводника.

• Магнитная индукция поля в центре кругового проводника с током: $B = \dfrac{\mu_0 \mu I}{2R}$, где R – радиус кругового витка.

• Магнитная индукция поля на оси кругового проводника с током:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I R^2}{2\left(R^2 + a^2\right)^{3/2}},$$

где R – радиус кругового витка; a – расстояние от центра витка до точки, в которой определяется магнитная индукция.

• Магнитная индукция поля внутри тороида:

$B = \mu_0 \mu I n \dfrac{R}{r}$, где n – число витков на единицу длины; $I \cdot n$ – число ампер-витков, R – радиус тороида, r – радиус витка.

• Сила Ампера, действующая на элемент dl проводника с током I в магнитном поле:

$dF = BI\,sin\alpha \cdot dl$, где α – угол между направлениями тока и магнитной индукции поля.

$F = qB\upsilon\,sin\alpha$, где q – заряд частицы; υ – скорость частицы; α – угол между направлениями скорости частицы и магнитной индукции поля.

• Радиус окружности и период вращения частицы, влетевшей в магнитное поле под углом 90° к силовым линиям индукции:

$R = \dfrac{m\upsilon}{qB}, T = \dfrac{2\pi m}{qB}$, где m – масса частицы; q - заряд частицы.

• Шаг винтовой траектории, по которой движется заряженная частица, влетевшая в магнитное поле под углом α к силовым линиям магнитного поля:

$h = T \cdot \upsilon cos\alpha$.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Два параллельных бесконечно длинных провода, по которым текут в одном направлении токи силой I = 60 А, расположены на расстоянии d = 10 см друг от друга. Определить магнитную индукцию B в точке A, отстоящей от одного проводника на расстоянии r_1=5 см и от другого – на расстоянии r_2 = 12 см.

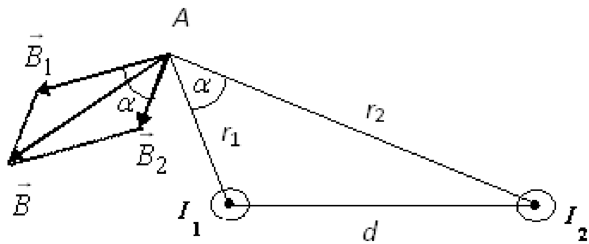
Дано:
I=60 А
d=10 см =0,1 м
r_1=5 см=0,05 м
r_2 = 12 см=0,12 м
r_2=12 см=0,12м.

B – ?

Решение:

Для нахождения магнитной индукции B в точке A определим направления векторов индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей (по правилу «правого винта»), создаваемых каждым проводником в отдельности, и сложим их геометрически, т.е. $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Абсолютное значение индукции найдем по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^{\ 2} + B_2^{\ 2} - 2B_1B_2\cos(\pi - \alpha)}\ .$$



Учитывая, что $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$, получаем

$$B = \sqrt{B_1^{\ 2} + B_2^{\ 2} + 2B_1B_2\cos\alpha}\ . \qquad (1)$$

Значения индукции B_1 и B_2 выражаются соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от провода до точки, индукцию в которой мы вычисляем:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1},\ B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}.$$

Подставив B_1 и B_2 в формулу (1) и вынеся $\frac{\mu_0 I}{2\pi}$ за знак корня, получим

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha}\ . \qquad (2)$$

Проверяем наименования:

$$[B]=\frac{Гн\cdot А}{м\cdot м}=\frac{В\cdot с\cdot А}{А\cdot м\cdot м}=\frac{Н}{А\cdot м}=Тл\,.$$

Вычислим угол α. Заметим, что $\alpha = \angle DAC$. Поэтому по теореме косинусов запишем $d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\alpha$, где d – расстояние между проводами. Отсюда $cos\,\alpha=\dfrac{r_1^2+r_2^2-d^2}{2r_1r_2}$.

Подставив данные, вычислим значение косинуса:

$$\cos\alpha=\frac{(0.05)^2+(0.12)^2-(0.1)^2}{2\cdot 0.05\cdot 0.12}=0.576\,.$$

Подставив в формулу (2) значения μ_0, I, r_1, r_2 и $\cos\alpha$, найдем

$$B=\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 60}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{(0.05)^2}+\frac{1}{(0.12)^2}+\frac{2}{0.05\cdot 0.12}\cdot 0.576}=$$

$$3086\cdot 10^{-7}\,Тл=308.6\,мкТл$$

Ответ: $B=308.6\,мкТл$

Задача 2. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов U=400 В, попал в однородное магнитное поле с индукцией B=1,5 мТл. Определить: 1) радиус R кривизны траектории; 2) частоту ν вращения электрона в магнитном поле. Вектор скорости электрона перпендикулярен линиям индукции.

Дано:
U = 400 В
B = 1,5 мТл
$\vec{\upsilon}\perp\vec{B}$

R – ?
ν – ?

Решение:

1. На движущийся в магнитном поле электрон действует сила Лоренца

$$F=|e|\upsilon B\sin\alpha.$$

(Действием силы тяжести можно пренебречь.)

Вектор силы Лоренца перпендикулярен вектору скорости и, следовательно, по второму закону Ньютона сила Лоренца является центростремительной силой, т.е

$$|e|\upsilon B\,sin\,\alpha=m\upsilon^2/R\,, \qquad (1)$$

где e, υ, m – заряд, скорость, масса электрона; B – индукция магнитного поля; R – радиус кривизны траектории; α – угол между направлениями вектора скорости $\vec{\upsilon}$ и индукции $\vec{B}$ (в нашем случае $\vec{\upsilon}\perp\vec{B}$, α = 90^0, $\sin\alpha$ = 1).

Из формулы (1) найдем

$$R = \frac{m\upsilon}{|e|B}. \qquad (2)$$

Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов U, получает энергию $|e|U$,которая переходит в кинетическую энергию $m\upsilon^2/2$, т.е. $|e|U = m\upsilon^2/2$. Отсюда $\upsilon = \sqrt{2|e|U/m}$.

Подставив это выражение в формулу (2), получим выражение для радиуса кривизны:

$$R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{|e|}}. \qquad (3)$$

Подставляем числа в выражение (3):

$$R = \frac{1}{1.5\cdot10^{-3}}\sqrt{\frac{2\cdot9.1\cdot10^{-31}\cdot400}{1.6\cdot10^{-19}}} = 45\cdot10^{-3}\ м.$$

Проверим наименования:

$$[R] = \frac{1}{Тл}\sqrt{\frac{кг\cdot В}{Кл}} = \frac{А\cdot м}{Н}\sqrt{\frac{кг\cdot Дж}{Кл^2}} = \frac{А\cdot м\cdot с^2}{кг\cdot м}\sqrt{\frac{кг^2\cdot м^2}{с^2\cdot Кл^2}} = м.$$

2. Для определения частоты вращения воспользуемся формулой, связывающей частоту со скоростью и радиусом кривизны траектории, $\nu = \frac{\upsilon}{2\pi R}$. Подставив R из выражения (2) в эту формулу, получим $\nu = \frac{1}{2\pi}\frac{|e|}{m}B$. Производим вычисления:

$$\nu = \frac{1}{2\cdot3{,}14}\frac{1{,}6\cdot10^{-19}}{9{,}1\cdot10^{-31}}1{,}5\cdot10^{-3} = 4.2\cdot10^{7}\ Гц.$$

Проверим наименования:

$$[\nu] = \frac{Кл\cdot Тл}{кг} = \frac{Кл\cdot Н}{А\cdot м\cdot кг} = \frac{Кл}{А\cdot с^2} = с^{-1}.$$

Ответ: $R = 45\cdot10^{-3}\ м,\ \nu = 4{,}2\cdot10^{7}\ Гц.$

Контрольные задания

8.1. На рис. 1.1 изображено сечение двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с током. Расстояние АС между проводниками равно 10 см, I_1=20 А, I_2 = 30 А. Найдите магнитную индукцию поля, вызванного токами I_1 и I_2 в точках M_1, M_2 и M_3. Расстояния M_1A=2 см, AM_2 =4 см и CM_3 =3см.

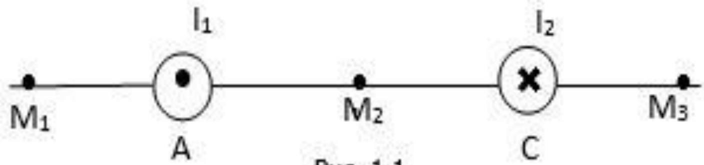


Рис. 1.1

8.2. На рис. 1.1 изображено сечение двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с током. Расстояние АС между проводниками равно 10 см, I_1=10 А, I_2 = 30 А. Найдите магнитную индукцию поля, вызванного токами I_1 и I_2 в точках M_1, M_2 и M_3. Расстояния M_1A=2 см, AM_2 =4 см и CM_3 =3см. Считать, что токи текут в одном направлении.

8.3. По тонкому проводнику, изогнутому в виде правильного шестиугольника со стороной a=10 см, идет ток I=20 А. Определить магнитную индукцию B в центре шестиугольника.

8.4. На рис. 1.2 изображено сечение трёх прямолинейных бесконечно длинных проводников с током. Расстояния AC=CD=5 см; I_1=I_2=I; I_3=2I. Найдите точку на прямой AD, в которой индукция магнитного поля, вызванного токами I_1, I_2, I_3, равна нулю.

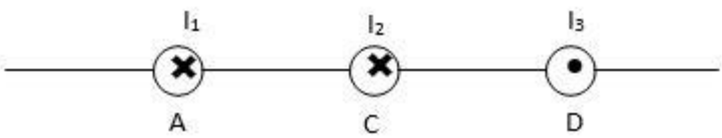


Рис. 1.2

8.5. На рис. 1.2 изображено сечение трёх прямолинейных бесконечно длинных проводников с током. Расстояния AC=CD=5 см; I_1=I_2=I; I_3=2I. Найдите точку на прямой AD, в которой индукция магнитного поля, вызванного токами I_1, I_2, I_3, равна нулю. Считать, что все токи текут в одном направлении.

8.6. По контуру в виде квадрата идет ток I=50A. Сторона квадрата a=20 см. Чему равна магнитная индукция B в точке пересечения диагоналей?

8.7. По тонкому проводу, изогнутому в виде прямоугольника, течет ток I=60A. Стороны прямоугольника a=30 см и b=40 см. Какое значение имеет магнитная индукция B в точке пересечения диагоналей?

8.8. Расстояние между двумя длинными параллельными проводниками d=10 см. По проводам в противоположном направлении текут токи силой I=10 А каждый. Найти напряженность H магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии r_1=5 см от одного и r_2=4 см от другого провода.

8.9. Расстояние между двумя длинными параллельными проводниками d=5 см. По проводам в одном направлении текут токи силой I=30 А каждый. Найти напряженность H магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии r_1=4 см от одного и r_2=3 см от другого провода.

8.10. По контуру в виде треугольника идет ток I=5A. Сторона треугольника a=10 см. Чему равна магнитная индукция B в точке пересечения высот треугольника?

8.11. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией 31,4 мТл. Определите период обращения электрона.

8.12. Определите частоту обращения электрона по круговой орбите в магнитном поле с индукцией 1 Тл.

8.13. Протон, ускоренный разностью потенциалов 0,5 кВ, влетая в однородное магнитное поле с индукцией 0,1 Тл, движется по окружности. Определите радиус этой окружности.

8.14. Серпуховской ускоритель протонов ускоряет эти частицы до энергии 76 ГэВ. Ускоренные протоны движутся по окружности радиусом 236 м и удерживаются на ней магнитным полем, перпендикулярным к плоскости орбиты. Найдите необходимое для этого магнитное поле.

8.15. Протон и альфа-частица, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона меньше радиуса кривизны траектории альфа-частицы?

8.16. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией 0,05 Тл. Определите момент импульса, которым обладала частица при движении в магнитном поле, если траектория ее представляла дугу окружности радиусом 0,2 мм.

8.17. Найдите отношение q/m для заряженной частицы, если она, влетая со скоростью 10^8 см/с в однородное магнитное поле напряженностью в $2 \cdot 10^5$ А/м, движется по дуге окружности радиусом 8,3 см. Направление скорости движения частицы перпендикулярно направлению магнитного поля.

8.18. Альфа-частица со скоростью 2 Мм/с влетает в магнитное поле с индукцией 1 Тл под углом 30°. Определите радиус витка винтовой линии, которую будет описывать альфа-частица.

8.19. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 6 кВ, влетает в однородное магнитное поле под углом 30° к направлению поля и начинает двигаться по винтовой линии. Магнитная индукция поля равна 130 мТл. Найдите шаг винтовой линии.

8.20. Протон влетел в однородное магнитное поле под углом 60° к направлению линий поля и движется по спирали, радиус которой 2,5 см. Магнитная индукция поля равна 0,05 Тл. Найдите кинетическую энергию протона.

9. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Основные формулы

- Связь периода T, частоты v и циклической частоты ω колебаний:

$T = 1/v, \quad T = 2\pi/\omega, \quad \omega = 2\pi v$.

- Период электромагнитных колебаний в идеальном колебательном контуре:

$T = 2\pi\sqrt{LC}$, где L – индуктивность катушки; C – электроёмкость конденсатора.

- Зависимость заряда на пластинах конденсатора, разности потенциалов между ними и силы тока от времени в идеальном контуре:

$$q = q_m \cos(\omega t + \alpha),$$

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C}\cos(\omega t + \alpha) = U_m \cos(\omega t + \alpha),$$

$I = \frac{dq}{dt} = -q_m \omega \sin(\omega t + \alpha) = -I_m \sin(\omega t + \alpha)$, где q_m – амплитуда заряда; $U_m = q_m / C$ – амплитуда напряжения; $I_m = q_m \omega$ – амплитуда силы тока; α – начальная фаза колебаний.

- Период электромагнитных колебаний в колебательном контуре при наличии сопротивления:

$T = \dfrac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{1}{LC} - \left(\dfrac{R}{2L}\right)^2}}$, где L – индуктивность катушки; C – электроёмкость конденсатора; R – сопротивление контура.

• Зависимость заряда на пластинах конденсатора, разности потенциалов между ними и силы тока от времени в колебательном контуре при наличии сопротивления (затухающие колебания):

$q = q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha)$,

$U = U_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha)$,

$I = I_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha + \psi)$ где $\beta = R/2L$ – коэффициент затухания; α – начальная фаза колебаний; ψ – разность фаз между током и напряжением в контуре.

• Логарифмический декремент затухания:

$\chi = \beta \cdot T$.

• Скорость электромагнитной волны в среде:

$\upsilon = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$, где $c = 3 \cdot 10^8\ м/с$ – скорость электромагнитной волны в вакууме; ε – диэлектрическая проницаемость среды; μ – магнитная проницаемость среды.

• Длина электромагнитной волны:

$\lambda = \upsilon \cdot T$.

Контрольные задания

9.1. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью 2,22 нФ, катушки индуктивностью 1 мГн и резистора сопротивлением 2 Ом. Определите логарифмический декремент затухания колебаний.

9.2. Колебательный контур состоит из катушки, индуктивность которой 0,01 Гн, конденсатора электроёмкостью 0,405 мкФ и сопротивления в 2 Ом. Во сколько раз уменьшится напряжение на конденсаторе за время, равное одному периоду колебаний?

9.3. Зависимость тока от времени в колебательном контуре задана уравнением: I =-0,02sin(400πt)A. Индуктивность катушки 1Гн. Определите: 1) период колебаний; 2) электроёмкость конденсатора; 3) максимальное напряжение на конденсаторе; 4) максимальную энергию электрического и магнитного полей.

9.4. В идеальном колебательном контуре в начальный момент времени ток равен нулю, а заряд имеет максимальное значение, равное q_m. Через какую долю периода, начиная от начального значения, энергия в контуре распределится поровну между катушкой и конденсатором?

9.5. Через какое время (в долях периода t/T) на конденсаторе идеального колебательного контура заряд будет равен половине амплитудного значения?

9.6. Колебательный контур содержит катушку, индуктивность которой 10 мкГн, и конденсатор ёмкостью 1 нФ. Определите максимальный магнитный поток, пронизывающий катушку, если общее число витков её равно 100, а максимальное напряжение равно 100 В.

9.7. Максимальное значение энергии в идеальном колебательном контуре равно 0,2 мДж. При медленном увеличении расстояния между пластинами частота колебаний увеличилась в 2 раза. Определите работу, совершённую при перемещении пластин.

9.8. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 0,1 Гн и конденсатора ёмкостью 39,5 мкФ. Запишите уравнения зависимости силы тока в контуре и напряжения на конденсаторе от времени, если максимальное значение заряда на конденсаторе равно 3 мкКл.

9.9. Колебательный контур содержит катушку индуктивности в виде соленоида длиной 5 см, площадью поперечного сечения 1,5 см^2 и числом витков 500. Определите собственную частоту электрических колебаний, если воздушный конденсатор в контуре имеет площадь пластин 100 см^2, а расстояние между пластинами 1,5 мм.

9.10. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 0,2 мГн и конденсатора, площадь пластин которого 155 см^2 и расстояние между ними 1,5 мм. Определите диэлектрическую проницаемость диэлектрика, расположенного между пластинами, если длина волны, соответствующая резонансу в контуре, равна 630 м.

10. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

Основные формулы

• Скорость света и длина волны в среде:

$\upsilon = \dfrac{c}{n}$, $\lambda = \dfrac{\lambda_0}{n}$, где $c = 3 \cdot 10^8\ м/с$ – скорость света в вакууме; n – абсолютный показатель преломления среды, который показывает, во сколько раз скорость света в среде меньше, чем в вакууме; λ_0 – длина волны в вакууме.

• Оптическая длина пути световой волны:

$L = nl$, где l – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n.

• Оптическая разность хода двух световых волн:

$\Delta = L_2 - L_1$.

• Зависимость разности фаз δ от оптической разности хода Δ световых волн:

$\delta = \dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta$, где λ – длина световой волны.

• Условие интерференционных максимумов:

$\Delta = \pm m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \ldots)$.

• Условие интерференционных минимумов:

$$\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \ldots).$$

• Координаты максимумов и минимумов интенсивности в опыте Юнга:

$x_{max} = \pm m\dfrac{L}{d}\lambda$; $x_{min} = \pm\left(m + \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{L}{d}\lambda$, где m = 0, 1, 2… – номер интерференционной полосы; d – расстояние между двумя когерентными источниками, находящимися на расстоянии L от экрана $(L >> d)$.

• Ширина интерференционной полосы:

$$\Delta x = \frac{L}{d}\lambda.$$

• Оптическая разность хода при интерференции в тонких плёнках в проходящем свете:

$\Delta = 2dn\cos r$ или $\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i}$,

в отражённом свете:

$\Delta = 2dn\cos r + \dfrac{\lambda}{2}$ или $\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \dfrac{\lambda}{2}$, где d – толщина пленки; n – ее показатель преломления; i – угол падения; r – угол преломления.

• Радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете (или темных в проходящем свете):

$r_m = \sqrt{(m - \frac{1}{2})\lambda R}$ $(m = 1, 2, ...)$, где m – номер кольца; R – радиус кривизны линзы.

• Радиусы темных колец Ньютона в отраженном свете (или светлых в проходящем свете):

$r_m = \sqrt{m\lambda R}$ $(m = 1, 2, ...)$.

• В случае «просветления оптики» интерферирующие лучи в отраженном свете гасят друг друга при условии

$n = \sqrt{n_c}$, где n_c – показатель преломления стекла; n – показатель преломления пленки.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. В опыте Юнга расстояние между щелями равно 1 мм, а расстояние от щелей до экрана равно 2 м. Определить положение третьих светлой и темной полос, если щели освещать монохроматическим светом с длиной волны 0,5 мкм.

Дано:

$L = 2 м$

$d = 1 мм = 0{,}001 м$

$\lambda = 0{,}5 мкм = 5 \cdot 10^{-7} м$

$m = 3$

$x_{3max} - ?$ $x_{3min} - ?$

Решение:

Координаты максимумов и минимумов интенсивности в опыте Юнга

$x_{max} = \pm m\dfrac{L}{d}\lambda$; $x_{min} = \pm\left(m + \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{L}{d}\lambda$,

где $m = 3$ – номер интерференционной полосы.

Получаем:

$$x_{3\max} = \pm 3\frac{2}{0{,}001}0{,}5\cdot 10^{-6} = \pm 3\cdot 10^{-3}\ м = \pm 3\,мм,$$

$$x_{3\min} = \pm\left(3+\frac{1}{2}\right)\frac{2}{0{,}001}0{,}5\cdot 10^{-6} = \pm 3{,}5\cdot 10^{-3}\,м = \pm 3{,}5\,мм.$$

Ответ: $x_{3max} = \pm 3\,мм;\quad x_{3min} = \pm 3{,}5\,мм.$

Задача 2. На плоскопараллельную пленку с показателем преломления $n = 1{,}33$ под углом $i = 30^0$ падает параллельный пучок белого света. Определить, при какой наименьшей толщине пленки отраженный свет наиболее сильно окрасится в желтый ($\lambda = 0{,}6\,мкм$).

Дано:	**Решение:**
$n = 1{,}33$ $i = 30^0$ $\lambda = 0{,}6\,мкм = 6\cdot 10^{-7}\,м$	Оптическая разность хода при интерференции в тонких плёнках в отраженном свете: $\Delta = 2d\sqrt{n^2 - sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$. (1)
$d_{min} - ?$	Условие интерференционных максимумов: $\Delta = \pm m\lambda \quad (m = 0,1,2,...)$. (2)

Приравнивая (1) и (2), получаем

$$2d\sqrt{n^2 - sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = m\lambda.$$

Отсюда $d = \dfrac{m\lambda - \lambda/2}{2\sqrt{n^2 - sin^2 i}}$.

Минимальная толщина будет при $m = 1$. Таким образом,

$d_{min} = \dfrac{\lambda(1-1/2)}{2\sqrt{n^2 - sin^2 i}} = \dfrac{\lambda}{4\sqrt{n^2\ sin^2 i}}$. Подставляем числовые значения:

$$d_{min} = \frac{6\cdot 10^{-7}}{4\sqrt{1{,}33^2 - (1/2)^2}} = 1{,}22\cdot 10^{-7}\,м.$$

Ответ: $d_{min} = 1{,}22\cdot 10^{-7}\,м$.

Задача 3. Плосковыпуклая линза с радиусом сферической поверхности 12,5 см прижата к стеклянной пластине. Диаметр десятого темного кольца Ньютона в отраженном свете равен 1 мм. Определить длину волны света и радиус десятого светлого кольца в отраженном свете.

Дано:	**Решение:**
$R = 12{,}5 см = 0{,}125 м$ $d_{10} = 1 мм = 0{,}001 м$ (темное)	Радиусы темных колец Ньютона в отраженном свете
$\lambda - ?$ $d_{10} - ?$ (светлое)	$r_m = \sqrt{m\lambda R} \quad (m = 1, 2, ...)$,

где m – номер кольца; R – радиус кривизны линзы.

Отсюда $\lambda = \dfrac{r_m^2}{mR}$. В нашем случае $m = 10$, поэтому

$$\lambda = \frac{r_{10}^2}{10R} = \frac{(d_{10}/2)^2}{10R} = \frac{0{,}25 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 0{,}125} = 0{,}2 \text{ мкм}.$$

Радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете:

$r_m = \sqrt{(m - \frac{1}{2})\lambda R} \quad (m = 1, 2, ...)$, где m – номер кольца; R – радиус кривизны линзы.

Для $m = 10$ получаем $r_{10} = \sqrt{(10 - \frac{1}{2}) 2 \cdot 10^{-7} 0{,}125} = 0{,}487 мм$.

Диаметр светлого кольца: $d_{10} = 2r_{10} = 0{,}97 мм$.

Ответ: $\lambda = 0.2 мкм$; $d_{10} = 0{,}97 мм$.

Контрольные задания

10.1. На тонкий стеклянный клин (n=1,5) нормально падает монохроматический свет. Угол клина равен $4'$. Определить длину световой волны, если расстояние между двумя соседними интерференционными максимумами в отраженном свете равно 0,2 мм.

10.2. В опыте Юнга расстояние между щелями равно 1 мм, а расстояние от щелей до экрана равно 3 м. Определить: 1) положение первой светлой полосы; 2) положение третьей темной полосы, если щели освещать монохроматическим светом с длиной волны

0,5 мкм.

10.3. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга равно 0,5 мм. Длина волны света равна 0,6 мкм. Определить расстояние от щелей до экрана, если ширина интерференционных полос равна 1,2 мм.

10.4. Во сколько раз увеличится расстояние между соседними интерференционными полосами на экране в опыте Юнга, если зеленый светофильтр (λ=0,5 мкм) заменить красным (λ=0,65 мкм)?

10.5. В опыте Юнга отверстия освещались монохроматическим светом длиной волны 600 нм, расстояние между отверстиями 1 мм и расстояние от отверстий до экрана 3 м. Найти положение трех первых полос.

10.6. Между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками (n=1,5) положили очень тонкую проволочку. Проволочка находится на расстоянии 75 мм от линии соприкосновения пластинок и ей параллельна. В отраженном свете с длиной волны 0,5 мкм на верхней пластинке видны интерференционные полосы. Определить толщину проволочки, если на протяжении 30 мм насчитывается 16 светлых полос.

10.7. На мыльную пленку с показателем преломления n=1,33 падает по нормали монохроматический свет с длиной волны 0,6 мкм. Отраженный свет в результате интерференции имеет наибольшую яркость. Какова возможная наименьшая толщина пленки?

10.8. На тонкую пленку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет с длиной волны 500 нм. Отраженный от нее свет максимально усилен вследствие интерференции. Определить минимальную толщину пленки, если показатель преломления материала пленки равен 1,4.

10.9. На стеклянную пластинку нанесен тонкий слой прозрачного вещества с показателем преломления n=1,3. Пластинка освещена параллельным пучком монохроматического света с длиной волны 640 нм, падающим на пластинку нормально. Какую минимальную толщину должен иметь слой, чтобы отраженный пучок имел наименьшую яркость?

10.10. Пучок белого света падает нормально на стеклянную пластинку, толщина которой равна 0,4 мкм. Показатель преломления стекла равен 1,5. Какие длины волн, лежащие в пределах видимого спектра($0,4 \le \lambda \le 0,7$ мкм), усиливаются в отраженном пучке?

11. ДИФРАКЦИЯ И ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

Основные формулы

• Радиус внешней границы m- й зоны Френеля для сферической волны:

$r_m = \sqrt{\dfrac{ab}{a+b} m\lambda}$, где m – номер зоны Френеля; λ – длина волны; a и b – расстояния от волновой поверхности соответственно до точечного источника и до экрана, на котором дифракционная картина наблюдается.

• Радиус внешней границы m- й зоны Френеля для плоской волны:

$r_m = \sqrt{bm\lambda}$, где m – номер зоны Френеля; λ – длина волны; b – расстояние от диафрагмы с круглым отверстием до экрана, на котором дифракционная картина наблюдается.

• Условия дифракционных максимумов и минимумов от одной щели, на которую свет падает нормально:

$a\sin\varphi = \pm(2m+1)\dfrac{\lambda}{2}$ – условие максимума,

$a\sin\varphi = \pm 2m\dfrac{\lambda}{2}$ – условие минимума (m = 1, 2, 3, ...),

где a – ширина щели; φ – угол дифракции; m – порядок спектра; λ – длина волны.

• Условия главных максимумов и минимумов, а также дополнительных минимумов дифракционной решетки, на которую свет падает нормально:

$d\sin\varphi = \pm 2m\dfrac{\lambda}{2}$ (m = 0, 1, 2,...) – условие максимума,

$a\sin\varphi = \pm 2k\dfrac{\lambda}{2}$ (k = 1, 2, 3...) – условие минимума,

$d\sin\varphi = \pm m'\dfrac{\lambda}{N}$ (m' = 1, 2, 3,...,кроме 0, N, 2N,...) – условие добавочных минимумов, где d – период (постоянная) дифракционной решетки; N – число штрихов решетки.

- Период дифракционной решетки:

$d = \dfrac{1}{N_0}$, где N_0 – число щелей, приходящихся на единицу длины решетки.

- Условие дифракционных максимумов от пространственной решетки (формула Вульфа – Брэггов):

$2d\sin\theta = \pm m\lambda$ (m = 1, 2, 3, ...), где d – расстояние между атомными плоскостями кристалла; θ – угол скольжения.

- Угловая дисперсия дифракционной решетки:

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d\cos\varphi}.$$

- Разрешающая способность дифракционной решетки:

$R = \dfrac{\lambda}{\delta\lambda} = mN$, где λ, $(\lambda + \delta\lambda)$ – длины волн двух соседних спектральных линий, разрешаемых решеткой; m – порядок спектра; N – общее число штрихов решетки.

- Закон Малюса:

$I = I_0\cos^2\varphi$, где I – интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор; I_0 – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; φ – угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора.

Если в анализаторе часть (k) световой энергии поглощается и отражается (теряется на поглощение и отражение), то закон Малюса выглядит так:

$$I = I_0(1-k)\cos^2\varphi.$$

- Закон Брюстера:

$tg\,i_B = n_{2,1}$, где i_B – угол падения, при котором отраженный от диэлектрика луч является плоскополяризованным; $n_{2,1}$ – относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

- Угол поворота плоскости поляризации:

– для оптически активных кристаллов и чистых жидкостей:

$\varphi = \alpha d$;

– для оптически активных растворов:

$\varphi = [\alpha]\, C\, d$, где d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе; α - постоянная вращения; $[\alpha]$ – удельная постоянная вращения; C – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Определить наибольший порядок спектра, который может образовать дифракционная решетка, имеющая 500 штрихов на 1 мм, если длина волны падающего света 590 нм. Какую наибольшую длину волны можно наблюдать в спектре этой решетки?

Дано:

$N_0 = 500 мм^{-1} = 5 \cdot 10^5 м^{-1}$

$\lambda = 590 нм = 5{,}9 \cdot 10^{-7} м$

$m_{max} - ?\ \lambda_{max} - ?$

Решение:

Условие главных максимумов дифракционной решетки $d\,sin\varphi = \pm m\lambda$. Отсюда

$$m = \frac{d\,sin\varphi}{\lambda}. \qquad (1)$$

Учитывая, что $d = \frac{1}{N_0}$, преобразуем формулу (1):

$$m = \frac{sin\varphi}{\lambda N_0}. \qquad (2)$$

Из выражения (2) следует, что при заданных λ и N_0 наибольший порядок спектра m_{max} можно наблюдать при наибольшем значении $sin\varphi_m = 1$, т.е.

$$m_{max} = \frac{sin\varphi_m}{\lambda N_0} = \frac{1}{\lambda N_0}; \qquad m_{max} = \frac{1}{5{,}9 \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^5} \approx 3.$$

Наибольшая длина волны, которую можно наблюдать с помощью этой решетки, равна

$$\lambda_{max} = \frac{d\,sin\varphi_m}{m_{max}} = \frac{1}{m_{max} \cdot N_0};$$

$$\lambda_{max} = \frac{1}{3 \cdot 5 \cdot 10^5} = 6{,}67 \cdot 10^{-7}\,(м).$$

Ответ: $m_{max} = 3$; $\lambda_{max} = 6{,}67 \cdot 10^{-7}$ м.

Задача 2. Определить угол φ между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность света, прошедшего через эту систему, уменьшилась в восемь раз. Поглощением света пренебречь.

Дано:	**Решение:**
$\dfrac{I_{ест.}}{I} = 8$	По закону Малюса $I = I_0 \cos^2 \varphi$, где $I_0 = 0{,}5 I_{ест.}$ - интенсивность света, прошедшего через поляризатор.
$\varphi - ?$	Получаем, что $I = 0{,}5 I_{ест.} \cos^2 \varphi$.

По условию $I_{ест.} = 8I = 8 \cdot 0{,}5 I_{ест.} \cos^2 \varphi$.

Отсюда $\cos^2 \varphi = 1/4$. $\cos \varphi = 1/2 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 60^0$.

Ответ: $\varphi = 60^0$.

Контрольные задания

11.1. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядков отчасти накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница (λ = 0,4 мкм) спектра третьего порядка?

11.2. Период дифракционной решетки 0,005 мм. Длина волны λ = 760 нм. Определить в спектре число наблюдаемых главных максимумов.

11.3. На дифракционную решетку длиной 2 мм, содержащую 2000 штрихов, падает нормально монохроматический свет с длиной волны 550 нм. Определите: 1) число максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки; 2) угол, соответствующий последнему максимуму.

11.4. Длина волны красной линии кадмия равна 6438 Å. Каков угол отклонения линии в спектре первого порядка, если дифракционная решетка имеет 5684 штриха на 1 см? Ширина решетки
5 см.

11.5. Сколько штрихов на 1 мм должна иметь дифракционная решетка, чтобы углу $\varphi = 90°$ соответствовал максимум 5-го порядка для света с длиной волны $\lambda = 500$ нм?

11.6. Интенсивность естественного света, прошедшего через два николя, уменьшилась в 8 раз. Пренебрегая поглощением света, определите угол между главными плоскостями николей.

11.7. Во сколько раз ослабляется естественный свет, проходя через два николя, главные плоскости которых составляют угол 30°, если в каждом из николей на отражение и поглощение теряется 10% падающего на него светового потока?

11.8. Главные плоскости двух призм Николя, поставленных на пути луча, образуют между собой угол 60°. Как изменится интенсивность света, прошедшего через эти призмы, если угол между их плоскостями поляризации станет равным 30°?

11.9. Чему равен угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, прошедшего через эти призмы, уменьшилась в 4 раза? Поглощением света пренебречь.

11.10. Два николя расположены так, что угол между их главными плоскостями составляет $\varphi = 60°$. 1) Во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света при прохождении его через один николь? 2) Во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через оба николя? При прохождении каждого из николей потери на отражение и поглощение составляют 5%.

12. КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ. ФОТОЭФФЕКТ

Основные формулы

- Поток энергии Φ_e, т.е. энергия, излучаемая (или поглощаемая) телом за единицу времени:

$\Phi_e = \dfrac{dW}{dt}$, где dW – энергия, излучаемая (или поглощаемая) телом во всем диапазоне частот (длин волн) за время dt.

- Энергия кванта света (фотона):

$\varepsilon = h\nu = h\dfrac{c}{\lambda}$, где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot с$ - постоянная Планка.

- Импульс и масса фотона:

$p = \dfrac{h\nu}{c} = \dfrac{h}{\lambda}, m = \dfrac{h\nu}{c^2}$.

- Формула Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$h\nu = A + \dfrac{m\upsilon^2}{2}$, где A – работа выхода электрона из металла; $\dfrac{m\upsilon^2}{2}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона; $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг$ – масса электрона. Если $\upsilon = 0$, то $h\nu_0 = A$ или $hc/\lambda_0 = A$, где ν_0, λ_0 – «красная граница» фотоэффекта, т.е. минимальная частота или максимальная длина волны, при которой возможен фотоэффект.

- Связь между максимальной кинетической энергией электрона и задерживающим напряжением:

$\dfrac{m\upsilon^2}{2} = eU_з$, где $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл$ – заряд электрона.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Красная граница фотоэффекта для цезия равна $\lambda_0 = 6.53 \cdot 10^{-7}$ м. Определить скорость фотоэлектронов при облучении цезия фиолетовыми лучами с длиной волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м ($h = 6.625 \cdot 10^{-34}$ Дж · с; $c = 3 \cdot 10^{8}$ м/с; $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ кг).

Дано:	Решение:
$\lambda_0 = 6.53 \cdot 10^{-7}$ м $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м	Скорость фотоэлектронов может быть определена из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта: $hv = A + \frac{m\upsilon^2}{2}$ где $h = 6.625 \cdot 10^{-34}$ Дж · с -постоянная Планка; $c = 3 \cdot 10^{8}$ м/с- скорость света; $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ кг - масса электрона.
$\upsilon - ?$	

Работу выхода электрона из цезия можно определить, зная красную границу фотоэффекта, т.е. ту минимальную энергию, при которой еще наблюдается фотоэффект:

$$A = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0}.$$

Определяя из уравнения Эйнштейна скорость электрона, получим

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2hv - 2A}{m}} = \sqrt{\frac{2h\, c/\lambda - 2h\, c/\lambda_0}{m}} = \sqrt{\frac{2hc}{m}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)}.$$

Подставляем числовые значения:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{9.11 \cdot 10^{-31}}\left(\frac{1}{5 \cdot 10^{-7}} - \frac{1}{6.53 \cdot 10^{-7}}\right)}$$

$\upsilon = 4.5 \cdot 10^{5}$ м/с.

Ответ: $\upsilon = 4.5 \cdot 10^{5}$ м/с.

Контрольные задания

12.1. Фотоэффект для некоторого металла начинается при частоте падающего света $6 \cdot 10^{14}$ Гц. Задерживающее напряжение равно 3 В. Определите: 1) работу выхода электронов из этого металла; 2) частоту применяемого излучения.

12. 2. Фотоны с энергией 5 эВ вырывают фотоэлектроны из металла с работой выхода 4,7 эВ. Определите максимальный импульс, предаваемый поверхности этого металла при вылете электрона.

12.3. Задерживающее напряжение для платиновой пластины (работа выхода 6,3 эВ) составляет 3,7 В. При тех же условиях для другой пластины задерживающее напряжение равно 5,3 В. Определите работу выхода электронов из этой пластины.

12.4. Длина волны падающего света 400 нм, задерживающее напряжение равно 1,2 В. Определите «красную границу» фотоэффекта.

12.5. «Красная граница» фотоэффекта для некоторого металла равна 500 нм. Определите: 1) работу выхода электронов из этого металла; 2) максимальную скорость электронов, вырываемых из этого металла светом с длиной волны 400 нм.

12.6. Калий освещается монохроматическим светом с длиной волны 400 нм. Определите наименьшее задерживающее напряжение, при котором фототок прекратится. Работа выхода электронов из калия равна 2,2 эВ.

12.7. «Красная граница» фотоэффекта для некоторого металла равна 500 нм. Определите минимальное значение энергии фотона, вызывающего фотоэффект.

12.8. Определите максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности металла, если фототок прекращается при задерживающем напряжении 3,7 В.

12.9. Определите работу выхода электронов из натрия, если «красная граница» фотоэффекта равна 5000 Å.

12.10. Красная граница фотоэффекта для цезия 6530 Å. Определите скорость фотоэлектронов при облучении цезия светом длиной волны 4000Å.

13. ТЕОРИЯ АТОМА ВОДОРОДА ПО БОРУ. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ. ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Основные формулы и законы

- Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний):

$m_e \upsilon r_n = n\hbar = n\dfrac{h}{2\pi}$ (n = 1, 2, 3,…), где $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ êã – масса электрона; υ – скорость электрона на n-й орбите, радиус которой равен r_n; n – номер стационарного состояния; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ $Дж \cdot с$ – постоянная Планка.

- Второй постулат Бора (правило частот):

$h\nu = E_n - E_m$, где ν – частота излученного (поглощенного) кванта энергии; E_n, E_m – энергии стационарных состояний атома соответственно до и после излучения (поглощения);

- Обобщенная формула Бальмера, описывающая серии линий в спектре атома водорода:

$\nu = R\left(\dfrac{1}{m^2} - \dfrac{1}{n^2}\right)$,где ν – частота спектральных линий в спектре атома водорода; $R = 3{,}29 \cdot 10^{15}\ с^{-1}$ - постоянная Ридберга; m – целое число, определяет серию линий в спектре атома водорода:

$m = 1$ – серия Лаймана (расположена в ультрафиолетовой части);
$m = 2$ – серия Бальмера (расположена в видимой части спектра);
$m = 3$ – серия Пашена;
$m = 4$ – серия Брэкета;
$m = 5$ – серия Пфунда;
$m = 6$ – серия Хэмфри.
} расположены в инфракрасной части спектра

$n = m + 1$ – определяет отдельные линии соответствующей серии m.

- Радиус n-й орбиты электрона в атоме водорода:

$r_n = n^2 \dfrac{\hbar^2 4\pi\varepsilon_o}{m_e e^2}$, где $\hbar = \dfrac{h}{2\pi} = 1{,}055 \cdot 10^{-34}$ $Дж \cdot с$ – постоянная Планка;

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ $Ф/м$ – электрическая постоянная;

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ $Кл$ – заряд электрона; m_e – масса электрона.

- Энергия n-го стационарного состояния атома водорода:

$E_n = -\dfrac{1}{n^2} \dfrac{m_e e^4}{8h^2 \varepsilon_o{}^2}$, где n – номер стационарной орбиты.

- Энергия электрона в атоме водорода:

$E_n = \dfrac{E_i}{n^2}$, где E_i – энергия ионизации атома водорода.

- Потенциал ионизации:

$\varphi_i = E_i / e$.

- Потенциал возбуждения:

$$\varphi_n = \frac{E_{n+1} - E_1}{e} \quad .$$

- Длина волны де Бройля:

$\lambda = \dfrac{h}{p} = \dfrac{h}{m\upsilon}$, где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ $Дж \cdot с$ – постоянная Планка;

$p = m\upsilon$ – импульс частицы (m – масса частицы; υ – её скорость).

- Массовое число ядра (число нуклонов в ядре):

$A = Z + N$, где Z – зарядовое число (число протонов); N – число нейтронов.

- Радиус ядра с массовым числом A:

$R = 1{,}23 \cdot 10^{-15} \cdot A^{1/3}$ $м$.

- Дефект массы ядра:

$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - {}_Z^A m_Я$, где m_p, m_n и ${}_Z^A m_Я$ – соответственно масса протона, нейтрона и ядра.

Если взять не массу ядра ${}^{A}_{Z}m_{Я}$, а массу атома (изотопа) ${}^{A}_{Z}m$ и вместо массы протона массу атома водорода ${}^{1}_{1}m_{H}$, то $\Delta m = Z\,{}^{1}_{1}m_{H} + (A - Z)m_{n} - {}^{A}_{Z}m$.

- Энергия связи и удельная энергия связи:

$E_{СВ} = \Delta m \cdot c^{2}$, $E_{УД} = E_{СВ} / A$. Если массы измерять в а.е.м., то $E_{СВ} = 931{,}5 \cdot \Delta m (МэВ)$, так как 1 а.е.м.·с^2 = 931,5 МэВ.

- Закон радиоактивного распада:

$dN = -\lambda N\,dt$ или $N = N_{o}e^{-\lambda t}$, где dN – число ядер, распадающихся за время dt; N – число ядер, не распавшихся к моменту времени t; N_{o} – число ядер в начальный момент времени (t =0); λ – постоянная радиоактивного распада.

- Период полураспада:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}.$$

- Среднее время жизни радиоактивного ядра:

$$\tau = 1/\lambda .$$

- Активность радиоактивного изотопа – число распадов за 1 с:

$A = -dN/dt = \lambda N$ или $A = \lambda N_{0}e^{-\lambda t} = A_{0}e^{-\lambda t}$.

В СИ активность измеряется в беккерелях (Бк), внесистемная единица активности – кюри (Ки), $1\ Ки = 3{,}7 \cdot 10^{10}\ Бк$.

- Правила смещения для α-распада:

${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{2}_{4}He$.

- Правила смещения для β$^-$-распада:

${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\tilde{\nu}_{e}$.

- Правила смещения для β$^+$-распада:

${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}\nu_{e}$.

- Энергетический эффект ядерной реакции (в МэВ):

$Q = 931{,}5\left[\sum m_{i} - \sum m_{j}\right]$, где $\sum m_{i}$ – сумма масс (в а.е.м.) исходных реагентов; $\sum m_j$ – сумма масс (в а.е.м.) продуктов реакции.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Определить максимальную и минимальную энергии фотона в видимой серии спектра водорода (серии Бальмера).

Дано:	Решение:
$Z = 1$ $m = 2$ $n_{max} = \infty$ $n_{min} = 3$	Энергия фотона определяется по формуле $E = h\nu$, где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ $Дж \cdot с$ – постоянная Планка; ν - частота, определяемая в данном случае по формуле Бальмера:
$E_{\max} - ?$ $E_{\min} - ?$	$\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$. Получаем:

$$E_{max} = h\nu_{max} = hR\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2}\right) = \frac{1}{4}hR,$$

$$E_{min} = h\nu_{min} = hR\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = \frac{5}{36}hR.$$

Подставляем числа:

$$E_{max} = \frac{1}{4} 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,Дж \cdot с \cdot 3{,}29 \cdot 10^{15}\,с^{-1} = 5{,}45 \cdot 10^{-19}\,Дж,$$

$$E_{min} = \frac{5}{36} 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,Дж \cdot с \cdot 3{,}29 \cdot 10^{15}\,с^{-1} = 3{,}03 \cdot 10^{-19}\,Дж.$$

Ответ: $E_{\max} = 5{,}45 \cdot 10^{-19}\,Дж$, $E_{min} = 3{,}03 \cdot 10^{-19}\,Дж$.

Задача 2. Определить, насколько изменилась энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны 4,86·10^{-7} м.

Дано:

$\lambda = 4{,}86 \cdot 10^{-7}\ м$

$\Delta E - ?$

Решение:

$\Delta E = h\nu$, где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot с$ – постоянная Планка; $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$ - частота излучения, т.е.

$$\Delta E = h\frac{c}{\lambda}.$$

Подставляем числа:

$$\Delta E = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot с \cdot 3 \cdot 10^{8}\ м/с}{4{,}86 \cdot 10^{-7}\ м} = 4{,}1 \cdot 10^{-19}\ Дж.$$

Ответ: $\Delta E = 4{,}1 \cdot 10^{-19}\ Дж$.

Задача 3. Определите, во сколько раз начальное количество ядер радиоактивного изотопа уменьшится за три года, если за один год оно уменьшилось в четыре раза.

Дано:

$t_1 = 1$ãî ä

$t_2 = 3$ãî äà

$\dfrac{N_0}{N_1} = 3$

$\dfrac{N_0}{N_2} - ?$

Решение:

Закон радиоактивного распада $N = N_0 e^{-\lambda t}$,где λ - постоянная радиоактивного распада.

Следовательно:

$$N_1 = N_0 e^{-\lambda t_1} \text{ и } N_2 = N_0 e^{-\lambda t_2}.$$

Получаем: $\dfrac{N_0}{N_1} = e^{\lambda t_1} = 4$,

отсюда $\lambda = \dfrac{\ln 4}{t_1} \cdot \dfrac{N_0}{N_2} = e^{\lambda t_2} = e^{\frac{\ln 4 t_2}{t_1}} = e^{3\ln 4} = 64.$

Ответ: уменьшится в 64 раза.

Задача 4. Определите, выделяется или поглощается энергия при следующей ядерной реакции: ${}^{7}_{3}Li+{}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He+{}^{4}_{2}He$. Чему она равна?

Решение: Нам необходимо найти энергетический эффект ядерной реакции. Причем, если массу брать в атомных единицах массы (а.е.м.), то энергия получится в мегаэлектронвольтах (МэВ):

$$Q = 931{,}5\left[\sum m_i - \sum m_j\right] \text{ (МэВ)},$$

где $\sum m_i$ – сумма масс (в а.е.м.) исходных реагентов; $\sum m_j$ – сумма масс (в а.е.м.) продуктов реакции.

Если сумма масс исходных элементов больше суммы масс продуктов реакции, то избыточная энергия выделяется, если меньше, то недостающая энергия поглощается.

Находим по таблице массы элементов, участвующих в реакции:

$m_{{}^{7}_{3}Li}$ =7,01823 а.е.м., $m_{{}^{1}_{1}H}$ =1,00814 а.е.м., $m_{{}^{4}_{2}He}$ =4,00387 а.е.м.

$\sum m_i$ =7,01823 а.е.м.+ 1,00814 а.е.м.=8,02637 а.е.м.,

$\sum m_j$ =4,00387 а.е.м.+ 4,00387 а.е.м.=8,00774 а.е.м.

Видим, что $\sum m_i > \sum m_j$.Следовательно, энергия выделяется.

Контрольные задания

13.1. Максимальная длина волны спектральной линии в серии Лаймана равна 0,122 мкм. Полагая, что постоянная Ридберга неизвестна, определите максимальную длину волны в серии Бальмера.

13.2. Определите потенциал ионизации и первый потенциал возбуждения атома водорода.

13.3. Определите наибольшую и наименьшую частоты волн в серии Бальмера.

13.4. Определите наибольшую и наименьшую длины волн в серии Лаймана.

13.5. Определите период обращения электрона на первой стационарной орбите в атоме водорода.

13.6. Образец содержит 1000 радиоактивных атомов (изотопов) с периодом полураспада Т. Сколько атомов останется через промежуток Т/2?

13.7. За какое время произойдет распад 2 мг полония $^{210}_{84}Po$, если в начальный момент его масса 0,2 г? (Период полураспада полония 138 суток).

13.8. Сколько ядер распадается за 1 с в куске урана $^{238}_{92}U$ массой 1 кг? Какова активность этого урана? (Период полураспада урана $4{,}5 \cdot 10^9$ лет).

13.9. Определите энергию, выделяющуюся при следующей реакции:

$$^{2}_{1}H + {}^{3}_{2}He \rightarrow {}^{1}_{1}H + {}^{4}_{2}He$$

13.10. Определите энергию и удельную энергию связи для ядер изотопов урана $^{235}_{92}U$.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Трофимова Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 2010.
2. Савельев И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев. – М.: Наука, 2010. – Т.1-3.

СПРАВОЧНЫЕ ТАБЛИЦЫ НЕКОТОРЫХ ПОСТОЯННЫХ ВЕЛИЧИН

1. Множители и приставки для преобразования десятичных кратных и дольных единиц и их наименований

Множитель	Приставка		Пример		Множитель	Приставка		Пример	
	Наименование	Обозначение				Наименование	Обозначение		
10^{18}	экса	Э	эксаметр	Эм	10^{-1}	деци	д	дециметр	дм
10^{15}	пета	П	петагерц	ПГц	10^{-2}	санти	с	сантиметр	см
10^{12}	тера	Т	тераджоуль	ТДж	10^{-3}	милли	м	миллиампер	мА
10^{9}	гига	Г	гиганьютон	ГН	10^{-6}	микро	мк	микровольт	мкВ
10^{6}	мега	М	мегаом	МОм	10^{-9}	нано	н	наносекунда	нс
10^{3}	кило	к	километр	км	10^{-12}	пико	п	пикофарад	пФ
10^{2}	гекто	г	гектоватт	гВт	10^{-15}	фемто	ф	фемтограмм	фг
10^{1}	дека	да	декалитр	дал	10^{-18}	атто	а	аттокулон	аКл

2. Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6{,}37\cdot10^{6}$м
Масса Земли	$5{,}98\cdot10^{24}$кг
Радиус Солнца	$6{,}95\cdot10^{8}$м
Масса Солнца	$1{,}98\cdot10^{30}$кг
Радиус Луны	$1{,}74\cdot10^{6}$м
Масса Луны	$7{,}33\cdot10^{22}$кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1{,}49\cdot10^{11}$м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3{,}84\cdot10^{8}$м

3. Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная	G	$6{,}67\cdot10^{-11}$м^3/(кг·с^2)
Постоянная (число) Авогадро	N_A	$6{,}02\cdot10^{23}$моль$^{-1}$
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м
Универсальная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль·К)
Элементарный заряд	e	$1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	c	$3{,}00\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная Стефана – Больцмана	σ	$5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4)
Постоянная Вина	b	$2{,}90\cdot10^{-3}$ м·К
Постоянные Планка	h	$6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с;
Атомная единица массы	а.е.м.	$1{,}660\cdot10^{-27}$ кг
Масса покоя электрона	m_e	$9{,}11\cdot10^{-31}$ кг

Масса покоя протона	m_p	$1{,}672 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя нейтрона	m_n	$1{,}675 \cdot 10^{-27}$ кг