ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра «Физика»

Практикум

Лабораторная работа № М35 «Определение кинематических и динамических характеристик равнопеременного движения»

по дисциплине

«Физика»

Авторы
Жданова Т. П.,
Лемешко Г. Ф.,
Холодова О. М.

Ростов-на-Дону, 2019

Аннотация

Настоящая лабораторная работа посвящена знакомству с элементарными методами измерений и их математической обработке.

Методические указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов всех форм обучения, изучающих физику, при подготовке к лабораторному практикуму и рейтинговому контролю.

Авторы

к.ф.-м.н, доцент кафедры «Физика»
Жданова Т.П.,
к.ф.-м.н, профессор кафедры «Физика»
Лемешко Г.Ф.,
доцент кафедры «Физика»
Холодова О.М.

Оглавление

<u>Цель работы:</u> 1. Знакомство с элементарными методами измерений, приобретение навыков оформления результатов эксперимента и математической обработки результатов измерений.

2. Определение основных кинематических и динамических характеристик равнопеременного поступательного и вращательного движений.

<u>Оборудование</u>: измерительная установка; штангенциркуль.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Физические измерения и обработка их результатов

Измерением называется операция, с помощью которой устанавливается, во сколько раз измеряемая величина больше или меньше соответствующей величины, принятой за единицу. Измерения бывают **прямые** и **косвенные**.

При **прямых** измерениях определяется непосредственно исследуемая величина (секундомером, линейкой и т.д.).

При **косвенных** измерениях величина не измеряется, а вычисляется по результатам измерений величин, связанных с искомой величиной определенной функциональной зависимостью (т.е. по формуле).

Из-за несовершенства измерительных приборов и наших органов чувств все измерения можно делать только с определенной степенью точности. Поэтому результаты измерений позволяют найти не истинное значение измеряемой величины, а лишь приближенное.

Погрешность измерения - отклонение результата измерения от истинного (действительного) значения измеряемой величины.

Различают три вида погрешностей прямых измерений: *<u>промахи, систематические и случайные.</u>*

Промах – погрешность измерения, которая для данных условий резко отличается от остальных результатов этого ряда.

Промахи возникают в результате небрежности при отсчете по прибору, при неправильном включении прибора, или при нарушении условий опыта. При обнаружении промаха результат измерения следует отбросить, а само измерение повторить.

Систематическая погрешность измерения – составляющая погрешности результата измерения, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же физической величины.

Систематические погрешности являются следствием несовершенства приборов, а также недостатков методики измерений. Увеличение числа измерений этих ошибок не уменьшит.

Оценку случайных погрешностей и определение интервала, внутри которого с заданной вероятностью лежит истинное значение физической величины, проводят по результатам ее многократных измерений. При этом считается, что среднее арифметическое значение результатов измерений наиболее близко к истинному значению измеряемой величины.

Погрешность прибора определяется как половина наименьшего деления, кроме приборов, имеющих нониусы, у которых приборная погрешность равна цене деления нониуса.

Случайная погрешность – погрешность, изменяющаяся случайным образом (по знаку и значению) при повторных измерениях.

Случайные погрешности являются следствием неконтролируемых помех, влияние которых на эксперимент нельзя учесть непосредственно.

Оценку случайных погрешностей и определение интервала, внутри которого с заданной вероятностью лежит истинное значение физической величины, проводят по результатам ее многократных измерений. При этом считается, что среднее арифметическое значение результатов измерений наиболее близко к истинному значению измеряемой величины

Пусть, например, $x_1, x_2, \ldots x_n$ - результаты отдельных измерении величины X; здесь n – число повторных измерений. Тогда среднее арифметическое значение

$$\langle x \rangle = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

является наиболее близким к истинному значению измеряемой величины.

Абсолютная погрешность показывает, насколько измеренное значение физической величины отличается от истинного, в качестве которого принимается среднее арифметическое значение. Абсолютная погрешность отдельного измерения Δx_i определяется как модуль разности среднего $\langle x \rangle$ и измеренного x_i значений физической величины:

$$\Delta x_i = \left| \langle x \rangle - x_i \right|.$$

Абсолютная погрешность выражается в единицах измеряемой величины и определяет половину ширины числового интервала, в котором с вероятностью, близкой к единице, содержится истинное значение величины x.

Числовой интервал $2\Delta x$ называется **доверительным интервалом**. (рис. 1).

Относительная погрешность показывает, какую часть измеряемой величины составляет абсолютная погрешность, и является безразмерной величиной (обычно выражается в процентах):

$$\delta x = \frac{\langle \Delta x \rangle}{\langle x \rangle} \qquad \text{или} \qquad \delta x = \frac{\langle \Delta x \rangle}{\langle x \rangle} 100\% .$$

Рис. 1

Абсолютная результирующая погрешность прямых измерений равна
$$\Delta x = \sqrt{(\Delta x_{СЛ})^2 + (\Delta x_{ПР})^2},$$

где $\Delta x_{ПР}$ – приборная погрешность.

Если $\Delta x_{СЛ} >> \Delta x_{ПР}$, то $\Delta x = \Delta x_{СЛ}$;

если $\Delta x_{СЛ} << \Delta x_{ПР}$, то $\Delta x = \Delta x_{ПР}$.

Окончательный результат записывается в виде:
$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x.$$

Определение погрешностей косвенных измерений

1. Взять натуральный логарифм от левой и правой частей формулы, помня, что $ln(a \cdot b) = ln\, a + ln\, b$, $ln(a/b) = ln\, a - ln\, b$, $ln(a^b) = b\, ln\, a$.
2. Найти полный дифференциал полученного выражения, помня, что $d(ln\, x) = \dfrac{dx}{x}$.
3. Заменить знаки дифференциала d на знаки Δ.
4. Знаки «-», стоящие перед дифференциалами, заменить на знаки «+», так как суммарная погрешность всегда больше погрешности отдельных измерений.
5. В полученную формулу подставить средние арифметические значения прямых измерений и их абсолютные погрешности.
6. Вычислить относительную и абсолютную погрешности косвенно измеряемой величины.
7. Записать окончательный результат в виде $x = \langle x \rangle \pm \Delta x$.

ПРИМЕР:

Найдём относительную и абсолютную погрешности для ускорения при поступательном движении.

$$a = \frac{2h}{t^2},$$

$$\ln a = \ln 2 + \ln h - 2\ln t,$$

$$\frac{da}{a} = \frac{dh}{h} - 2\frac{dt}{t},$$

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta h}{h} + 2\frac{\Delta t}{t} = \delta a.$$

δa - относительная погрешность величины ускорения a.

Абсолютная погрешность равна $\Delta a = \delta a \cdot a$.

Окончательный результат: $a = \langle a \rangle \pm \Delta a, \quad м/с^2$.

Кинематические характеристики равнопеременного движения

Если тело, поднятое на высоту h (рис. 2), движется поступательно вниз без начальной скорости с ускорением a, то

$$h = \frac{a t^2}{2}.$$

Отсюда
$$a = \frac{2h}{t^2} \tag{1}$$

Максимальная скорость тела, движущегося без начальной скорости, в нижней точке траектории движения равна:

$$\upsilon = at. \tag{2}$$

Максимальная угловая скорость блока (шкива, оси) радиуса R:

$$\omega = \frac{\upsilon}{R}. \tag{3}$$

Точки, расположенные на ободе колеса, движутся с полным ускорением $\vec{a}_0 = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ (см. рис. 3), где $\vec{a}_\tau$ - тангенциальная составляющая ускорения, направленная по касательной, равная по модулю ускорению поступательного движения тела, т.е. $a_\tau = a$;

$\vec{a}_n$ – нормальная составляющая ускорения, направленная к центру окружности равная по модулю

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}. \qquad (4)$$

Модуль полного ускорения

$$a_0 = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \qquad (5)$$

Угловое ускорение маховика (блока, шкива) радиуса R:

$$\varepsilon = \frac{a_\tau}{R}. \qquad (6)$$

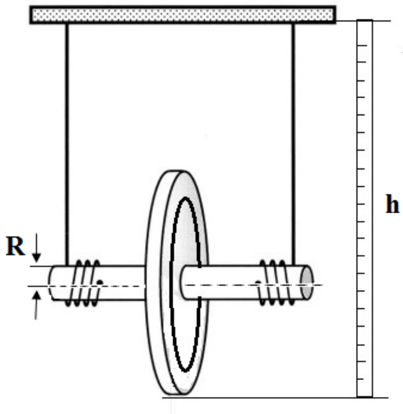

Рис. 2

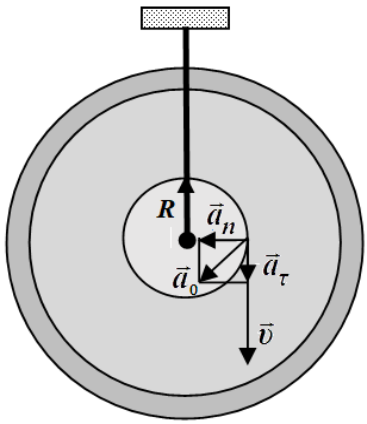

Рис. 3

Динамика вращательного движения

Моментом инерции материальной точки называется скалярная величина, равная произведению массы точки на квадрат расстояния от точки до оси вращения:

$$J = m \cdot r^2.$$

Моментом инерции твердого тела называется сумма моментов инерции материальных точек, из которых состоит тело:

$$J = \sum_i m_i r_i^2.$$

Момент инерции – это мера инертности при вращательном движении (в этом состоит физический смысл момента инерции).

Теорема Штейнера

$$J = J_c + md^2,$$

где J_c – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс; J – момент инерции этого тела относительно параллельной оси, отстоящей от первой на расстоянии d; m – масса тела.

Моментом силы относительно неподвижной точки называется векторная физическая величина, определяемая векторным произведением радиус-вектора $\vec{r}$, проведенного из данной точки в точку приложения силы, на силу $\vec{F}$:

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}].$$

Модуль момента силы относительно неподвижной оси:

$$M = Fr\sin\alpha = Fl,$$

где $l = r\sin\alpha$ – плечо силы (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения); α – угол между направлениями силы и радиус-вектора. Направление момента силы совпадает с осью, относительно которой происходит вращение, и может быть определено по правилу буравчика.

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси z:

$$M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon,$$

где $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ – угловое ускорение; J_z – момент инерции тела относительно оси z.

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z,

$$E_{Вр} = \frac{J_z \omega^2}{2},$$

где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ω – его угловая скорость.

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения,

$$E = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2},$$

где m – масса тела; υ – скорость центра масс тела; J – момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс; ω – угловая скорость тела.

Закон сохранения механической энергии при падении вращающегося тела с высоты h (без учёта сил трения):

$$mgh = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2},$$

откуда получаем выражение для расчёта момента инерции:

$$\boxed{J = \frac{m\left(2gh - \upsilon^2\right)}{\omega^2}}. \qquad (7)$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

1. Включить в сеть измерительную установку.
2. Нажать на кнопку «СЕТЬ», расположенную на лицевой панели миллисекундомера, при этом должна загореться лампочка фотодатчика и цифровые индикаторы миллисекундомера.
3. Вращая маятник, зафиксировать его в верхнем положении на высоте h при помощи электромагнита, при этом надо следить за тем, чтобы нить наматывалась виток к витку.
4. Нажать кнопку «СБРОС» и убедиться, что на индикаторе устанавливаются нули.
5. Освободить тело нажатием кнопки "ПУСК" и измерить время t прохождения телом высоты h.
6. Пункты 2-4 повторить 5 раз для одной и той же высоты h. Данные эксперимента занести в табл. 1.

Таблица 1

$\Delta t_{ПР}$ =0,002 с						
	1	2	3	4	5	$\langle\ \rangle$
t, с						
$\Delta t_{СЛ}$, с						

7. Занести в таблицу 2 значения h, R, m.

Таблица 2

<table>
<tr><td colspan="9">h = R = m =
Δh =0,0005 м, ΔR =0,0001 м, Δm =0,00005 кг.</td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td>a (a_τ)</td><td>υ</td><td>ω</td><td>ε</td><td>a_n</td><td>a_0</td><td>J</td></tr>
<tr><td>м/с^2</td><td>м/с</td><td>рад/с</td><td>рад/с^2</td><td>м/с^2</td><td>м/с^2</td><td>кг·м^2</td></tr>
<tr><td>Среднее значение $\langle\ \rangle$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Относительная погрешность δ</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Абсолютная погрешность Δ</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Обработка результатов измерений

1. Найти среднее арифметическое значение времени по формуле:

$$\langle t\rangle = \frac{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}{n},$$

где n – число измерений; занести $\langle t\rangle$ в табл. 1.

2. Найти абсолютные (случайные) погрешности каждого измерения по формулам: $\Delta t_1 = \left|\langle t\rangle - t_1\right|$; $\Delta t_2 = \left|\langle t\rangle - t_2\right|$ и т.д.

3. Найти среднюю случайную погрешность по формуле:

$$\langle \Delta t_{СЛ}\rangle = \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \ldots + \Delta t_n}{n}$$

4. Найти абсолютную погрешность Δt по формуле:

$$\Delta t = \sqrt{(\Delta t_{СЛ})^2 + (\Delta t_{ПР})^2},$$

помня, что абсолютная погрешность **округляется до первой значащей цифры** (см. приложение)**.**

5. Определить относительную погрешность δt по формуле:

$$\delta t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle}.$$

6. Определить абсолютную погрешность Δt по формуле:

$$\Delta t = \langle t \rangle \cdot \delta t.$$

7. Окончательный результат представить в виде:

$$t = \langle t \rangle \pm \Delta t,\ c.$$

8. Вычислить относительные погрешности для высоты h, радиуса R и массы m по формулам:

$$\delta h = \frac{\Delta h}{h}; \qquad \delta R = \frac{\Delta R}{R}; \qquad \delta m = \frac{\Delta m}{m}.$$

9. По формулам (1) – (7) вычислить кинематические и динамические характеристики движений, подставляя время, как среднее значение $\langle t \rangle$ из таблицы 1. Занести значения кинематических и динамических характеристик в таблицу 2.

10. Вычислить относительные и абсолютные погрешности кинематических и динамических характеристик по следующим формулам:

$$\delta a = \delta h + 2\delta t \qquad \Delta a = \delta a \cdot \langle a \rangle$$

$$\delta \upsilon = \delta h + \delta t \qquad \Delta \upsilon = \delta \upsilon \cdot \langle \upsilon \rangle$$

$$\delta \omega = \delta \upsilon + \delta R \qquad \Delta \omega = \delta \omega \cdot \langle \omega \rangle$$

$$\delta \varepsilon = \delta a + \delta R \qquad \Delta \varepsilon = \delta \varepsilon \cdot \langle \varepsilon \rangle$$

$$\delta a_n = 2\delta \upsilon + \delta R \qquad \Delta a_n = \delta a_n \cdot \langle a_n \rangle$$

$$\delta a_0 = \frac{a_n \Delta a_n + a_\tau \Delta a_\tau}{a_0^2} \qquad \Delta a_0 = \delta a_0 \cdot \langle a_0 \rangle$$

$$\delta J = \frac{\Delta m}{m} + \frac{2(g\Delta h - \upsilon \Delta \upsilon)}{2gh - \upsilon^2} + 2\frac{\Delta \omega}{\omega} \qquad \Delta J = \delta J \cdot J$$

11. Результаты обработки косвенных измерений занести в табл. 2.

12. Окончательный результат записать в виде:

$$a = \langle a \rangle \pm \Delta a,\ м/с^2 \qquad \upsilon = \langle \upsilon \rangle \pm \Delta \upsilon, м/с$$

$$\omega = \langle \omega \rangle \pm \Delta \omega, рад/с \qquad \varepsilon = \langle \varepsilon \rangle \pm \Delta \varepsilon, рад/с^2$$

$$a_n = \langle a_n \rangle \pm \Delta a_n,\ м/с^2 \qquad a_0 = \langle a_0 \rangle \pm \Delta a_0,\ м/с^2$$

$$J = \langle J \rangle \pm \Delta J,\ кг \cdot м^2.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ

Точность вычислений

В итоге измерений или вычислений получается число, в котором различают цифры верные, не содержащие ошибок, и сомнительные, в которых содержатся погрешности.

Абсолютная погрешность показывает, в каком знаке определяемой величины содержится неточность. Поэтому абсолютная погрешность должна быть вычислена с точностью до первой значащей цифры, а численное значение искомой величины должно оканчиваться на этом знаке.

Например, $t = 2{,}86745\ с$, $\Delta t = 0{,}0783\ с$. Округляем: $\Delta t = 0{,}0783\ с \approx 0{,}08\ с$, соответственно $t = 2{,}86745\ с \approx 2{,}87\ с$. Окончательный результат: $t = (2{,}87 \pm 0{,}08)\ с$.

В промежуточных вычислениях пишут ещё одну цифру, что даёт возможность более точно округлить окончательный результат.

Правила округления

1. При сложении (вычитании) приближённых чисел округление слагаемых производится до разряда, на единицу большего, чем разряд наименее точного числа. В окончательном результате сохраняется столько значащих цифр, сколько их в наименее точном числе.

Например,

$$2{,}38 + 1{,}17273 + 1{,}026205 \approx 2{,}38 + 1{,}173 + 1{,}026 \approx 4{,}579 \approx 4{,}58.$$

(Здесь $2{,}38$ - наименее точное число).

Без округления это выглядело бы так:

$$2{,}38 + 1{,}17273 + 1{,}026205 = 4{,}578935 \approx 4{,}58.$$

2. При умножении (делении) приближённых чисел в каждом сомножителе остаётся столько значащих цифр, сколько их имеется в сомножителе с наименьшим числом цифр. В окончательном результате остаётся такое же число значащих цифр, какое имеется в сомножителях после их округления.

Например, $3{,}5273 \cdot 0{,}24 \approx 3{,}53 \cdot 0{,}24 = 0{,}8472 \approx 0{,}85$.

Без округления это выглядело бы так: $3{,}5273 \cdot 0{,}24 = 0{,}846552 \approx 0{,}85$.

3. При возведении в степень берётся столько значащих цифр, сколько их в основании степени. Например, $1{,}32^2 = 1{,}7424 \approx 1{,}74$.

4. При извлечении корня в результате берётся столько значащих цифр, сколько их в подкоренном выражении.

Например, $\sqrt{1{,}17 \cdot 10^{-18}} = 1{,}0816653826392 \cdot 10^{-9} \approx 1{,}08 \cdot 10^{-9}$.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие измерения называются прямыми, какие косвенными?
2. Что такое промах, систематическая и случайная погрешности.
3. Как находится абсолютная и относительная погрешности?
4. Как записать окончательный результат измерений?
5. Знать последовательность операций при нахождении погрешности прямых и косвенных измерений.
6. Знать физический смысл всех кинематических характеристик ($\vec{a}_\tau, \vec{a}_n, \vec{a}_0, \vec{\upsilon}, \vec{\omega}, \vec{\varepsilon}$), формулы для их расчета и уметь определять направления их векторов.
7. Что называется моментом инерции материальной точки? твёрдого тела? От чего он зависит? Физический смысл момента инерции.
8. Что называется моментом силы?
9. Записать основной закон динамики вращательного движения.
10. Теорема Штейнера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трофимова Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 2010. – С. 6-14.